

**Revista
Brasileira
de Ciências
Mecânicas**

*Society of
the Brazilian
Mechanical Sciences*

1

PUBLICAÇÃO DA ABCM - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

VOL. XVI - Nº 1 - 1994

ISSN 0100-7386

Representação de Função Tensorial de um Tensor

Tensor Representation of a Tensor Function

Alberto Luis Coimbra

UFRJ-COPPE CP-68502
21975-970 Rio de Janeiro, RJ

Abstract

It is shown how to calculate the polynomial tensors that represents isotropic tensor valued functions of one tensor reducible to a Jordan matrix (Jordan tensor). In three dimensions there exists six fundamental structures of easily determined Jordan matrices.

Keywords: Tensor Function

Resumo

Mostramos como calcular os tensores polinomiais que representem funções tensoriais isotrópicas de um tensor representável por matriz de Jordan (tensor de Jordan). Em três dimensões existem seis estruturas fundamentais de matrizes de Jordan, facilmente determinadas.

Palavras-chave: Função Tensorial

Introdução

A representação de funções constitutivas por tensores polinomiais simétricos é usual no estudo da deformação finita não-linear de meios contínuos e v.g., Rivlin e Ericksen (1955), Truesdell e Noll (1965), Chadwick (1976) e Gurtin (1981). Para representar funções tensoriais de um tensor diagonal (real ou complexo) por tensores polinomiais, Sedov (1965) adotou a definição de função matricial de Gant'Macher (1959), a mesma aqui usada.

O assunto deste artigo pode ser diretamente estendido às funções de matrizes maiores do que 3x3, tais como as usadas no estudo de sistemas de equações diferenciais; v.g., Hirsh e Smale (1974). Neste caso, métodos computacionais devem ser usados para determinar a estrutura da matriz de Jordan propriamente dita ou modificada, essa última podendo ter autovalores complexos (pares conjugados) repetidos.

Tensor Polinomial

O tipo fundamental de função tensorial (isotrópica) $H=F(T)$ é o tensor polinomial (de grau N)

$$H = P(T) = \sum_{k=0}^N a_k T^k \quad (1.1)$$

que pode ser definido como uma combinação linear das potências inteiras positivas de um tensor $T: V_n \Rightarrow V_n$, com N+1 coeficientes escalares a_k . Outra definição coloca $P(T)$ em correspondência (bijetiva) com o polinômio escalar de mesmos coeficientes

$$p(t) = \sum_{k=0}^N a_k t^k \quad (1.2)$$

Neste caso dizemos que $P(T)$ é o valor de $p(t)$ para $t = T$. $P(T)$ e T têm os mesmos vetores característicos.

Um polinômio $p(t)$ com s raízes distintas λ_i , cada uma com multiplicidade (algébrica) m_i , admite a fatoração canônica

$$p(t) = \prod_{i=1}^s (\lambda_i - \lambda)^{m_i} \quad (1.3)$$

à qual corresponde a do tensor polinomial

$$P(T) = \prod_{i=1}^s (\lambda_i I - T)^{m_i} \quad (1.4)$$

Nessas fatorações canônicas, $\sum_{i=1}^s m_i = N$

Tensores Polinomiais Nulos

Dado um tensor $T: V_n \Rightarrow V_n$, vetor do espaço n^2 -dimensional $V_n \otimes V_n$, o conjunto $\{1, T, T^2, \dots, T^{n^2}\}$ de n^2+1 potências de T é linearmente dependente. Então, existe a combinação linear nula

$$P(T) = \sum_{k=0}^{n^2} a_k T^k = 0 \quad (2.1)$$

onde nem todos os coeficientes são nulos. Trata-se de um tensor polinomial nulo de grau $N=n^2$, correspondente a um polinômio escalar de mesmos coeficientes, chamado de polinômio anulador do tensor T .

A identidade de Hamilton-Cayley,

$$\Delta(T) = T^n + \sum_{k=1}^n (-1)^k I_k T^{n-k} = \prod_{i=1}^s (\lambda_i I - T)^{m_i} = 0 \quad (2.2)$$

mostra que o tensor polinomial característico $\Delta(T)$, correspondente ao polinômio (anulador) característico

$$\delta(\lambda) = \lambda^n + \sum_{k=1}^n (-1)^k I_k \lambda^{n-k} = \prod_{i=1}^s (\lambda_i - \lambda)^{m_i} \quad (2.3)$$

é outro exemplo de tensor polinomial nulo (de grau $N=n$). Os n coeficientes I_k do polinômio (mônico) $\delta(\lambda)$ são as invariantes principais do tensor T . O polinômio característico é anulador do seu próprio tensor.

Mais um exemplo de polinômio anulador de um tensor $T: V_n \Rightarrow V_n$ é o polinômio mínimo

$$\mu(\lambda) = \prod_{i=1}^s (\lambda_i - \lambda)^{h_i} \quad (2.4)$$

onde $h_i (\leq m_i)$ é a multiplicidade (algébrica) da raiz característica λ_i . Esse polinômio, associado ao tensor polinomial mínimo

$$M(T) = \prod_{i=1}^s (\lambda_i I - T)^{h_i} = 0 \quad (2.5)$$

é o polinômio anulador de menor grau, $N = h = \sum_{i=1}^s h_i (\leq n)$ do tensor T .

Os polinômios anuladores característico ou mínimo de um tensor $T: V_n \Rightarrow V_n$ fixam, respectivamente, em $n-1$ ou $h-1 (< n-1)$ o maior grau do tensor polinomial não-nulo $P(T)$.

Particularizando com $n=3$, o tensor polinomial característico nulo é expresso por

$$\Delta(T) = T^3 - I_1 T^2 + I_2 T - I_3 I = 0 \quad (2.7)$$

onde os invariantes principais são dados por

$$I_1 = \text{tr } T$$

$$I_2 = \text{tr adj } T = \frac{1}{2} (\text{tr } T^2 - \text{tr } T^2)$$

$$I_3 = \det T = \frac{1}{6} (\text{tr } T^3 + 2 \text{tr } T^3 - 3 \text{tr } T \text{tr } T^2) \quad (2.8)$$

Subespaço dos Tensores Polinomiais

Os polinômios escalares (1.2) são vetores do espaço $(N+1)$ dimensional dos polinômios de grau $\leq N$, subespaço do espaço de dimensão infinita das funções $f(t)$ contínuas num intervalo de t . Os correspondentes tensores polinomiais (1.1) têm os seus graus limitados superiormente por $h-1 (\leq n-1)$ e pertencem a um subespaço h -dimensional $L_h \subset (V_n \otimes V_n)$. Uma base de L_h é o conjunto $B_h = \{I, T, T^2, \dots, T^{h-1}\}$.

Para $n=3$, os tensores polinomiais

$$P(T) = \sum_{k=0}^h a_k T^k \quad (h = 0, 1, 2) \quad (3.1)$$

pertencem ao subespaço $L_n \subset (V_3 \otimes V_3)$. Uma base de L_3 é o conjunto $B_3 = \{I, T, T^2\}$ e os coeficientes a_0, a_1 e a_2 são os componentes de $P(T)$ nessa base.

Matrizes de Jordan 3x3

Consideremos as estruturas das matrizes de Jordan $[T]_c$ que canonicamente representam os tensores reais $T: V_3 \Rightarrow V_3$. Esses tensores têm polinômios característicos

$$\delta(\lambda) = \det(\lambda_1 I - T) = \prod_{i=1}^3 (\lambda_i - \lambda)^{m_i} \text{ e polinômios mínimos } \mu(\lambda) = \prod_{i=1}^3 (\lambda_i - \lambda)^{h_i} \quad (h_i \leq m_i). \text{ A}$$

multiplicidade geométrica de um autovalor λ_i é dada pelo defeito d_i do tensor característico $\lambda_i I - T$.

(a) $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$. Três autovalores reais ou um real e duas raízes complexas conjugadas (autovalores de algum tensor de Jordan complexo).

$$m_i = d_i = 1: [T]_c = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = [\lambda_1] \oplus [\lambda_2] \oplus [\lambda_3]; \quad (4.1)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda) (\lambda_2 - \lambda) (\lambda_3 - \lambda); h_i = 1$$

(b) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0, m_0 = 2$. Autovalores necessariamente reais.

$$d_0 = 2: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = [\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_3]; \quad (4.2)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2(\lambda_3 - \lambda); \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)(\lambda_3 - \lambda); h_0 = 2$$

$$d_0 = 1: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3]; \quad (4.3)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2(\lambda_3 - \lambda); h_0 = 2$$

(c) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_0$, $m_0 = 3$. Autovalores necessariamente reais.

$$d_0 = 3: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = [\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_0]; \quad (4.4)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda); h_0 = 1$$

$$d_0 = 2: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_0]; \quad (4.5)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2; h_0 = 2$$

$$d_0 = 1: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}; \quad (4.6)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; h_0 = 3$$

Os blocos diagonais (blocos de Jordan)

$$[\mathbf{J}]_1 = [\lambda_0] \quad (4.7)$$

$$[\mathbf{J}]_2 = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$[\mathbf{J}]_3 = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Particularizando com $n=3$, o tensor polinomial característico nulo é expresso por

$$\Delta(T) = T^3 - I_1 T^2 + I_2 T - I_3 I = 0 \quad (2.7)$$

onde os invariantes principais são dados por

$$I_1 = \text{tr } T$$

$$I_2 = \text{tr adj } T = \frac{1}{2} (\text{tr } T^2 - \text{tr } T^2)$$

$$I_3 = \det T = \frac{1}{6} (\text{tr } T^3 + 2 \text{tr } T^3 - 3 \text{tr } T \text{tr } T^2) \quad (2.8)$$

Subespaço dos Tensores Polinomiais

Os polinômios escalares (1.2) são vetores do espaço $(N+1)$ dimensional dos polinômios de grau $\leq N$, subespaço do espaço de dimensão infinita das funções $f(t)$ contínuas num intervalo de t . Os correspondentes tensores polinomiais (1.1) têm os seus graus limitados superiormente por $h-1 (\leq n-1)$ e pertencem a um subespaço h -dimensional $L_h \subset (V_n \otimes V_n)$. Uma base de L_h é o conjunto $B_h = \{I, T, T^2, \dots, T^{h-1}\}$.

Para $n=3$, os tensores polinomiais

$$P(T) = \sum_{k=0}^h a_k T^k \quad (h=0, 1, 2) \quad (3.1)$$

pertencem ao subespaço $L_n \subset (V_3 \otimes V_3)$. Uma base de L_3 é o conjunto $B_3 = \{I, T, T^2\}$ e os coeficientes a_0, a_1 e a_2 são os componentes de $P(T)$ nessa base.

Matrizes de Jordan 3x3

Consideremos as estruturas das matrizes de Jordan $[T]_c$ que canonicamente representam os tensores reais $T: V_3 \Rightarrow V_3$. Esses tensores têm polinômios característicos

$$\delta(\lambda) = \det(\lambda_1 I - T) = \prod_{i=1}^3 (\lambda_i - \lambda)^{m_i} \text{ e polinômios mínimos } \mu(\lambda) = \prod_{i=1}^3 (\lambda_i - \lambda)^{h_i} \quad (h_i \leq m_i). \text{ A}$$

multiplicidade geométrica de um autovalor λ_i é dada pelo defeito d_i do tensor característico $\lambda_i I - T$.

(a) $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$. Três autovalores reais ou um real e duas raízes complexas conjugadas (autovalores de algum tensor de Jordan complexo).

$$m_i = d_i = 1: [T]_c = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = [\lambda_1] \oplus [\lambda_2] \oplus [\lambda_3]; \quad (4.1)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)(\lambda_2 - \lambda)(\lambda_3 - \lambda); h_i = 1$$

(b) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0, m_0 = 2$. Autovalores necessariamente reais.

$$d_0 = 2: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = [\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_3]; \quad (4.2)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2(\lambda_3 - \lambda); \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)(\lambda_3 - \lambda); h_0 = 2$$

$$d_0 = 1: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3]; \quad (4.3)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2(\lambda_3 - \lambda); h_0 = 2$$

(c) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_0$, $m_0 = 3$. Autovalores necessariamente reais.

$$d_0 = 3: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = [\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_0]; \quad (4.4)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda); h_0 = 1$$

$$d_0 = 2: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_0]; \quad (4.5)$$

$$\delta(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^2; h_0 = 2$$

$$d_0 = 1: [\mathbf{T}]_c = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}; \quad (4.6)$$

$$\delta(\lambda) = \mu(\lambda) = (\lambda_0 - \lambda)^3; h_0 = 3$$

Os blocos diagonais (blocos de Jordan)

$$[\mathbf{J}]_1 = [\lambda_0] \quad (4.7)$$

$$[\mathbf{J}]_2 = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$[\mathbf{J}]_3 = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

aditem o parcelamento

$$[J] = [D_J] + [N_J], [D_J][N_J] = [N_J][D_J] \quad (4.10)$$

nas parcelas (comutativas) diagonal $[D_J]$ e nulipotente $[N_J]$. Os blocos de Jordan (4.7)-(4.9) representam os respectivos tensores monoblocos $J: V_n \Rightarrow V_n$ ($n=1,2,3$).

Sendo a soma direta de blocos de Jordan, a matriz de Jordan $[T]_c$ também admite o parcelamento (4.10), o mesmo acontecendo com o tensor de Jordan T que ela representa:

$$T = D + N, DN = ND \quad (4.11)$$

A estrutura da matriz de Jordan 3×3 é determinada pelo defeito d_i do tensor característico $\lambda_i I - T$, igual ao número de autovetores associados ao autovalor λ_i , número esse igual ao de blocos de Jordan associados ao autovalor. A estrutura é também dada pelo grau h_i do fator $(\lambda_i - \lambda)^{h_i}$ dos polinômios mínimos $\mu(\lambda)$, grau esse igual ao índice de nulipotência da parcela $[N_J]$ do bloco de Jordan associado ao autovalor λ_i , índice esse que também mede o tamanho $h_i \times h_i$ desse bloco.

As matrizes de Jordan diagonais reais (1), (2) e (4) representam elongações efetuadas por tensores simétricos ao longo de seus eixos principais. Além das elongações, a matriz diagonal complexa (1) mede rotações em torno de eixos, efetuadas por tensores ortogonais (ou por tensores anti-simétricos) enquanto as matrizes não-diagonais (3), (5) e (6) medem cisalhamentos.

A menos da ordem da colocação dos blocos de Jordan ao longo da diagonal principal e da alternativa de colocação das unidades na primeira sub-diagonal das matrizes de Jordan, as estruturas (1)-(6) representam fundamentalmente as transformações efetuadas por um tensor real $T: V_3 \Rightarrow V_3$.

