

REVISTA
BRASILEIRA
DE CIÊNCIAS
MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO DA ABCM
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

A Revista Brasileira de Ciências Mecânicas é uma publicação técnico-científica, da Associação Brasileira de Ciências Mecânicas. Destina-se a divulgar trabalhos significativos de pesquisa científica e/ou tecnológica nas áreas de Engenharia Civil, Mecânica, Metalúrgica, Naval, Nuclear e Química e também em Física e Matemática Aplicada. Pequenas comunicações que apresentem resultados interessantes obtidos de teorias e técnicas bem conhecidas serão publicadas sob o título de Notas Técnicas.

Os trabalhos submetidos devem ser inéditos, isto é, não devem ter sido publicados anteriormente em periódicos de circulação nacional ou internacional. Excetuam-se em alguns casos publicações em anais e congressos. A apreciação do trabalho levará em conta a originalidade, a contribuição à ciência e/ou tecnologia, a clareza de exposição, a propriedade do tema e a apresentação. A aceitação final é da responsabilidade dos Editores e do Conselho Editorial.

Os artigos devem ser escritos em português, ou espanhol ou em inglês, datilografados, acompanhados dos desenhos em papel vegetal, em tamanho reduzido que permita ainda a redução para as dimensões da Revista e enviados para o Editor Executivo no endereço abaixo.

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC/RJ
Rua Marquês de São Vicente, 225 — Gávea
22453 — Rio de Janeiro — RJ — Brasil

A composição datilográfica será processada pela própria secretaria da RBCM de acordo com as normas existentes.

The Revista Brasileira de Ciências Mecânicas (Brazilian Journal of Mechanical Sciences) is a technical-scientific publication, sponsored by the Brazilian Association of Mechanical Sciences. It is intended as a vehicle for the publication of Civil, Mechanical, Metallurgical, Naval, Nuclear and Chemical Engineering as well as in the areas of Physics and Applied Mathematics. Short communications presenting interesting results obtained from well-known theories and techniques will be published under heading the of Technical Notes.

Manuscripts for submission must contain unpublished material, i.e., material that has not yet been published in any national or international journal. Exception can be made in some cases of papers published in annals or proceedings of conferences. The decision on acceptance of papers will take into consideration their originality, contribution to science and/or technology, writing clearness, propriety of the subject and presentation. The Editors and the Editorial Committee are responsible for the final approval.

The papers must be written in Portuguese, Spanish or English, typed and with graphics done on transparent white drawing paper in reduced size in such a way as to permit further reduction to the dimensions of the Journal, and sent to the Executive Editor at the following address.

PUC — Pontifícia Universidade Católica do RJ
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Marquês de São Vicente, 225 — Gávea
22453 — Rio de Janeiro, RJ — Brasil

The final typing will be done by the secretary of RBCM according to the journal norms.

**A REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
É PUBLICADA COM O APOIO DO CNPq E FINEP.**



**J. DI GIORGIO EDITORES
TEL.: 261-5042 (PABX)**

REVISTA

BRASILEIRA DE
CIÊNCIAS
MECÂNICAS

Vol. VI, nº 2, 1984



Associação Brasileira de Ciências Mecânicas
MEMBROS DA DIRETORIA DA ABCM

Luiz Bevilacqua (Presidente)
Tito Luiz da Silveira (Vice-Presidente)
Raúl A. Feijóo (1º Secretário)
Antonio MacDowell (2º Secretário)
Augusto Galeão (1º Tesoureiro)
Arno Blass (2º Tesoureiro)

EDITOR
RESPONSÁVEL

Rubens Sampaio

EDITOR
EXECUTIVO

J. M. Freire

CONSELHO
EDITORIAL

Abimael F. D. Loula

Arthur J. V. Porto

Berend Snoeijer

Bernardo Horowitz

C. S. Barcellos

D. E. Zampieri

Duraid Mahrus

E. O. Taroco Aliano

F. Venâncio Filho

F. E. Mourão Saboya

Giulio Massarani

Guilherme Creuss

Hans Ingo Weber

Henner A. Gomide

Jan Leon Scieszko

Jersy T. Sielawa

J. J. Espíndola

Liu Hsu

Mauricio N. Frota

Miguel H. Hirata

Nelson Back

Nestor Zouain

Nivaldo L. Cupini

O. Maizza Neto

Pedro Carajilescov

Sergio Colle

COMPOSIÇÃO
GRÁFICA

Rosângela L. Almeida

Editorial	83
Progressos Recentes na Análise Geral de Tubulações	85
Carlos Alberto de Almeida Departamento de Engenharia Mecânica Pontifícia Universidade Católica, RJ	
Efeitos da Pressão Interna no Comportamento Geral de Tubulações — O Elemento Viga-tubo	95
Carlos Alberto de Almeida Departamento de Engenharia Mecânica Pontifícia Universidade Católica, RJ	
Desenvolvimento Teórico da Função Decremento Aleatório e sua Aplicação na Identificação de Sistemas Mecânicos	105
Júlio Maciel Treiguer CRT, Deptº de Controle de Implantação Caixa Postal 900 90000 Porto Alegre, RS	
Trincas Produzidas por Vibrações Induzidas por Vórtices em Pás Diretrizes de Turbinas Francis	131
Marcio Tadeu de Almeida Prof. Titular da Escola Federal de Engenharia de Itajubá Luiz Fernando Ferreira Ribas Engº Mecânico da Companhia Hidrelétrica do São Francisco — CHESF	
Vapour-compression Solar-assisted Heat Pumps Employing Phase-change Materials for heat storage	153
José Alberto dos Reis Parise Deptº de Engenharia Mecânica — PUC/RJ	

EDITORIAL

Prezados Colegas,

Com muito atraso saiu o primeiro número do volume VI de 1984 da nossa Revista e agora está sendo publicado o segundo.

A demora decorreu, principalmente, de três fatores: 1^o) a publicação ainda do terceiro número do volume V de 1983, pela antiga editora; 2^o) rescisão do contrato com a referida editora, Campus Ltda., em face dos pequenos recursos da ABCM para cobrir o alto custo da impressão e distribuição da revista; 3^o) demora do recebimento dos pareceres emitidos pelos revisores dos trabalhos e no pronto atendimento, por parte dos autores, na efetivação de correções e modificações sugeridas para aceitação final dos referidos trabalhos quer do primeiro como deste segundo números. No presente momento ainda estamos dependendo da devolução dos trabalhos com os respectivos pareceres para montagem do próximo número. Dessa maneira, a tarefa fica bem difícil e dificulta a publicação da Revista em períodos regulares.

Necessitamos urgentemente que os revisores remetam os respectivos pareceres, para que possamos manter a regularidade desejada.

Nesta nova fase da revista, publicada pela Editora Di Giorgio, estamos atendendo a pedidos de inúmeros associados quanto a volta do antigo desenho e cor azul da capa e o nome colocado por extenso. Esperamos que todos procurem divulgar entre os colegas, estudantes e empresas a nossa Revista, a fim de ampliar o número de associados.

Ficaremos muito satisfeitos se conseguirmos publicar em Janeiro o primeiro número de 1985 e para isso dependemos também de recebermos maior número de trabalhos.

Todos os associados da ABCM estão convidados a remeter no mínimo um trabalho para a Revista, pois, desejamos aumentar a nossa produção científica, envolvendo todos os setores da engenharia do país, empenhados em projetos e pesquisas.

PROGRESSOS RECENTES NA ANÁLISE GERAL DE TUBULAÇÕES

Carlos Alberto de Almeida
Departamento de Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica, RJ

SUMÁRIO

Neste trabalho são apresentadas as formulações de dois modelos de elementos finitos recentemente propostos. Os elementos discutidos quanto a aplicabilidade na análise geral de tubos são os seguintes: um elemento viga-tubo com os deslocamentos axial, de torção, de flexão e da ovalização variando cubicamente ao longo do tubo e um elemento de placa, plano com três nós onde as deformações de membrana são constantes. Uma análise onde as respostas destes elementos são comparadas às da formulação geral de cascas ilustra a qualidade das formulações e oferece uma avaliação das modificações recentemente propostas à formulação do elemento viga-tubo.

INTRODUÇÃO

Sistemas de tubulações, largamente usados em oleodutos, centrais nucleares e trocadores de calor são de importância relevante considerando-se a segurança e os custos de tais instalações. Recentemente uma maior atenção tem sido dedicada ao desenvolvimento de modelos que efetivamente preveem os principais modos de deformações em tubos: basicamente, as deformações de viga e as deformações de ovalização.

As primeiras observações experimentais dos efeitos da ovalização em tubos mostraram serem os modelos analíticos para vigas curvas inadequados à análise estrutural de tubos sujeitos aos efeitos

da ovalização [1]. Em 1911, utilizando métodos de energia, von Kármán mostrou fisicamente os efeitos da ovalização em tubos e propôs um modelo analítico que elucidou os resultados experimentais publicados [2]. No modelo proposto, von Kármán considera um comprimento diferencial de tubo curvo em que o momento fletor interno é constante; assume-se portanto ser a ovalização da seção reta constante ao longo do tubo. Assim, os sistemas de tubulações em que a carga momento é variável ou o fato de não haver ovalização em uma das extremidades do tubo ou ainda os efeitos da interação entre tubos curvos e retos não podem ser analisados utilizando-se o modelo proposto por von Kármán.

Devido as limitações acima, algumas soluções utilizando a teoria geral de cascas tem sido apresentadas para descrever o comportamento do tubo [3]. Apesar de remover algumas das hipóteses simplificadoras de von Kármán, tais soluções não são efetivas na análise geral de tubulações. O grande potencial para a análise geral de tubos está no uso do método de elementos finitos [4,5]. Atualmente tubos são analisados utilizando-se basicamente três modelos [6-8]: (a) elementos tri-dimensionais, (b) elementos gerais de cascas, e (c) elementos especiais do tipo viga-tubo. Considerando o número de graus-de-liberdade envolvido e o custo do processamento numérico para a análise típica de um sistema de tubulações, os dois primeiros modelos estão além do estado-da-arte dos meios de computação atuais.

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo comparativo das formulações de dois elementos recentemente publicados. Primeiro, o elemento especial viga-tubo com quatro nós onde as deformações axial, de torção, de flexão e da ovalização variam cubicamente ao longo do eixo do tubo [9]. A formulação do elemento é uma extensão natural do modelo pioneiro de von Kármán modificado para acomodar os efeitos da interação entre tubos [10]. O segundo é um elemento de placa, triangular, com três nós e seis graus-de-liberdade por nó [11]. A formulação isoparamétrica deste elemento baseia-se na teoria de placas com deformações de cisalhamento transversal (teoria de Reissner ou de Mindlin para placas [13]), e utiliza ordem de integração reduzida.

Na próxima Seção são apresentadas as formulações básicas destes dois elementos e discutidas quanto a aplicabilidade à análise geral de tubulações.

FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS

A análise geral de estruturas utilizando o método de elementos finitos consiste basicamente na formulação das equações de equilíbrio para cada elemento e posterior solução do sistema de equações independente dos tipos de elementos envolvidos. Neste processo geral de discretização da estrutura, como na análise de Ritz, funções de interpolação aproximam os deslocamentos em todo o domínio do elemento. Uma vez estabelecido o Indicador Variacional

$$I = U - V \quad (1)$$

onde U e V são respectivamente a energia total de deformação e o potencial total das cargas externas, a solução é obtida invocando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais (ou Princípios da Energia Potencial Mínima) [5]. Assim, com $\delta I = 0$ obtém-se a equação de equilíbrio,

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{R} \quad (2)$$

onde \underline{K} é a matriz de rigidez da estrutura associada aos graus-de-liberdade listados em \underline{U} ,

$$\underline{K} = \int_V \underline{B}^T \underline{C} \underline{B} \, dV \quad (3)$$

e \underline{R} é o vetor das forças externas referidas aos nós dos elementos. Na Eq.(3) \underline{B} é a matriz de transformação geométrica deformação-deslocamentos e \underline{C} é a matriz de transformação tensão-deformações. Na solução da Eq.(2) é necessário estabelecer apenas a matriz \underline{B} de cada elemento e proceder a integração numérica da Eq.(3).

O Elemento Viga-Tubo

Considere-se inicialmente o elemento de viga na Figura 1(a) cuja seção reta circular não se deforma em seu plano ou fora do seu plano. Na formulação do elemento são usados basicamente os deslocamentos axial, de flexão e de torção e, portanto, o campo dos deslocamentos referido ao sistema global de coordenadas é

$$u_i(r,s,t) = \sum_{k=1}^4 h_k u_i^k + t \sum_{k=1}^4 a_k h_k v_{ti}^k + s \sum_{k=1}^4 a_k h_k v_{si}^k ; \quad i = 1,2,3 \quad (4)$$

com

$$\underline{v}_s^k = \underline{\theta}^k \times \underline{v}_s^k \quad \text{e} \quad \underline{v}_t^k = \underline{\theta}^k \times \underline{v}_t^k \quad (5)$$

onde,

r, s, t = coordenadas isoparamétricas [5]

$h_k(r)$ = funções de interpolação isoparamétrica [9,10]

u_i^k = deslocamentos associados ao nó k

θ_i^k = rotações associadas ao nó k

a_k = raio externo da seção reta associada ao nó k

\underline{v}_t^k = componente i do vetor unitário \underline{v}_t^k na direção t , associado ao nó k

\underline{v}_s^k = componente i do vetor unitário \underline{v}_s^k na direção s , associado ao nó k

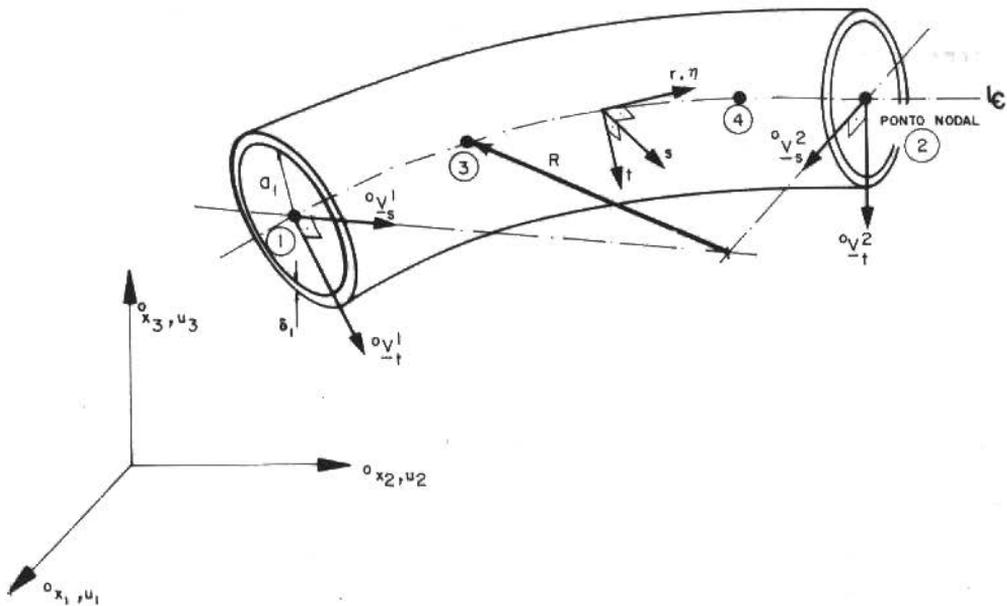
A partir da Eq.(4) as deformações totais referidas ao sistema global de coordenadas (x_1, x_2, x_3) são transformadas ao sistema local de coordenadas (r, s, t) . Apenas as deformações importantes do modelo de viga são então incluídas, especificamente: a deformação normal ϵ_{rr} e as deformações de cisalhamento γ_{rs} e γ_{rt} . As equações de deformações assim obtidas formam a matriz de transformação geométrica \underline{B}_v do modelo de viga.

Para incluir os deslocamentos da ovalização da seção reta, Figura 1(b), assume-se que o tubo ovalisa segundo os seguintes modos de deslocamentos,

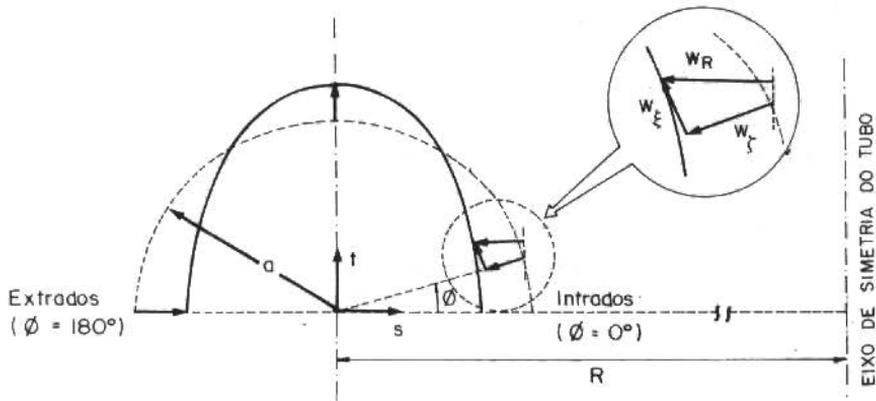
$$w_\xi(r, \phi) = \sum_{k=1}^4 \left(\sum_{m=1}^{N_c} h_k c_m^k \sin 2m\phi + \sum_{m=1}^{N_d} h_k d_m^k \cos 2m\phi \right) \quad (6)$$

onde a hipótese básica é $w_\xi = -dw_\xi/d\phi$; c_m^k e d_m^k , $k = 1, 2, 3, 4$, são os deslocamentos generalizados da ovalização do tubo. Dependendo do tipo de carregamento e da geometria do tubo, é suficiente incluir-se apenas o primeiro ou os dois primeiros termos de um (ambos) duplo-somatório(s). Na implementação do elemento N_c e N_d podem assumir os valores 0 (sem ovalização), 1, 2 ou 3. Os deslocamentos totais do elemento são a soma dos deslocamentos presentes nas Eqs. (4) e (6). Portanto, um nó típico do elemento viga-tubo possui inicialmente os seguintes deslocamentos

$$\underline{u}^{kT} = \left[u_1^k \ u_2^k \ u_3^k \ \theta_1^k \ \theta_2^k \ \theta_3^k \mid c_1^k \ c_2^k \ c_3^k \mid d_1^k \ d_2^k \ d_3^k \right] \quad (7)$$



(a) Geometria e discretização do elemento de viga de seção reta circular



(b) Deslocamentos de ovalização considerados na formulação (1º modo de Kármán; w_ζ neg.)

Figura 1. Deslocamentos associados ao elemento viga-tubo

As deformações associadas a ovalização da seção reta, no sistema local de coordenadas, possui as seguintes componentes

$$(\epsilon_{\eta\eta})_{ov} = \frac{w_R}{R-a \cos \phi} - \left[\left(\frac{1}{R-a \cos \phi} \right)^2 \frac{d^2 w_\zeta}{d\theta^2} \right] \zeta \quad (8)$$

$$(\gamma_{\eta\xi})_{ov} = \left(\frac{1}{R-a \cos \phi} \right) \frac{dw_\xi}{d\theta} \quad (9)$$

$$(\epsilon_{\xi\xi})_{ov} = -\frac{1}{a^2} \left[w_\zeta + \frac{d^2 w_\zeta}{d\phi^2} \right] \zeta \quad (10)$$

O segundo termo na Eq.(8) e a Eq.(9) representam as modificações na teoria de von Kármán para incluir os efeitos da interação entre os elementos. Basicamente estas modificações representam as componentes da flexão e do cisalhamento incluídas no estado bi-axial de deformações devido as mudanças de curvatura da superfície mediana durante a deformação do tubo. A matriz de transformação geométrica do elemento é obtida adicionando-se a matriz transformação geométrica a partir das Eqs.(8) a (10) à matriz B_v do modelo de viga. A continuidade nas derivadas dos deslocamentos radiais na superfície mediana do tubo é imposta através de uma matriz de penalidade adicionada à matriz de rigidez do elemento [10]. Esta condição é equivalente a imposição da continuidade das rotações na formulação geral dos elementos de viga.

0 Elemento de Placa

O elemento triangular DKT (Discrete-Kirchhoff-Theory) mostra na Figura 2 possui três nós nos vértices com seis graus-de-liberdade por nó; o elemento é plano e, uma superfície de casca como em um tubo curvo é modelada em uma montagem de "facetas planas". O objetivo primeiro do desenvolvimento deste elemento foi o de obter-se um elemento simples e de precisão como uma alternativa ao elemento isoparamétrico de cascas. A matriz de rigidez do elemento DKT é constituída da seguinte forma [14]:

(1) o comportamento à flexão segue uma generalização da formulação de Kirchhoff inicialmente desenvolvida para vigas e estendida para a formulação de placas: "qualquer segmento inicialmente normal à superfície mediana do elemento permanece reto mas não necessariamente perpendicular à superfície mediana deformada". Com esta hipótese, as componentes dos deslocamentos devidos à flexão e re

feridos ao sistema local de coordenadas x, y, z , são

$$u = z\bar{\theta}_y(x,y) \quad ; \quad v = -z\bar{\theta}_x(x,y) \quad e \quad w = \bar{w}(x,y) \quad (11)$$

onde u, v, w são respectivamente os deslocamentos no plano e transversal, \bar{w} é o deslocamento na superfície mediana e $\bar{\theta}_x$ e $\bar{\theta}_y$ são as rotações da normal a superfície da placa nos planos $y-z$ e $x-z$ respectivamente. Na análise linear as deformações devido a flexão obtidas a partir das equações acima são imediatamente identificadas,

$$\begin{bmatrix} b \\ \epsilon_{xx} \\ b \\ \epsilon_{yy} \\ b \\ \gamma_{xy} \\ b \\ \gamma_{xz} \\ b \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\bar{\theta}_{y,x} \\ -z\bar{\theta}_{x,y} \\ z(\bar{\theta}_{y,y} - \bar{\theta}_{x,x}) \\ -\bar{w}_{,x} + \bar{\theta}_y \\ \bar{w}_{,y} + \bar{\theta}_x \end{bmatrix} \quad (12)$$

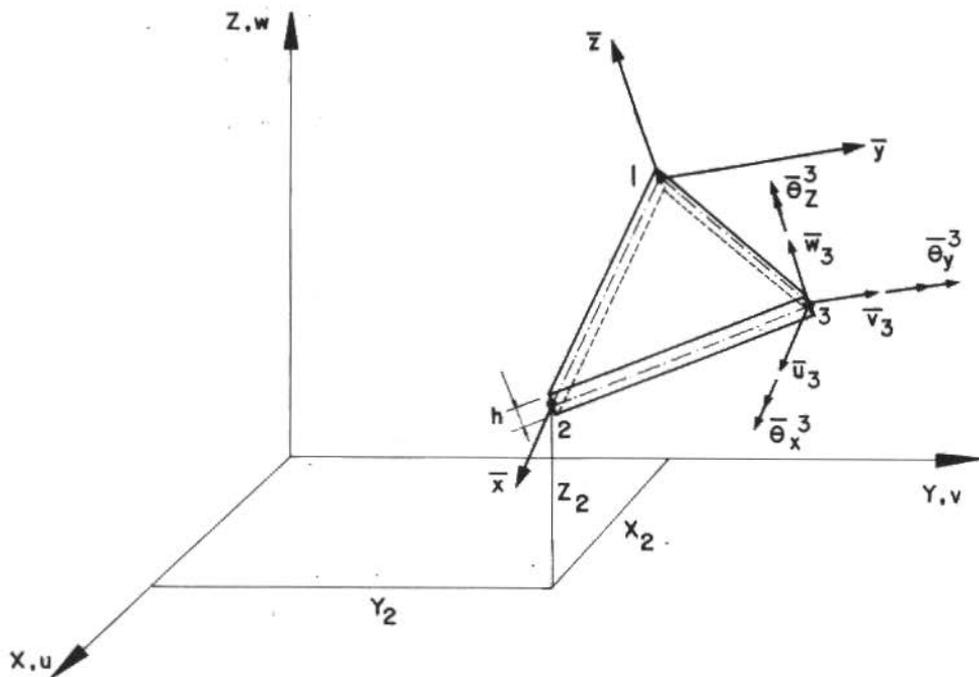


Figura 2. 0 elemento triangular UKI

(2) o comportamento de membrana é obtido a partir dos deslocamentos na superfície mediana do elemento. As deformações, assumidas constantes através da espessura da placa, são

$$\epsilon_{xx}^m = \bar{u}_{,x} \quad ; \quad \epsilon_{yy}^m = \bar{v}_{,y} \quad \text{e} \quad \gamma_{xy}^m = \bar{u}_{,y} + \bar{v}_{,x} \quad (13)$$

Na formulação do elemento triangular DKT as deformações são referidas apenas aos deslocamentos na superfície mediana. Assim, na implementação do elemento polinômios de Hermite interpolam os deslocamentos nos três nós e a matriz de transformação geométrica de formação-deslocamentos é obtida substituindo-se o campo de deslocamentos obtido nas Eqs.(12) e (13). A integração reduzida da matriz de rigidez é efetuada no domínio da superfície mediana do elemento.

ANÁLISE COMPARATIVA DOS ELEMENTOS

Os exemplos apresentados nesta Seção foram analisados na Ref. [9] e a solução analítica apresentada em [3]. Entretanto, nestas análises, os efeitos da interação não eram considerados. Na Figura 3 as respostas do elemento viga-tubo, considerados os efeitos da ovalização para diferentes condições de contorno nas extremidades, são comparadas com as respostas do elemento triangular DKT. Nas configurações I e II foram usados 5 e 7 elementos viga-tubo respectivamente enquanto que com o elemento de placa, meio-tubo foi modelado com malhas de 216 e 288 elementos respectivamente. As respostas dos elementos nas análises com flanges mostram a boa concordância das soluções comparadas com as do elemento isoparamétrico geral de placas [15]. É notável a variação nas soluções quando os efeitos da interação e dos flanges são considerados: a diferença entre as soluções gerais de cascas e as apresentadas pelo elemento viga-tubo representam apenas 3% do erro cometido quando não são considerados os efeitos da interação na análise de tubos com flanges.

CONCLUSÕES

As formulações de dois elementos efetivos para a análise geral de tubulações são apresentadas. Uma análise comparativa dos elementos demonstra ser o elemento viga-tubo bastante efetivo na análise geral de tubulações considerando-se o número de variáveis de elementos finitos envolvidas. A boa concordância dos resultados de mostra que as modificações introduzidas no modelo de von Kármán re

apresentam os termos importantes da teoria de cascas necessários para acomodar os efeitos da interação entre tubos.

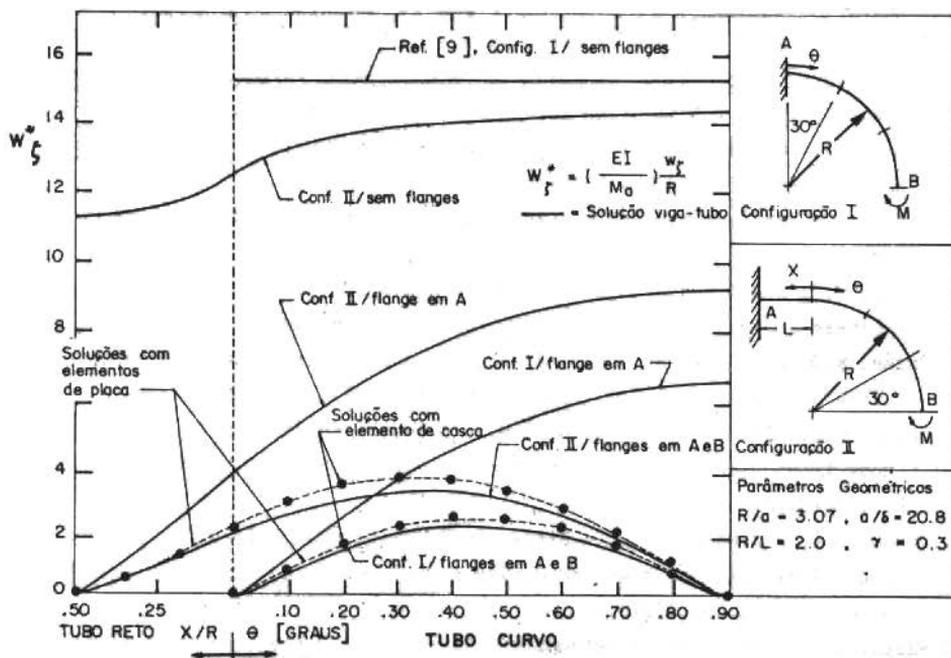


Figura 3. Respostas dos modelos nas análises sob diferentes condições de contorno da ovalização, $N_c = 2$ e $N_d = 0$. (w_c medido a $\phi = 90^\circ$)

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado durante o programa de doutoramento do autor que agradece o apoio financeiro recebido da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RJ).

REFERÊNCIAS

- [1] Bantlin, A. — Formanderung and beanspruchung federnder ausgleichrohre. Zeitschrift des Vereinesdeutscher Ingenieure, 54: 43-49, 1910.
- [2] von Kármán, T. — Über die formanderung dünnwandiger rohre, insbesondere federnder ausgleichrohre. Zeitschrift des Vereinesdeutscher Ingenieure, 55: 1889-1895, 1911.
- [3] Clark, R.A. and Reissner, E. — Bending of curved tubes. Advances in Ap-

plied Mechanics, 2: 93-122, 1951.

- [4] Zienkiewicz, O.C. - The finite element method. McGraw-Hill Co., 1977.
- [5] Bathe, K.J. - Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall Inc., 1982.
- [6] Shimizu, T. et al. - Some experiences on elastic-plastic analysis of shell structure. Proceedings of ADINA Conference, Ago. 1977 (Bathe, K.J. ed.)
- [7] Iwata, K. et al. - A solution for the IAEA international piping benchmark problem. Compilation of Piping Benchmark Problems - Cooperative International Efforts, ORNL - Report IWGFR/27-June 1979.
- [8] Ohtsubo, H. and Watanabe, O. - Stress analysis of pipe bends by ring elements. Trans. ASME, 100: 112-122, Feb. 1978.
- [9] Bathe, K.J. and Almeida, C.A. - A simple and effective pipe elbow element - Linear analysis. J. Appl. Mech., 47: 93-100, 1980.
- [10] Bathe, K.J. and Almeida, C.A. - A simple and effective pipe elbow element - Interaction effects. J. Appl. Mech., 49: 165-171, 1982.
- [11] Batoz, J.L.; Bathe, K.J. and Ho, L.W. - A search for the optimum three-node triangular plate bending element. Report 82448-8, Dept. Mech. Eng., Dec. 1978, MIT.
- [12] Dodge, W.G. and Moore, S.E. - Stress indices and flexibility factors for moment loadings on elbows and curved pipes. Welding Research Council Bulletin, 179, Dec. 1972.
- [13] Washizu, K. - Variational methods in elasticity and plasticity. 2nd ed., Pergamon Press, 1975.
- [14] Bathe, K.J. and Ho, L.W. - A simple and effective element for analysis of general shell structure. ADINA Conference, June 1981, MIT.
- [15] Bathe, K.J. - ADINA - A finite element program for automatic dynamic incremental nonlinear analysis. Sept. 1975, MIT.

EFEITOS DA PRESSÃO INTERNA NO COMPORTAMENTO GERAL DE TUBULAÇÕES—O ELEMENTO VIGA-TUBO

Carlos Alberto de Almeida
Departamento de Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica, RJ

SUMÁRIO

A formulação do elemento viga-tubo recentemente proposto para a análise geral de tubulações é neste trabalho modificada para acomodar os efeitos da pressão interna. A nova formulação conserva as hipóteses básicas do elemento e é apresentada como uma extensão natural do modelo de Bathe-Almeida. Soluções numéricas de algumas análises do modelo comparadas com resultados experimentais demonstram a efetividade e aplicabilidade do elemento.

SUMMARY

The formulation of a recently proposed pipe-elbow element is now modified to accommodate the internal pressure effects in piping systems. The modifications introduced are such that the element basic assumptions are kept and the formulation becomes a natural extension of Bathe-Almeida's model. The comparison between numerical solutions and published experimental results demonstrates the elements applicability and effectiveness in the analysis of piping systems.

INTRODUÇÃO

Em publicações recentes a formulação de um elemento de viga modificada para a análise geral de tubulações é proposta utilizando o método de elementos finitos [1,2]. Como ingredientes essen-

ciais desta formulação tem-se a hipótese da cinemática dos deslocamentos utilizados e as componentes de tensão e deformação incluídas na obtenção da energia de deformação do elemento.

Os campos de deslocamentos admitidos no modelo de viga-tubo são, primeiramente, deslocamentos longitudinais, de torção e de flexão (eq.(4), Ref.[3]), e correspondem a cinemática de uma viga cuja seção reta inicialmente plana permanece plana mas não necessariamente perpendicular a linha central do elemento. A segunda classe de deslocamentos considerada no modelo é que a seção reta pode deformar-se em seu próprio plano segundo modos de deslocamentos correspondentes a duplo harmônicos, (eq.(6), Ref.[3]). Estes modos correspondem a ovalização da seção, onde a hipótese básica é que as deformações no plano da seção reta são devidas à flexão da superfície mediana do tubo. Obtem-se assim uma relação entre os deslocamentos radial e circunferencial de casca, respectivamente w_{ζ} e w_{ξ} , da forma

$$w_{\zeta} = -dw_{\xi}/d\phi \quad (1)$$

O deslocamento total do elemento é a soma dos campos de deslocamentos de viga clássica com 6 graus-de-liberdade (3 translações e 3 rotações) e de deslocamentos de ovalização (6 graus-de-liberdade), com um ponto nodal típico k apresentando as seguintes variáveis de estado,

$$\underline{u}^k = \left[u_1^k \quad u_2^k \quad u_3^k \quad \theta_1^k \quad \theta_2^k \quad \theta_3^k \quad c_1^k \quad c_2^k \quad c_3^k \quad d_1^k \quad d_2^k \quad d_3^k \right] \quad (2)$$

A formulação implementada em computador mostrou ser simples e efetiva nas análises de tubulações onde os efeitos importantes consistem da variação da ovalização ao longo do comprimento do tubo e da interação entre: tubos curvos de diferentes curvaturas, tubos curvos e retos, e tubos curvos e flanges [2]. O objetivo deste trabalho é mostrar como a formulação do elemento viga-tubo pode ser estendida para incluir os efeitos de enrijecimento da tubulação devidos à pressão interna. Observados experimental e teoricamente, os efeitos da pressão interna na rigidez de um tubo curvo podem ser substanciais quando tubos com paredes relativamente finas são considerados [5-9]. Na apresentação que se segue, apenas os termos adicionais necessários para incluir estes efeitos na formu-

lação do elemento são apresentados, admitindo-se portanto que o leitor esteja familiarizado com os resultados publicados às Refs.[1-3].

MODIFICAÇÕES INTRODUZIDAS NA FORMULAÇÃO

Considere-se o elemento de tubo na Figura 1, Ref.[3], sujeito aos efeitos da pressão interna. Na deformação do tubo pressurizado, o trabalho realizado pela pressão interna atuante contra a variação de área da seção reta deve ser considerado. Assim, ao Indicador Variacional do elemento viga-tubo,

$$I = U - V \quad (3)$$

em que U e V são respectivamente a energia total de deformação e o potencial total das cargas externas, adiciona-se o potencial da pressão externa na forma

$$W_{pr} = - \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} p \frac{(R-a \cos \phi)\theta}{2} dA(r, \phi) dr \quad (4)$$

onde p é a pressão interna, $(R-a \cos \phi)\theta$ é o comprimento longitudinal do arco de elemento na superfície mediana do tubo e $dA(r, \phi)$ é a variação diferencial da área da seção reta devido a ovalização. Esta quantidade diferencial pode ser convenientemente calculada utilizando-se as posições final e inicial de dois pontos na superfície mediana do tubo como mostrado à Figura 1. Considerando-se os segmentos diferenciais A-B e A'-B', respectivamente antes e depois da deformação da seção reta, a área compreendida em termos dos vetores que definem as diagonais do quadrilátero ABB'A' é avaliada pela expressão

$$dA = \frac{1}{2} |\vec{A'B} \times \vec{A'B'}| \quad (5)$$

e, que referida ao sistema auxiliar de coordenadas $\bar{x} - \bar{y}$ fornece

$$dA = \frac{1}{2} [(\bar{x}_A - \bar{x}_{B'}) (\bar{y}_A - \bar{y}_B) - (\bar{x}_A - \bar{x}_B) (\bar{y}_A - \bar{y}_{B'})] \quad (6)$$

onde se definem

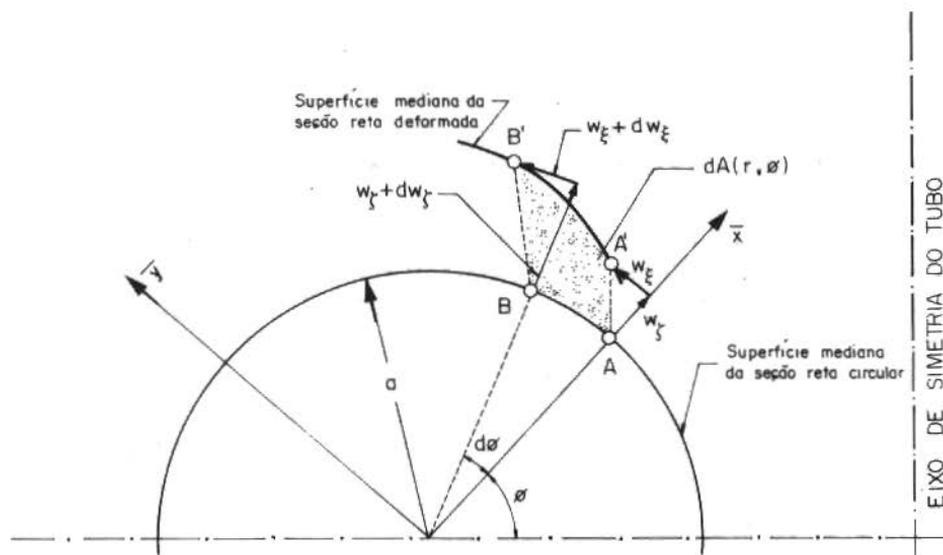


Figura 1. Variação de área da seção-reta do tubo ovalizado

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_A &= a & , & & \bar{y}_A &= 0 \\
 \bar{x}_B &= a \cos d\phi & , & & \bar{y}_B &= a \sin d\phi \\
 \bar{x}_{A'} &= a + w_\zeta & , & & \bar{y}_{A'} &= w_\xi \\
 \bar{x}_{B'} &= (a + w_\zeta + dw_\zeta) \cos d\phi - (w_\xi + dw_\xi) \sin d\phi & , & & & \\
 \bar{y}_{B'} &= (a + w_\zeta + dw_\zeta) \sin d\phi + (w_\xi + dw_\xi) \cos d\phi
 \end{aligned} \tag{7}$$

e a é o raio da superfície mediana do tubo.

Substituindo os resultados da Eq.(7) na Eq.(6) e eliminando os termos diferenciais de ordem superior resulta

$$dA = \frac{1}{2} \left[\underbrace{2 a w_\zeta}_{\text{TERMO 1}} + \underbrace{w_\zeta \left(w_\zeta + \frac{dw_\zeta}{d\phi} \right)}_{\text{TERMO 2}} + \underbrace{w_\xi^2 - w_\xi \frac{dw_\xi}{d\phi}}_{\text{TERMO 3}} \right] d\phi \tag{8}$$

Na equação acima a parcela TERMO 1 não contribui para o trabalho W_{Dr} porque a integração de w_ζ sobre o domínio da variável ϕ no intervalo $[0, 2\pi]$ é nulo devido a hipótese de simetria dos modos de ovalização. A parcela TERMO 2 é nula devido a condição de zero

deformação na superfície mediana do tubo pela condição expressa em Eq.(1). Na avaliação da parcela TERMO 3, de segunda ordem para os deslocamentos locais de ovalização, usamos também a condição do comprimento do arco A-B ser igual ao do arco A'-B' mas agora incluindo termos até segunda ordem. Com esta condição obtêm-se

$$w_{\xi} \frac{dw_{\xi}}{d\phi} = \frac{1}{2} \left[w_{\xi}^2 + \left(\frac{d^2 w_{\xi}}{d\phi^2} \right)^2 \right] \quad (9)$$

que representa a segunda parcela do termo não nulo na Eq.(8). Este substituído na Eq.(4) fornece o trabalho da pressão interna em função do deslocamento circunferencial de ovalização do tubo

$$W_{pr} = \frac{-p}{8} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \left[w_{\xi}^2 - \left(\frac{d^2 w_{\xi}}{d\phi^2} \right)^2 \right] (R-a \cos \phi) \theta \, d\phi \, dr \quad (10)$$

Observe-se que na expressão acima W_{pr} está escrito em função da potência segunda dos deslocamentos circunferenciais de ovalização, caracterizando a natureza física de potencial elástico do trabalho da pressão interna e indicando a participação deste no aumento da rigidez global do elemento, como veremos mais adiante.

A NOVA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

A matriz de rigidez do elemento viga-tubo que permite incluir os efeitos da pressão interna é obtida substituindo-se na expressão do trabalho W_{pr} os deslocamentos circunferenciais apresentados em Eq.(6), Ref.[3] e, incluindo este trabalho no potencial total \mathcal{P} quando invocada a sua estacionaridade. Este procedimento é equivalente ao de adicionar-se a matriz de rigidez do elemento viga-tubo [1,2] a matriz resultante da operação variacional δW_{pr} ,

$$K_{pr} = \frac{p}{2} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \left[Q_{p1}^T \quad Q_{p1} \quad -Q_{p2}^T \quad -Q_{p2} \right] \left[\frac{(R-a \cos \phi) \theta}{2} \right] d\phi \, dr \quad (11)$$

onde temos,

$$Q_{p1} = \left[\dots \dots \dots \bar{a}_1^k \quad \bar{a}_2^k \quad \bar{a}_3^k \quad ; \quad \bar{b}_1^k \quad \bar{b}_2^k \quad \bar{b}_3^k \quad \dots \dots \dots \right] \quad (12)$$

com

$$\bar{a}_m^k = -(2m)^2 h^k \sin 2m\phi$$

$$\bar{b}_m^k = -(2m)^2 h^k \cos 2m\phi \quad , \quad e$$

$$\underline{Q}_{p2} = \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \quad (13)$$

com

$$\tilde{a}_m^k = h^k \text{ sen } 2m\phi$$

$$\tilde{b}_m^k = h^k \text{ cos } 2m\phi$$

A matriz \underline{K}_{pr} fica então definida com referência aos graus-de-liberdade de ovalização

$$\underline{U}^T = \left[\begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \quad (14)$$

e as equações de equilíbrio completas do elemento expressas por

$$(\underline{K}_L + \underline{K}_p + \underline{K}_{pr})\underline{U} = \underline{F} \quad (15)$$

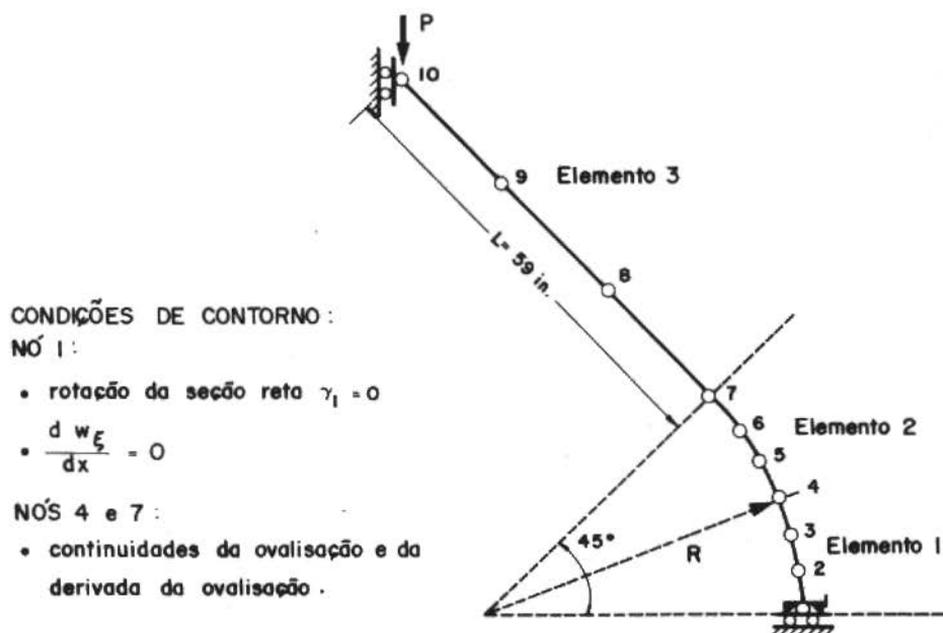
onde \underline{K}_L é a matriz de rigidez do elemento sem os efeitos de pressão interna e de continuidade entre os elementos, como definida na Ref.[1], \underline{K}_p é a matriz de penalidade definida na Ref.[2] e utilizada para impor os efeitos de continuidade da ovalização entre os elementos e \underline{F} é o vetor das forças externas nodais equivalentes [3].