Matriz de Jordan Modificada

Admitamos que na forma diagonal complexa (4.1), $\lambda_1 = \alpha + \beta i$, $\lambda_2 = \bar{\lambda}_1 = \alpha - \beta i$ e λ_3 real. Essa matriz de Jordan representa o tensor real em relação a uma base, em geral não ortogonal, formada por seus vetores característicos com componentes complexos. Entretanto, existe um auto-morfismo ortogonal complexo (unitário) que transforma essa base numa base real ortonormal em relação a qual o tensor real com raízes complexas admite a representação canônica bloco diagonal real

$$[T]_c = \begin{bmatrix} \alpha - \beta & 0 & 0 \\ \beta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3] \quad (5.1)$$

considerada uma matriz de Jordan modificada. Pondo $\alpha + \beta i = r(\cos\theta + i\text{sen}\theta)$ obtemos

$$[T]_c = \begin{bmatrix} r\cos\theta & -r\text{sen}\theta & 0 \\ r\text{sen}\theta & r\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3] \quad (5.2)$$

mostrando que há uma elongação de módulo λ_3 ao longo do eixo (e_3), T superpõe, no plano (e_1, e_2), uma rotação anti-horária (positiva) de ângulo θ multiplicada por uma elongação de módulo $r = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$.

Tensor Polinomial de Jordan

A matriz de Jordan de um tensor $T: V_n \Rightarrow V_n$ pode ser expressa pela soma direta

$$[T]_c = [J_1] \oplus [J_2] \oplus \dots \oplus [J_v] \quad (6.1)$$

de um número v de blocos de Jordan. Esse bloco - diagonalização de T facilita o cálculo da potência T^k dada por

$$[T^k]_c = [J_1]^k \oplus [J_2]^k \oplus \dots \oplus [J_v]^k \quad (6.2)$$

e do tensor polinomial $P(T) = \sum_{k=0}^N a_k T^k$ expresso por

$$[P(T)]_c = [P(J_1)] \oplus [P(J_2)] \oplus \dots \oplus [P(J_v)] \quad (6.3)$$

Em particular, se T é diagonal, então os blocos diagonais 1×1 são os próprios autovalores de T e o tensor polinomial $P(T)$ admite a representação diagonal

$$[P(T)]_c = \sum_{i=1}^n p(\lambda_i) [e_i \otimes e_i] \quad (6.4)$$

onde pode haver repetição de autovalores.

Vamos considerar a representação (6.3) quando os blocos de Jordan que compõem a matriz de Jordan (6.1) são da forma geral

$$[J] = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Começamos com a fórmula de Taylor

$$p(t) = p(\lambda_0) + (t - \lambda_0) p'(\lambda_0) + \frac{(t - \lambda_0)^2}{2!} p''(\lambda_0) + \dots + \frac{(t - \lambda_0)^N}{N!} p^{(N)}(\lambda_0) = \sum_{k=0}^N \frac{(t - \lambda_0)^k}{k!} p^{(k)}(\lambda_0) \quad (6.6)$$

do desenvolvimento da função polinomial $p(t)$ de grau N , em torno do ponto $t = \lambda_0$. Substituindo t por J , obtemos o desenvolvimento do tensor polinomial monobloco

$$P(J) = p(\lambda_0) \mathbf{1} + (J - \lambda_0 \mathbf{1}) p'(\lambda_0) + \frac{(J - \lambda_0 \mathbf{1})^2}{2!} p''(\lambda_0) + \dots + \frac{(J - \lambda_0 \mathbf{1})^N}{N!} p^{(N)}(\lambda_0) = \sum_{k=0}^N \frac{(J - \lambda_0 \mathbf{1})^k}{k!} p^{(k)}(\lambda_0) \quad (6.7)$$

onde, usando o parcelamento (4.10), expresso por

$$J - \lambda_0 I = N \quad (6.8)$$

e levando em conta que se $k \geq h$, então $N^k = 0$,

$$P(J) = p(\lambda_0) I + p'(\lambda_0) N + \frac{1}{2!} p''(\lambda_0) N^2 + \dots + \frac{1}{(h-1)!} p^{(h-1)}(\lambda_0) N^{(h-1)} = \sum_{k=0}^{h-1} \frac{1}{k!} p^{(k)}(\lambda_0) N^k \quad (6.9)$$

Essa representação mostra que em torno de cada um dos s distintos autovalores λ_i de $T: V_n \Rightarrow V_n$ $P(T)$ depende da própria função $p(\lambda_i)$ e das suas primeiras h_i-1 derivadas. A maior ordem h_i-1 da derivada é dada pelo tamanho do maior bloco de Jordan associado a λ_i , podendo haver mais de um desses maiores blocos.

Para T diagonal, usamos (4.1), (4.2) e (4.4) em (6.9) e obtemos, respectivamente,

$$[P(T)] = [p(\lambda_1)] \oplus [p(\lambda_2)] \oplus [p(\lambda_3)] \quad (6.10)$$

$$[P(T)] = [p(\lambda_0)] \oplus [p(\lambda_0)] \oplus [p(\lambda_3)] \quad (6.11)$$

$$[P(T)] = [p(\lambda_0)] \oplus [p(\lambda_0)] \oplus [p(\lambda_0)] \quad (6.12)$$

Substituindo (4.3), (4.5) e (4.6) em (6.9) chegamos às respectivas representações

$$P \left(\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3] \right) = \begin{bmatrix} p(\lambda_0) & p'(\lambda_0) \\ 0 & p(\lambda_0) \end{bmatrix} \oplus [p(\lambda_3)] \quad (6.13)$$

$$P \left(\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_0] \right) = \begin{bmatrix} p(\lambda_0) & p'(\lambda_0) \\ 0 & p(\lambda_0) \end{bmatrix} \oplus [p(\lambda_0)] \quad (6.14)$$

$$P \left(\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} p(\lambda_0) & p'(\lambda_0) & (1/2) p''(\lambda_0) \\ 0 & p(\lambda_0) & p'(\lambda_0) \\ 0 & 0 & p(\lambda_0) \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Definição da Função $H=F(T)$

Consideramos a função tensorial $H=F(T)$ cujo argumento $T: V_n \Rightarrow V_n$ tem um espectro com s

diferentes autovalores λ_i com multiplicidade algébrica m_i $\left(\sum_{i=1}^s m_i = n \right)$ e cujo polinômio mínimo é

dado pela fatoração canônica $\mu(\lambda) = \prod_{i=1}^s (\lambda_i - \lambda)^{h_i} \left(\sum_{i=1}^s h_i = h \right)$.

Definimos a função postulando a representação

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{T}) = \mathbf{P}(\mathbf{T}) \quad (7.1)$$

por um tensor polinomial $\mathbf{P}(\mathbf{T})$ correspondente a um polinômio escalar $p(t)$ que, por sua vez, representa uma função escalar $f(t)$ cujo conjunto de valores

$$\{f(\lambda_1), f'(\lambda_1), \dots, f^{(h_1-1)}(\lambda_1)\} \quad (7.2)$$

da própria função e das suas derivadas até a de ordem h_1-1 , existe sobre o espectro de \mathbf{T} . Assegurada a existência desses valores, os h coeficientes de $p(t)$ (iguais aos de $\mathbf{P}(\mathbf{T})$) são dados pelo sistema de h equações

$$\{f(\lambda_i) = p(\lambda_i), f'(\lambda_i) = p'(\lambda_i), \dots, f^{(h_i-1)}(\lambda_i) = p^{(h_i-1)}(\lambda_i)\} \quad (7.3)$$

Esse sistema determina um único polinômio escalar de grau $< h$, $p(t)$, chamado de polinômio de interpolação de Lagrange-Sylvester. Fica assim determinado, para $t = \mathbf{T}$, o tensor polinomial de Lagrange-Sylvester $\mathbf{P}(\mathbf{T})$ que em (7.1) representa e define a função tensorial $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{T})$.

Na Tabela 1, para cada estrutura de \mathbf{T} , dadas por (4.1) a (4.6), temos os sistemas (7.3) que determinam os coeficientes de $\mathbf{P}(\mathbf{T}) = \mathbf{F}(\mathbf{T})$.

Resultam as representações $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{T}) = \mathbf{P}(\mathbf{T})$ por tensores polinomiais quadrático $\mathbf{P}(\mathbf{T}) = a_0 \mathbf{I} + a_1 \mathbf{T} + a_2 \mathbf{T}^2$, quase-linear $\mathbf{P}(\mathbf{T}) = a_0 \mathbf{I} + a_1 \mathbf{T}$ e escalar $\mathbf{P}(\mathbf{T}) = a_0 \mathbf{I}$, cujos coeficientes a_0 , a_1 e a_2 são componentes dos tensores $\mathbf{P}(\mathbf{T})$ em relação a respectiva base $B_3 = \{\mathbf{I}, \mathbf{T}, \mathbf{T}^2\}$, $B_2 = \{\mathbf{I}, \mathbf{T}\}$ ou $B_1 = \{\mathbf{I}\}$. Esses coeficientes são funções escalares das invariantes escalares do argumento \mathbf{T} , pois, por exemplo, o sistema:

$$\begin{cases} \text{tr} \mathbf{H} = 3a_0 + \text{tr} \mathbf{T} a_1 + \text{tr} \mathbf{T}^2 a_2 \\ \mathbf{T} \cdot \mathbf{H} = \text{tr} \mathbf{T} a_0 + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T} a_1 + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^2 a_2 \\ \mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{H} = \text{tr} \mathbf{T}^2 a_0 + \mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{T} a_1 + \mathbf{T}^2 \cdot \mathbf{T}^2 a_2 \end{cases} \quad (7.10)$$

determina os coeficientes pela regra de Cramer.

As representações $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{T}) = \mathbf{P}(\mathbf{T})$ mostram que o valor \mathbf{H} é simétrico se o argumento \mathbf{T} é simétrico, mas que a função de um tensor anti-simétrico não é necessariamente anti-simétrica. Por outro lado, se \mathbf{T} tem autovalores repetidos, então \mathbf{H} também os tem. Vemos que \mathbf{H} e \mathbf{T} têm, cada um, no máximo três componentes independentes.

Polinômio de Lagrange-Sylvester

Admitamos que o argumento $\mathbf{T}: V_n \Rightarrow V_n$ de uma função $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{T})$ é um tensor diagonal com s autovalores distintos. Neste caso o conjunto de valores (7.2) de $f(t)$ nos s pontos λ_i é simplesmente $\{f(\lambda_i)\}$ e os s coeficientes do polinômio de Lagrange-Sylvester de grau $s-1$ são dados pela simplificação do sistema (7.3) com $h_i=1$,

$$f(\lambda_i) = p(\lambda_i); \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (8.1)$$

Explicitamente, o polinômio que obedece essas condições é dado por

$$p(t) = \sum_{i=1}^s f(\lambda_i) \frac{\prod_{j(\neq i)}^s (t - \lambda_j)}{\prod_{j(\neq i)}^s (\lambda_i - \lambda_j)} \quad (8.2)$$

Pondo $t=T$, obtemos, com os coeficientes explicitados, o tensor polinomial de Lagrange-Sylvester que representa $F(T)$,

$$\begin{aligned} P(T) = H = F(T) &= \sum_{i=1}^s f(\lambda_i) \frac{\prod_{j(\neq i)}^s (T - \lambda_j I)}{\prod_{j(\neq i)}^s (\lambda_i - \lambda_j)} = \\ &= \sum_{i=1}^s f(\lambda_i) \frac{\text{adj}(T - \lambda_i I)}{\prod_{j(\neq i)}^s (\lambda_i - \lambda_j)} \end{aligned} \quad (8.3)$$

onde obtivemos a segunda equação usando a identidade

$$\prod_{j(\neq i)}^s (T - \lambda_j I) = \text{adj}(T - \lambda_i I) \quad (8.4)$$

Nessas fórmulas $s=n$ se o argumento T tem todos os seus autovalores distintos (e o tensor é necessariamente diagonal).

Tabela 1 Representações $F(T)=P(T)$

Matriz de Jordan	Sistema (7.3)	$F(T)=P(T)$	
(1): $[\lambda_1] \oplus [\lambda_2] \oplus [\lambda_3]$	$f(\lambda_1)=a_0+a_1\lambda_1+a_2\lambda_1^2$ $f(\lambda_2)=a_0+a_1\lambda_2+a_2\lambda_2^2$ $f(\lambda_3)=a_0+a_1\lambda_3+a_2\lambda_3^2$	$a_0I+a_1T+a_2T^2$	(7.4)
(2): $[\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_3]$	$f(\lambda_0)=a_0+a_1\lambda_0$ $f(\lambda_3)=a_0+a_1\lambda_3$	a_0I+a_1T	(7.5)
(3): $\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_3]$	$f(\lambda_0)=a_0+a_1\lambda_0+a_2\lambda_0^2$ $f'(\lambda_0)=a_1+2a_2\lambda_0$ $f(\lambda_3)=a_0+a_1\lambda_3+a_2\lambda_3^2$	$a_0I+a_1T+a_2T^2$	(7.6)
(4): $[\lambda_0] \oplus [\lambda_0] \oplus [\lambda_0]$	$f(\lambda_0)=a_0$	a_0I	(7.7)
(5): $\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 \\ 0 & \lambda_0 \end{bmatrix} \oplus [\lambda_0]$	$f(\lambda_0)=a_0+a_1\lambda_0$ $f'(\lambda_0)=a_1$	a_0I+a_1T	(7.8)
(6): $\begin{bmatrix} \lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}$	$f(\lambda_0)=a_0+a_1\lambda_0+a_2\lambda_0^2$ $f'(\lambda_0)=a_1+2a_2\lambda_0$ $f''(\lambda_0)=2a_2$	$a_0I+a_1T+a_2T^2$	(7.9)

Se o argumento T não é diagonal (e necessariamente tem autovalores repetidos), então a determinação do polinômio de Lagrange-Sylvester $p(t)$ correspondente a $P(T)$ requer os valores de $p(t)$ e de suas derivadas nos pontos λ_i .

Em três dimensões as fórmulas (8.3) são expressas por

$$\begin{aligned}
 F(T) &= \frac{(T - \lambda_2 I)(T - \lambda_3 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1) + \frac{(T - \lambda_1 I)(T - \lambda_3 I)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} f(\lambda_2) + \\
 &+ \frac{(T - \lambda_1 I)(T - \lambda_2 I)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} f(\lambda_3) = \frac{\text{adj}(T - \lambda_1 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1) + \\
 &+ \frac{\text{adj}(T - \lambda_2 I)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} f(\lambda_2) + \frac{\text{adj}(T - \lambda_3 I)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} f(\lambda_3)
 \end{aligned} \tag{8.5}$$

Representações $F(T)=P(T)$

Os coeficientes $a_k (k=0,1,2)$ dos tensores polinomiais que representam as funções de um tensor de Jordan $T: V_3 \rightarrow V_3$ são calculados pelos sistemas (7.4) a (7.9). Pela regra de Cramer, $a_k = \Delta_k / \Delta$, onde Δ é o determinante dos fatores dos coeficientes a_k e, cada determinante Δ_k é obtido pela substituição da coluna k de Δ pelo primeiro membro do sistema.