RESULTADOS E COMPARAÇÕES

Para indicar a aplicabilidade e efetividade da formulação acima são apresentadas nesta Seção análises com as estruturas tubulares descritas à Figura 2. Nestas análises, devido a condição de simetria foram utilizados modelos que representam apenas a metade da estrutura global, com três elementos (dois curvos e um reto) além das condições de continuidade impostas entre seções curvas e retas. As flexibilidades calculadas são comparadas à Figura 3 com os valores experimentais correspondentes, publicados na Ref.[6]. Note-se que os resultados obtidos numericamente com o elemento estão em boa concordância com os valores fornecidos experimentalmente. As diferenças observadas para as maiores pressões são provavelmente devidas ao fato de haverem sido desprezadas na formulação básica do elemento viga-tubo as deformações circunferenciais na superfície mediana do tubo.

TUBO	PARÂMETRO		
	R	δ	\bar{a}
1	45,0	0,5	15,0
2	14,25	0,016	1,5
3	12,4	0,020	1,75
4	10,0	0,016	1,5

(a) Parâmetros geométricos dos tubos (dimensões em polegadas)



(b) Modelo de elementos finitos utilizado

Figura 2. Análises de tubos submetidos à pressão interna

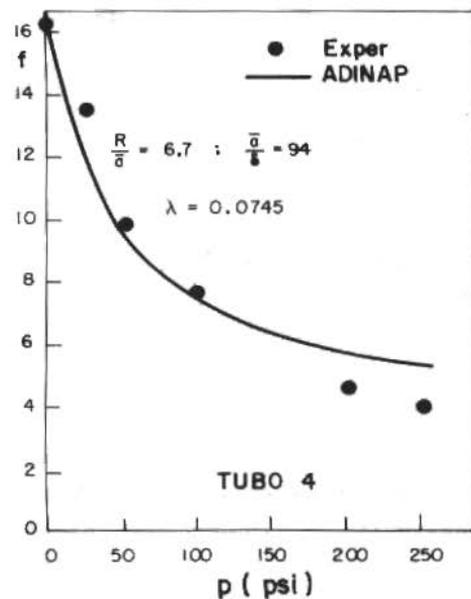
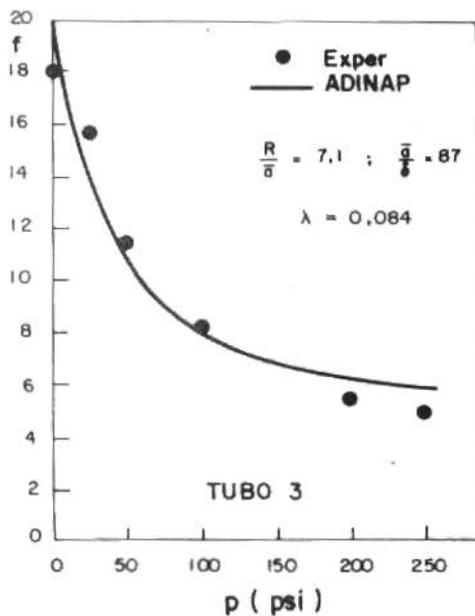
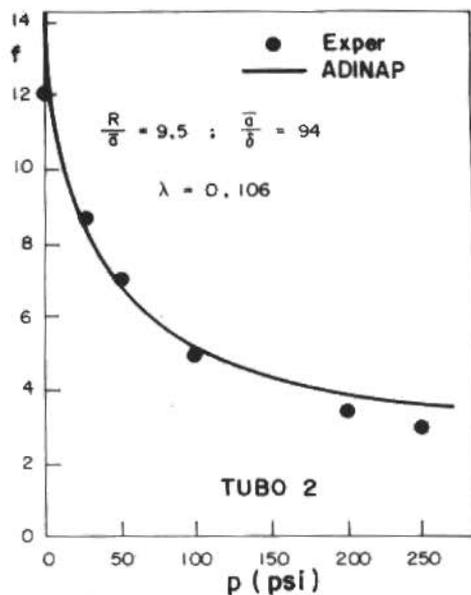
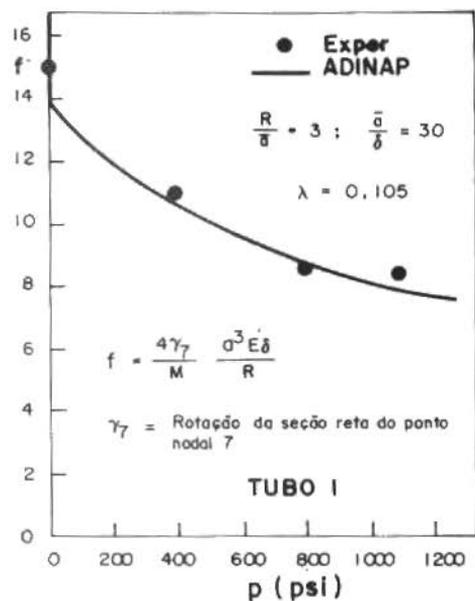


Figura 3. Efeitos do enrijecimento em tubos devidos a pressão interna ($\lambda = R\delta/a^2$)

CONCLUSÕES

A formulação apresentada às Ref.[1,2] foi modificada para acomodar os efeitos da pressão interna na resposta do elemento viga-tubo. Estes efeitos foram incluídos de uma maneira simples e eficaz que permite ao elemento apresentar variações sensíveis da flexibilidade nas faixas normais de operação dos tubos pressurizados e em boa concordância com resultados experimentais publicados.

REFERÊNCIA

- [1] Bathe, K.J. and Almeida, C.A. - A simple and effective pipe elbow element - Linear analysis. J. Appl. Mech., 47: 93-100, 1980.
- [2] Bathe, K.J. and Almeida, C.A. - A simple and effective pipe elbow element - Interaction effects. J. Appl. Mech., 49: 165-171, 1982.
- [3] Almeida, C.A. - Progressos recentes na análise geral de Tubulações. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, VI (2):[85-94] 1984.
- [4] Bathe, K.J. - Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall, Inc., 1982.
- [5] Bathélemy, J. - Étude de la déformation et des tensions internes des tuyaux a ligne moyenne plane soumis a des efforts extérieurs et a une pression interne. Bull. de l'Assoc. Marit. Aeron., 46: 411-458, 1947.
- [6] Kafka, P.G. and Dunn, M.B. - Stiffness of curved circular tubes with internal pressure. J. Appl. Mech., 78: 247-254, 1956.
- [7] Rodabaugh, E.C. and George, H.H. - Effect of internal pressure on flexibility and stress-intensification factors of curved pipe or welding elbows. J. Appl. Mech., 79: 939-948, 1957.
- [8] Crandall, S.H. and Dahl, N.C. - The influence of pressure on the bending of curved tubes. Proc. of Ninth Int. Conf. Appl. Mech., 6: 331-343, 1957.
- [9] Reissner, E. - On finite bending of pressurized tube. J. Appl. Mech., 81: 386-392, 1959.



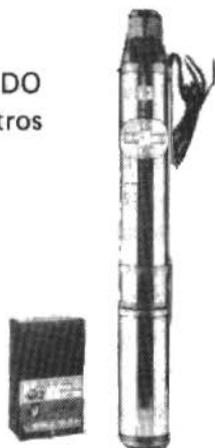
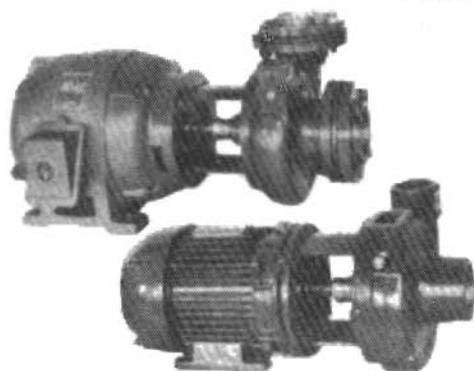
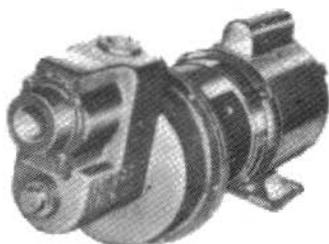
DANCOR S.A. INDÚSTRIA MECÂNICA
FÁBRICA DE BOMBAS HIDRÁULICAS

BOMBAS CENTRÍFUGAS
BOMBAS AUTO-ASPIRANTES
BOMBAS COM EJETOR
elétricas
a gasolina
diesel

BOMBAS PARA INCÊNDIO
BOMBAS PARA IRRIGAÇÃO

BOMBAS VERTICAIS
EJETORES PARA POÇOS PROFUNDOS

BOMBAS SUBMERSÍVEIS
PARA DRENAGEM
BOMBAS SUBMERSAS
PARA POÇO PROFUNDO
até 400 metros



DANCOR

Rua Jardim Botânico, 635 s/302 a 306 – Cep.: 22.470 – Tel.: 294-8332

Telex (021) 31503

Fábrica: Av. Brasil, 49.259 – C. Grande – Cep.: 23.000 – Tel.: 395-1212

End. Teleg. "DANCOR" – Caixa Postal 200

Rio de Janeiro – RJ

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO DA FUNÇÃO DECREMENTO ALEATÓRIO E SUA APLICAÇÃO NA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

Julio Maciel Treiguer

CRT, Dept^o de Controle de Implantação

Caixa Postal 900

90000 Porto Alegre, RS

SUMÁRIO

Este trabalho demonstra teoricamente que o cálculo da Função Decremento Aleatório (FDA) sobre a resposta aleatória de um sistema mecânico linear, concentrado e invariante no tempo, fornece a sua resposta livre. Assim, a FDA identifica de forma mais simples e confiável o sistema, do que os métodos clássicos, Função Densidade Espectral, Função Autocorrelação e, Função Correlação Cruzada. Simulações teóricas de um sistema de "l" graus de liberdade foram feitas, sendo a FDA calculada, analisada e determinados os seus limites de confiança, o que possibilita verificar se o sistema está ou não em boas condições. Utilizou-se um programa FORTRAN que gera as respostas do sistema incluindo também um filtro passa-baixa. O programa calcula ainda a FDA, seu desvio padrão e os métodos clássicos. Os resultados mostram que a FDA é mais simples e que completa de forma útil estes métodos.

SUMMARY

This work demonstrates theoretically that Random Decrement Function (RDF) obtains free response when applied over random response of mechanical, linear, lumped and time invariant system. Therefore the system identification is more reliable using RDF, than classical methods, such as Spectral Density Functions, Auto and Cross Correlation Functions. A theoretical simulation for system of "l" de-

degrees of freedom was developed and the RDF was calculated and analyzed. The confidence limits were determined to verify the healthiness of the system. A FORTRAN program was developed which can generate the systems responses, which include a random excitation with a low-pass filter. This program calculates the RDF, its standard deviation and classical methods. The results show that this method is simple and complements in useful form the classical methods.

INTRODUÇÃO

A FDA é um método de análise de vibrações estruturais, aplicado principalmente em grandes estruturas. Originalmente o método foi devido a Cole, sendo utilizado inicialmente em medidas de amortecimento, problemas de fadiga e detecção de falhas [7,8].

Uma das vantagens na utilização da FDA seria o fato de poder ser aplicada em estruturas que estão em regime permanente de operação, sendo estas sujeitas a excitações aleatórias desconhecidas tais como vento, tráfego de cargas etc. Isto porque ela necessita somente a medição da resposta dinâmica da estrutura e não da excitação, possibilitando uma monitoração automática e contínua.

Existem outros métodos para análise das vibrações estruturais, tais como: função densidade espectral, função autocorrelação e função correlação cruzada, apresentando cada um limitações que, em muitos casos, são superadas pela utilização da FDA. Através da FDA já foram determinadas características de um sistema montado em laboratório, onde com a utilização de um computador HP5451C verificou-se a consistência dos resultados, pela função de resposta em frequência [12].

A resposta aleatória de um sistema contém toda a informação para identificá-lo, mas encontra-se mascarada por ruído. A utilização da FDA sobre a resposta permite esta identificação [1,7,9]. Ela é definida como a estimativa do valor médio estatístico de um processo aleatório subtraído do nível de seleção. Onde o processo aleatório é constituído pelos diferentes trechos retirados desta resposta e o nível de seleção é a amplitude de retirada destes trechos.

O objetivo deste trabalho é desenvolver teoricamente a FDA, determinar os seus limites de confiança e utilizá-la na identificação de um sistema mecânico simulado sujeito a excitações aleatórias. Comparando-se a seguir o resultado, com as características já co-

nhecidas do sistema e com os resultados encontrados pelos métodos clássicos. O trabalho utiliza um programa da IBM para geração de gráficos. "VS APL GRAPHPAK-SH20-9199-1", e para o processamento um programa FORTRAN [9].

O sistema foi considerado linear, concentrado e invariante no tempo tendo pequenos amortecimentos. Assim as equações diferenciais que o representam podem ser desacopladas pela análise modal.

Inicialmente será apresentado a interpretação e descrição gráfica da FDA e a seguir o seu desenvolvimento teórico e análise. A determinação dos seus limites de confiança, que servem para verificar se o sistema está ou não em boas condições, os métodos clássicos e a comparação entre os resultados serão feitas como um passo seguinte, apresentando-se finalmente a conclusão e sugestões.

INTERPRETAÇÃO E DESCRIÇÃO GRÁFICA DA FDA [7]

A aplicação do método da FDA sobre a resposta aleatória no tempo de um sistema mecânico de um grau de liberdade indica que ela pode ser interpretada como a sua resposta livre, tendo como valor inicial a origem. Se o sistema tiver mais graus de liberdade ela, ainda assim, pode ser interpretada como o somatório de suas respostas livres relativas aos modos normais [9].

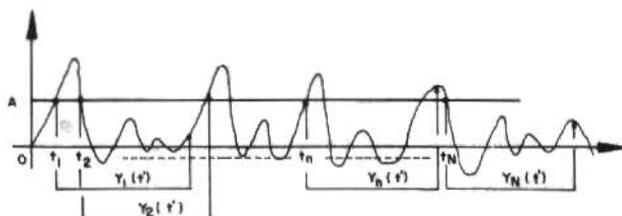
A FDA tem a mesma dimensão da resposta aleatória e pode ser obtida fazendo-se a média sobre trechos retirados desta resposta. Estes trechos devem ter sempre a mesma amplitude inicial, devendo-se subtraí-la da média encontrada, o que ajuda na sua padronização, isto é, independentemente da excitação ela iniciará sempre na origem facilitando assim o seu uso na detecção de falhas [7,8,9].

Supondo conhecida a resposta aleatória no tempo do sistema $y(t)$, a FDA é obtida graficamente utilizando-se o procedimento a seguir, mostrado na Figura 1. Considera-se para o exemplo que o sistema tenha um grau de liberdade.

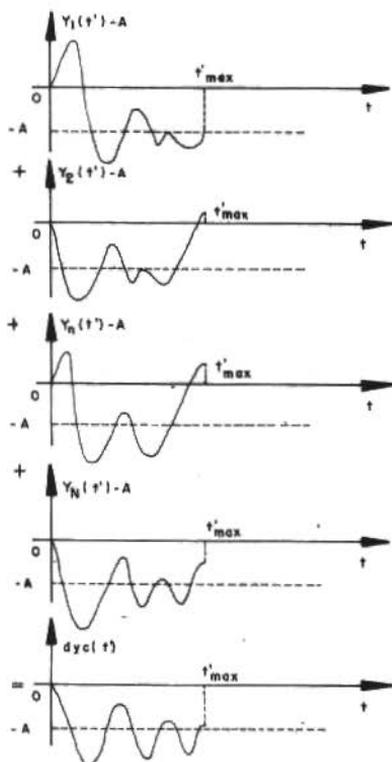
Para começar fixa-se a amplitude inicial ou nível de seleção "A". A cada passagem da resposta $y(t)$ por este nível, um trecho $y_n(t')$ de tamanho t'_{max} é retirado, onde $t' = t - t_n$ é a variável independente. Subtrai-se dos trechos $y_n(t')$ ($n = 1, 2, \dots, N$) o nível de seleção "A". Faz-se a média sobre estes novos trechos encontrando-se a DFA, assim:

$$d_{yc}(t') = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n(t') - A) \quad (0 \leq t' \leq t'_{max}) \quad (1)$$

onde "N" é o número de trechos retirados de $y(t)$ para um dado nível de seleção "A", t'_{max} é o tempo total da função e o índice "c" indica valor calculado.



(a) Distribuição da retirada de trechos da resposta, $y(t)$



(b) Desenvolvimento para obtenção da FDA

Figura 1. Processo gráfico para obtenção da FDA

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO E ANÁLISE DA FDA

A equação matricial que representa a forma geral de um sistema mecânico discreto, linear e invariante no tempo de " ℓ " graus de liberdade é [2]:

$$[m]\{q''(t)\} + [c]\{q'(t)\} + [k]\{q(t)\} = \{Q(t)\} \quad (2)$$

onde $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são matrizes simétricas reais ($\ell \times \ell$), chamadas de massa, amortecimento e rigidez, sendo $\{q(t)\}$ e $\{Q(t)\}$ vetores ℓ -dimensionais representando as coordenadas e forças generalizadas.

Considerando-se pequenos amortecimentos e utilizando-se a análise modal para desacoplar as equações representadas por (2), encontra-se um conjunto de " ℓ " equações da forma, [2,9]:

$$\psi_i''(t) + 2\eta_i \omega_i \psi_i'(t) + \omega_i^2 \psi_i(t) = N_i(t) \quad (i=1,2,\dots,\ell) \quad (3)$$

onde $\psi_i(t)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) é a resposta do sistema relativa ao i 'ésimo modo normal, $N_i(t) = \sum_{j=1}^{\ell} b_j^{(i)} Q_j(t)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) a sua força associada, $b_j^{(i)}$ ($i=1,2,\dots,\ell$) o j 'ésimo elemento deste modo e $\eta_i \omega_i$ ($i=1,2,\dots,\ell$) o fator de amortecimento e a frequência associados.

Considerando-se o caso de subamortecimento onde ($0 < \eta_i < 1$) ($i=1,2,\dots,\ell$), sabe-se que (3) tem como resposta geral a expressão, [2,9]:

$$\psi_i(t) = \int_0^t N_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau + h_i(t) \psi_i'(0) + (1 - \omega_i g_i(t)) \psi_i(0) \quad (4)$$

$(t \geq 0) \quad (i=1,2,\dots,\ell)$

onde $h_i(t)$ e $g_i(t)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) são respectivamente a resposta impulsiva e ao degrau do i 'ésimo modo normal do sistema e $\psi_i(0)$ e $\psi_i'(0)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) as condições iniciais de deslocamento e velocidade.

Da expressão (1) vê-se que a FDA é uma estimativa do valor médio estatístico da resposta de um processo aleatório. No caso a j 'ésima resposta do sistema representado por (2), $\{q_j^{(n)}\}$ ($j=1,2,\dots,\ell$) ($n=1,2,\dots,N$), assim a FDA pode ser expressa por:

$$d_{q_j}(t') = E[q_j^{(n)}(t') - A] \quad (5)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (j=1,2,\dots,\ell)$$

Sabendo-se que a resposta da j 'ésima massa do sistema é dada por, [2,9]:

$$q_j(t) = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \psi_i(t) \quad (t \geq 0) \quad (j=1,2,\dots,\ell) \quad (6)$$

substituindo-se (4) e (6) em (5), comutando-se a operação de média e de soma e lembrando que $(\psi_i(0) = A = \psi_i(t_n))$, $(i=1,2,\dots,\ell)(n=1,2,\dots,N)$, tem-se;

$$d_{q_j}(t') = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \left(E \left[\int_0^{t'} N_{in}(\tau) h_i(t'-\tau) d\tau \right] + h_i(t') E[\psi_i^*(t_n)] - \omega_i^2 g_i(t') E[\psi_i(t_n)] \right) \quad (7)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (j=1,2,\dots,\ell)$$

Para um "N" determinado $E[\psi_i^*(t_n)] = \Delta\epsilon$ onde $\lim_{T \rightarrow \infty} \Delta\epsilon = 0$ e $E[\psi_i(t_n)] = \psi_i(0)$, $(i=1,2,\dots,\ell)(n=1,2,\dots,N)$, considerando-se "N" suficientemente grande pode-se supor $E[\psi_i^*(t_n)] \approx 0$. Comutando-se a operação de média e integração no termo forçado de (7), fazendo-se $t = t' - \tau$ e supondo que os "N" trechos retirados formem um processo estacionário, tem-se:

$$d_{q_j}(t') = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \left(E[N_{in}(t')] \int_0^{t'} h_i(t) dt - \omega_i^2 g_i(t') \psi_i(0) \right) \quad (8)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (j=1,2,\dots,\ell)$$

tendo o processo estacionário média nula $E[N_{in}(t')] = 0$, $(n=1,2,\dots,N)(i=1,2,\dots,\ell)$ e (8) pode ser vista como o somatório das respostas ao degrau dos modos normais do sistema.

Substituindo-se a expressão da resposta ao degrau, $g_i(t') = (-\psi_{\ell} \psi_i(0) (t') + \psi_i(0)) / (\psi_i(0) \omega_i^2)$ $(i=1,2,\dots,\ell)$ em (8) onde $\psi_{\ell}, \psi_i(0) (t')$ é a resposta livre ao deslocamento inicial do i 'ésimo modo tem-se:

$$d_{q_j}(t') = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \left(E[N_{in}(t')] \int_0^{t'} h_i(t) dt + \psi_{\ell}, \psi_i(0) (t') - \psi_i(0) \right) \quad (9)$$

$$(n=1,2,\dots,N) \quad (j=1,2,\dots,\ell)$$

sendo o processo ergódico, $E[N_{in}(t')] = \overline{N_i(t)}$, $(n=1,2,\dots,N) (i=1,2,\dots,\ell)$ e

$$\overline{q_j(t)} = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \overline{N_i(t)} \times \int_0^{t'} h_i(t) dt \quad (j=1,2,\dots,\ell),$$

substituindo-se em (9) esta expressão e a da resposta livre ao deslocamento inicial $\psi_{\ell}, \psi_i(0)(t')$, [9], tem-se:

$$d_{q_j}(t') = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \left[\frac{\psi_i(0)}{(1-\eta_i^2)^{1/2}} e^{-\eta_i \omega_i t'} \times \cos(\omega_i^* t' - \phi_i) - \psi_i(0) \right] + \overline{q_j(t)} \quad (10)$$

$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (j=1,2,\dots,\ell)$

onde $\overline{q_j(t)} = \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \overline{\psi_i(t)}$ ($j=1,2,\dots,\ell$) e os ângulos de fase e as frequências das vibrações livre amortecidas dos modos normais são dadas por:

$$\omega_i^* = \omega_i (1 - \eta_i^2)^{1/2}$$

$$\phi_i = \arctg \frac{\left[1 - (1 - \eta_i^2) \frac{1 - \left(\frac{\overline{\psi_i(t)}^2}{\psi_i(0)^2} \right)^{1/2}}{1 - \left(\frac{\overline{\psi_i(t)}^2}{\psi_i(0)^2} \right)^{1/2}} \right]^{1/2}}{(1 - \eta_i^2)^2 \frac{1 - \left(\frac{\overline{\psi_i(t)}^2}{\psi_i(0)^2} \right)^{1/2}}{1 - \left(\frac{\overline{\psi_i(t)}^2}{\psi_i(0)^2} \right)^{1/2}}} \quad (i=1,2,\dots,\ell) \quad (11)$$

Sendo as excitações ruídos brancos gaussianos ergódicos ou coloridos ergódicos de média nula, $\overline{N_i(t)} = 0$ ($i=1,2,\dots,\ell$) e (10) pode ser vista como o somatório das respostas livres ao deslocamentos iniciais dos modos normais, subtraídas destes deslocamentos. Mas mesmo desconhecendo-se a excitação basta anular-se a média temporal da resposta $\overline{q_j(t)} = 0$ ($j=1,2,\dots,\ell$) para obter-se o mesmo resultado.

Em qualquer dos casos anteriores a função está padronizada pois inicia na origem e oscila em torno de $-A = q_j(0)$ ($j=1,2,\dots,\ell$) estando os termos $\int_0^{t'} h_i(t) dt$ cancelados. Se a escolha do nível de seleção fosse $A = 0$, então $\psi_i(0) = 0$ ($i=1,2,\dots,\ell$) e (10) poderia ainda ser vista como o somatório das respostas livres aos deslocamentos iniciais dos modos.

Uma relação entre a FDA e a estrutura pode ser obtida quando considera-se a média temporal da excitação nula, $\overline{N_i(t)} = 0$ ($i=1,2,\dots,\ell$), isto é, estrutura com carregamento de média nula, neste caso $\overline{q_j(t)} = 0$ ($j=1,2,\dots,\ell$) e (10) indica que a FDA oscila em torno de $\sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} (-\psi_i(0))$ terminando com este valor. Em termos

estruturais, isto mostra que a estrutura não está carregada, oscilando então em torno de seu ponto de equilíbrio estático.

Considerando-se um sistema mecânico de um grau de liberdade (10) pode ser reescrita como:

$$d_y(t') = \frac{y(0)}{(1 - \eta_1^2)^{1/2}} e^{-\eta_1 \omega_1^* t'} \cos(\omega_1^* t' - \phi_1) - y(0) + \overline{y(t)} \quad (0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (12)$$

onde $y(t)$ é a resposta do sistema, $y(0)$ a sua condição inicial de deslocamento e $\overline{y(t)}$ a sua média temporal.

Simulou-se pelo método Runge-Kutta um sistema mecânico (massa-mola-amortecedor) de um grau de liberdade excitado por ruído branco de banda estreita (colorido), calculando-se sobre a sua resposta a FDA, programa FORTRAN, [9].

Utilizou-se como frequência máxima de análise $f_{\max} = 500$ Hz, sendo então o intervalo de amostragem no tempo $\Delta t = (1/2 f_{\max}) = 0,001$ seg. A seguir mostra-se um trecho inicial do ruído branco Gaussiano de excitação no tempo.

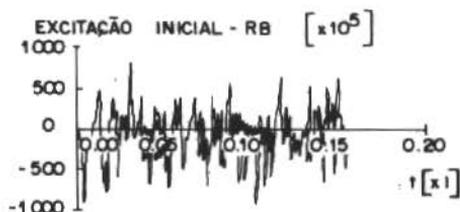


Figura 2. Excitação inicial - ruído branco de banda larga

Antes do sistema ser excitado aplicou-se sobre o ruído branco um filtro passa-baixa tornando-o de banda estreita (ruído colorido). A banda do filtro é suficiente para excitar a frequência natural escolhida para o sistema [9].

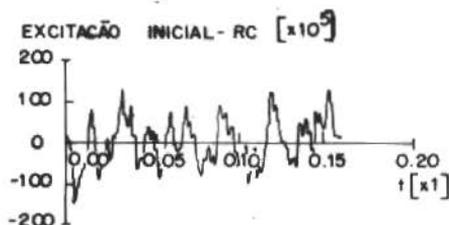


Figura 3. Excitação inicial - ruído branco de banda estreita

As características consideradas para o sistema foram a frequência natural $f = 46,9$ Hz e o fator de amortecimento $\eta = 0,001$, a sua resposta no tempo ao ruído branco de banda estreita é:

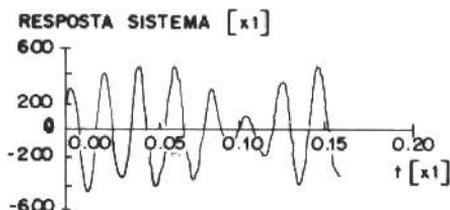


Figura 4. Resposta - ruído branco de banda estreita

Depois de diversos testes simulados os parâmetros escolhidos para a FDA foram: nível de seleção $A = 300$, número de trechos retirados $N = 700$, número de pontos da FDA $n_1 = 64$, assim o tempo total da FDA será $t_{\max}^i = n_1 \cdot \Delta t = 0,064$ seg. Sendo ainda o seu período de oscilação $0,021$ seg., ela terá em torno de 3 períodos, tendo cada período 21 amostras o que é suficiente para o cálculo das características [7,9].

Com os parâmetros dados acima calculou-se a FDA sobre a resposta do sistema ao ruído branco de banda estreita. Sendo $\overline{f(t)}$ a média temporal da excitação para o sistema de um grau de liberdade, $t_{\max} = n \cdot \Delta t$ o tempo total da sua resposta e $n = 8069$ o número de pontos necessários.

No caso da Figura 5, $\overline{f(t)} \neq 0$ e a oscilação da FDA ocorre em torno de $[-A + y(t)]$ onde $\overline{y(t)} = f(t) \times \int_0^t h(t) dt = 1000$.

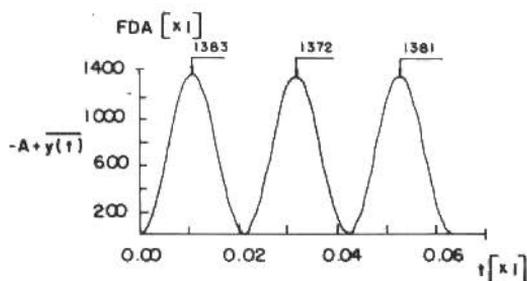


Figura 5. FDA sobre a resposta do sistema ao ruído branco de banda estreita, $A = 300$, $N = 700$, $\overline{f(t)} \neq 0$, $\overline{y(t)} \neq 0$, $t_{\max} = 8,069$ seg

Em uma situação prática onde não é preciso conhecer-se a excitação anula-se a média temporal da resposta do sistema, $\overline{y(t)} = 0$, o que padroniza a FDA fazendo-a oscilar sempre em torno de $(-A)$. Isto é feito no programa com a utilização da subrotina ZMED [9].

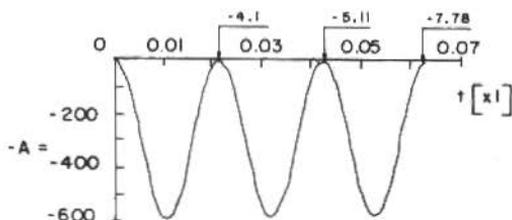


Figura 6. FDA sobre a resposta do sistema ao ruído branco de banda estreita, $A = 300$, $N = 700$, $\overline{f(t)} \neq 0$, $\overline{y(t)} = 0$, $t'_{\max} = 7,766$ seg

Com "A" e "N" escolhidos corretamente a FDA pode ser vista como a resposta livre ao deslocamento inicial do sistema subtraída de "A", Figura 6, o que permite obter-se as características pelo método do decremento logarítmico. Utilizando-se $A = 0$ e mantendo-se "N" a FDA se apresenta deformada impossibilitando o cálculo das características.

A FDA da Figura 7 apresenta uma grande componente de ruído podendo ser minimizada aumentando-se "N" ou "A".

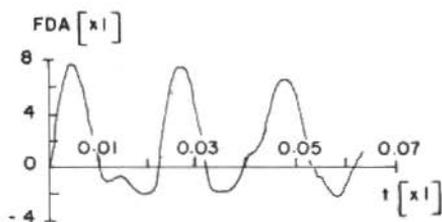


Figura 7. FDA sobre a resposta do sistema ao ruído branco de banda estreita, $A = 0$, $N = 700$, $\overline{f(t)} \neq 0$, $\overline{y(t)} = 0$, $t'_{\max} = 7,306$ seg

A Figura 8 apresenta menor componente de ruído mas nesse caso ocorreu um aumento no processamento, isto é, deve haver um compromisso na escolha de "A" e "N", [9]. Pode-se observar das figuras anteriores que t'_{\max} varia em função dos parâmetros da FDA, po-

dendo também variar com as características do sistema.

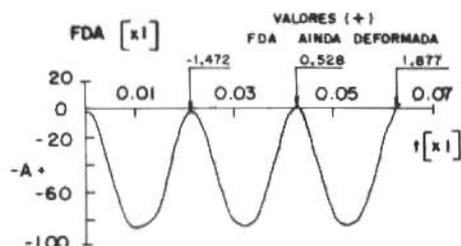


Figura 8. FDA sobre a resposta do sistema ao ruído branco de banda estreita,
 $A = 50$, $N = 995$, $\overline{f(t)} \neq 0$, $\overline{y(t)} = 0$, $t_{\max} = 10,399$ seg

Definindo $d_{y_c}^*(t') = d_{y_c}(t') + A$ e usando as fórmulas do de-
 cremento logarítmico para pequenos amortecimentos:

$$\eta_c = \frac{1}{2\pi r} n \frac{d_{y_1}^*}{d_{y_{1+r}}^*} \quad (r=1,2,3) \quad (13)$$

$$f_c = \frac{r}{\Delta t'} \quad (r=1,2,3) \quad (14)$$

onde $d_{y_1}^* = A = d_{y_c}^*(0)$

$d_{y_{1+r}}^*$ ($r=1,2,3$) é a amplitude dos picos positivos seguintes

r é o número de picos entre as amplitudes tomadas

$\Delta t'$ o intervalo de tempo entre $d_{y_1}^*$ e $d_{y_{1+r}}^*$,

calcula-se o fator de amortecimento e a frequência para cada osci-
 lação da Figura 6, tendo-se a tabela:

Tabela 1. Características do sistema - FDA

r	1	2	3
η_c	0,00219	0,00164	0,00139
f_c	47,6	47,6	47,6

Considerando-se o valor assintótico de η_c ($r=3$), tem-se como
 valores para as características $\eta_c = 0,00139$ e $f_c = 47,6$ Hz.

Para um sistema de vários graus de liberdade a determinação das características deve ser feita pelo método de largura de banda e tendo o sistema frequências naturais muito próximas, pelo método dos mínimos quadrados, [9,10].

DETERMINAÇÃO DOS LIMITES DE CONFIANÇA DA FDA

Sabe-se que devido as condições iniciais, a FDA é uma estimativa do valor médio estatístico de um processo aleatório não estacionário com regularidade estatística, menos o nível de seleção "A". Sendo "A" constante, (5) pode ser reescrita como:

$$d_{q_j}(t') = E[q_j^{(n)}(t')] - A \quad (15)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$$

onde o valor médio do processo é dado por:

$$\mu_{q_j}(t') = E[q_j^{(n)}(t')] = \int_{-\infty}^{\infty} p(q_j^{(n)}(t')) q_j^{(n)}(t') d_{q_j}^{(n)} \quad (16)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$$

sendo $q_j^{(n)}(t')$ e $p(q_j^{(n)}(t'))$ ($j = 1, 2, \dots, \ell$) ($n = 1, 2, \dots, N$) respectivamente a função amostra e a função densidade pela j 'ésima resposta do sistema. Assim tem-se para a variância do processo a expressão:

$$\sigma_{q_j}^2(t') = E[(q_j^{(n)}(t') - A) - d_{q_j}(t')]^2 \quad (17)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$$

substituindo-se (15) e (16) em (17) a variância pode ser expressa por $\sigma_{q_j}^2(t') = E[(q_j^{(n)}(t') - \mu_{q_j}(t'))^2]$, ou ainda como $\sigma_{q_j}^2(t') = E[(q_j^{(n)}(t'))^2] - \mu_{q_j}^2(t')$, ($j = 1, 2, \dots, \ell$) ($n = 1, 2, \dots, N$), assim o desvio padrão do processo é dado por:

$$\sigma_{q_j}(t') = (E[(q_j^{(n)}(t'))^2] - \mu_{q_j}^2(t'))^{1/2} \quad (18)$$

$$(0 \leq t' \leq t'_{\max}) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$$

Sendo "N" a quantidade de funções amostra, $\mu_{q_j}(t'_k)$ ($k = 1, 2, \dots, K$) as "K" médias amostrais estimadas, os "K" desvios padrões da amostra serão estimados por:

$$\sigma_{q_j}(t'_k) = \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (q_j^{(n)}(t'_k))^2 \right) - \mu_{q_j}^2(t'_k) \right]^{1/2} \quad (19)$$

$$(0 \leq t'_k \leq t''_k) \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$$

Para $N \geq 30$, os limites de confiança para estimação da média do processo serão $\mu_{q_j}(t'_k) \pm p \cdot \sigma_{q_j}(t'_k)$ ($j = 1, 2, \dots, \ell$) ($k = 1, 2, \dots, K$). Da mesma forma estes limites para a estimação da FDA serão dados por:

$$d_{q_j}(t'_k) \pm p \cdot \sigma_{q_j}(t'_k) \quad (20)$$

$$(0 \leq t'_k \leq t''_k) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell) \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

onde $d_{q_j}(t'_k)$ ($j = 1, 2, \dots, \ell$) ($k = 1, 2, \dots, K$) são as "K" amplitudes calculadas da FDA referentes a "j"ésima resposta do sistema quando se tem "N" elementos amostrais e "p" um valor positivo constante que depende do nível de confiança desejado. Se ocorrer situações onde $N < 30$ a aproximação é insuficiente devendo-se usar a teoria das pequenas amostras [3]. No caso o algoritmo indicou bons resultados com $N \gg 30$ podendo-se usar (20).

Considerando-se um nível de confiança de 80% e um sistema de um grau de liberdade, (20) pode ser reescrita como:

$$d_y(t'_k) \pm 1,28 \sigma_y(t'_k) \quad (21)$$

$$(0 \leq t'_k \leq t''_k) \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

onde $d_y(t'_k)$ ($k = 1, 2, \dots, K$) são as "K" amplitudes calculadas da FDA para um sistema de um grau de liberdade, sendo os "K" desvios padrões dados pela fórmula:

$$\sigma_y(t'_k) = \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n^2(t'_k) \right) - \mu_y^2(t'_k) \right]^{1/2} \quad (22)$$

$$(0 \leq t'_k \leq t''_k) \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

e $\mu_y^2(t'_k)$ ($k = 1, 2, \dots, K$) os valores médios ao quadrado.

Os limites de confiança da FDA são importantes para verificar se o sistema está ou não em boas condições independentemente da excitação aleatória.

A seguir, mostra-se um trecho inicial de uma nova excitação no tempo do sistema de um grau de liberdade, sendo a frequência máxima de análise e o intervalo de amostragem no tempo os mesmos anteriores.

Da mesma forma anterior, antes do sistema ser excitado, aplicou-se sobre o ruído da Figura 9 um filtro passa-banda, tornando-o de banda estreita.



Figura 9. Nova excitação - ruído branco de banda larga

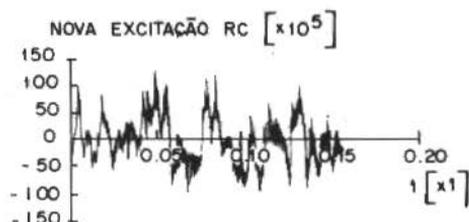


Figura 10. Nova excitação - ruído branco de banda estreita

A região padrão apresentada abaixo é uma representação gráfica da fórmula (21), onde $d_y(t'_k)$ ($k = 1, 2, \dots, K$) é a FDA inicial, Figura 6, considerada agora como valor médio padrão, sendo os desvios padrões calculados por (22) através da subrotina REGIÃO, programa FORTRAN, [9]. Como pode-se observar das Figuras 11 e 12 a região apresenta-se estreita nos extremos da FDA da Figura 6.

Neste caso para o mesmo ponto do sistema e com a nova excitação, calculou-se uma nova FDA mantendo-se as características do

sistema e o nível de seleção da FDA inicial. Observa-se da Figura 11 que a nova FDA não se alterou significativamente em forma e escala, bastando para isso estabelecer-se um novo número de trechos retirados "N".

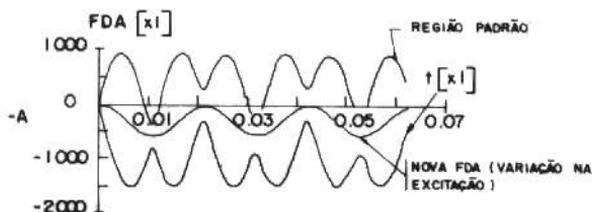


Figura 11. Região padrão, FDA inicial, $N = 700$, $t_{\max} = 7,766$ seg.
Variação na excitação, nova FDA, $N = 800$, $t_{\max} = 9,025$ seg

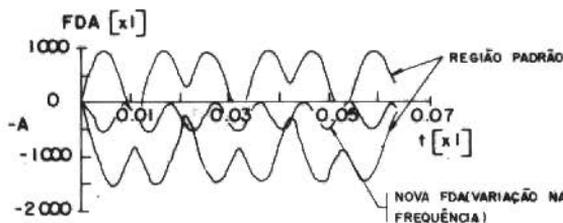


Figura 12. Região padrão, FDA inicial, $N = 700$, $t_{\max} = 7,766$ seg.
Variação na frequência, nova FDA, $N = 500$, $t_{\max} = 25,84$ seg

No caso da Figura 12, manteve-se a excitação inicial do sistema e variou-se a sua frequência natural para $f = 111,41$ Hz. Observa-se neste caso que a FDA tem alguns pontos fora da região padrão. Na prática o nível de confiança dependerá do tipo de estrutura utilizada.

Das Figuras 11 e 12, conclui-se que não ocorrem mudanças significativas na FDA quando a excitação varia, sô se alterando quando as características do sistema mudam. Assim o uso da FDA permite detectar estas alterações independentemente da excitação. Em uma situação prática isto significa que a FDA tem seu maior potencial de aplicação em sistemas que estão em regime permanente de operação.

Para melhor visualização das alterações sofridas pela FDA, a Figura 13 a seguir apresenta a superposição da FDA inicial com a nova FDA quando a excitação varia e quando a frequência varia. Ob-

serva-se que nos dois primeiros casos uma aproximação muito boa ocorre.

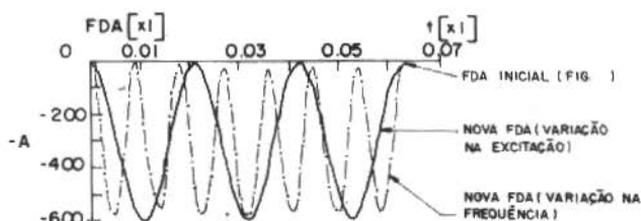


Figura 13. Superposição da FDA inicial com a nova FDA devido a variação na excitação e na frequência

Em medidas de amortecimento de sistemas de um grau de liberdade, a região padrão pode ser usada para especificar um comprimento de registro necessário na obtenção de amortecimentos de determinada precisão. Para sistemas de vários graus de liberdade, a situação apresentada pelas Figuras 11 e 12 não se modificaria porque a FDA não se altera significativamente com a variação na excitação, mesmo quando a amplitude não tem variação linear com o período de oscilação [7,9].

Para o caso apresentado, considerou-se como modificação no sistema uma variação brusca das suas características. Em uma situação real, modificações nas características implicaria em falha na estrutura, acarretando uma série de considerações práticas para sua detecção através da FDA. Algumas das principais seriam que, para a detecção de uma falha específica na estrutura seria necessário uma boa escolha para a banda do filtro aplicado sobre a sua resposta e também uma boa localização para o transdutor [7,8].

Ainda na prática, a FDA teria uma grande utilização no estudo da deterioração, podendo prever possíveis falhas antes da ruptura total da estrutura, o que otimizaria o problema da segurança. Também o fato de poder detectar estas falhas quando a estrutura está operando normalmente traz vantagens econômicas muito grandes [7,8].