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 \\ 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 \end{vmatrix} = (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3); \\
 \Delta_0 &= \begin{vmatrix} f(\lambda_1) & \lambda_1 & \lambda_1^2 \\ f(\lambda_2) & \lambda_2 & \lambda_2^2 \\ f(\lambda_3) & \lambda_3 & \lambda_3^2 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & f(\lambda_1) & \lambda_1^2 \\ 1 & f(\lambda_2) & \lambda_2^2 \\ 1 & f(\lambda_3) & \lambda_3^2 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & f(\lambda_1) \\ 1 & \lambda_2 & f(\lambda_2) \\ 1 & \lambda_3 & f(\lambda_3) \end{vmatrix}; \\
 \left\{ \begin{aligned}
 a_0 &= \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1) + \frac{\lambda_1 - \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} f(\lambda_2) + \\
 &\quad + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} f(\lambda_3) \\
 a_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = - \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1) - \frac{\lambda_1 - \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} f(\lambda_2) - \\
 &\quad - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} f(\lambda_3) \\
 a_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1) + \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} f(\lambda_2) + \\
 &\quad + \frac{1}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} f(\lambda_3)
 \end{aligned} \right. \tag{9.1}
 \end{aligned}$$

$$2 \quad \Delta = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_0 \\ 1 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \lambda_3 - \lambda_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = \frac{\lambda_3 f(\lambda_0) - \lambda_0 f(\lambda_3)}{\lambda_3 - \lambda_0} \\ a_1 = \frac{f(\lambda_3) - f(\lambda_0)}{\lambda_3 - \lambda_0} \end{array} \right. \quad (9.2)$$

$$3 \quad \Delta = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_0 & \lambda_0^2 \\ 0 & 1 & 2\lambda_0 \\ 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} = (\lambda_3 - \lambda_0)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = \frac{\lambda_0^2 - 2\lambda_0\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_0} f(\lambda_0) - \frac{\lambda_0\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_0} f'(\lambda_0) + \frac{\lambda_0^2}{(\lambda_3 - \lambda_0)^2} f(\lambda_3) \\ a_1 = \frac{2\lambda_0 f(\lambda_0) + (\lambda_3^2 - \lambda_0^2) f'(\lambda_0) - 2\lambda_0 f(\lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_0)^2} \\ a_2 = \frac{f(\lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_0)^2} - f(\lambda_0) - \frac{f'(\lambda_0)}{\lambda_3 - \lambda_0} \end{array} \right. \quad (9.3)$$

$$4 \quad \Delta = 1; a_0 = f(\lambda_0) \quad (9.4)$$

$$5 \quad \Delta = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1; \left\{ \begin{array}{l} a_0 = f(\lambda_0) - f'(\lambda_0) \\ a_1 = f'(\lambda_0) \end{array} \right. \quad (9.5)$$

$$6 \quad \Delta = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_0 & \lambda_0^2 \\ 0 & 1 & 2\lambda_0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2; \left\{ \begin{array}{l} a_0 = f(\lambda_0) - \lambda_0 f'(\lambda_0) + (1/2) \lambda_0^2 f''(\lambda_0) \\ a_1 = f'(\lambda_0) - \lambda_0 f''(\lambda_0) \\ a_2 = (1/2) f''(\lambda_0) \end{array} \right. \quad (9.6)$$

Nomenclatura

a_k = coeficientes
 \mathbf{A} = tensor anti-simétrico
 \mathbf{B} = base
 d = defeito de matriz
 \mathbf{D} = tensor diagonalizável
 e_k = versores-base
 f = função escalar
 \mathbf{F} = função tensorial
 h = grau de polinômio mínimo
 \mathbf{H} = valor de função tensorial
 \mathbf{J} = tensor monobloco (de Jordan)

L = subespaço
 m = multiplicidade algébrica
 \mathbf{M} = tensor polinomial mínimo
 n = dimensão do espaço vetorial
 N = grau de polinômio
 \mathbf{N} = tensor nilpotente
 p = polinômio escalar
 \mathbf{P} = tensor polinomial
 \mathbf{Q} = tensor ortogonal
 t = argumento de polinômio escalar
 \mathbf{T} = tensor (endomorfismo)

$[\mathbf{T}]$ = matriz de tensor
 \mathbf{V} = espaço vetorial
 α, β = escalares reais
 δ = determinante característico
 Δ = determinante
 λ = autovalor
 μ = polinômio escalar mínimo
 \mathbf{I} = tensor identidade

Nos casos (1), (2) e (4), o argumento T é diagonal e os coeficientes de $P(T)$ também são dados pelo tensor polinomial de Lagrange-Sylvester (8.5). São diagonais os tensores normais simétrico (real), anti-simétrico e ortogonal (complexos).

Exemplos

- 1) Do tipo $H=F(T)$ é a função $A=\log Q$ que relaciona o argumento ortogonal Q com o valor anti-simétrico A . Vamos determinar a representação $\text{Log}Q=P(Q)$.

A matriz (5.2) de Q mostra que esse tensor tem os distintos autovalores $\lambda_1=e^{i\theta}$, $\lambda_2=\lambda_1^{-1}=e^{-i\theta}$ e $\lambda_3=1$, sendo portanto um tensor diagonal do tipo (4.1). O tensor $P(Q)$ cujos coeficientes são dados pelo sistema (9.1) pode ser diretamente determinado pela fórmula de Lagrange-Sylvester (8.5),

$$\begin{aligned} A = \log Q = P(Q) &= \frac{(Q - e^{-i\theta} 1)(Q - 1)}{(e^{i\theta} - e^{-i\theta})(e^{i\theta} - 1)} i\theta - \frac{(Q - e^{i\theta} 1)(Q - 1)}{(e^{-i\theta} - e^{i\theta})(e^{-i\theta} - 1)} i\theta = \\ &= \frac{\theta}{2\sin\theta} (Q - 1) ((1 + 2\cos\theta) 1 - Q) \end{aligned} \quad (10.1)$$

sendo um tensor polinomial quadrático (7.4).

- 2) Vamos determinar a representação $P(T)=e^T$ para $T = e_2 \otimes e_1 + e_3 \otimes e_1 + e_3 \otimes e_3$.

O argumento triangular T tem os autovalores $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_0=0$ e $\lambda_3=1$. O tensor característico $\lambda_0 1 - T$ tem defeito um, $[T]_c$ é da forma (4.3) e $e^T=P(T)=1+T+(e-2)T^2$ tem os seus coeficientes $a_0=1$, $a_1=1$ e $a_2=e-2$ calculados pelo sistema (9.3).

Agradecimento

Apoio CNPQ - Processo 3001 20/93-94

Referências

- Chadwick, P., 1976, "Continuum Mechanics", Wiley.
 Gant'Macher, E. R., 1959, "Theory of Matrices", Chelsea.
 Gurtin, M. E., 1981, "An Introduction to Continuum Mechanics", Academic Press.
 Hirsh, M. W. e Smale, F. S., 1974, "Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra", Academic Press.
 Rivlin, R. S. e Ericksen, J. I., 1955, J.R.M.A., pp. 323-425.
 Sedov, L. I., 1965, "Introduction to the Mechanics of Continuous Media", Addison-Wesley.
 Truesdell, C. A. e Noll, W., 1965, "The Non Linear Field Theory of Mechanics", Handbook of Physics, Springer-Verlag, vol. 3.

Modelagem e Simulação Termodinâmica de uma Caldeira de Grande Porte em Distintas Configurações Operacionais

Power Boiler Thermodynamic Modelling and Simulation for Operational Evaluation

J. L. Marcon Donatelli

L. A. Horta Nogueira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá
37500-000 - Itajubá - MG

Abstract

For a power boiler of a steel mill, 250 ton/h output, fueled with blast furnace gas/coke oven gas mixtures, a simplified simulation model is presented, aiming to evaluate the influence of air excess, fuel gas composition and gas recirculation on thermal efficiency. According to the results, there are benefits in reducing the water flow in the temperator of the superheater, and in using properly the fuel gas recirculation in order to control the steam temperature.

Keywords: Thermodynamic Modelling, Operational Evaluation, Boiler, Steel Mill

Resumo

Apresenta-se um modelo simplificado de simulação para uma caldeira de casa de força de uma siderúrgica, produzindo 250 ton/h e consumindo uma mescla de gás de alto forno e gás de coqueria, buscando avaliar o efeito do excesso de ar, da composição do combustível e da recirculação de gases sobre o desempenho térmico. Os resultados evidenciam a oportunidade de reduzir a vazão de água de desuperaquecimento, empregando criteriosamente a recirculação de gases para controle da temperatura do vapor.

Palavras-chave: Caldeira, Modelagem, Desempenho Térmico, Siderurgia

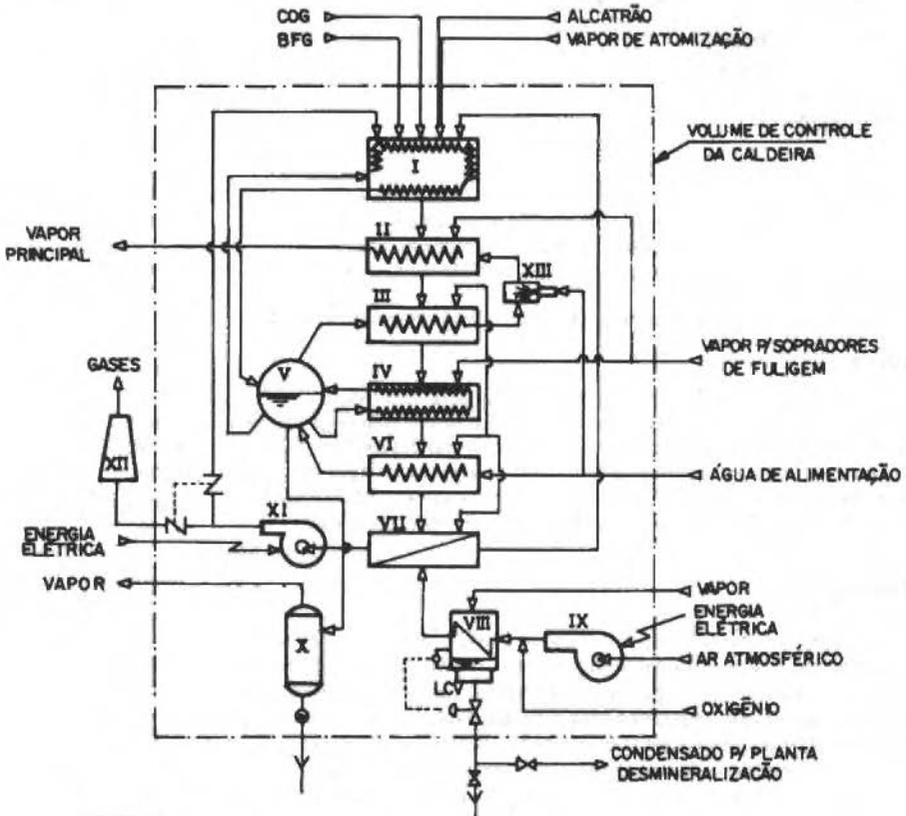
Introdução

A análise dos Sistemas Térmicos de Potência, com base na Primeira e Segunda Leis da Termodinâmica, é uma ferramenta importante e de crescente difusão, permitindo reduzir as perdas e a otimizar o projeto e a operação destes sistemas. Em anos recentes vêm sendo publicados diversos estudos aplicando este tipo de análise a centrais termoelétricas e seus equipamentos, inclusive em plantas brasileiras, entretanto com a expressiva maioria referindo-se apenas a uma condição de operação, geralmente o ponto de projeto. Considerando os requisitos de configurações reais, são oportunos também estudos fora do ponto de projeto, verificando a sensibilidade de seu desempenho à variação de parâmetros operacionais. Neste último caso, são necessários dados do comportamento do sistema em várias situações, que podem ser obtidos por testes e ensaios ou através de modelos de simulação.

No presente trabalho se apresentam os resultados de um programa de simulação para Análise Termodinâmica de uma caldeira de grande porte, com produção nominal de 250 ton/h de vapor sob 88 bar e 513°C, considerando as condições do gerador de vapor da Central Termelétrica da Cia. Siderúrgica de Tubarão (CTE/CST), em Serra, no Espírito Santo. Este equipamento, esquematizado na Fig. 1, já foi descrito e analisado exergéticamente para uma condição típica de operação em um trabalho anterior (Donatelli e Nogueira, 1991a) e faz parte de um ciclo térmico também já abordado pelo método exergético (Donatelli e Nogueira, 1991b).

Para uma caldeira que consuma um único combustível, a principal variável perturbadora que afeta suas condições operacionais é a demanda de vapor. Na operação normal da caldeira estudada são empregados simultaneamente diversos combustíveis, como gás de alto-forno (GAF), gás de coqueria (GCO) e alcatrão, em proporções que variam de acordo com as disponibilidades associadas ao processo siderúrgico e afetando as condições de controle e troca de calor. Por esta razão, mesmo que

em condições típicas esta caldeira opere continuamente em plena carga, dependendo da composição do combustível queimado se alteram suas condições de operação, sendo possível ajustar a distribuição dos fluxos de calor visando melhorar seu desempenho. Neste sentido, o presente trabalho descreve brevemente a modelagem termodinâmica efetuada, incorporando a variação de parâmetros operacionais como o excesso de ar na combustão, a composição do combustível queimado e a recirculação de gases, buscando caracterizar os fluxos de energia e determinar o desempenho do sistema. Desta forma pode-se, através do programa de simulação, explorar distintas condições de operação, orientando o melhor uso deste equipamento térmico.



LEGENDA

ITEM	DESCRIÇÃO	ITEM	DESCRIÇÃO
I	FORNALHA C/ PAREDE D'ÁGUA	VII	PRÉ-AQUEC. DE AR REGENERATIVO
II	SUPERAQUEC. SECUNDÁRIO	VIII	AQUECEDOR DE AR A VAPOR
III	SUPERAQUEC. PRIMÁRIO	IX	VENT. DE TIRAGEM FORÇADA
IV	BANCO DE TUBOS	X	FLASH TANK
V	TUBULAÇÃO DE VAPOR	XI	VENT. DE TIRAGEM INDUZIDA
VI	ECONOMIZADOR	XII	CHAMINE
		XIII	DESSUPERAQUECEDOR

Fig. 1 Esquema detalhado da caldeira estudada

Modelagem Termodinâmica

Os pressupostos adotados para o programa de simulação e que constituem a essência da modelagem efetuada, se baseiam na filosofia de controle da pressão e temperatura do vapor produzido pela caldeira, bem como em hipóteses de distribuição do fluxo de calor entre os processos de aquecimento, evaporação e superaquecimento do vapor de água na caldeira, por sua vez dependentes dos processos de transferência de calor.

Controle da pressão

Na caldeira estudada, como na maior parte dos geradores de vapor, a pressão é mantida constante controlando-se a vazão de combustível. Para assegurar a combustão completa, sem perdas elevadas pela chaminé, a relação ar/combustível também é mantida constante, variando-se portanto a vazão de ar com a vazão de combustível, como sugere Bega (1989).

A simulação do controle de pressão é obtida igualando-se a taxa de vaporização calculada com o nível de produção desejado (carga) da caldeira. Assim, o consumo de combustível é função basicamente da carga da caldeira e da energia cedida pelo combustível. A vaporização da água ocorre nos tubos das paredes de água da fornalha, banco de tubos e desuperaquecedor e é discutida adiante.

Controle da temperatura do vapor

A temperatura do vapor saturado deixando o tubulão de vapor é função da pressão no mesmo, que é mantida constante pelo sistema de controle de pressão. Desta forma, sendo a temperatura do vapor na entrada dos superaquecedores constante, a temperatura final do vapor, na saída da caldeira, depende apenas do calor transferido ao vapor saturado. Basicamente essa troca térmica depende da carga da caldeira e do acúmulo de escória ou cinza nas superfícies de transferência de calor dos superaquecedores. Neste caso porém, depende também da composição da mistura combustível utilizada e da taxa de recirculação adotada para os gases de combustão.