MÉTODOS CLÁSSICOS E COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS

Considerou-se para os métodos clássicos o processo ergódico, sendo o número de pontos da resposta do sistema $n = 4096$ e o inter-

valo de amostragem no tempo $\Delta t = 0,001$ seg. As excitações utilizadas foram ruídos brancos de banda larga, pois são neste caso os métodos são representativos do sistema.

A função densidade espectral de potência da resposta da j 'ésima massa do sistema representado por (2), pode ser obtida diretamente de um conjunto de médias do valor absoluto quadrático da transformada de Fourier, dos "N" trechos retirados desta resposta, de tamanho t_{\max} , assim [7,9]:

$$S_{q_j}(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{t_{\max}} \left| Q_{j,t_{\max}}^{(n)}(\omega) \right|^2 \quad (j=1,2,\dots,l) \quad (23)$$

ou sendo o processo ergódico:

$$S_{q_j}(\omega) = \lim_{t_{\max} \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{\max}} \left| Q_{j,t_{\max}}(\omega) \right|^2 \quad (j=1,2,\dots,l) \quad (24)$$

onde $Q_{j,t_{\max}}(\omega) = \sum_{i=1}^l b_j^{(i)} \psi_{i,t_{\max}}(\omega)$ ($j=1,2,\dots,l$) é a transformada de Fourier da resposta da j 'ésima massa do sistema de tamanho t_{\max} .

Assim, a função densidade espectral calculada referente a resposta da j 'ésima massa do sistema é dada por:

$$S_{q_{j,c}}(\omega) = \frac{1}{T} \left| \sum_{i=1}^l b_j^{(i)} \psi_{i,T}(\omega) \right|^2 \quad (j=1,2,\dots,l) \quad (25)$$

onde " $\psi_{i,T}(\omega)$ " ($i=1,2,\dots,l$) é a transformada rápida de Fourier de um trecho de comprimento $T = n \cdot \Delta t = 4,096$ seg da resposta do sistema referente ao i 'ésimo modo normal.

Sendo o sistema de um grau de liberdade a função densidade espectral calculada da sua resposta " $y(t)$ " é dada por:

$$S_Y(\omega) = \frac{1}{T} \left| Y_T(\omega) \right|^2 \quad (26)$$

onde " $Y_T(\omega)$ " é a transformada rápida de Fourier da resposta " $y(t)$ " de comprimento $T = n \cdot \Delta t = 4,096$ seg.

Utilizou-se um programa FORTRAN para simular a expressão (26), sendo a excitação do sistema o ruído branco de banda larga, Figura 2. Um trecho inicial da função densidade espectral em escala monolôgo está apresentado a seguir, Figura 14.

A frequência natural é encontrada diretamente e para o fator de amortecimento, usa-se o método de largura de banda para o ponto de meia potência, sendo $\eta_c = \Delta f_c / 2f_c$ onde Δf_c é a largura de

banda para o ponto de meia potência (-3dB), os valores encontrados para a Figura 14 são $\eta_c = 0,0026$ e $\Delta f_c = 47,9$ Hz.

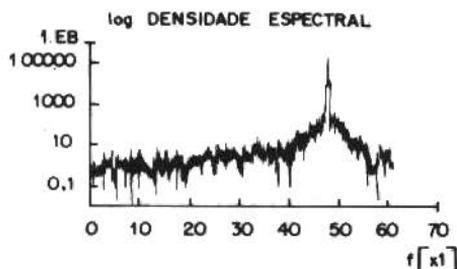


Figura 14. Função densidade espectral da resposta do sistema

A função densidade espectral varia com a excitação aleatória do sistema, o que prejudica o seu uso na determinação das modificações de suas características. Para sistemas de vários graus de liberdade com frequências naturais muito próximas, a determinação das características, principalmente do fator de amortecimento, se torna muito imprecisa.

A função autocorrelação da resposta do sistema, sendo o processo ergódico, é definida como a transformada inversa de Fourier da função densidade espectral desta resposta [5].

Como a resposta do sistema de " ℓ " graus de liberdade é dada pela sua j 'ésima massa pode-se escrever para a função autocorrelação a expressão:

$$R_{q_j}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ S_{q_j}(\omega) \} \quad (j=1,2,\dots,\ell) \quad (27)$$

ou usando (25) em (27) a função autocorrelação calculada é dada por:

$$R_{q_{j,c}}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{T} \left| \sum_{i=1}^{\ell} b_j^{(i)} \psi_{i,T}(\omega) \right|^2 \right\} \quad (j=1,2,\dots,\ell) \quad (28)$$

Sendo as excitações dos modos $N_i(t)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) ruídos brancos, as suas respostas $\psi_i(t)$ ($i=1,2,\dots,\ell$) serão estatisticamente independentes e as correlações cruzadas entre elas se anulam, podendo-se escrever (28) como [4,9]:

$$R_{q_{j,c}}(t) = \sum_{i=1}^{\ell} [b_j^{(i)}]^2 \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{T} \left| \psi_{i,T}(\omega) \right|^2 \right\} \quad (j=1,2,\dots,\ell) \quad (29)$$

onde o segundo termo a direita da igualdade em (29) é a transformada inversa de Fourier da função densidade espectral da resposta do i 'ésimo modo $S_{\Psi_{i,c}}(\omega)$ ($i = 1, 2, \dots, \ell$), isto é, a função autocorrelação $R_{\Psi_{i,c}}(t)$.

Sendo o sistema de um grau de liberdade e utilizando-se (26) em (27), a função autocorrelação calculada da sua resposta "y(t)" é dada por:

$$R_{y_c}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{T} |Y_T(\omega)|^2 \right\} \quad (30)$$

Utilizou-se um programa FORTRAN para simular a expressão (30), sendo a excitação o ruído branco de banda larga, Figura 2. Um trecho inicial da autocorrelação normalizada $R_{y_c}(t)/y^2(t)$ está apresentado abaixo:

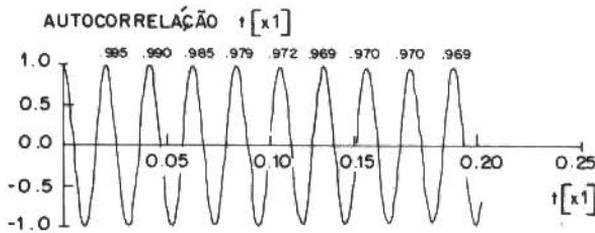


Figura 15. Função autocorrelação normalizada da resposta do sistema

Usando-se as fórmulas do decaimento logarítmico (13) e (14), sendo neste caso $d_{y_1}^* = R_{y_c}(0) = 1$ calcula-se o fator de amortecimento e a frequência para as cinco primeiras oscilações da Figura 15, tendo-se a tabela:

Tabela 2. Características do sistema - Autocorrelação

r	1	2	3	4	5
η_c	0,000800	0,000802	0,000813	0,000866	0,000898
f_c	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6

Considerando-se o valor assintótico de $\eta_c (r=5)$, tem-se como valores para as características $\eta_c = 0,00090$ e $f_c = 47,6$ Hz. Foram utilizadas para o cálculo somente as cinco primeiras oscilações porque a partir da quinta o amortecimento apresenta-se distorcido.

Para sistemas de um grau de liberdade excitados por ruído branco, a função autocorrelação tem escala diferente mas forma igual a FDA, existindo pequena diferença no fim do registro. Esta diferença se acentua se o sistema tem mais graus de liberdade diminuindo em ambos os casos se o registro for aumentado. Uma comparação entre a Figura 15 e a FDA normalizada $(dy_c(t') + A) / A$, está apresentada a seguir, Figura 16.

Sendo a excitação um ruído branco de banda estreita, a correlação cruzada entre os modos de (27) se fariam sentir e a autocorrelação não seria representativa do sistema.

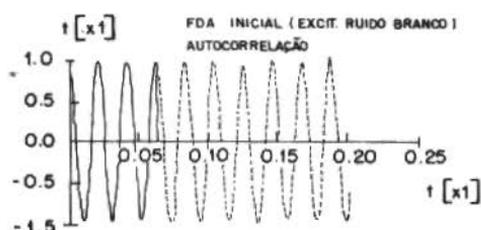


Figura 16. Comparação entre a FDA (64 pontos) e um trecho inicial da autocorrelação (4096 pontos)

Para sistemas de vários graus de liberdade o método para separar os modos aplicados na autocorrelação é mais difícil que o dos mínimos quadrados [11].

A autocorrelação é útil para determinar modificações nas características do sistema, mas depende da intensidade das amplitudes da excitação. Assim uma mudança nestas intensidades causaria alterações na autocorrelação e erros na determinação das características ocorreriam [7,9].

A função correlação cruzada entre a excitação e a resposta do sistema, sendo o processo ergódico, é definida como a transformada inversa de Fourier da sua função transferência multiplicada pela função densidade espectral da sua excitação [5].

Como considera-se que a excitação do sistema de " ℓ " graus de liberdade é " $N_i(t)$ " ($i = 1, 2, \dots, \ell$) e a sua resposta " $q_j(t)$ " ($j = 1, 2, \dots, \ell$) pode-se escrever para correlação cruzada a expressão [6].

$$R_{N_i q_j}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^{\ell} H_k(\omega) S_{N_i N_k}(\omega) \right\} \quad (31)$$

$(i = 1, 2, \dots, \ell) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$

Como as excitações dos modos $N_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, \ell$) são ruídos brancos e não tem correlação entre si, (31) pode ser escrita como:

$$R_{N_i q_j}(t) = R_{N_i \psi_i}(t) = -1 \left\{ H_i(\omega) S_{N_i}(\omega) \right\} \quad (32)$$

$(i = 1, 2, \dots, \ell) \quad (j = 1, 2, \dots, \ell)$

onde $R_{N_i \psi_i}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, \ell$) é a correlação cruzada entre a excitação e a resposta do i 'ésimo modo.

Sendo o sistema de um grau de liberdade a correlação cruzada entre a excitação do sistema " $f(t)$ " e a sua resposta " $y(t)$ " é dada por:

$$R_{fy,c}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ H(\omega) \frac{|F_T(\omega)|^2}{T} \right\} \quad (33)$$

onde " $F_T(\omega)$ " é a transformada rápida de Fourier da excitação " $f(t)$ " de comprimento $T = n \cdot \Delta t = 4,096$ seg.

Utilizou-se um programa FORTRAN para simular a expressão (33), sendo a excitação o ruído branco de banda larga, Figura 2. Um trecho inicial da função correlação cruzada está apresentado a seguir:

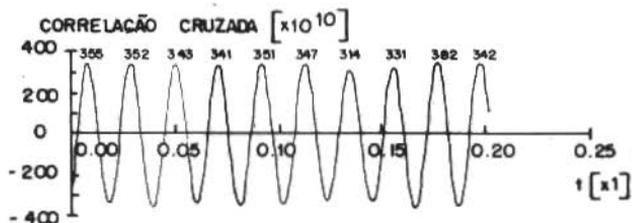


Figura 17. Função correlação cruzada da resposta do sistema

Usando-se as fórmulas de decremento logarítmico (13) e (14), sendo neste caso $d_{y_1}^* = R_{fy_c}(0,008)$ calcula-se o fator de amortecimento e a frequência para as cinco primeiras oscilações da Figura 17, tendo-se a tabela:

Tabela 3. Características do sistema
Correlação cruzada

r	1	2	3	4	5
η_c	0,00108	0,00262	0,00214	0,00043	0,00073
f_c	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6

Como os valores de η_c não são assintóticos, considerou-se o valor médio das 5 primeiras oscilações, assim tem-se $\eta_c = 0,00139$ e $f_c = 47,6$ Hz.

Para sistemas de vários graus de liberdade, excitado por ruído branco de banda larga, a função correlação cruzada será proporcional a soma das resposta impulsivas, podendo-se usar o métodos dos mínimos quadrados para separar os modos [9,10]. Mas se a excitação tiver uma banda estreita de frequências ela não será representativa do sistema.

A correlação cruzada, como a autocorrelação, é útil para de terminar modificações nas características do sistema, mas também varia com mudanças nas intensidades das amplitudes da excitação, o que pode produzir erros na determinação destas características.

O problema principal ao aplicar-se a correlação cruzada na identificação é o fato de precisar-se conhecer a excitação do sistema, significando que em situações práticas ela não pode ser usada para identificar sistemas que estão em regime permanente de operação.

A comparação entre os resultados pode ser feita analisando-se a tabela a seguir.

A Tabela 4 confirma o resultado para a frequência. Para o fator de amortecimento observa-se que o erro percentual encontrado na FDA é comparável ao erro da autocorrelação e da correlação cruzada, apresentando-se todos, bastante consistentes.

Para densidade espectral o fator de amortecimento apresenta-se inconsistente, devendo-se isso ao baixo número de amostras uti-

lizadas (4096). Em um sistema montado em laboratório utilizou-se um analisador de Fourier HP5451c e calculou-se a média de 50 funções densidade espectral de 4096 amostras, o que melhorou bastante o resultado [12].

Tabela 4. Características do sistema - comparação entre os resultados

SISTEMA		FDA		DENSIDADE ESPECTRAL		AUTOCORRELAÇÃO		CORRELAÇÃO CRUZADA	
n	f _c	η _c	f _c	η _c	f _c	η _c	f _c	η _c	f _c
0,001	46,9	0,00139	47,6	0,00260	47,9	0,00090	47,6	0,00139	47,6

CONCLUSÃO

O desenvolvimento teórico demonstrou que a FDA é a resposta livre ao deslocamento de um sistema mecânico excitado aleatoriamente. O que em resumo ocorre, é que ao ser utilizada uma forma sistemática, considerando-se condições iniciais, de retirar o sinal que compõe o processo aleatório, a resposta à velocidade inicial é eliminada. Sendo também anulada a resposta forçada ao zerar-se a média temporal da resposta do sistema, restando então a resposta livre ao deslocamento inicial.

Através da FDA calculou-se as características de um sistema mecânico simulado de um grau de liberdade, verificando-se os resultados pelos métodos clássicos. A FDA mostrou-se muito útil porque além de completar estes métodos na identificação, permitiu através de uma região padrão, verificar possíveis alterações do sistema independentemente da variação na excitação. Assim, na prática a FDA pode ser aplicada com êxito em sistemas que estão em regime permanente de operação.

Porém, um dos principais interesses da FDA na identificação, seriam em sistemas de vários graus de liberdade apresentando modos que ocorrem próximos da mesma frequência natural, pois o uso do método dos mínimos quadrados permite a separação e identificação destes modos. Além do que, a análise da FDA sendo feita no domínio do tempo minimiza o processamento.

SUGESTÕES

Uma sugestão interessante seria a análise estatística da FDA com objetivo de otimizar seus parâmetros, o que poderia ser feito também através de um processo iterativo, reduzindo assim o tempo de processamento.

Este trabalho foi desenvolvido considerando-se o sistema linear, em uma situação mais geral poderia-se considerar aplicações da FDA em sistemas não lineares. Para aplicações em situações práticas de forma "on-line", seria também interessante o desenvolvimento de um programa em microprocessador para o cálculo da FDA.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Samir Nagi Yousri Gerges, ao Centro de Processamento de Dados da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a Companhia Riograndense de Telecomunicações e ao colega Jomar Gozzi.

REFERÊNCIAS

- [1] B. Darras — Identification de systemes vibrants par la methode du decrement aleatoire. Revue Française de Mécanique, no.58-59, 1976, pp.21-27.
- [2] L. Meirovitch — Elements of vibration analysis. Ed. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 1975, pp.180-186.
- [3] M.R. Spiegel — Schaum's outline of theory and problems of statistics. Ed. Schaum Publishing Company, New York, 1961, pp.156-166.
- [4] W.T. Thomson — Theory of vibration with applications. Ed. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1973, pp.314-337.
- [5] B.P. Lathi — An introduction to random signals and communication theory. Ed. International Textbook Company, Pennsylvania, 1968, pp.180-203.
- [6] J.S. Bendat and A.G. Piersol — Random data analysis and measurement procedures. Ed. Wiley-Interscience, New York, 1971, pp.147-153.
- [7] H.A. Cole Jr. — "On-line failure detection and damping measurements aerospace structures by random decrement signature. NASA CR-2205, Março, 1973, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC.
- [8] H.A. Cole Jr. and R.E. Reed Jr. — A method for detecting structural deterioration in bridges. NEAR TR 71, Julho, 1974, National Aeronautics and Space Administration, Washington DC.
- [9] J.M. Treiguer — Desenvolvimento teórico e investigação experimental da função decremento aleatório. Tese M. Eng., Março, 1981, Universidade Federal de Santa Catarina, SC.
- [10] P.R. Wilcox and W.L. Crawford — A least square method for the reduction of

free-oscillation data. NASA TND - 4503, Junho, 1968, National Aeronautics and Space Administration, Washington DC.

- [11] W.V. Bhat and J.F. Wiley — An evaluation of random data analysis methods for determination of panel damping. NASA CR - 114423, Março, 1972, National Aeronautics and Space Administration, Washington DC.
- [12] J.M. Treiguer e S.N.Y. Gerges — Estudo experimental sobre identificação de sistemas mecânicos através do uso da função de decaimento aleatório. Anais do IV Congresso Brasileiro de Automática - SBA, Campinas, SP. v.1, pp.94-100, 1982.

TRINCAS PRODUZIDAS POR VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES EM PÁS DIRETRIZES DE TURBINAS FRANCIS

Marcio Tadeu de Almeida

Prof. Titular da Escola Federal de Engenharia de Itajubá

Luiz Fernando Ferreira Ribas

Eng^o Mecânico da Companhia Hidrelétrica
do São-Francisco — CHESF

SUMÁRIO

O presente trabalho apresenta alguns aspectos hidrodinâmicos e estruturais sobre o fenômeno vibratório em turbinas Francis, juntamente com algumas providências que podem ser tomadas para evitar trincas por fadiga nos pré-distribuidores dessas turbinas. São citadas as experiências de Grein [1] na Europa e também do CEPEL [25] e CHESF no Brasil, relacionadas com reparos e modificações que poderão ser realizadas quando da ocorrência dessas trincas. No final do trabalho, apresentam-se casos de ocorrências de trincas em pré-distribuidores de várias Usinas Hidrelétricas do Brasil

NOMENCLATURA

- f_A - frequência de excitação
- f_E - frequência natural
- t - tempo
- S - número de Strouhal
- U - velocidade de fluxo
- U_{sv} - velocidade de fluxo no bordo de fuga da pá estacionária
- D - dimensão transversal do bordo de fuga da pá
- d_A - espessura média da pá
- P - potência de saída da pá
- $\bar{\epsilon}$ - amplitude de deformação
- a - largura da pá

- E - módulo de Young
 ρ - densidade do material
 ν - módulo de Poisson
 σ_M - tensão média
 σ_A - amplitude de tensão alternada
 σ_y - tensão admissível

INTRODUÇÃO

O tamanho físico das máquinas aumenta com o crescimento da potência unitária, levando o projeto estrutural a estruturas relativamente grandes, porém, mais flexíveis. Isto aumenta o risco de vibrações induzidas por fluxo, visto que a frequência natural da estrutura geralmente decresce com o aumento de peso e pode coincidir com a frequência perturbadora, especialmente com aquelas provocadas por vórtices de Von Kármán. A proximidade dos valores das frequências de excitação e natural pode resultar em grandes amplitudes de vibrações e deformações, que resultariam em falhas por fadiga dessa estrutura. Este fenômeno é encontrado particularmente nos pré-distribuidores de grandes turbinas Francis, e tem causado situações bastante críticas [1]. Os engenheiros de manutenção de Usinas Hidrelétricas no Brasil tem sido surpreendidos com uma "epidemia" de pré-distribuidores trincados.

No Brasil, um dos primeiros casos dessas trincas foi observado na Usina de Xavantes. De 1975 a 1979 apareceram os mesmos problemas em Ilha Solteira, Marimondo, São Simão, Água Vermelha etc. Temos notícias também de problemas semelhantes nas turbinas russas em Capivara, Sobradinho, e nas italianas em Funil Paraíba [2].

ASPECTOS HIDRODINÂMICOS

O fluxo em volta de um obstáculo pode levar a uma formação de um tipo de vórtice estável a sotavento desse obstáculo. O fenômeno é auto-excitado [3], e, geralmente sem consequências drásticas, a não ser aquela provocada pelo fenômeno da ressonância. Quando isso ocorre podem aparecer as fissuras provenientes da fadiga.

A frequência f_v desse vórtice depende da velocidade de fluxo U , da dimensão transversal D do bordo de fuga da palheta e de um fator adimensional S , denominado número de STROUHAL [4]

$$f_v = \frac{S \cdot U}{D} \quad (1)$$

Segundo os pesquisadores [5 a 16] de vibrações induzidas por fluxo em placas planas, podemos afirmar que:

- O número de Strouhal é uma função do número de Reynolds, mas permanece aproximadamente constante para $Re \leq 10^5$, veja Figura 1 [17].

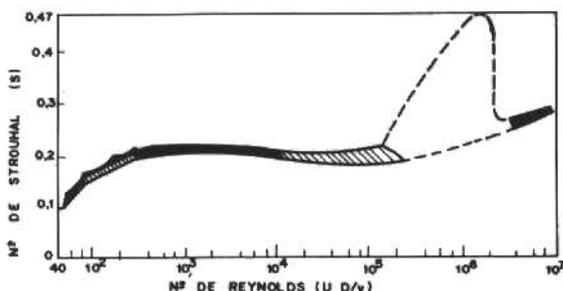


Figura 1. Número de Strouhal x número de Reynolds [17]

- O número de Strouhal é influenciado pelo comportamento vibracional da pã, e apresenta repentino aumento quando a ressonância é alcançada. Quando a velocidade do fluxo é aumentada ou diminuída tal que a frequência de circulação aproxima-se da frequência natural da estrutura, o vórtice circulante subitamente sincroniza-se na frequência da estrutura.

A sincronização das oscilações ressonantes perto da esteira fornece energia à estrutura, tanto que grandes amplitudes de vibrações podem ser produzidas. As vibrações torcionais de uma placa podem ser vistas na Figura 2 [18], e as vibrações de translação de um cilindro são mostradas na Figura 3 [18], para dois níveis de amortecimento. Um grande pico de resposta indica a sincronização dos vórtices circulantes.

- A espessura da camada limite deve ser considerada como parte da dimensão transversal da pã.
- A geometria do bordo de fuga tem uma grande influência sobre os esforços dinâmicos atuantes na pã e induz vibrações nela [19].

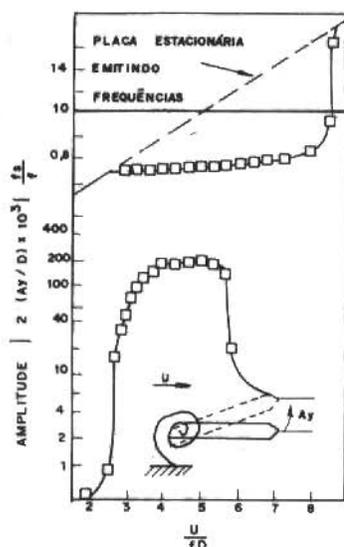


Figura 2. Vibrações induzidas por vórtices de uma placa [17]

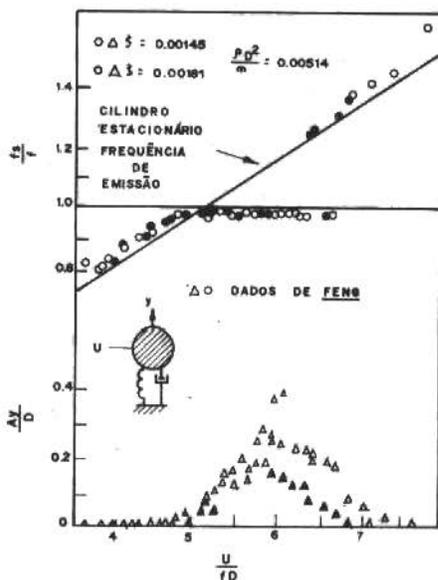


Figura 3. Ressonância de um cilindro circular rígido com vórtices circulantes [18]

- A Figura 4 [20,21] mostra a variação do número de Strouhal x Reynolds para várias geometrias de obstáculos.

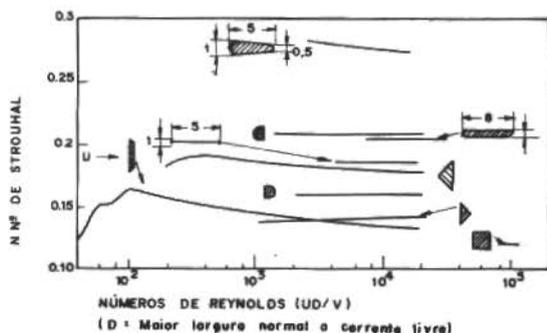


Figura 4. Números de Strouhal para seções não circulares

Considerando agora as pás estacionárias de um pré-distribuidor de turbina é óbvio que uma cauda de vórtice ocorrerá atrás de cada pá, induzindo forças periódicas transversais. A amplitude do vórtice será influenciada pela velocidade do fluxo U_S , a qual depende da potência da turbina, pela geometria do bordo de fuga e pelo número de Strouhal S ($0,18 < S < 0,24$). Em oposição a linha de corrente livre, para a qual o número de Strouhal S é referido, a velocidade do fluxo U_{Sv} deve ser levada em conta para a grade radial.

Os vórtices de Kármán atrás de cada pá, leva a uma vibração auto-excitada [22], e, particularmente, a uma excitação dinâmica do fluido com uma frequência perturbadora longe da frequência natural da pá. Na ressonância, ocorre uma excitação elástica do fluido quando a vibração da pá alcança grandes amplitudes e o fluxo oscilante é acoplado à estrutura, ou seja, fluxo e estrutura passam a oscilar conjuntamente.

Isto é mostrado na Figura 5 [1], onde as coincidências de frequências de excitações com as frequências naturais dos primeiro e segundo modos são representados. Em consequência, as amplitudes correspondentes às deformações em pontos do pré-distribuidor são mostrados esquematicamente na Figura 6 [1].

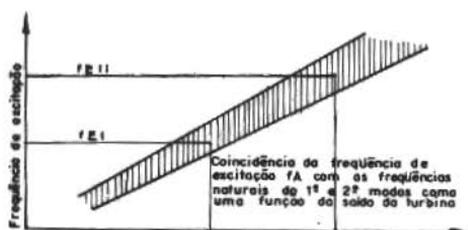


Figura 5. Vibrações nas pás estacionárias

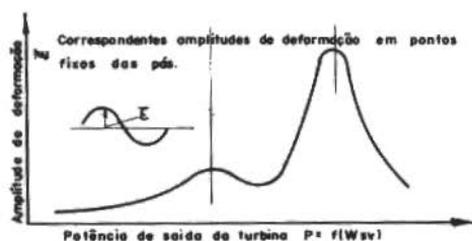


Figura 6. Vibrações nas pás estacionárias

A Figura 7, apresenta o primeiro e o segundo modos de vibrar de uma pá estacionária do pré-distribuidor. O modo 1 corresponde a uma vibração flexional e o modo 2 corresponde a uma vibração torcional da referida pá. As frequências naturais das pás estacionárias podem ser calculadas, com suficiente precisão, usando o modelo de uma placa retangular. M.VET [23], publicou várias curvas para determinar o parâmetro α da fórmula:

$$f_e = \alpha \cdot \frac{d_A}{a^2} \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (2)$$

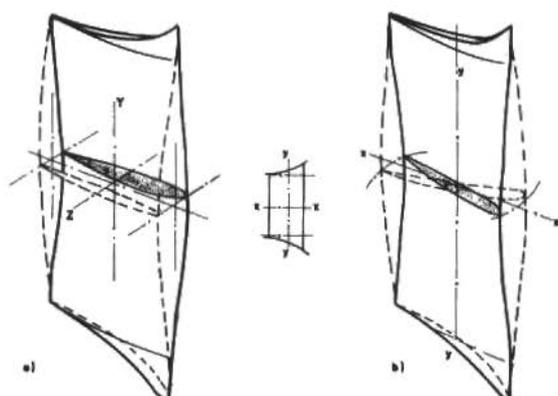


Figura 7. Primeiro (a) e segundo (b) modos de vibração da pã estacionária

Esta fórmula é usada para calcular a frequência natural de placas finas engastadas, engastada em uma extremidade e em balanço na outra, e simplesmente apoiada. A influência da massa fluida deve ser levada em consideração, pois a massa hidrodinâmica reduz a frequência natural em torno de 30%, dependendo do modo de vibrar [11].

Para termos idéia dessas frequências, observemos o quadro da Tabela 1 [2].

Tabela 1

USINA	FREQUÊNCIA NATURAL DA PÃ NO AR Hz	FREQUÊNCIA NATURAL DA PÃ NA ÁGUA Hz	FREQUÊNCIA DE EXCI TAÇÃO PREDOMINANTE Hz
Ilha Solteira	99	69	39
Marimbondo	119	83	48
Paulo Afonso III	179	125	63
Itajubá	292	204	61
Água Vermelha	92	64	39
São Simão	107	75	36
Itaipu	161	112	32
Tucuruí	101	79	30,5

A incerteza no cálculo exato das frequências de excitação e natural é insignificante, visto que o ponto de interseção de ambas as funções somente terá influência naquela potência da turbina na qual a ressonância ocorrerá.

ASPECTOS MECÂNICOS

A ruptura por fadiga em uma estrutura inicia-se próxima aos locais submetidas às máximas tensões dinâmicas.

O processo inicial de fadiga é o aparecimento de trincas, quase invariavelmente em uma superfície livre, seguido por um lento crescimento até que a seção remanescente não possa suportar a carga e ocorra então uma separação catastrófica. O processo de ruptura envolve deformação plástica por fadiga de alto ciclo, e a quantidade de deformação plástica necessária para a fratura não precisa ser grande; e em muitos materiais as falhas podem ocorrer bem a baixo da tensão de escoamento nominal do material. Heterogeneidades na estrutura da viga permitem que ocorra deformação plástica em áreas com enfraquecimento local. Essas áreas contribuem assim para um decréscimo na resistência à fadiga, embora elas não afetem a resistência elástica de maneira significativa. O processo da fadiga em um metal dúctil inicia-se por uma trinca, o crescimento dessa trinca culmina-se quando ela atinge um tamanho crítico.

Nos pré-distribuidores, estes locais são os bordos de fuga das pás onde estas são mais finas por razões hidrodinâmicas.

A ruptura principia-se, na maioria das vezes, nesses pontos.

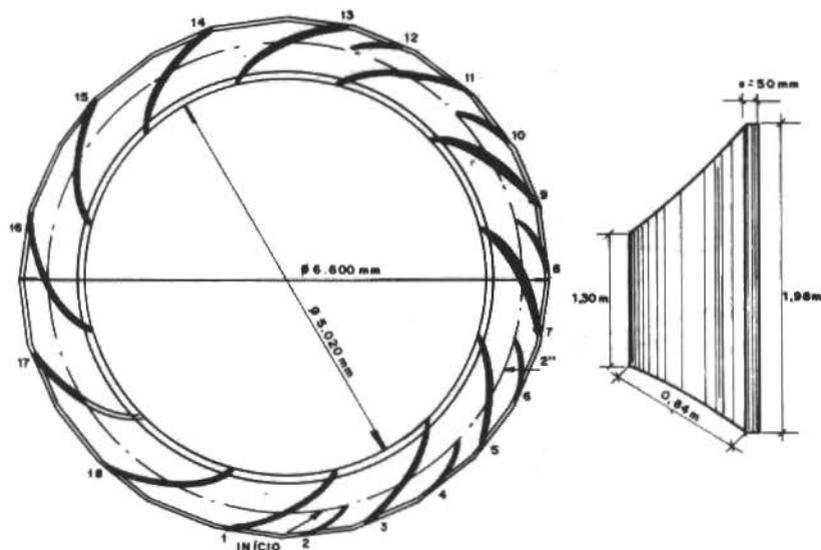
Um caso que pode ser citado é o da Usina de Funil que está localizada no Rio Paraíba, próxima à cidade de Rezende. Esta Usina possui três máquinas de 72 MW, tipo Francis [24].

Cada pré-distribuidor possui 18 palhetas, sendo 12 grandes e 6 pequenas, conforme mostrado nas Figuras 8 e 9 a seguir.

Nessa Usina, na inspeção realizada em Setembro de 1976, em todas as 3 máquinas foram encontradas trincas, localizadas na região de fixação das palhetas aos anéis, sendo que algumas delas eram bem antigas, conforme foi observado pelo aspecto da região selecionada.

Na máquina 1 havia trincas em todas as 6 palhetas pequenas; na máquina 2, em 4 palhetas pequenas; na máquina 3, em 4 pequenas e em uma grande. De um modo geral elas ultrapassam 60% da seção, sendo que algumas quase cisalharam totalmente a palheta. Em alguns

casos ocorreram trincas simultaneamente na parte superior e inferior, conforme pode ser visto na Figura 10.



Figuras 8 e 9. Corte mostrando as palhetas do pré-distribuidor e vista da palheta pequena. A palheta grande é semelhante, tendo o comprimento de 1,60m

As pás, uma vez trincadas alteram suas condições de vibrações. A formação e propagação das trincas são influenciadas por vários parâmetros, entre os quais, os mais importantes são:

- Distribuição de cargas e amplitudes de tensões, isto é, o espectro de cargas dinâmicas. As frequências correspondentes aos picos de cargas são geralmente as mais prejudiciais.
- As amplitudes de tensões nas condições de ressonância correspondem aos piores casos.

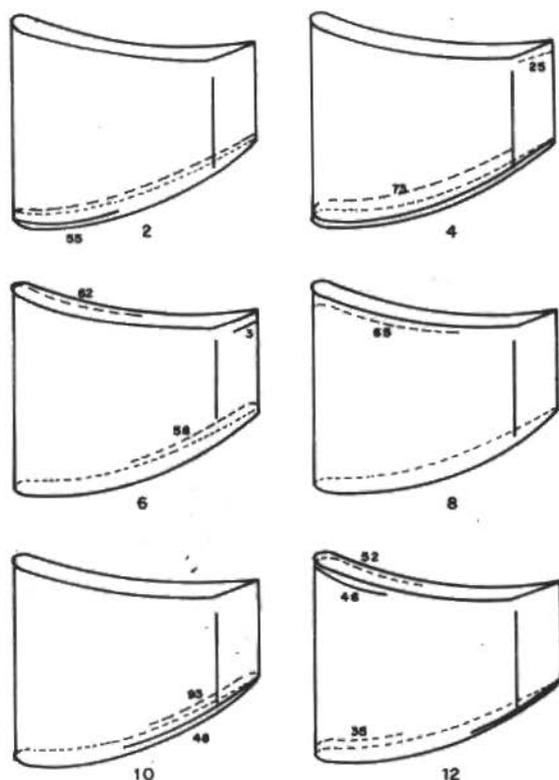


Figura 10. Máquina 1 - Trincas encontradas na primeira inspeção

- **Propriedades de amortecimento dinâmico.** Os pré-distribuidores de grandes turbinas Francis projetados levando-se em consideração apenas as tensões estáticas e os aspectos hidrodinâmicos, não oferecem um bom índice de amortecimento estrutural dinâmico.
- **Distribuição de tensões médias na seção da pá.** É sabido que o aumento das tensões médias reduz as tensões alternas permissíveis. O nível de tensão média considerada deve incluir não apenas as tensões devidas as pressões internas na caixa espiral, mas também as tensões residuais devido a soldagem.
- **Efeitos de concentração de tensões.** Deve-se evitar fatores de concentração elevados, utilizando raios de adoçamentos, sempre que possível.
- **Meio ambiente corrosivo.** A fadiga do aço é considerável.

mente agravada pela corrosão. Uma proteção permanente e perfeita contra a corrosão do pré-distribuidor é fundamental.

- **Modo de vibrar.** Os locais de máximas tensões alternadas em uma estrutura vibrando, (biengastada), são as linhas nodais. Duas delas sempre se localizam nas junções das pás com os dois anéis estacionários (superior e inferior).
- **Comportamento relativo à fadiga do material.** Veja Figura 11. Sabe-se que os aços de melhor resistência à tração também possuem melhor limite de resistência à fadiga flexional. Várias pesquisas, tem mostrado que a superposição de influências residuais, tais como corrosão durante os testes de fadiga, reduzem as propriedades de aços de alta tensão com relação aqueles de baixa tensão.
- **Rigidez da estrutura.** É evidente que pré-distribuidores rígidos com frequências naturais relativamente altas, estão muito menos sujeitos as trincas que aqueles menos rígidos, com frequências naturais relativamente baixa. Isto, naturalmente, é também válido para pás sob condições de vibrações forçadas.

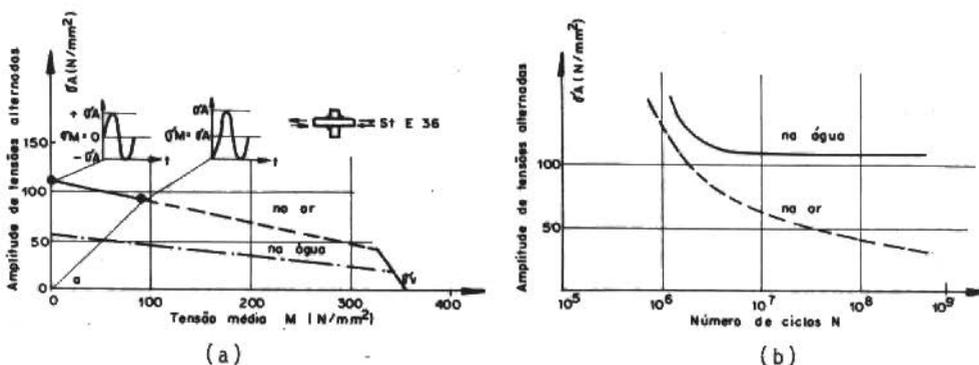


Figura 11. (a) Diagrama de Goodman p/placa plana de St.E36 com filete soldado transversal enriquecedor baseado em uma probabilidade de falha de 50%

(b) Curva esquemática de vida à fadiga, influenciada por água, baseada sobre testes de fadiga com GS-40.6

CASO HISTÓRICO

As palhetas do pré-distribuidor da USINA DE FUNIL foram confeccionadas em aço carbono ASTM A 283-GC e soldadas com eletrodo classe AWS - 7018. Quando apareceram as trincas nesses pré-distribuidores foram tomadas as seguintes providências:

Procedeu-se a recuperação das trincas por solda. Devido ao fato dos extremos das palhetas estarem engastados em pontos rígidos, foi tomado especial cuidado para evitar tensões residuais em consequência da soldagem, sendo o serviço executado em função de um roteiro pré-fixado [24]. Quando as trincas ultrapassaram em 70% da seção das palhetas, estas eram totalmente seccionadas e, em qualquer caso, as soldas eram executadas por parte e em filetes.

Apesar do cuidado na execução dos reparos, com o objetivo de evitar problemas físicos e metalúrgicos, diversas palhetas voltaram a trincar. Desse modo, deixou-se de lado a hipótese de que as trincas eram decorrentes de falhas nas soldas de fabricação e passou-se a pesquisar duas outras possíveis causas, ou sejam, propriedades do material utilizado na confecção das palhetas e elevada amplitude de vibração, causadas por ressonância. A realização dos ensaios necessários, foram executados pelo CEPEL-Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - Eletrobrás [25]. Este Órgão de Pesquisa constatou que a excitação pelos vórtices de Von Kármán era a causa das trincas.

PROVIDÊNCIAS CONTRA TRINCAS POR FADIGAS

- **Medidas de restauração para pás com falhas.** Uma vez desenhada a trinca, é óbvio que ela deve ser soldada da melhor maneira possível. Entretanto, é necessário prevenir a formação de novas trincas. Isto deve ser obtido pela mudança da frequência e/ou intensidade das forças de excitação, ou ainda por alteração das frequências naturais e/ou amortecimento. Fabricantes de máquinas hidráulicas tem aplicado quatro métodos diferentes de restauração.

- **Modificação dos bordos de fuga das pás** alteram a formação de vórtices. De acordo com Y.N. CHEN, P. BEURER [12] e outros autores, a aplicação de um bordo de fuga de DONALSON [7], reduz as vibrações de uma maneira bastante efetiva. O simples chanframento das bordas é também muito usual, veja Figura 12. Esta modificação não é cara e também não tem influência significativa sobre o rendimento total da turbina.

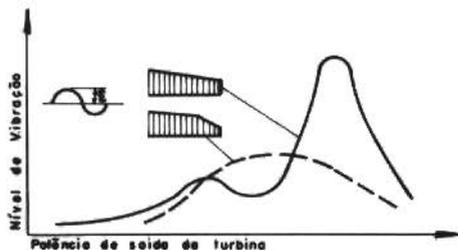


Figura 12. Redução da amplitude de deformação pelo chanframento do bordo de fuga das pás de pré-distribuidores (medidas em protótipos)

- Como pode-se deduzir da equação (2), a frequência natural de uma pá estacionária, é alterada por um fator igual a 4, cortando-se longitudinalmente a pá, ou seja, dividindo-a em duas partes. Isto pode ser feito facilmente e não influencia muito o rendimento de máquina, com a condição das aberturas serem bem pequenas. Não há melhoria no amortecimento, mas este método pode alterar a frequência natural de maneira que a ressonância seja evitada, ou seja, a faixa de sintonia é mudada.

- Substituições das pás danificadas por outras mais rígidas, feitas possivelmente para deslocar sua frequência natural de modo a prevenir ressonância. Este método é uma "idéia genial", mas também é a solução mais onerosa. As tampas superiores e inferiores da turbina, podem comprimir as pás devido a contração da solda, mesmo se os anéis estacionários concretos forem cuidadosamente calafetados a parte durante a soldagem. O calor proporciona consideráveis tensões térmicas que podem ser desenvolvidas, somente em uma certa extensão, por calor localizado. Consequentemente, tensões residuais são geralmente observadas.

- Por último, há a possibilidade de dividir os canais entre as pás em dois, pela instalação de placas amortecedoras no plano médio da espiral, Figura 13. As frequências naturais das pás são fortemente desintonizadas, e o amortecimento de toda estrutura, é consideravelmente aumentado. Quando uma pá vibra no modo torcional mais perigoso, os pontos de máximos movimentos são os pontos centrais de ambos, ou seja, os bordos de entrada e de fuga das pás, veja Figura 7. Esses pontos devem ser apertados contra pontos de mobilidade relativa nas linhas nodais nos centros das pás vizinhas.

A subsequente instalação de placas amortecedoras é muito menos onerosa que a solução usando pás rígidas, porém do mesmo modo, eficiente. O calor imposto durante a soldagem, não é muito importante, e a contração pode ocorrer somente no plano médio menos sensível. O recebimento de calor e as subseqüentes contrações podem assim serem reduzidas pela soldagem somente na metade (ou até menos) na largura das placas de amortecimento. A influência sobre a eficiência da turbina é duramente perceptível.

- 1- Placa de amortecimento
- 2- Estrutura suporte
- 3- Pá estacionária
- 4- Superfície espiral

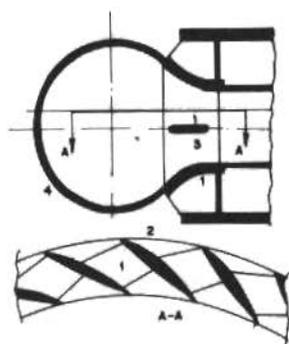


Figura 13(a). Anéis estacionários equipados com placas de amortecimentos e elevação lateral

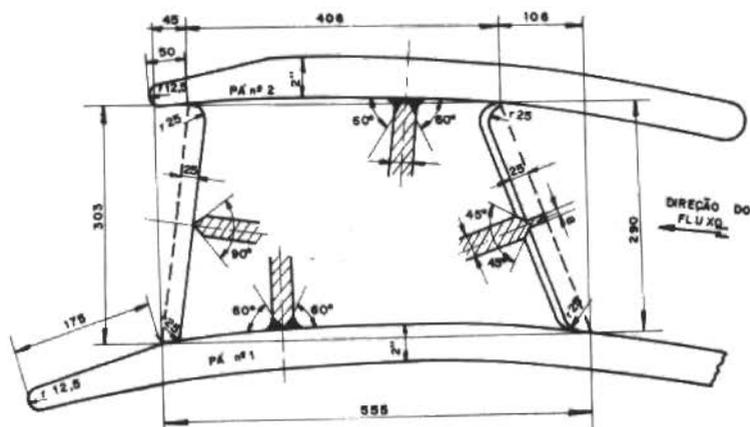


Figura 13(b). Chapa de reforço soldada entre duas palhetas. Modificação na Usina de Funil.