Considerando os limites operacionais para os superaquecedores, existem vários métodos de se controlar a temperatura do vapor superaquecido em caldeiras, empregando-se na caldeira estudada a recirculação de gases de combustão e um desuperaquecedor localizado entre os superaquecedores primário e secundário. Este último equipamento é um misturador da água de alimentação com o vapor, reduzindo seu superaquecimento. Para uma caldeira que queima apenas um tipo de combustível, é possível controlar a temperatura do vapor utilizando-se apenas o desuperaquecedor para reduções de carga de até 40%, sendo necessário usar também recirculação de gases no caso de modulações maiores (El-Wakil, 1985). Contudo, para caldeiras que queimam vários combustíveis, impõem-se a recirculação de gases, em alguns casos até mesmo em plena carga. Introduzindo os gases recirculados nas partes inferiores da fornalha pode-se controlar o calor absorvido na vaporização e incrementar a transferência de calor nos superaquecedores (Reznikov e Lipov, 1985).

Em algumas situações, quando a recirculação de gases, devido a limitações físicas, não é suficiente para permitir o controle da temperatura, aumenta-se o excesso de ar na combustão, provocando-se um efeito sobre a temperatura do vapor semelhante à recirculação dos gases.

A vazão de água para o desuperaquecedor (água de "spray") é controlada automaticamente pela malha de controle da temperatura do vapor superaquecido, enquanto a recirculação de gases é controlada manualmente, na caldeira estudada. O programa de simulação ajusta a taxa de recirculação de gases, que é dada em porcentagem da vazão dos gases na saída do ventilador de tiragem induzida, objetivando manter o controle da temperatura do vapor superaquecido com o mínimo de água de spray. Tal procedimento se justifica por razões de desempenho e pureza do vapor. O incremento da taxa de recirculação no programa é feito discretamente, com intervalos de 0,5%.

Transferência de Calor

As trocas térmicas entre os gases de combustão e a água em uma caldeira se iniciam na fornalha e sucessivamente se desenvolvem nos demais componentes. Os diferentes modelos adotados para cada componente refletem as disponibilidades de dados para a simulação pretendida, mas se justificam também por considerações físicas, sobretudo tendo em conta que as eventuais variações a simular são no entorno de uma dada condição operacional.

O fenômeno de transferência de calor no interior de uma fornalha é bastante complexo, dependendo da temperatura e composição dos gases, dimensões da fornalha, emissividade da chama, posição da chama ou dos queimadores, quantidade de partículas em suspensão, entre outros parâmetros (Gulic e Gvozdenac, 1981). Contudo, observando os limites de aplicação pretendidos, no modelo adotado no presente trabalho o calor absorvido na fornalha (Q_f) é dado pela expressão abaixo e é função apenas da temperatura adiabática de chama (T_{ac}), sendo a temperatura das paredes (T_p) e a constante K admitidos invariáveis para as condições estudadas. Assim,

$$Q_f = K \cdot (T_{ac}^4 - T_p^4)$$

A partir de dados experimentais (Donatelli e Nogueira, 1991a), pôde-se determinar o valor da constante na expressão acima, tendo sido adotado para T_p a temperatura da mistura água/vapor em ebulição no interior dos tubos. Esta hipótese se justifica face à reduzida magnitude das resistividades térmicas no interior e na parede metálica dos tubos. Pode-se observar ainda que nesse modelo assume-se que todo o calor trocado na fornalha se dá por radiação. O cálculo da T_{ac} leva em conta a vazão dos gases recirculados, porém despreza a infiltração de ar nos mesmos, de pequena monta e que ocorre predominantemente no pré-aquecedor de ar regenerativo (Combustion, 1967).

Considerando que a constante K é função da constante de Boltzmann, da emissividade combinada radiação/convecção e da superfície de irradiação da fornalha, igual a 760 m^2 para a caldeira estudada, tem-se que a emissividade combinada corresponde à 0,70. Este resultado pode ser considerado satisfatório, considerando que a literatura aponta 0,85 como uma média usual para este parâmetro (Block, 1985). Deve-se notar que o modelo adotado emprega a temperatura máxima dos gases, afetando assim o valor da emissividade encontrado.

Para os demais componentes da caldeira considerou-se que o calor seja transferido unicamente por convecção, assumindo-se o modelo de efetividade constante para os superaquecedores primário e secundário, economizador e pré-aquecedor de ar regenerativo, componentes que se comportam como trocadores de calor com variações de temperatura em ambos os fluídos. Para o banco de tubos, onde também ocorre vaporização da água, assumiu-se que o calor absorvido (Q_a) é função da diferença de temperatura média logarítmica (DTML) entre os gases e a mistura água/vapor no interior dos tubos, na forma da expressão a seguir:

$$Q_a = U \cdot A \cdot DTML$$

onde U corresponde ao coeficiente global de transferência de calor e A à área de troca térmica do banco de tubos. O produto ($U \cdot A$) foi determinado a partir de dados experimentais (Donatelli e Nogueira, 1991a) e considerado constante. No cálculo da DTML considerou-se o título da mistura água/vapor na saída dos tubos do banco de tubos, que depende da carga da caldeira, pressão e resistência ao fluxo interno em cada tubo (Babcock & Wilcox, 1978), como igual a 20% (Reznikov e Lipov, 1985). Desta forma, tem-se a vazão de circulação e conseqüentemente a temperatura da água na entrada dos tubos de descida ("down comers").

A perda de calor através das paredes da caldeira foi estimada em 0,5% do consumo de combustível, valor determinado de acordo com a metodologia usual para avaliações de desempenho (ASME, 1965). Esta perda foi distribuída para os diversos componentes da caldeira de modo proporcional à área externa de cada componente e à temperatura média de sua superfície externa.

Programa de simulação

A partir do desenvolvimento anterior, implementou-se um programa computacional de simulação, permitindo explorar as variações de excesso de ar na combustão, percentagem de gás de coqueria no combustível, purga contínua, pré-aquecimento de ar com vapor, pré-aquecimento de gás de alto-forno e a recirculação dos gases de combustão. Estes casos correspondem às situações de maior interesse por seu potencial no incremento do desempenho da caldeira.

Neste programa, e de acordo com a modelagem, inicialmente a taxa de recirculação dos gases é mantida em zero, ajustando-se a pressão e a temperatura de saída do vapor de acordo com a vazão de combustível. Entretanto, pode ocorrer que para obter a temperatura desejada no vapor, o consumo de combustível requerido conduza à uma evaporação superior à especificada. Neste caso, incrementa-se progressivamente a taxa de recirculação dos gases e recalcula-se a condição do vapor na saída da caldeira até convergir ao valor desejado. Alguns parâmetros, como temperatura do ar de combustão e dos gases recirculados são estimados no início dos cálculos, impondo posteriores iterações para seu ajuste. Todos estes procedimentos são auxiliados por subrotinas para propriedades termodinâmicas da água e dos gases.

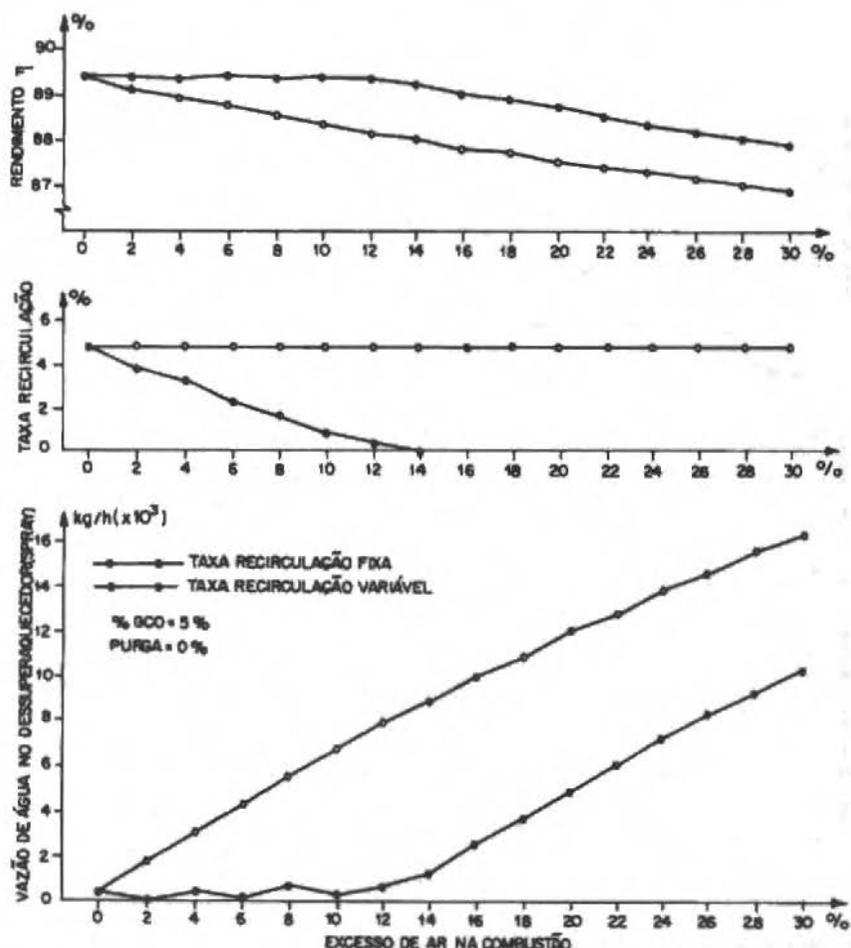


Fig. 2 Variação do rendimento energético e vazão de água de spray na caldeira, em função do excesso de ar na combustão, para taxa de recirculação variável e fixa

Este programa permite determinar as temperaturas, pressões e vazões em todos os pontos significativos da caldeira, e também calcula os fluxos de energia e exergia, irreversibilidades, rendimentos e outros índices de desempenho. Os diversos cálculos iterativos impõem sua execução em um computador com boa velocidade de cálculo, não ocupando contudo muita memória. Para um caso típico, executado em um Cyber 930, são requeridos cerca de 20 minutos de processamento. Maiores detalhes sobre este programa podem ser obtidos em (Donatelli, 1993).

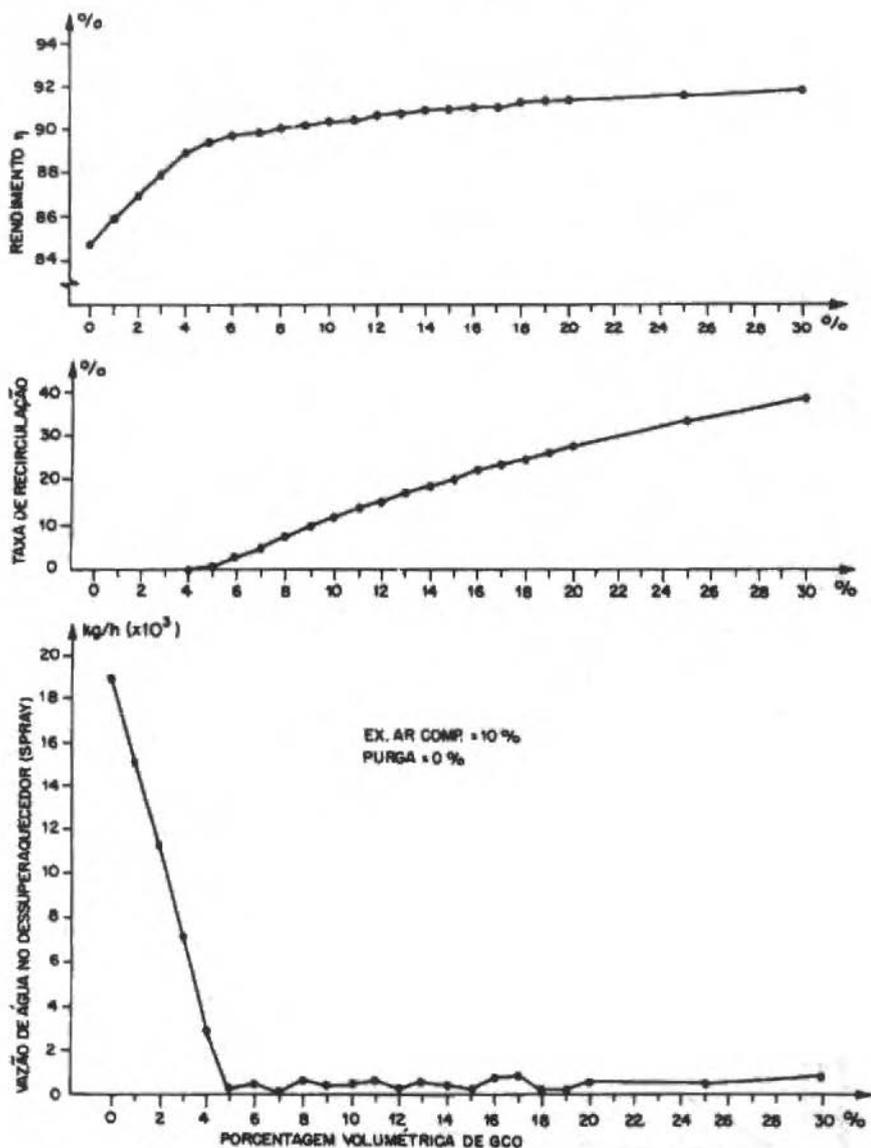


Fig. 3 Variação do rendimento energético, taxa de recirculação e vazão de água de spray na caldeira, em função da porcentagem volumétrica de GCO

Resultados e Comentários

Apresentam-se a seguir alguns resultados do programa de simulação, considerando situações efetivas de operação ou alternativas com potencial para aplicação.

Como já apresentado, o balanço entre as trocas térmicas para evaporação e superaquecimento é ajustado pelo programa, buscando controlar a temperatura na saída da caldeira. Quando a transferência de calor por convecção torna-se elevada, como mostra a Fig. 2, com a taxa de recirculação sendo mantida constante, o rendimento da caldeira tende a reduzir-se. Esta redução é menor quando se permite variar a taxa de recirculação dos gases e simultaneamente, a vazão de água no desuperaquecedor. Pode-se também observar que rendimentos mais elevados ocorrem para as situações em que não se injeta água no vapor. Tanto o excesso de ar de combustão quanto a recirculação de gases diminui a temperatura da fornalha e conseqüentemente a radiação para as paredes de água.