CASO HISTÓRICO

Na Usina de FUNIL-FURNAS, após identificada a causa das trincas, quatro soluções passaram a ser consideradas:

- Limitação da faixa operativa das máquinas que, embora não solucionasse o problema integralmente, permitiria de imediato contornar a causa e manter as máquinas em serviço.
- Interligação das palhetas pequenas às grandes por uma placa de aço para reforçar a estrutura.
- Modificação do bordo de saída das palhetas, para alterar a influência da frequência de excitação e reduzir a amplitude de vibração.
- Substituição das palhetas por outras, possivelmente com as mesmas características, porém mais longas.

A primeira solução foi adotada de imediato, dando tempo para estudo das duas seguintes. Quanto à substituição das palhetas, por se tratar de solução mais difícil e onerosa, ela foi abandonada.

Os valores obtidos após a modificação do bordo de saída da palheta e colocação da placa de reforço, Figuras 14 e 15, mostraram que as grandes amplitudes de vibrações existentes onde ocorria ressonância foram reduzidas a valores equivalentes aos encontrados nas demais condições de carga.

Constatou-se, por outro lado, após mais de 4.800 horas de operação fora da faixa crítica, que as palhetas não apresentaram mais trincas, pelo que foi decidido adotar como solução a modificação do bordo de saída da palheta, conforme a Figura 16.

A limitação da faixa operativa, como solução transitória, permitiu manter a Usina em operação; a modificação do bordo de saída da palheta, agora adotada, deve evitar a ocorrência de novas trincas. No caso de insucesso ter-se-á, contudo, a solução de usar placa de reforço [24].

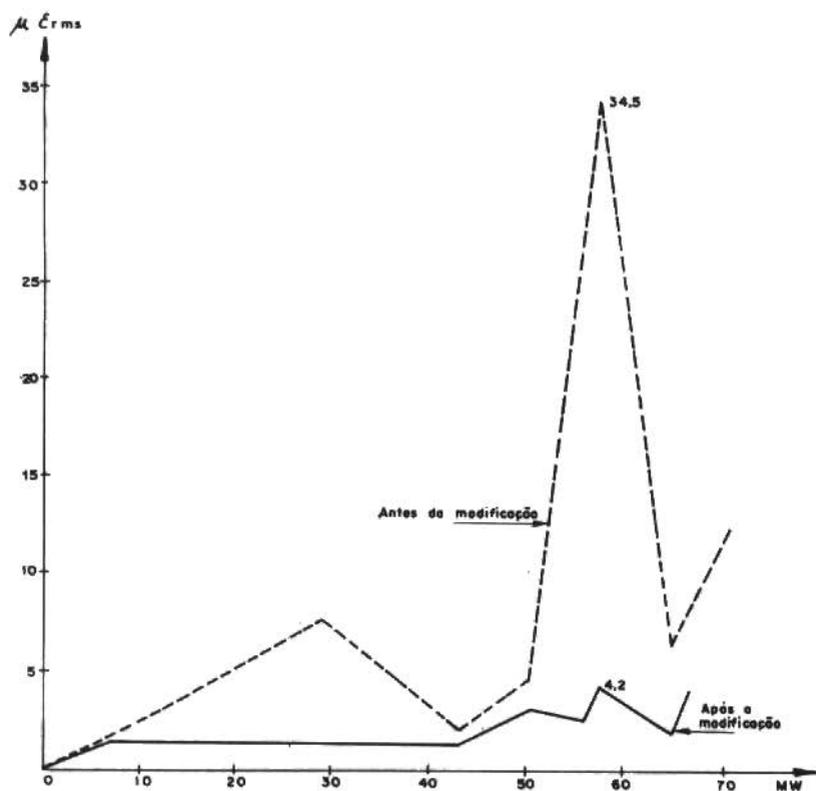


Figura 14. Palheta 2 - Amplitude relativa de vibração antes e após a modificação. Usina de Funil

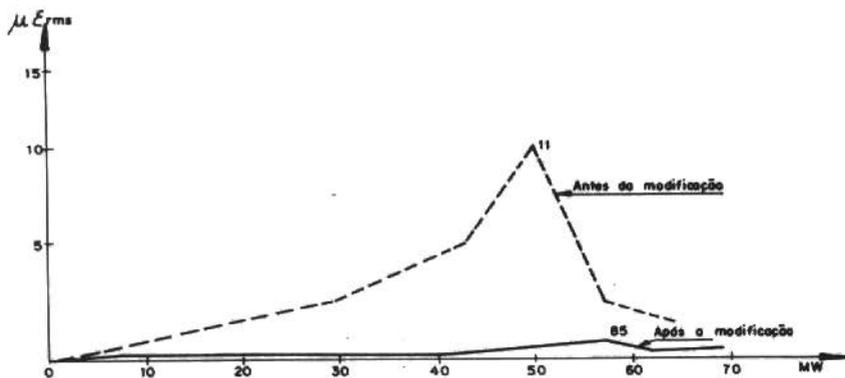


Figura 15. Palheta 6 - Amplitude relativa de vibração antes e após a placa de reforço. Usina de Funil

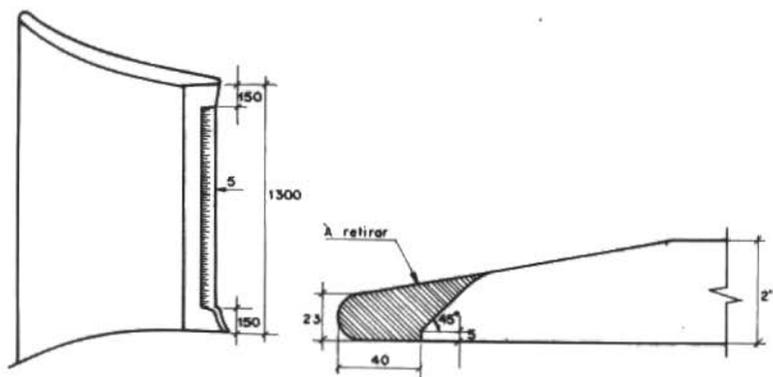


Figura 16. Modificação efetuada no bordo de saída da palheta 2 da máquina 1. Modificação na Usina de Funil

PROJETO DE ESTRUTURAS RESISTENTES AS VIBRAÇÕES

Hã duas possibilidades principais para projetar pás estacionárias resistentes às vibrações para grandes turbinas.

- Fazer a seção transversal das pás de tal modo grandes, que o perigo de ressonância seja muito remoto. Dois limites, entretanto, tem que ser observados: A passagem hidráulica entre pás e a máxima espessura da lâmina em relação a soldagem.
- No projeto de pás muito delgadas, devem ser usadas as placas de amortecimento.

Em ambas as possibilidades acima, cuidados devem ser tomados no sentido de que o projeto dos bordos de fuga seja conveniente (na segunda possibilidade, isto se aplica também aos bordos de fuga das placas de amortecimento). Todas essas alternativas tem efeitos sobre o rendimento da turbina. Contudo, uma operação com segurança tem prioridade sobre o rendimento.

Geralmente, conforme o crescimento da potência de demanda da máquina podem ocorrer dois modos predominantes de vibrações, conforme Figura 17, com suas frequências características.

Após quaisquer modificações, devem ser usados strain-gages colocados nos pontos próximos às origens das trincas, Figura 18. As medidas das tensões devem ser registradas para serem comparadas com as admissíveis.

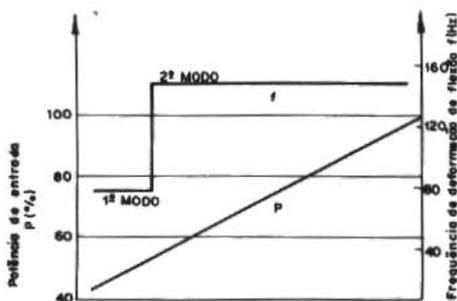


Figura 17. Potência - Modo de vibrar

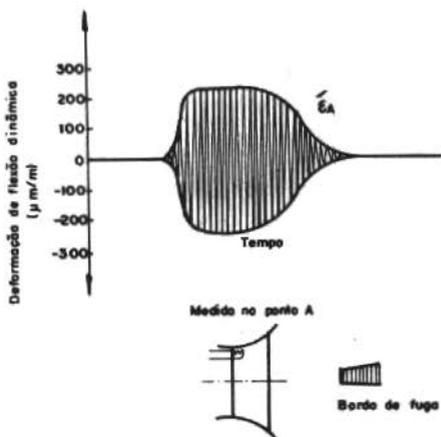


Figura 18. Resultado de medidas com Strain-gage sobre uma pá do pré-distribuidor de uma turbina Francis de 184MW

OUTROS CASOS HISTÓRICOS

Casos de Ocorrência de Trincas em pré-distribuidores de algumas hidrelétricas do Brasil.

CHESF

Usina: Sobradinho

Nº de máquinas: 06

Potência nominal: 175 MW

Queda nominal: 27 m.

Rotação: 75 rpm

Tipo: KAPLAN

MÁQUINA	HORAS DE OPERAÇÃO	Nº DAS PÃS TRINCADAS
02	72	09*
03	5800	06*
04	1600	08
04	7700	09 e 11
05	72	05 e 06
05	1600	05 e 09
05	4500	05,06 e 09
05	8000	05 e 09
05	100000	05* e 09*
05	141000	06* e 12*
06	1600	06* e 12*
06	5200	05
06	8000	05 e 08
06	11700	05* e 08*
06	15400	05

* Modificado o perfil do bordo de fuga.

CESP

Usina: Água Vermelha

Nº de máquinas: 06

Potência nominal: 310.000 CV

Queda nominal: 57 m

Rotação: 94,7 rpm

Tipo: FRANCIS

MÁQUINA	HORAS DE OPERAÇÃO	Nº DA PÃ TRINCADA
01	1307	1, 24
01	11755	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24
02	602	24
02	5738	4
03	5954	2, 6, 12, 13, 14, 17, 20, 21
03	9857	14
05	3129	14, 15, 16, 20, 21, 22

CESP

Usina: Xavantes

Queda nominal: 78,78 m

Nº de máquinas: 04

Rotação: 128,6 rpm

Potência nominal: 144.000 CV

Tipo: FRANCIS

MÁQUINA	HORAS DE OPERAÇÃO	Nº DA PÁ TRINCADA
01	39.284	18, 19, 20, 21, 22, 24
01	40.243	20, 21, 24
02	41.151	20, 22, 23
03	37.700	11, 12, 16, 18, 21, 22, 24
03	39.292	11,12,16,18,20,21,22,24
03	39.539	11, 21
04	39.724	16, 20, 21, 22, 23, 24
04	41.301	22

CESP

Usina: Capivara

Queda nominal: 50 m

Nº de máquinas: 04

Rotação: 100 rpm

Potência nominal: 225.000 CV

Tipo: FRANCIS

MÁQUINA	HORAS DE OPERAÇÃO	Nº DA PÁ TRINCADA
01	73	16, 21, 23
01	5465	18,19,22, 23
01	8774	4, 18, 19
01	14880	18, 22
01	20558	18, 19, 22, 22
03	8735	16, 22
03	13847	17
04	1388	20
04	4730	14, 15
04	10435	24

COMENTÁRIOS

Em todos os casos foi utilizado o processo normal de restauração, ou seja, esmerilhamento, soldagem com todo controle possível.

vel de temperatura (inclusive com eletrodos de estufa), alivio de tensões com martelamento a cada passo e com controle para evitar possíveis microtrincas em cada passo de soldagem. Foram processadas também, modificação nos bordos de fuga das pás. Porém em alguns casos, mesmo após a modificação dos bordos de fugas, voltaram a ocorrer trincas.

REFERÊNCIAS

- [1] Grein, H.; Staehle, M. - Fatigue cracking in stay vanes of large Francis turbines. Escher Wyss News, 1/1978, pp.33-37.
- [2] Wernicke, G. - Pré-distribuidores de turbinas Francis, Kaplan e Hélice. Relatório de Consultoria.
- [3] Hartog, D. - Vibrações nos sistemas mecânicos. Editora Edgard Blücher, SP.
- [4] Strouhal, Y. - On aeoliantones. Ann. of Phys., 5 (1878): 216.
- [5] Gongwer, C.A. - A study of vanes singing in water. Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, December 1952.
- [6] Parmakian, J. and Jacobsen, R.S. - Measurement of hydraulic turbine vibration. Transactions ASME, July 1952.
- [7] Donaldson, R.M. - Hydraulic - Turbine runner vibration. Transactions ASME. v.78, July 1956.
- [8] Heskistad, G. and Olberts, D.R. - Influence of trailing - Edge geometry on hydraulic - Turbine - Blade vibration resulting from vortex excitation. Journal of Engineering for Power, April 1960.
- [9] Taylor, F.C. - Reduction of turbine runner vibration and noise. Journal of Engineering or Power, April 1961.
- [10] Toebes, G.H. and Eagleson, P.S. - Hydroelastic vibrations of flat plates related to trailing edge geometry. Journal of Basic Engineering, December 1961.
- [11] Goldwag, E. and Berry, D.G. - Von Kármán hydraulic cause stay vane cracking on propeller et the little long generating station of Ontario hydro. Journal of Engineering for Power, July 1968.
- [12] Chen, Y.N. and Beurer, P. - Strömungserregte schwingungen an platten infolge der Kármánschen wirbelstrassen. Bericht k6, Pumpentagun Karlssuhe 1973.
- [13] Chen, Y.N. - 60 jahre forschung über die Kármánschen wirbelstrassen ein rückblick. Schweizerische Bauzeitung, 91 (4), November 1973.
- [14] Chen, Y.N. and Florjancic, D. - Kármán-vortex - Induced vibrations on guide vane with stender trailing edges. Conference on Vibrations and Noise in Pumps, Fan and Compressor Installations: Paper C108, 75.

- [15] Narisiman, N.Y. and Nasdu, B.S.K. - Design aspects of Ukai turbines in relation to hydrostatic vibration. Indian Journal of Power and River Valley Development, March 1976.
- [16] Almeida, M.T.; Souza, Z.; Brighent, D. e Ricci, J.E. - Curso de Turbinas Hidráulicas - FUPAI, Itajubá, MG, 1981.
- [17] Mujundar, A.S. and Douglas, W.J.M. - Vortex shedding from slender cylinders of various cross sections. J. Fluids Eng., 95: 474-476, 1973.
- [18] Feng, C.C. - The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circulator and D-section cylinder. M.M.Sc. Thesis, University of British Columbia, 1968.
- [19] Roshko - On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. National Advisory Committee for Aeronautics Report NACA-TN-3169, July 1954.
- [20] Mair, W.A. and Maule, D.Y. - Bluff bodies and vortex shedding - A Report on Euromech 17. J. Fluid. Mech., 45: 209-224, 1971.
- [21] Nandascher, E. - Flow - Induced vibration: A unified approach. Invited Paper at the International Association for Hydraulic Research, Symposium, Baden - Baden (1977),
- [22] Almeida, M.T. e Göz, R.D. - Relatório de Consultoria. Confidencial.
- [23] Vet, M. - Thin - Plate natural frequencies. Machine Desing, June 10, 1965 and June 9, 1966.
- [24] Cavalcanti, N. e Barbastefano, E. - Operação e manutenção de sistemas elétricos da CIER-RIOFURNAS - TELEX-021/21166 - Trincas em palhetas de pré-distribuidores de Usinas Hidráulicas, 1978.
- [25] Ripper, A.P. - Medições de vibrações em turbinas hidráulicas, na represa de Funil - CEPEL 123/77 e 238/77.

VAPOUR-COMPRESSION SOLAR-ASSISTED HEAT PUMPS EMPLOYING PHASE-CHANGE MATERIALS FOR HEAT STORAGE

José Alberto dos Reis Parise
Dept^o de Engenharia Mecânica - PUC/RJ

SUMMARY

The present paper reviews recent progress on vapour-compression solar assisted heat pumps (SAHP). An account of the development and application of vapour-compression solar-assisted heat pumps that have been developed in the past years is presented. At the end of the paper typical results from an analytical study of these systems are presented. In this particular case, phase-change materials for heat storage were utilized.

SUMÁRIO

O presente trabalho revê o progresso feito recentemente em bombas de calor por compressão de vapor assistidas por energia solar (SAHP). Uma pesquisa bibliográfica neste sentido é apresentada. Ao final do trabalho são apresentados resultados de um estudo analítico de um sistema SAHP típico. Neste caso em particular é estudada a utilização de materiais com mudança de fase para armazenamento de energia.

INTRODUCTION

A heat pump can be considered simply as a heat engine in reverse. The heat engine removes heat from a high temperature source and discharges part of it into a low temperature sink, thus delivering some work. The heat pump requires a work input in

order to 'pump' heat from a low temperature **heat source** and deliver to a higher temperature **heat sink**. The heat energy delivered is equal to the sum of the heat extracted from the low temperature source and the energy of work input. The fact that the heat pump is capable of delivering more energy as heat than it in fact consumes as input work means that the heat pump can be, in principle, more thermodynamically attractive than any of the more conventional heating systems. Figure 1 shows a vapour-compression heat pump with its basic components: compressor, condenser, expansion valve and evaporator.

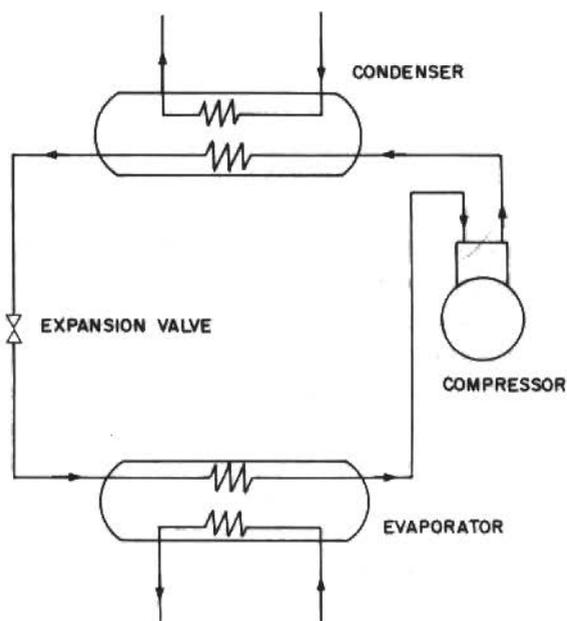


Figure 1. The vapour-compression heat pump

Much has been written on heat pumps. Complete studies on the various aspects of heat pumps can now be found in recent books such as from Reay and MacMichael [1], Von Cube and Steimle [2] and McMullan and Morgan [3]. A large number of articles have also been published.

A number of different heat sources have been utilized in heat pumps. They include external air, soil, ground and surface

water, and solar radiation. Some of these sources, and that includes solar collectors, have the inconvenience of presenting large temperature oscillations during the heat pump operation period. Such oscillations are detrimental to the heat pump efficiency. An efficient way of stabilising the temperature of heat extraction is to combine a thermal energy storage system (TES) to the heat pump. In TES heat pumps the evaporator is placed inside the store, extracting heat at store temperature. Thermal energy can be stored either as sensible heat (water) or latent heat (phase change materials).

In the present paper a brief account of the development and application of solar-assisted vapour-compression heat pumps that have been developed in the past years is presented. Although not considered in the present survey, absorption heat pumps are sometimes considered more appropriate to the use of solar energy than vapour-compression systems [1]. This is particularly true in areas where electricity to drive the compressor is not available. A comprehensive list of solar assisted absorption heat pumps is available in the literature [6]. Rankine-Rankine heat pumps [1] are also an alternative.

At the end of the paper typical results from an analytical study of vapour-compression solar assisted heat pumps, employing phase change materials for heat storage, are presented.

SOLAR ASSISTED HEAT PUMPS

Solar energy has been regarded as one of the most promising amongst the so-called alternative energies. It did not take long for solar energy to be considered as a worthwhile heat source for heat pumps. The obvious advantage of the solar heat source is that a temperature higher than most other heat sources is available. Since the heat pump overall coefficient of performance (COP) is strongly dependent on the heat sink (end-use) and heat source temperatures, solar assisted heat pumps are expected to perform at higher efficiencies. On the other end, by looking at the problem from the solar energy utilization point of view, the use of a heat pump, upgrading solar heat to the desired level helps keep the solar collector at a lower temperature, thus improving its efficiency. Solar energy can also be used to supplement heat to systems running on different heat sources.

Solar assisted heat pumps can be classified into three basic categories, according to Freeman et al [7]: directly solar heated, solar-assisted series and solar-assisted parallel heat pumps.