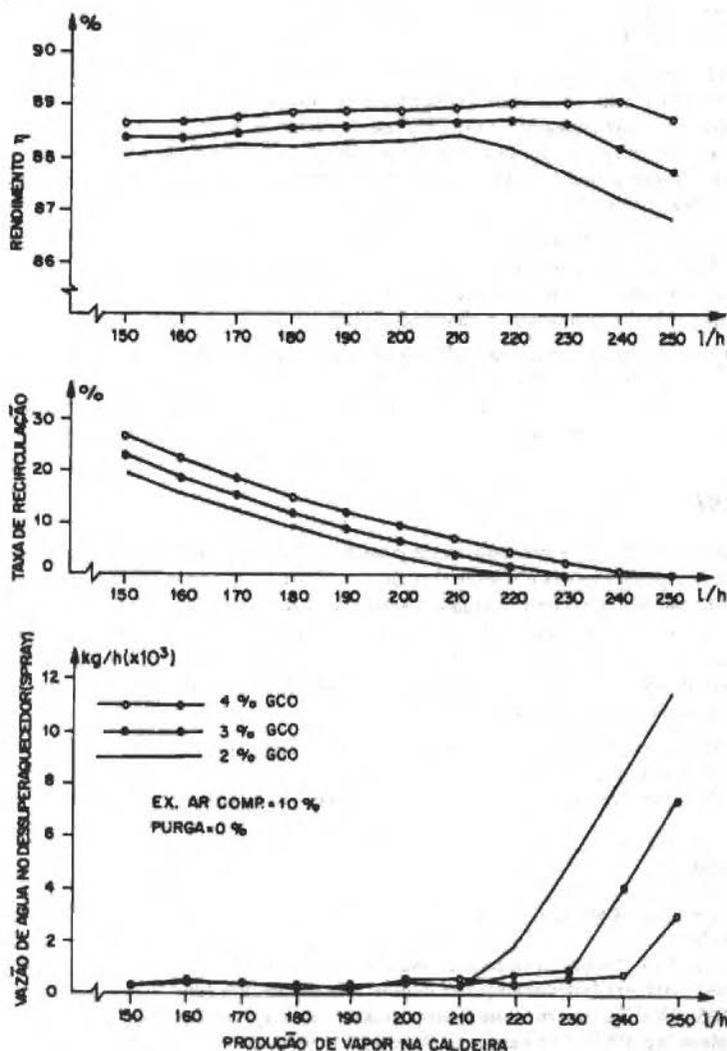


Fig. 4 Variação do rendimento energético, taxa de recirculação e vazão de água de spray em função da carga da caldeira

Na Fig. 3 observa-se que a queima de um gás mais rico, isto é, com maior teor de gás de coqueria (GCO) e portanto com poder calorífico mais alto, propicia uma elevação no rendimento da caldeira. O rendimento aumenta rapidamente até 5% de GCO na mistura GCO/GAF, quando a vazão de spray atinge o zero e a taxa de recirculação começa a crescer. A partir desse ponto o rendimento cresce mais lentamente e a taxa de recirculação de gases aumenta, por imposição do controle de temperatura do vapor.

Este comportamento é coerente com o modelo adotado de radiação pura na fornalha e convecção nos superaquecedores. Na prática como os queimadores de GCO localizam-se acima dos de GAF, a chama mais luminosa do GCO pode irradiar calor para o superaquecedor secundário, o que alteraria um pouco esse resultado. De qualquer modo, o incremento do rendimento em caldeiras de siderúrgicas, em razão de maiores participações do GCO tem sido confirmado em estudos práticos, como apresenta Soma et alli (1985), que indicam um crescimento contínuo do rendimento de uma caldeira, ao variar o teor de gás de coqueria de 10% até 60%. Provavelmente a faixa estudada no presente trabalho possua dificuldades por estabilidade de chama, razão pela qual os estudos de campo não mostram resultados para baixos teores de GCO.

Embora o programa de simulação tenha sido criado para simular a caldeira à plena carga, que é a condição operacional mais comumente encontrada, o comportamento da caldeira com a variação da carga foi pesquisado e apresentado na Fig. 4. Pode-se observar nesta figura que o rendimento máximo nem sempre ocorre a plena carga. O perfil destas curvas seria um pouco alterado se o calor perdido pelas paredes da caldeira, que é expresso em porcentagem do consumo de combustível e mantido fixo no programa, variasse com a carga.

Estes resultados indicam a sensibilidade do desempenho da caldeira frente à forma pela qual o calor do combustível é transferido à água. Assim, não é indiferente vaporizar a água em um componente ou em outro, pois os mecanismos de troca térmica terminam por impor distintas temperaturas na saída dos gases para a chaminé, e portanto afetam o rendimento.

As oscilações observadas nos resultados devem-se ao incremento discreto adotado para a taxa de recirculação dos gases de combustão, e em menor magnitude, das tolerâncias adotadas para convergência nos vários cálculos iterativos intercalados. Certamente menores incrementos da taxa de recirculação conduziriam a menores oscilações, contudo sob tempos elevados de processamento.

Conclusões

Os resultados apresentados indicam várias possibilidades de utilização do programa desenvolvido, em busca de uma operação mais eficiente da caldeira. Entre as medidas operacionais que a simulação efetuada permite estabelecer como adequadas, sobressai a necessidade de reduzir ao mínimo possível a água de spray, bem como utilizar criteriosamente a recirculação de gases. Este último recurso, de controle manual na caldeira estudada, permite, em associação com o controle automático da água de spray, incrementar em cerca de 1% o rendimento na produção de vapor, um valor significativo face ao porte e intensidade de utilização do equipamento.

Outra aplicação importante deste programa é para a capacitação e treinamento de pessoal, pois embora não reproduza efeitos transientes, indica bem as alterações devida a diferentes procedimentos na operação, como por exemplo, a composição da mescla combustível em uso.

Referências

- ASME-American Society of Mechanical Engineers, 1965, "Performance Test Code (PTC 4.1) - Steam Generating Units", New York.
- Babcock & Wilcox, 1978, "Steam: Its Generation and Use", New York.
- Bega, E. A., 1989, "Caldeiras-Instrumentação e Controle", Editora Técnica Ltda, Rio de Janeiro.
- Blokh, A. G., 1985, "Heat Transfer in Steam Boiler Furnaces", Hemisphere, New York.
- Combustion Engineering, 1967, "Combustion Engineering", New York.
- Donatelli, J. L. M., Nogueira, L. A. H., 1990a, "Análise Exergética de uma Caldeira de Grande Porte empregando Gases Siderúrgicos", Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT 80), Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Itapema.

- Donatelli, J. L. M., Nogueira, L. A. H., 1990b, "Análise Exergética do Ciclo Térmico da Cia. Siderúrgica de Tubarão - CST", Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT 80), Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Itapema.
- Donatelli, J. L. M., 1993, "Análise Termodinâmica da Central Termelétrica da Cia. Siderúrgica de Tubarão", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá.
- El-Wakil, M. M., 1985, "Powerplant Technology", McGraw-Hill, New York.
- Gulic, M. G., Gvozdenac, D. D., 1981, "A Mathematical Model for Heat Transfer in Combustion Chambers of Steam Generators", ASME Transactions, Journal of Engineering for Power, Vol. 103, New York.
- Reznikov, M. I., Lipov, Yu, M., 1985, "Steam Boilers of Thermal Power Stations", Mir, Moscow.
- Soma, F., Takano, H., Fujikawa, T., Yamaguchi, K., 1985, "High Efficiency Blast Furnace Gas Firing Power Plant", Kawasaki Steel Technical Report, nº13, September, Tokyo.

Heat Transfer in Flow of an Elastico-Viscous Fluid past a Semi-Infinite Plate with Variable Temperature

V. M. Soundalgekar

31A-12, Brindavan Society
Thane - 400 601, India

T. V. Raman Murty

National Institute of Oceanography
Dona Paula (Goa) -403 004, India

Abstract

An analysis of heat transfer in boundary layer flow of an elastico viscous fluid (Walters' liquid B') past a semi-infinite flat plate has been carried out by assuming the plate temperature to vary such that $T_w - T_\infty = Ax^N$, where N is a constant. Here T_w is the temperature of the plate and T_∞ is the temperature of the free-stream. Series solutions have been given and the resulting ordinary differential equations have been integrated numerically. It has been observed that an increase in K (elastic parameter) leads to an increase in the temperature and a fall in the rate of heat transfer, whereas an increase in N leads to a fall in temperature and a rise in the rate of heat transfer.

Keywords: Forced Convection, Boundary Layer Flow, Elastico-Viscous Fluid.

Introduction

Heat transfer in boundary layer flow of a Newtonian fluid past a semi-infinite plate was studied by Eckert (1942) by assuming the variable plate temperature. This is discussed in Schlichting (1968). In modern technology, many new fluids were discovered after World War II, which are not Newtonian in character and hence these are not governed by the Navier-Stokes equations. The constitutive equation of such fluids, not obeying Newtonian-laws were given by different researchers like Oldroyd (1949) and Beard and Walters (1964) etc. Walters' theory is based on the concept of vanishing memory in the fluid, i.e. fluids which exhibit small elastic property and these are known as Walters' liquid B'. The boundary layer flow of Walters' liquid B' near a stagnation-point was analysed by Beard and Walters - and later on Soundalgekar and Vighnesan (1980) studied the heat-transfer aspect of this problem. The heat-transfer aspect of boundary layer flow of Walters' liquid B' past a semi-infinite flat plate was also studied by Soundalgekar and Murty (1981) by assuming constant plate temperature. However, this assumption is rather restrictive in practice. If the plate temperature varies as some power of the distance from the leading edge, how the rate of heat transfer is affected in the boundary layer flow of Walters' liquid B', past a semi-infinite flat plate? This is the motivation for studying this physical situation.

Mathematical Analysis

We consider the flow of Walters' liquid B', with vanishing memory, past a semi-infinite flat plate with the x-axis measured from the leading edge of the plate and the y-axis measured normal to the plate. The constitutive equations characterising the elastico viscous liquid B' are

$$P_{ik} = -Pg_{ik} + P'_{ik} \quad (1)$$

$$p^{,ik}(x, t) = 2 \int_{-\infty}^t \Psi_1(t-t') \frac{\partial x^i}{\partial x^{,m}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{,r}} e^{(l)}_{mr}(x', t') dt' \quad (2)$$

where p_{ik} is the stress-tensor, p an arbitrary isotropic pressure, g_{ik} the metric tensor of a fixed co-ordinate System x^i, x^j the position at time t' of the element which is instantaneously at the point x^i at time t , e'_{ik} the rate of strain tensor and

$$\Psi_1(t-t') = \int_0^{\infty} \frac{N(\tau)}{\tau} \exp[-(t-t')/\tau] d\tau$$

$N(\tau)$ being the distribution function of relaxation time τ . Walters (1964) has shown that in the case of liquids with short memories (i.e. short relaxation times), the equation of state can be written in a simplified form as

$$p^{ik} = 2\eta_0 e^{(l)ik} - 2K_0 \frac{\partial e^{(l)ik}}{\partial t} \quad (3)$$

where $\eta_0 = \int_0^{\infty} N(\tau) d\tau$ is the limiting viscosity at small rates of shear $K_0 = \int_0^{\infty} \tau N(\tau) d\tau$ and

$\frac{\partial}{\partial t}$ denotes the convected differentiation of a tensor quantity, which for any contravariant tensor b^{ik} is given as

$$\frac{\partial b^{ik}}{\partial t} = \frac{\partial b^{ik}}{\partial t} + v^m \frac{\partial b^{ik}}{\partial x^m} - b^{im} \frac{\partial v^k}{\partial x^m} - b^{mk} \frac{\partial v^i}{\partial x^m} \quad (4)$$

where v^i is the velocity vector.

From these equations, Beard and Walters have derived the boundary layer equation which is given as follows:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\eta_0}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{K_0}{\rho} \left[u \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right] \quad (5)$$

The continuity equation is

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

and the energy equation, on neglecting viscous dissipation heat, is

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7)$$

where $\alpha = K/(\rho c_p)$

The boundary conditions are

$$\begin{aligned} u=0, v=0, T=T_w(x) \quad \text{at } y=0 \\ u=U_0, v=0, T \rightarrow T_\infty \quad \text{as } y \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (8)$$

All the physical variables are defined in the nomenclature.

On introducing the following usual boundary layer transformations,

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}, \Psi = \sqrt{U_0 \nu x} f(\eta)$$

$$u = U_0 f', V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_0}{x}} (\eta f' - f) \quad (9)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w(x) - T_\infty}, T_w(x) - T_\infty = Ax^N$$

$Pr = \eta_0 c_p / K$ (the Prandtl number)

$K = K_0 U_0 / \rho \nu x$ (elastic parameter)

in Eqs. (5) to (7), we get

$$f_{\eta\eta\eta} + \frac{1}{2} f_{\eta\eta} = \frac{K}{2} [f_{\eta\eta}^2 - 2f_\eta f_{\eta\eta\eta} - ff_{\eta\eta\eta\eta}] \quad (10)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr f \theta' - N Pr f' \theta = 0 \quad (11)$$

with the following boundary conditions:

$$f = 0, f' = 0, \theta = L \quad \text{at } \eta = 0$$

$$f' = 1, \theta = 0 \quad \text{as } \eta \rightarrow \infty \quad (12)$$

$$\text{Here } f_\eta = \frac{\partial f}{\partial \eta}$$

Equation (10) is still not an ordinary equation as the parameter K is a function of x . As K is a small quantity for these fluids, we have $K \ll 1$. This also helps us to overcome the mathematical difficulty viz. a fourth order equation with three boundary conditions. Hence we now assume

$$f = f_0 + K f_1, \quad \theta = \theta_0 + K \theta_1 \quad (13)$$

Table 1 Values of $\{-\theta'(0)\}$

Pr	K/N	0	1	2
2	0	0.4223	0.6856	0.8329
2	0.05	0.4190	0.6799	0.8256
2	0.1	0.4158	0.6741	0.8184
5	0	0.5766	0.9325	1.1317
5	0.05	0.5719	0.9243	1.1216
5	0.1	0.5671	0.9161	1.1115

Substituting (13) in Eqs (10) to (12), equating the coefficients of different powers of K , neglecting those of K^2 , we get a set of ordinary differential equations which are solved numerically on a computer. The numerical values of $\theta = \theta_0 + K\theta_1$ are shown graphically for different values of Pr and N ($N \geq 1$) and $K = 0.05, 0.1, 0.2$.

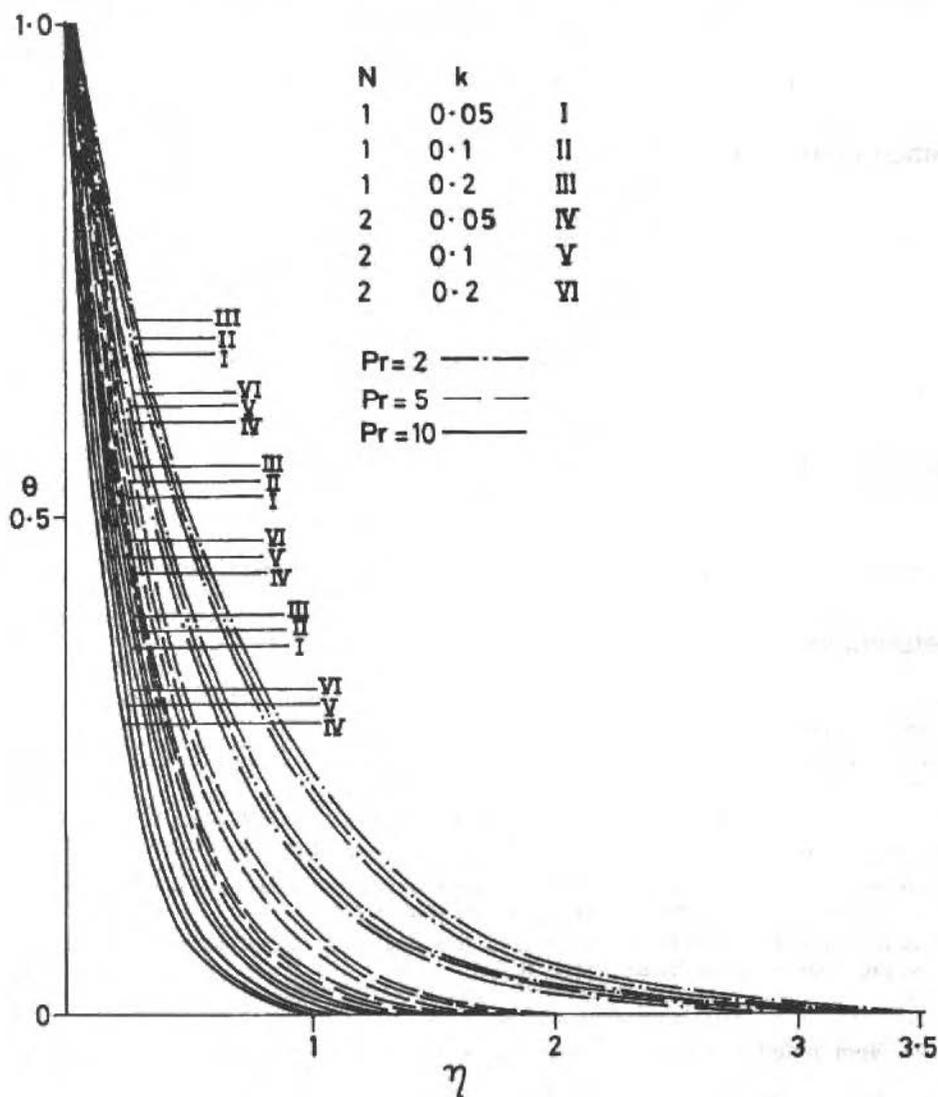


Fig. 1 Temperature Profiles

Knowing the temperature field, we now study the rate of heat transfer. It is given by

$$q = -K \left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{y=0} \quad (14)$$

where K is the thermal conductivity of the fluid. In view of the transformations (9), Eq. (14) reduces to the following:

$$q(x) = -K \sqrt{\frac{U_0}{\nu X}} (T_w(x) - T_\infty) \cdot \theta'(0) \quad (15)$$

The numerical values of $\{-\theta'(0)\}$ are entered in Table 1.

Results and Discussions

We observe from Fig. 1 that an increase in K leads to an increase in the temperature of the fluid when $N (\geq 1)$. But as N increases, the temperature of the fluid falls when Pr and K are constant. Also, an increase in the Prandtl number Pr leads to a fall in the temperature of the elasto-viscous fluid.

Also, we conclude from Table 1, that for Walters' liquid B' , due to the presence of the elastic property in the fluid, the rate of heat transfer decreases as compared to the ordinary Newtonian fluid, and its decreases more when the elastic parameter K is increased. However, the rate of heat transfer increases with increasing N or the Prandtl number Pr .

Conclusions

An increase in K leads to an increase in the temperature but a fall in the rate of heat transfer.

There is a fall in temperature and a rise in the rate of heat transfer due to increasing N .

References

- Beard, D. W. and Walters, K., 1964, "Elastico-viscous boundary-layer flows. I. Two-dimensional flow near a stagnation point", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 60, 667.
- Eckert, E. R. G., 1942, "Die Berechnung des Wärmeüberganges in der laminaren Grenzschicht umströmter Körper", *VDI - Forschungsheft*, 416.
- Oldroyd, J. G., 1949, "On the formulation of rheological equations of state", *Proc. Roy. Soc., London*, A200, 523.
- Schlichting, H., 1968, "Boundary Layer Theory", McGraw Hill Pub., 6th edn.
- Soundalgekar, V. M. and Vighnesan, N. V., 1980, "Heat transfer in stagnation point flow of an elasto-viscous fluid with variable temperature", *Mech. Research Communications*, 7, 289.
- Soundalgekar, V. M. and Raman Murty, T. V., 1981, "On flow of an elasto-viscous fluid past a semi-infinite plate with heat transfer", *J. Eng. Physics, (USSR)*, 40, 225.

Nomenclature

p_{ik} = stress tensor	f^{ik} = contravariant tensor	T_w = temperature of the plate
p = an arbitrary isotropic pressure	v^i = velocity vector	T_∞ = temperature of the fluid far away from the plate
g_{ik} = metric tensor	u, v = velocity components along x, y directions	q = rate of heat transfer
e'_{ik} = rate of strain tensor	X, Y = coordinate axes	ψ = stream-function
$N(\tau)$ = distribution function of relaxation times τ	ν = kinematic viscosity	θ = non-dimensional temperature
η_0 = limiting viscosity defined in Eq. (3)	T = temperature of the fluid	Pr = prandtl number
κ_0 = small rates of shear	α = thermal diffusivity	κ = non-dimensional elastic parameter
	U_0 = fluid velocity outside the boundary layer	

Análise Comparativa entre o MEF e o MMFGL para a Solução de Placas Laminadas de Materiais Compostos

Comparative Analysis of the Finite Element Method with the Modified Local Green's Function Method for Application to the Solution of Composite Laminar Plates

Roberto Dalledone Machado

CESEC - UFPR
Curitiba - PR

Renato Barbieri

DEM - FEJ
Joinville - SC

Carlo Giuseppe Filippin

DEMEC - UFPR
Curitiba - PR

Clovis Sperb de Barcellos

GRANTE - EMC - UFSC
Florianópolis - SC

Abstract

A numerical solution for composite laminate plates is shown through the application of two numerical modelling methods: the Finite Element Method (FEM) and the Modified Local Green's Function Method (MLGFM). Several examples are presented showing the behaviour of both methods, comparing their results in terms of convergence and distortion sensitivity.

Keywords: Composite Laminate Plates, Finite Element Method, Modified Local Green's Function Method

Resumo

A solução de placas laminadas de materiais compostos é tratada neste trabalho mediante a utilização de dois métodos numéricos: o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método Modificado da Função de Green Local (MMFGL). São apresentadas algumas aplicações que mostram o desempenho dos dois métodos em termos de precisão de resultados, sensibilidade à distorção, e taxas de convergência.

Palavras-chave: Placas Laminadas, Materiais Compostos, Método dos Elementos Finitos, Método Modificado da Função de Green Local

Introdução

Placas laminadas são elementos estruturais de grande importância na atualidade. São constituídas por lâminas sobrepostas de materiais compostos que lhes conferem, dentre outras características, elevada rigidez, baixo peso e alta resistência mecânica. Apresentam forte desempenho direcional como decorrência das orientações das fibras de cada lâmina e pela seqüência do empilhamento adotado.

Para descrever um problema complexo como o de uma placa laminada, onde meios distintos são envolvidos, inúmeros modelos foram idealizados, tal como pode ser visto nos artigos de Reddy (1989), ou de Noor e Burton (1989). Para a maioria deles, a solução numérica é determinada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

Muito eficiente em inúmeras outras aplicações, o Método dos Elementos de Contorno (MEC) não vem sendo empregado com freqüência na análise de placas laminadas de materiais compostos. Algumas tentativas foram idealizadas por Shi e Benzine (1988), mas limitadas ao caso de placas ortotrópicas. A dificuldade na determinação de uma solução fundamental explícita para o sistema de contorno parece ser um dos fatores limitantes do uso do MEC nessa área.

O Método Modificado da Função de Green Local (MMFGL), idealizado por Barcellos e Silva (1987), foi recentemente estudado por Machado e Barcellos (1992) e Machado (1992) para a solução de placas laminadas de materiais compostos, revelando-se como ótima alternativa para análise de tais problemas.

O MMFGL é um método integral que utiliza elementos de contorno como no MEC mas, ao contrário deste, não depende do conhecimento de uma solução fundamental explícita, pois a mesma é gerada automaticamente a partir de um sistema de domínio, resolvido por técnicas de discretização do MEF. No MMFGL, a solução fundamental é determinada a partir das projeções dos Tensores de Green nos espaços gerados pelos elementos finitos. Portanto, o MMFGL pode ser aplicado a problemas de placas ortotrópicas laminadas e alguns resultados são apresentados neste trabalho para comparação com o Método dos Elementos Finitos.

Equações Governantes na Teoria de Placa Laminada

Dentre os inúmeros modelos de placas laminadas existentes, o adotado pelo MMFGL neste trabalho corresponde ao do tipo "camada simples equivalente", com o campo de deslocamentos sendo expandido por meio de polinômios lineares (Teoria de Primeira Ordem). O laminado é tratado como uma placa homogênea equivalente, porém anisotrópica.

Pela Teoria de Primeira Ordem, os deslocamentos u , v e w de qualquer ponto da placa podem ser representados por meio dos respectivos deslocamentos u_0 , v_0 , e w_0 no plano de referência, e das rotações θ_x e θ_y , conforme a coordenada Z ao longo da espessura:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\theta_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

Uma vez determinado o campo de deslocamentos, as deformações longitudinais e transversais num ponto qualquer da placa podem ser determinadas respectivamente através de:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_L\} &= \{\varepsilon^0\} + z\{K\} \\ \{\varepsilon_T\} &= \{T\} \end{aligned} \quad (2)$$

onde

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_L\} &= \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6\}^t; \{\varepsilon_T\} = \{\varepsilon_4, \varepsilon_5\}^t \\ \{\varepsilon^0\} &= \{\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \varepsilon_6^0\}^t; \{K\} = \{K_1, K_2, K_6\}^t \\ \{T\} &= \{\varepsilon_4^0, \varepsilon_5^0\}^t \end{aligned}$$

As relações deformações-deslocamentos podem ser expressas através de operadores diferenciais de membrana, ζ_M , de flexão, ζ_F , e de cisalhamento, ζ_C , aplicados ao vetor de deslocamentos $d = \{u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y\}^t$.

$$\{\varepsilon^0\} = [\zeta_M]d; \{K\} = [\zeta_F]d; \{T\} = [\zeta_C]d \quad (3)$$

onde, considerando $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}(\cdot)$ e $\partial_y = \frac{\partial}{\partial y}(\cdot)$,

$$\begin{aligned}
 [\zeta_M] &= \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 & 0 & 0 \\ \partial_y & \partial_x & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; [\zeta_F] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \partial_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial_y & \partial_x & 0 \end{bmatrix} \\
 [\zeta_C] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \partial_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \partial_x \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4)$$

A partir da distribuição de tensões ao longo da espessura da placa, as suas resultantes podem ser determinadas através de:

$$\begin{aligned}
 [N_i, M_i] &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i^{(L)} [1, z] dz \quad i = 1, 2, 6 \\
 Q_i &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i^{(L)} dz \quad i = 4, 5
 \end{aligned} \quad (5)$$

onde $\sigma_i^{(L)}$ é o i -ésimo componente do vetor de tensões da lâmina L ; e N_i, M_i, Q_i são os componentes dos vetores de forças normais, momentos fletores e esforços cortantes, N, M , e Q . Aplicando-se a Lei de Hooke, pode-se escrever

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & : & B \\ \dots & \dots & \dots \\ B & : & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \\
 \{Q\} &= [D_C] \{T\}
 \end{aligned} \quad (6)$$

onde

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij}^{(L)} dz = \sum_{L=1}^{NL} C_{ij}^{(L)} (z_L - z_{L-1}) \\
 B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij}^{(L)} z dz = \frac{1}{2L} \sum_{L=1}^{NL} C_{ij}^{(L)} (z_L^2 - z_{L-1}^2) \\
 D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} C_{ij}^{(L)} z^2 dz = \frac{1}{3L} \sum_{L=1}^{NL} C_{ij}^{(L)} (z_L^3 - z_{L-1}^3) \\
 D_{C_{mn}} &= \int_{-h/2}^{h/2} C_{mn}^{(L)} dz = \sum_{L=1}^{NL} C_{mn}^{(L)} (z_L - z_{L-1})
 \end{aligned} \quad (7)$$

Nas expressões anteriores, $C_{ij}^{(L)}$ são as componentes da matriz de rigidez da lâmina L ; z_L é a coordenada z do topo da lâmina L ; e z_{L-1} é a coordenada z do topo da lâmina precedente; $i, j=1, 2, 6$; e $m, n=4, 5$.

Formulação do MMFGL para a Solução de Placas Laminadas

Dois sistemas de equações são utilizados no MMFGL: um de domínio e outro de contorno. Eles são decorrentes das expressões integrais que determinam os deslocamentos no domínio, u_D , e no contorno, u_C , ou seja,

$$u_D = \int_{\Omega} G_{DD}^t b d\Omega + \int_{\partial\Omega} G_{DC}^t f d\partial\Omega \quad (8)$$

$$u_C = \int_{\Omega} G_{CD}^t b d\Omega + \int_{\partial\Omega} G_{CC}^t f d\partial\Omega \quad (9)$$

onde b e f são as forças de corpo e as trações generalizadas, respectivamente; G é o Tensor de Green associado a pontos do domínio ou do contorno, conforme indicado pelos índices D ou C.

Expandindo as variáveis de (8) e (9) por meio de funções de interpolação lagrangeanas de domínio ψ , e de contorno, ϕ , e empregando o Método Residual de Galerkin, resulta nos seguintes sistemas de equações de domínio e de contorno, respectivamente:

$$Au_D = Bf + Cb \quad (10)$$

$$Du_C = Ef + Fb \quad (11)$$

onde u_D , u_C , f e b são os vetores correspondentes aos valores nodais de u_D , u_C , f e b respectivamente, e

$$\begin{aligned} A &= \int_{\Omega} \psi^t \psi d\Omega_D, & B &= \int_{\Omega} \psi^t G_{D,c} d\Omega_D \\ C &= \int_{\Omega} \psi^t G_{D,d} d\Omega_D, & D &= \int_{\partial\Omega} \phi^t \phi d\partial\Omega_D \\ E &= \int_{\partial\Omega} \phi^t G_{C,c} d\partial\Omega_D, & F &= \int_{\partial\Omega} \phi^t G_{C,d} d\partial\Omega_D \end{aligned} \quad (12)$$

Nas matrizes apresentadas em (12), $G_{D,c}$, $G_{D,d}$, $G_{C,c}$ e $G_{C,d}$ são as projeções dos tensores de Green G_{DC} , G_{DD} , G_{CC} e G_{CD} no espaço gerado pelas funções de interpolação ψ e ϕ , isto é,

$$\begin{aligned} G_{C,d} &= \int_{\partial\Omega} G_{CD}^t \phi d\partial\Omega_C, & G_{D,d} &= \int_{\Omega} G_{DD}^t \psi d\Omega_D \\ G_{C,c} &= \int_{\partial\Omega} G_{CC}^t \phi d\partial\Omega_C, & G_{D,c} &= \int_{\Omega} G_{DC}^t \psi d\Omega_C \end{aligned} \quad (13)$$

A determinação das projeções do tensor de Green, como indicado em (13), pode ser feita através da minimização de um funcional apropriado, que depende do tipo de problema, conforme sugerido por Barcellos e Silva (1987). No caso da Teoria de Primeira Ordem para placas laminadas, a minimização de tal funcional resulta no seguinte sistema de equações, com o qual se determinam $g_{D,d}$ e $g_{C,d}$ que são os valores nodais das projeções indicadas em (13):

$$[K] [g_{D,d} : g_{C,d}] = [A : D] \quad (14)$$

onde $K = K_{MEF} + K'$; K_{MEF} é a matriz de rigidez convencional de elementos finitos; K' é a matriz de rigidez adicional do MMFGL, correspondente a uma matriz diagonal de coeficientes constantes; e A e D são equivalentes às matrizes de massa unitária no domínio e no contorno como indicadas em (12).