Directly Solar Heated Heat Pumps

In this arrangement, shown in Figure 2, the refrigerant circulates through tubes within the solar collector. The collector, this way, works as the evaporator. The main advantage of this system is that energy is transferred to the refrigerant in the most effective way. With no water loops or heat storage devices, the temperature difference

between the solar collector (heat source) and the refrigerant (evaporating temperature) can be kept as low as possible. The absence of secondary water/air loops eliminates the necessity of pumps or fans which would affect the overall heat pump performance with parasitic energy consumption. These advantages, however, are easily surpassed by the problems that arise from the direct circulation of refrigerant through the collector. Two heat pumps

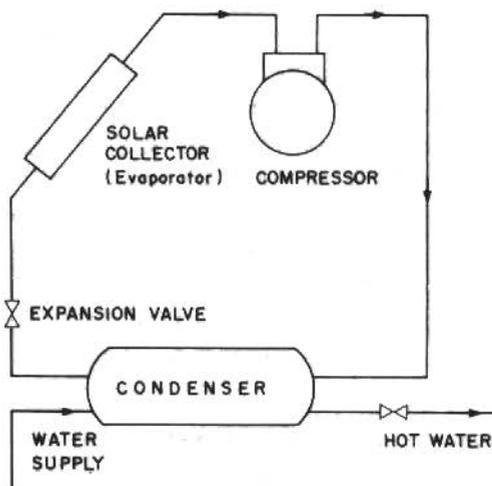


Figure 2. Directly solar heated heat pump

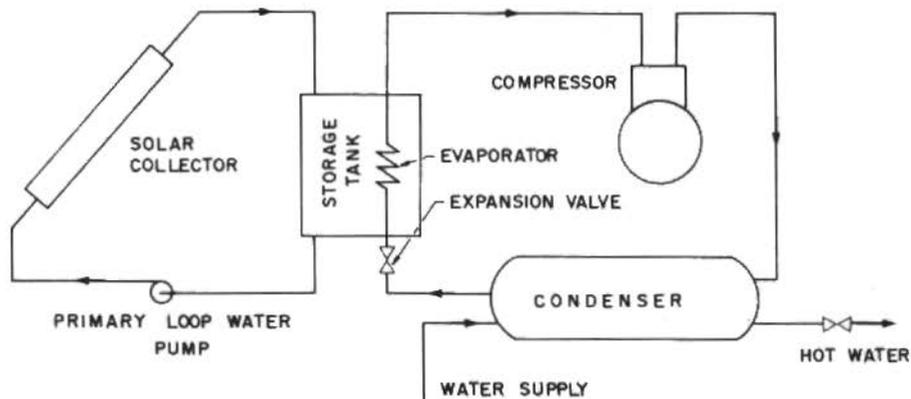
are reported to have used such scheme: one in France, by Cordier et al [8] and other in Australia, by Charters and Dixon [9]. Not surprisingly, in both works a large variation in the collector-evaporator heat load was reported. In strong sunlight the solar radiation was found to be so strong that the thermostatic expansion valve could not cope with the evaporator heat load. The result was that the superheating zone covered a large proportion of the total collector surface. The heat pump performance obviously suffered as a result of excessive superheat at the compressor inlet. Although not reported, it is believed that much more serious complications

arise when the system operates under light insolation (cloudy days). A low heat input will require from the expansion valve a refrigerant flow rate below its minimum capacity, leading to incomplete vaporization and thus reducing compressor life. Despite general belief, intermittent (on-off) compressor operation would not eliminate the problem. Instead, it would be aggravated by liquid accumulation in the compressor and evaporator before start-ups.

Understandably the directly solar heated heat pump did not find many applications. It would probably become more viable should inertial solar collectors be used. Such collectors are made up of tubes set in a slab of concrete [8]. The mass of concrete would act as a small solar energy reservoir, smoothing out the large variations one can expect from solar radiation during the day. These collectors, however, are less efficient than the light metal collectors due to increased radiation losses.

Solar-Assisted Series Heat Pumps

In a solar-assisted series system, shown in Figure 3, a solar heat storage is used as the heat source for the heat pump [7]. Heat from the solar collector is transferred to the storage by means of a 'primary loop'. The heat pump extracts heat from the store and delivers it through water or air-cooled condensers. The evaporator is in the storage tank. The heat pump may be by-passed when the temperature of the heat storage is high enough to supply heat directly to the load. Several performance analyses on solar-assisted series heat pumps have been carried out [10,11,12,13,14].



Figures 3. Solar-assisted series heat pump

Broadly it was concluded that:

- i) storage capacity and collector area were the most important design variables;
- ii) on a thermal performance basis, this system was more attractive than the solar-only heating system;
- iii) the systems studied were able to supply from 40 to 80 percent of the total heat load, an additional heating system being required, and;
- iv) it was not economically feasible to utilise SASHP systems to supply the entire heat load.

Successful domestic applications of solar-assisted series heat pump have been reported in U.S.A. [15], Britain [16] and Sweden [17]. Westinghouse has made such a system commercially available under the trade name of 'Solar Assisted Templifier' [18]. Although water has been the most used storage medium, isolated attempts have been made to utilise the ground [19], a phase-change material [4], or pebble bed [20] to store the heat from the solar collector.

Solar-Assisted Parallel Heat Pumps

In this last group, the solar energy is not actually the heat source. The heat pump extracts heat from the outside air, or any other heat source, with the solar collector/heat storage combination acting as a back-up system to the heat pump. This is shown, schematically in Figure 4. A small number of solar-assisted parallel heat pump applications are found in the literature [20, 21]. The fact that, in the parallel system, the heat pump does not benefit from the high temperature of the solar collector, would suggest an overall performance generally lower than that of solar-assisted series systems. Freeman et al [7], however, showed that the parallel system was the most practical solar heat pump configuration, with a superior thermal performance for a given collector area. Bedinger et al [20], on the other hand, concluded that the use of solar-assisted parallel heat pump was not justified in comparison with other more conventional systems, under the existing electrical tariff rate (U.S.A., Feb. 1982). Differences in the heat requirement characteristics for both analyses probably explain this contradiction.

Variations to these three basic systems also exist [22,23].

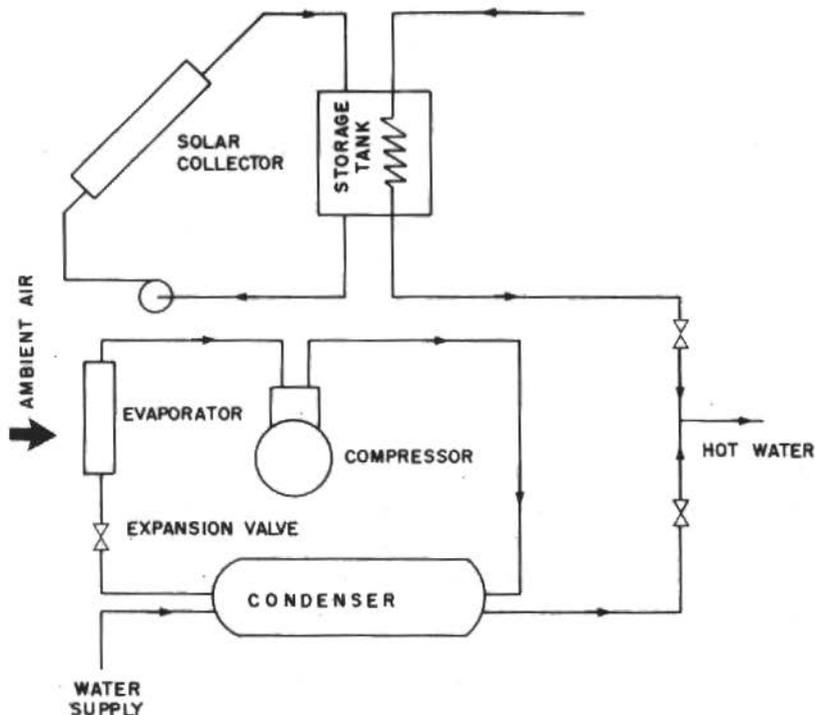


Figure 4. Solar-assisted parallel heat pump

Comparison Between Systems

A number of articles in the literature [7,24,25,26] present extensive comparisons of solar-assisted heat pumps against the use of conventional heating systems (gas, coal, oil and electricity). The more important conclusions from these works can be summarized as follows:

- i) a considerable amount of energy can be saved in comparison with electric resistance heating systems or air-to-air heat pumps;
- ii) the initial cost of a solar-assisted heat pump is still high, usually 5 to 10 times the cost of a conventional system;
- iii) in the majority of applications the use of solar-assisted heat pumps did not prove economically attractive, when compared to conventional alternatives, on a life cycle basis.

The mass production of heat pumps and solar energy equipment, together with the inevitable increase on primary energy prices would certainly modify this situation.

PERFORMANCE ANALYSIS OF A LATENT HEAT THERMAL STORAGE SOLAR ASSISTED SERIES HEAT PUMP

The Department of Mechanical Engineering at the Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro has initiated a programme of development of solar-assisted series heat pumps. A prototype, rated at 8 kW of output, is now under construction in the Thermosciences Laboratory [27]. Water is utilized as the heat storage medium, in both the evaporator and heat supply sides.

Concomitantly a computer code to simulate the behaviour of vapour compression solar assisted heat pumps has been developed. The model employs an algorithm in which steady-state operating conditions of the system at given compressor speed, thermal store temperature and water inlet temperature are determined. Computational details of the model are given by Parise [28,29]. This code, denominated VSAHP1, was employed to predict the performance of a latent heat thermal storage solar-assisted series heat pump (as in Figure 3). Results of the analysis are presented in the following paragraphs.

Over the sensible heat thermal energy store, phase change systems have the advantage of a constant temperature of heat extraction (ie, the melting point). Usually they offer a greater energy storage capacity per unit volume. In the present analysis emphasis was put on the use of materials with low temperature of fusion. Their use enables the storage of low-grade waste heat, otherwise unrecoverable. Also, the lower the melting temperature in the heat store, the lower the solar-collector temperature will be. Work on such systems has already been done [4,5].

Figures 5 and 6 represent the performance of two systems rated at 15-60 kW, as predicted by the model. The two systems are identical but for the store material employed. They were paraffin wax (Sunoco P116) and sodium sulfate decahydrate (Glauber's salt). The main objective was to compare the performance of paraffin wax and Glauber's salt as heat storing materials for heat pumps. The more relevant characteristics of these materials are given on Table 1.

Table 1. Characteristics of latent heat thermal storage materials

Material	Fusion Temp. (°C)	Heat of Fusion (kJ/kg)	Cost (US\$/kg)
Glauber's Salt (Na ₂ SO ₄ · 10H ₂ O)	32	152.8	0.04
Paraffin Wax (Sunoco P-116)	47	209	0.15

Table 2, below, lists the system basic characteristics. These values were fed into the model as input data.

Table 2. System basic characteristics

Prime-Mover:	Electric Motor
Electric Motor Efficiency:	0.85
Compressor:	Reciprocating
Displaced Volume:	443 cc
Polytropic Index of Compression:	1.2
Compressor Mechanical Efficiency:	0.75
Condenser Cooling Fluid:	Water
Temperature of Water Returning to Condenser:	40°C
Condenser Overall Conductance:	1.35 kW/°C
Evaporator:	In-Series
Heat Storage:	Latent Heat
Storage Material:	Paraffin Wax or Glauber Salt
Fusion Temperature:	As in Table 1
Heat of Fusion:	As in Table 1
Evaporator Overall Conductance:	1.7 kW/°C (*)
Expansion Valve:	Thermostatic
Evaporator Superheat:	5°C

(*) Taken from reference [33].

In Figure 5 temperature of heat distribution and heat pump coefficient of performance (defined as the condenser power

output to electric energy consumption ratio) were plotted against compressor speed. It has already been shown [30] that varying compressor speed is an effective way of controlling the heat output. In fact, water temperatures from 45°C to 80°C were obtained within a compressor speed range of 500-3500 rpm. A limit for higher temperatures would be compressor reliability and refrigerant thermal stability [31].

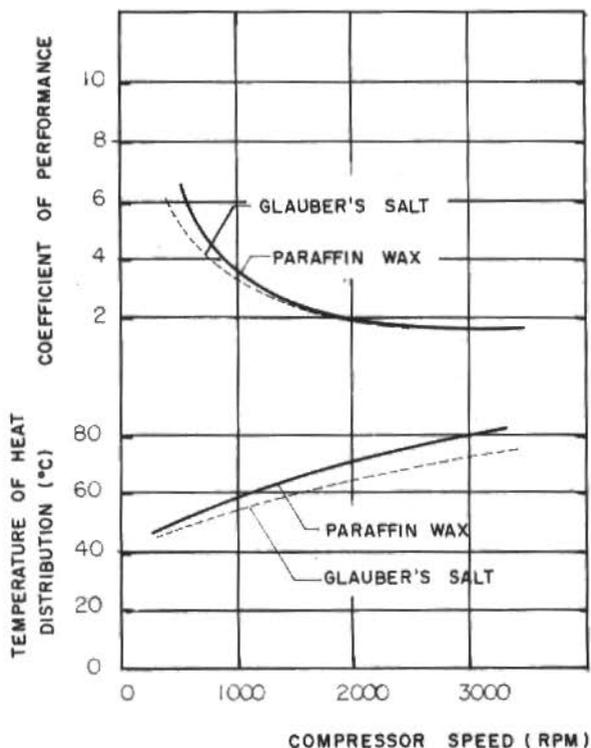


Figure 5. Coefficient of performance and temperature of heat distribution against compressor speed

The lower fusion temperature of Glauber's salt evidently leads to greater input work requirements for a specified temperature of heat distribution. This could be overcome by the utilization of a condenser of larger capacity. However this advantage of the paraffin wax becomes marginal when other factors

are considered. They are: cost, storage capacity and waste heat recovery capability.

Figure 6 shows that, for most of the power output range, 60% less of storage volume is required by the Glauber's salt heat pump. Besides, a melting point of 32°C , if compared to 47°C for paraffin, means that more low-grade waste heat can be recovered. The preference for Glauber's salt becomes even more evident if costs are considered (see Table 1). Problems related to settling of undissolved solids after repeated melt-freeze cycles and supercooling of the Glauber's salt may be solved by the use of additives.

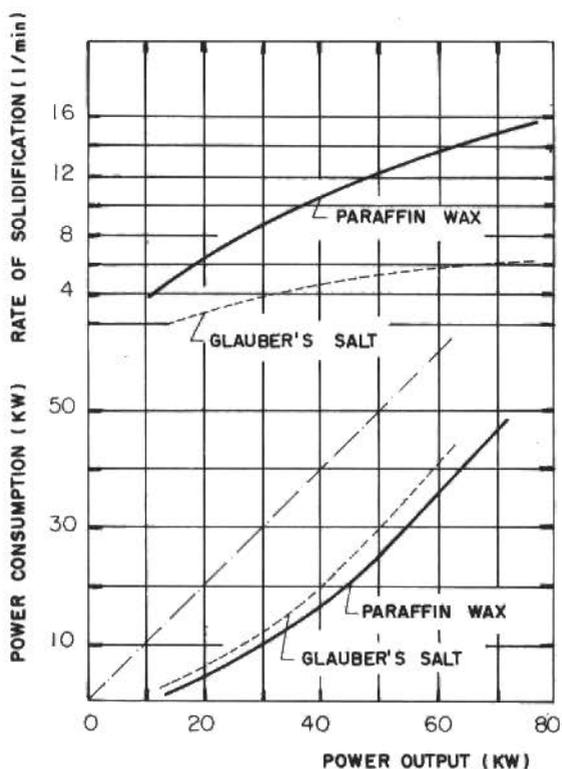


Figure 6. Power consumption and rate of solidification against power output

In both systems one component that requires special attention is the evaporator/storage combination. Reports on the constructional details and design problems of such systems are available in the literature [4,5,32,33,34].

CONCLUDING REMARKS

The number of recent publications on vapour compression solar-assisted heat pumps demonstrates the attention such systems have arisen. They can be an attractive proposition for hot water production. Their main advantages, when compared with the conventional solar collector-storage tank system, can be summarized as follows:

- 1) Higher water outlet temperatures can be achieved;
- 2) The solar collector is allowed to work at lower temperatures, thus improving its efficiency and, hence, reducing its required area;
- 3) The temperature of heat supply is less influenced by variations in solar incidence, as the heat pump is capable of having its output capacity varied;
- 4) In the absence of insolation (cloudy days or nights), electric energy consumption is less than in conventional systems.

All these advantages are counter-balanced by higher capital and maintenance costs. An economical analysis will ultimately determine the best solution for each particular application.

A numerical method was employed to predict the performance of a vapour-compression solar assisted series heat pump using latent heat for thermal energy storage. The use of paraffin wax and Glauber's salt as phase-change heat storage materials was studied. In comparison the Glauber's salt system performed better. Concerning the way heat is to be stored, it is believed that, for the near-future, sensible heat storage (water) will still have preference over phase-change heat storage due, mainly, to problems of technological nature.

REFERENCES

- [1] Reay, D.A. and MacMichael, D.B.A. — Heat pumps; design and applications. Pergamon Press, Oxford, 1979.
- [2] Von Cube, H. and Steimle, F. — Heat pump technology. Edited by E.G.A. Goddall, Butterworths, London, 1981.
- [3] McMullan, J.T. and Morgan, R. — Heat pumps. Consultant Editor N.M. Lipman, Adam Hilger Ltd., Bristol, 1981.
- [4] Frysinger, G.R. — Storage assisted heat pumps using phase change materials. Proc. 14th IECEC, v.II, paper no.799368, Boston, USA, 1979.
- [5] Sigmon, T.W. et al. — Simulation and evaluation of latent heat thermal energy heat pumps. Proc. 15th IECEC, paper no.809426, 2117-2122, Seattle, USA, 1980.
- [6] Böer, K.W. and Glenn, B.H. (Editors) — Proceedings of the international solar energy society. Silver Jubilee Congress, Atlanta, USA, May 1979.
- [7] Freeman, T.L.; Mitchell, J.W. and Audit, T.E. — Performance of combined solar-heat pump systems. Solar Energy, 22: 125-135, 1979.
- [8] Cordier, A.; Dreuil, A. and Gessinn, G. — A solar assisted heat pump experiment. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1: 802-806, May 1979, Atlanta, USA.
- [9] Charters, W.W.S. and Dixon, C.W. — Some performance characteristics of the UNIMELB air-source solar boosted heat pump system. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1: 807-811, May 1979, Atlanta, USA.
- [10] Bosio, R.C. and Suryanarayana, N.V. — Solar assisted heat pump system: A parametric study for space heating of a characteristic house in Madison, Winsconsin. ASME Paper 75-WA/Sol-8, 1975.
- [11] MacArthur, J.W.; Palm, W.J. and Lessmann, R.C. — Performance analysis and cost optimization of a solar assisted heat pump system. Solar Energy, 21: 1-9, 1978.
- [12] Andrews, J.W. — Heat pump impact upon solar collector design and cost. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1: 792-796, May 1979, Atlanta, USA.
- [13] Taussig, R.; Lockett, J.; Isackson, J.; Storie, M. and Levy, B. — Solar-assisted heat pump performance and computer simulation. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1: 835-839, May 1979, Atlanta, USA.
- [14] Svard, C.D.; Mitchell, J.W. and Beckman, W.A. — Design procedure and application of solar-assisted series heat pump. Trans. ASME, Journal of Solar Energy Engineering, 103: 135-143, May 1981.
- [15] Terrell, R.E. — Performance and analysis of a series heat pump solar sys-

- tem. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 834, May 1979, Atlanta, USA.
- [16] Neal, W.E.J.; Loveday, D.L. and Pabon-Diaz, M. - A solar assisted heat pump and storage system for domestic space and water heating using a conventional roof as a radiation absorber. Proc.Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 822-826, May 1979, Atlanta, USA.
- [17] Esbensen, T.V. and Mikkonen, M. - A low energy house in Sweden heated by a solar energy system with heat pump. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 827-829, May 1979, Atlanta, USA.
- [18] Weinstein, A. and Van Zuiden, G.J. - Reducing solar costs with the solar-assisted-Templifier. Proc.Int. Solar Energy Soc., Silber Jubille Cong., 1 : 757-761, May 1979, Atlanta, USA.
- [19] Andrews, J.W. and Metz, P.D. - Computer simulation of ground coupled storage in a series solar assisted heat pump system. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 787-791, May 1979, Atlanta, USA.
- [20] Bedinger, A.F.G.; Tomlinson, J.; Reid, R.L. and Chaffin, D.J. - Performance of a parallel solar heat pump system. Trans. ASME, Journal of Solar Energy Engineering, 104 : 52-55, Feb. 1982.
- [21] Anderson, J.V.; Mitchell, J.W. and Beckman, W.A. - A design method for parallel solar-heat pump systems. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 763-766, May 1979, Atlanta, USA.
- [22] Dean, T.S. and Roberts, T.H. - A heat re-gain system for solar assisted air-to-air heat pumps. Proc. 4th Annual Heat Pump Technology Conf., Paper XII, pp.1-3, 9-10 April 1979, Oklahoma State University, USA.
- [23] Dean, T.S. and Drake, M. - Assist of an air-to-air heat pump using solar heated hot water. Proc. 4th Annual Heat Pump Technology Conf., Paper XIII, pp.1-4, 9-10 April 1979, Oklahoma State University, USA.
- [24] Hughes, P.J.; Morehouse, J.H. and Swanson, T. - Comparison of combined solar heat pump systems to conventional alternatives. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 772-776, May 1979, Atlanta, USA.
- [25] Spencer, D.W.; Murphy, B.; Healey, J. and Stewart, R. - Comparison on the performance of a solar assisted heat pump and an air source heat pump in a northern climate. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 830-833, May 1979, Atlanta, USA.
- [26] Chandrashekar, M.; Le, N.T.; Sullivan, H.F. and Hollands, K.G.T. - A comparative study of solar assisted heat pump systems for Canadian locations. Proc. Int. Solar Energy Soc., Silver Jubilee Cong., 1 : 782-786.
- [27] Nunes, J.S. - Bomba de calor assistida por energia solar. Seminário de Mesurado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, Junho 1984, RJ.

- [28] Parise, J.A.R. — Theoretical and experimental analysis of a diesel engine driven heat pump. Ph.D. Thesis, UMIST, England, January 1983.
- [29] Parise, J.A.R. — The use of latent heat thermal storage heat pumps for space heating. 4th IEE Int. Conf. on Energy Options - The Role of Alternatives in the World Energy Scene, 336-339, April 1984, London, U.K.
- [30] Cartwright, W.G.; Parise, J.A.R. and Dorregaray, F.S. — Performance characteristics of a variable speed heat pump. Proc. 3rd Int. Conf. on Future Energy Concepts, 255-258, London, England, 1981.
- [31] Parise, J.A.R. — Heat pumps and their application to solar energy. Proc. VII Brazilian Cong. Mech. Eng., paper A-36, pp.383-393, Uberlândia, 1983.
- [32] Manley, B.J.W. and Smith, I.E. — Thermal energy storage using encapsulated phase change materials. 2nd BHRA Int. Conf. on Energy Storage, England, 1983.
- [33] Delaunay, D.; Bransier, J. and Bardou, J.P. — Experimental study and numerical model for a phase - change thermal energy storage unit. Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf., 6 : 449-454, Munich, West Germany, 1982.
- [34] Saito, A.; Utaka, Y.; Katayama, K. and Matsui, H. — On the heat transfer in the latent heat thermal energy storage capsule. Proc. 7th Int. Heat Transfer Cong., 6 : 485-490, Munich, West Germany, 1982.