Para o caso da Teoria de Primeira Ordem para placas laminadas a matriz K_{MEF} pode ser determinada através de:

$$K_{MEF} = \int_{\Omega} (B_M^t A B_M + B_M^t B B_F + B_F^t B B_M + B_F^t D B_F + B_C^t D_C B_C) d\Omega \quad (15)$$

onde A, B, D e D_C são as matrizes definidas em (7) e B_M , B_F e B_C são as matrizes de interpolação associadas às parcelas de membrana, flexão e cisalhamento, respectivamente.

Aplicações

As aplicações deste trabalho consideram as seguintes propriedades elásticas:

$$\frac{E_1}{E_2} = 25; \quad G_{12} = G_{13} = 0.5E_2; \quad G_{23} = 0.2E_2; \quad \nu_{12} = 0.25 \quad (16)$$

Os resultados são normalizados como:

$$\bar{w} = w \left(\frac{E_2 h^3}{q_0 a^4} \right); \quad \bar{\sigma}_i = \sigma_i \left(\frac{h^2}{q_0 a^2} \right) \quad i = 1, 2, 6 \quad (17)$$

onde h é a espessura total do laminado, q_0 é a intensidade do carregamento atuante e a é a dimensão da placa.

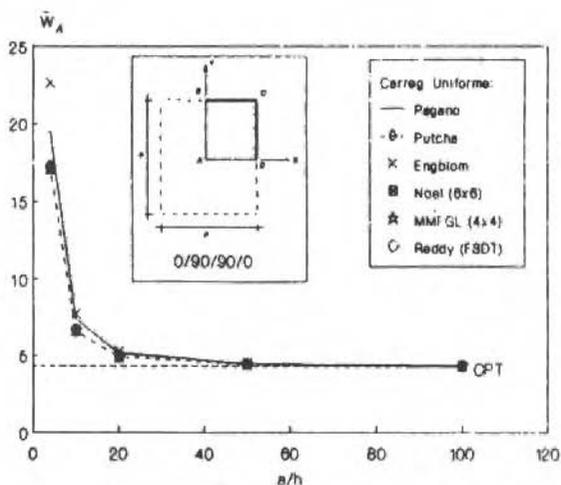


Fig. 1 Placa 0°/90°/90°/0° - Deslocamentos verticais no centro

Todos os exemplos processados pelo MMFGL correspondem à utilização de elementos lagrangeanos quadráticos de nove nós para discretizar o domínio, e elementos de três nós para discretizar o contorno.

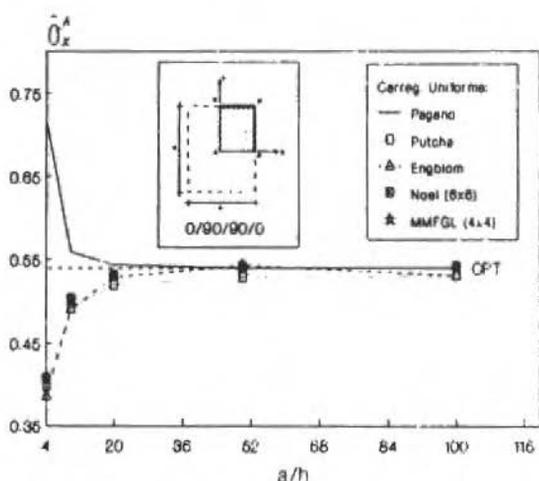


Fig. 2 Placa $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ - Tensões σ_x no Centro

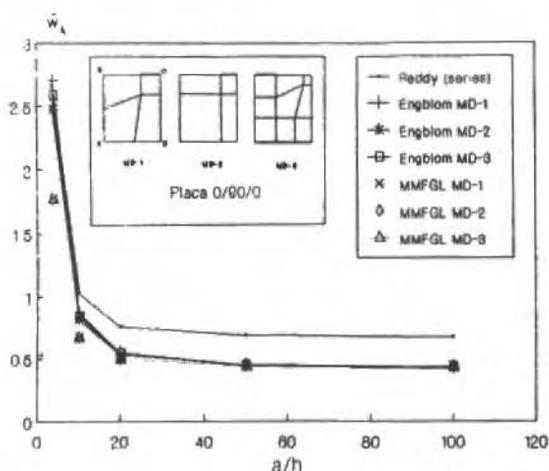


Fig. 3 Placa $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ - Deslocamentos verticais no centro - malhas distorcidas

Exemplo 1

Placa laminada $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$, quadrada, simplesmente apoiada, submetida a um carregamento uniformemente distribuído. Aproveitando as condições de simetria, somente um quarto da placa é discretizado. São determinados os deslocamentos verticais no nó A (centro da placa) e comparados com soluções analíticas de Pagano (1970), e as respostas pelo MEF determinadas por Putcha e Reddy

(1986), Engblom e Ochoa (1985), e Noel (1991). Os resultados estão apresentados na Fig. 1 para diversas relações de a/h . Na Fig. 2 são apresentados os resultados de tensões normais σ_x no centro da placa.

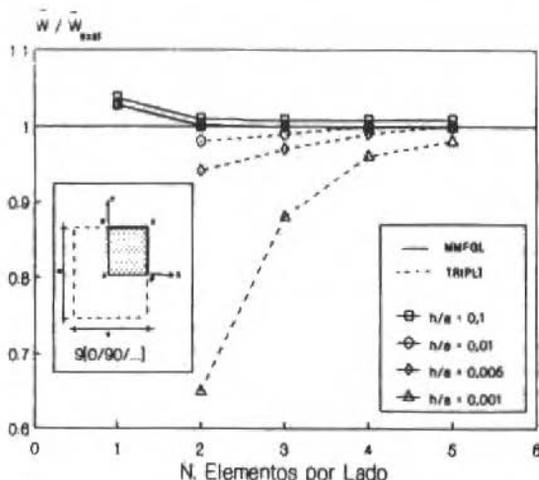


Fig. 4 Placa $9 \times [0^\circ/90^\circ/\dots]$ - Deslocamentos verticais no centro - refinamento uniforme da malha

Nota-se que, no caso de placas semiespessas, ocorre uma divergência entre as soluções aproximadas e a determinada analiticamente por Pagano, sugerindo uma deficiência do modelo. O comportamento do MMFGL, neste caso, assemelha-se às demais soluções determinadas pelo MEF.

Exemplo 2

Uma placa laminada $0^\circ/90^\circ/0^\circ$, quadrada, simplesmente suportada, submetida a um carregamento senoidal, é analisada para três malhas distintas, a fim de se examinar a sensibilidade do método à distorção. Os resultados são comparados com os de Engblom e Ochoa (1985), que empregou uma formulação de terceira ordem. Os deslocamentos no centro da placa bem como as malhas distorcidas utilizadas estão representados na Fig. 3, onde se percebe que o MMFGL não é sensível à distorção.

Exemplo 3

Examina-se a convergência dos resultados de uma placa laminada $9 \times [0^\circ/90^\circ/\dots]$, quadrada, simplesmente apoiada, submetida a um carregamento uniforme. São determinados os deslocamentos verticais no centro da placa. Os resultados de comparação são fornecidos por Lakshminarayana e Murthy (1984) que utilizaram o elemento finito TRIPLT de três pontos nodais e quinze graus de liberdade por nó, baseado num campo linear de deslocamentos. São apresentadas soluções para diversas relações a/h . Os resultados estão ilustrados na Fig. 4, onde se percebe que o MMFGL foi pouco sensível com a variação de espessura, apresentando ótima aproximação mesmo com malha 2×2 . Nota-se, ainda, que um único elemento já é capaz de fornecer resultado com precisão razoável, não ocorrendo o mesmo com o MEF.

Conclusões

O Método Modificado da Função de Green Local MMFGL mostra-se bastante apropriado para a solução de placas laminadas de materiais compostos. Os resultados apresentados revelam precisão comparável aos determinados pelo MEF, baixa sensibilidade à distorção, e taxa de convergência mais

acentuada. Por este desempenho, deve ser estimulada a investigação do MMFGL utilizando outros elementos mais eficientes do que o empregado neste trabalho, bem como o seu emprego em modelos mais elaborados para a solução de placas laminadas.

Referências

- Barcellos C. S. e Silva, L. H. M., 1987, "Elastic Membrane Solution by a Modified Local Green's Function Method", Proc. Int. Conf. on Boundary Element Technology, Comp. Mech. Publ., Southampton.
- Engblom, J. J. e Ochoa, O. O., 1985, "Through The Thickness Stress Predictions For Laminated Plates of Advanced Composite Materials", Int. J. Num. Meth. Engng, Vol. 21, pp. 1759-1776.
- Lakshminarayana, H. V. e Shidhara-Murthy, S., 1984, "A Shear-Flexible Triangular Finite Element Model for Laminated Composite Plates", Int. J. Num. Meth. Engng, Vol. 20, pp. 591-623.
- Machado, R. D. e Barcellos, C. S., 1992, "A First Modified Local Green's Function Method Approach to Ortotropic Laminated Plates", Proc. of CADCOMP92 Computer Aided Design for Composite Materials Conference, Ed. C.A. Brebbia, Newark, USA.
- Machado, R. D., 1992, "Desenvolvimento do Método Modificado da Função de Green Local para a Solução Placas Laminadas de Materiais Compostos", Tese DSc. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- Noel, A. T. e Barcellos, C. S., 1991, "Desenvolvimento de um Elemento Misto de Casca de Dupla Curvatura para Análise de Materiais Multilaminados", XI COBEM Cong. Bras. de Engen. Mecânica, pp. 117-120, SP, Brasil.
- Noor, A. K. e Burton, W. S., 1989, "Assessment of Shear Deformation Theories for Multilayered Composite Plates", Appl. Mech. Rev., Vol. 42, no. 1, pp. 1-12.
- Pagano, N. J., 1970, "Exact Solutions for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates", J. Composite Mat., Vol. 4, pp. 20-34.
- Putchá, N. S. e Reddy, J. N., 1986, "A Refined Mixed Shear Flexible Finite Element for the Non-Linear Analysis of Laminated Plates", Comp. & Struct., Vol. 22, no. 4, pp. 529-538.
- Reddy, J. N., 1982, "Bending of Laminated Anisotropic Shells by a Shear Deformable Finite Element", Fibre Sci. Tech., Vol. 17, pp. 9-14.
- Reddy, J. N., 1984, "A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates", J. Appl. Mech., Vol. 51, pp. 745-752.
- Reddy, J. N., 1989, "On Refined Computational Models of Composite Laminates", Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 27, pp. 361-382.
- Shi, G. e Benzine, G., 1988, "A General Boundary Integral Formulation for the Anisotropic Plate Bending Problems", J. Composite Mat., Vol. 22, pp. 694-716.

Solução Numérica de Problemas de Transferência de Calor pelo Método de Elementos Finitos Baseado em Volumes de Controle

Numerical Solution of Heat Transfer Problems Using the Finite Element Method Based on Control Volume

Luiz Felipe Mendes de Moura
Carlos Eduardo Jeronymo

Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos - DETF
Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Campinas - São Paulo

João Batista Campos Silva

Departamento de Engenharia Mecânica - DEM
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS
Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho - UNESP
Ilha Solteira - São Paulo

Abstract

This work presents a numerical code developed from the control volume - finite element method, for application in the analysis of heat transfer (conduction and convection) problems. The method has a formulation strictly conservative that is a contrast to the conventional weighted residual or variational approaches to the finite element method formulation. A software based on this method was developed and applied to some test problems, giving very good results.

Keywords: Finite Element Method, Convection, Diffusion.

Resumo

Este trabalho apresenta um programa computacional desenvolvido a partir do método de elementos finitos baseados em volumes de controle. O método foi aplicado para solução de problemas de transferência de calor por condução e convecção. A formulação empregada é essencialmente conservativa, diferindo dos métodos convencionais de elementos finitos, geralmente baseados no método dos resíduos ponderados ou em princípios variacionais. Os resultados numéricos obtidos através de um *software* denominado FEMEV apresentam excelente concordância com os resultados de soluções exatas para os problemas testes.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos, Convecção, Difusão.

Introdução

Neste trabalho é apresentado um programa computacional desenvolvido a partir do método de elementos finitos (FEM) baseado no método de volumes de controle (CV). A principal aplicação deste programa computacional está relacionada com a simulação numérica de problemas de convecção e difusão, sendo o campo de velocidades conhecido. Baliga e Patankar (1980, 1983) foram os primeiros a desenvolver este tipo de método, o qual posteriormente recebeu melhorias devido a Hookey e Baliga (1988) e Prakash (1986, 1987). Recentemente, Schneider e Raw (1985, 1987) desenvolveram uma nova formulação para o método de elementos finitos baseado em volumes de controle. Jeronymo (1991) desenvolveu um código computacional baseado no método apresentado por Schneider e Raw (1987), e o aplicou à solução de alguns problemas de condução e convecção de calor, obtendo bons resultados. Dentre os problemas abordados, pode-se citar: condução de calor uni e bidimensional em geometrias retangular e cilíndrica, com e sem geração interna de calor e condutividade térmica constante ou dependente de temperatura; condução de calor em cilindros girantes, convecção em degrau ou com fluxo reverso.

A discretização espacial do domínio foi feita utilizando-se elementos finitos na forma de quadriláteros isoparamétricos. Volumes de controle, também na forma de quadriláteros, são construídos em torno de cada nó, onde um balanço das grandezas de interesse é realizado. Deste modo o método combina a versatilidade de discretização do método de elementos finitos com o caráter conservativo da formulação pelo método de volumes de controle. No cálculo dos termos convectivos foi utilizado o esquema *upwind* proposto por Schneider e Raw (1985).

Os resultados obtidos para os problemas testes concordam bem com os resultados exatos obtidos para os mesmos. Os aspectos principais do método são apresentados a seguir.

Modelo Numérico

Definição da Geometria dos Elementos Finitos e Volumes de Controle

Os conceitos de elementos finitos e volumes de controle são bem desenvolvidos na literatura. Algumas referências básicas que podem ser citadas são: Baker (1983), Connor e Brebbia (1976) e Chung (1978) em elementos finitos e Patankar (1980) em volumes de controle.

No método de elementos finitos baseado em volumes de controle, o domínio é primeiramente discretizado em elementos finitos e em seguida volumes de controle são construídos em torno dos pontos nodais, onde o balanço das grandezas é efetuado. A Fig. 1 ilustra um volume de controle construído em torno de um nó comum a quatro elementos finitos.

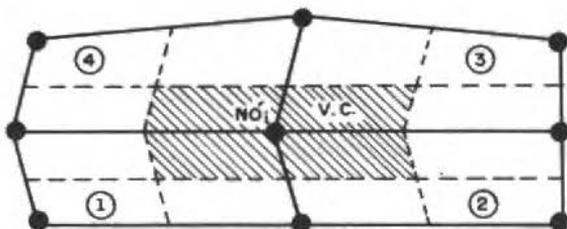


Fig. 1 Definição de um volume de controle

Neste trabalho foram utilizados elementos finitos na forma de quadriláteros isoparamétricos (Chung, 1978). Em Jeronymo (1991) são mostrados detalhes de como as coordenadas x , y ou uma variável qualquer, ϕ , dentro do elemento, são relacionadas com as coordenadas locais no elemento.

Discretização da Equação de Conservação de uma Grandeza Escalar

A equação que descreve o fenômeno da convecção-difusão de uma grandeza escalar ϕ , para um domínio bidimensional, é da forma:

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s \quad (1)$$

onde

λ é o coeficiente de difusão;

s é o termo fonte;

u, v são componentes de velocidade nas direções x e y , respectivamente, e

ϕ é uma grandera escalar (ex: temperatura, entalpia, concentração, etc.).

Em problemas de transferência de calor, a Eq. (1) toma a forma:

$$\rho c_p u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s \quad (2)$$

com ϕ representando a temperatura, Γ a condutividade térmica e s a geração interna de calor por unidade de volume.

A Eq. (2) será integrada num dado volume de controle que engloba algum nó genérico no domínio. Como pode ser visto na Fig. 2, um nó pode pertencer a um volume de controle interno ou do contorno. Inicialmente serão considerados apenas volumes de controle associados a nós internos.

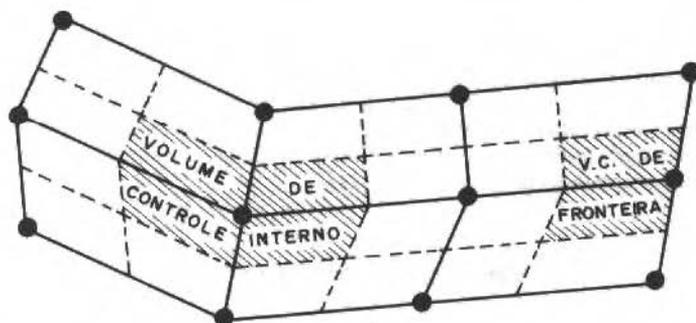


Fig. 2 Volumes de controle interno e de fronteira.

Como pode ser visto, ainda na Fig. 2, cada elemento será subdividido em quatro subvolumes de controle. Um elemento isolado do domínio é mostrado na Fig. 3, onde os segmentos da fronteira de cada subvolume são indicados por ssi. Integrando a Eq. 2 ao longo dos segmentos ssi associados ao subvolume de controle do nó i s_{vc_i} tem-se:

$$\int_{s_{s_i}} (\rho c_p u \phi_i + \rho c_p v \phi_j) \cdot d\vec{n} - \int_{s_{s_i}} \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + \Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot d\vec{n} - \int_{s_{vc_i}} s dA = 0 \quad (3)$$

onde $d\vec{n} = dy \vec{i} - dx \vec{j}$ com os sinais de dx e dy dependendo do sentido de rotação escolhido.

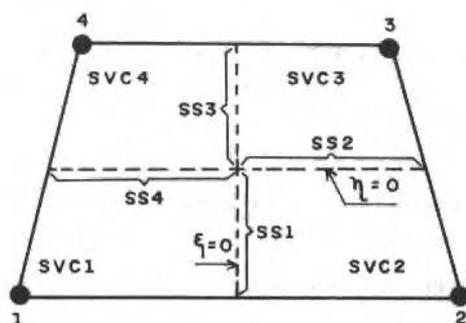


Fig. 3 Definição dos subvolumes de controle associados a cada elemento.

O primeiro termo na Eq. (3) representa o fluxo convectivo; o segundo termo o fluxo difusivo e o terceiro termo é a contribuição do termo fonte. Para efetuar as integrais indicadas na Eq. (3) são definidos pontos na metade dos segmentos ssi, os quais são indicados por ipi, como mostra a Fig. 4, onde as grandezas serão avaliadas.

A Eq. (3) de balanço para o subvolume de controle svc1 mostrado na Fig. 4 pode ser reescrita como:

$$\int_{ss1} \vec{J} \cdot d\vec{n} + \int_{ss4} \vec{J} \cdot d\vec{n} - \int_{svc1} s dA + Q_f = 0 \quad (4)$$

onde $\vec{J} = \rho c_p \vec{V} \phi - \Gamma \nabla \phi$ representa o fluxo da grandeza por convecção e difusão, e Q_f representa a contribuição dos outros subvolumes de controle associados ao nó 1 ou condições de fronteira, se aplicável.

Na Eq. (4) os termos convectivo, difusivo e fonte serão discretizados cada um isoladamente. O sentido de cálculo do vetor $d\vec{n}$ deverá ser sempre o mesmo. No presente trabalho, o sentido adotado foi o anti-horário. As discretizações desenvolvidas para o subvolume de controle 1, serão similares para os demais subvolumes de controle. No processo de discretização, quando as variáveis se referirem aos pontos nodais, elas serão indicadas por letras maiúsculas. Quando estiverem associadas aos pontos de integração, serão representadas por letras minúsculas.

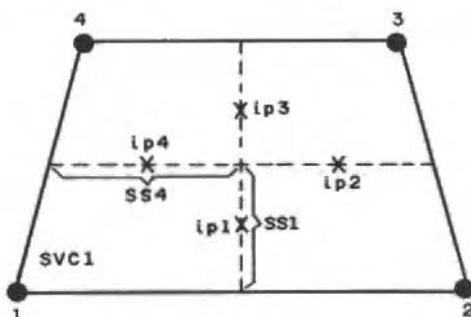


Fig. 4 Pontos de integração dos volumes de controle.

No subvolume de controle 1 da Fig. 4 os fluxos devem ser avaliados em ss1 e ss4. Assim, o termo convectivo da Eq. (4) pode ser aproximado como:

-segmento ss1:

$$\int_{ss1} \rho c_p (u\phi_i + v\phi_j) \cdot d\vec{n} = \rho c_p (u_1\phi_1\Delta y_1 - v_1\phi_1\Delta x_1)$$

-segmento ss4:

$$\int_{ss4} \rho c_p (u\phi_i + v\phi_j) \cdot d\vec{n} = \rho c_p (u_4\phi_4\Delta y_4 - v_4\phi_4\Delta x_4)$$

De maneira genérica o termo convectivo pode ser representado na forma:

$$\int_{ss1}^a \int_{ss4} (\rho c_p \vec{V} \phi) \cdot d\vec{n} = \sum_{j=1}^4 a_{i,j}^c \phi_j \quad (5)$$

Na Eq. (5) o subíndice i refere-se ao subvoluma de controle. Por exemplo, $i=1$ refere-se ao subvoluma 1, $i=2$ refere-se ao subvoluma 2, etc. O subíndice j refere-se ao ponto de integração (ip1, ip2, ip3, ip4). As letras minúsculas (a e ϕ) indicam que os valores estão relacionados aos pontos de integração. O superescrito c indica que o coeficiente provém de um termo convectivo. Deve-se esclarecer que os valores das variáveis nos pontos de integração são desconhecidos e deverão ser relacionadas com os valores das variáveis nos pontos nodais, como será feito posteriormente.

O termo difusivo da Eq. (4) calculado no segmento ssl pode ser representado como:

$$\int \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} i + \Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} j \right) \cdot d\vec{n} = - \Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{ip1} \Delta y_1 + \Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{ip1} \Delta x_1 \quad (6)$$

Usando as funções de interpolação lineares (Connor e Brebbia, 1976):

$$\phi = \sum_{i=1}^4 N_i \phi_i$$

a Eq. (6) pode ser reescrita como:

$$\int_{ssl} \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} i + \Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} j \right) \cdot d\vec{n} = - \Gamma_x \sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial x} \Phi_j \Delta y_1 + \Gamma_y \sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial y} \Phi_j \Delta x_1 \quad (7)$$

Na expressão acima Γ é calculado por interpolação dos valores da condutividade nos pontos nodais, e Φ representa o valor da variável no ponto nodal.

De maneira genérica a integral do termo difusivo pode ser representada na forma:

$$\int_{ssl \text{ a } ss4} \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} i + \Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} j \right) \cdot d\vec{n} = \sum_{j=1}^4 A_{i,j}^d \Phi_j \quad (8)$$

onde o superescrito d indica que o coeficiente provém de um termo de difusão, i ao subvoluma de controle e j ao ponto nodal.

O termo fonte é calculado pela integração do valor de s , considerado constante, na região do subvoluma de controle, resultando em:

$$- \int_{svci} s dA = -B_i^s \quad (9)$$

onde o superescrito s indica que o termo está relacionado ao termo fonte.

Substituindo as Eqs. (5), (8) e (9) na Eq. (3) para um subvoluma de controle i , obtém-se:

$$\sum_{j=1}^4 A_{i,j}^d \Phi_j + \sum_{j=1}^4 a_{i,j}^c \Phi_j = B_i^s \quad (10)$$

Considerando todos os quatro subvolumes de controle que compõem um dado elemento, cada um com equações similares à Eq. (10), pode-se escrever a seguinte equação matricial:

$$[A^d] \{ \Phi \} + [a^c] \{ \Phi \} = \{ B \} \quad (11)$$

Nessa equação cada linha representa um subvoluma de controle, associado a um nó. Como foi mencionado anteriormente, os elementos da matriz $[a]$ são ainda desconhecidos e deverão ser calculados. Em problemas de difusão pura, o cálculo da matriz $[a]$ não será necessário.

Fechamento das Equações de Conservação

Schneider e Raw (1987) descrevem os passos para a obtenção das relações entre as grandezas nos pontos de integração e as grandezas nos pontos nodais. De maneira genérica tem-se uma equação da forma:

$$\sum_{j=1}^4 (c_{i,j}^c - c_{i,j}^d) \phi_j + \sum_{j=1}^4 (C_{i,j}^c - C_{i,j}^d) \Phi_j = d_i^s$$

ou na forma matricial:

$$[c^c - c^d] \{\phi\} + [C^c - C^d] \{\Phi\} = \{d_i^s\} \quad (12)$$

Da Eq. (12) pode-se obter $\{\phi\}$ nos pontos de integração em função dos valores nodais:

$$\{\phi\} = [c^c - c^d]^{-1} [C^d - C^c] \{\Phi\} + [c^c - c^d]^{-1} \{d_i^s\} \quad (13)$$

Substituindo (13) em (11) obtém-se a seguinte equação global do sistema:

$$([A^d] + [a^c] [CC]) \{\Phi\} = \{B^s\} - [a^c] \{RCC\} \quad (14)$$

onde $[CC] = [c^c - c^d]^{-1} [C^d - C^c]$ e $[RCC] = [c^c - c^d]^{-1} \{d_i^s\}$.

Condições de contorno

Para completar a análise, resta considerar os nós da fronteira do domínio. Nas fronteiras o fluxo poderá ser composto de uma parte convectiva e outra difusiva. Este fluxo será representado na forma:

$$Q_f = Q_f^c + Q_f^d \quad (15)$$

onde Q representa o fluxo de uma variável escalar ϕ e o subíndice f indica que este fluxo está relacionado com as fronteiras.

A Fig. 5 ilustra um volume de controle situado numa face de fronteira. A equação de balanço para este volume de controle será da forma:

$$(\text{fluxos internos}) + Q_f + (\text{geração}) = 0 \quad (16)$$

onde os fluxos internos são calculados nos pontos pl_a , pl_b , $p2a$ e $p2b$ por interpolação nodal.

O fluxo convectivo é expresso na forma:

$$Q_f^c = \int \rho c_p \phi \vec{V} \cdot d\vec{n} \quad (17)$$

onde $d\vec{n}$ é o vetor normal à fronteira e \vec{V} , o vetor velocidade. Para o ponto F_{ip1} o fluxo convectivo será

$$Q_f^c = \dot{m}_{F_{ip1}} c_p \phi_{F_{ip1}} \quad (18)$$

onde \hat{m} é a massa que atravessa a fronteira e $\phi_{F_{ip1}}$ é calculado por

$$\phi_{F_{ip1}} = a\Phi_1 + b\Phi_2 \quad (19)$$

com $a=0,75$ e $b=0,25$, que equivale a tomar F_{ip1} situado no ponto médio do segmento Δs_1 . O cálculo do fluxo em F_{ip2} é similar.

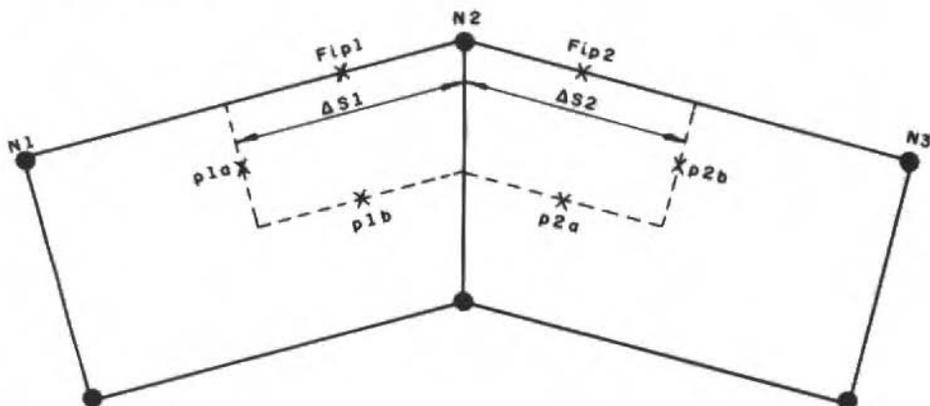


Fig. 5 Volume de Controle de Fronteira.

O fluxo em fronteiras impermeáveis ocorre por difusão e pode ser expresso na forma:

$$Q_f^d = -\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (20)$$

Se a superfície externa tem convecção imposta:

$$Q_f^d = -\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial n} = h(\phi - \phi_a) \quad (21)$$

A Fig. 6 ilustra este fluxo.

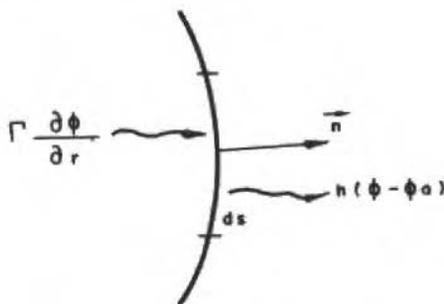
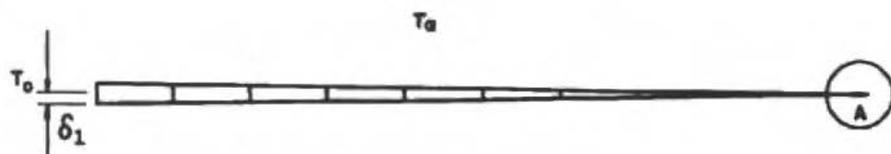


Fig. 6 Fluxo difusivo numa fronteira.

Neste trabalho Q_f^d foi implementado na seguinte forma:



$$h = 0.280 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$\lambda = 7.17 \text{ W/m K}$$

$$T_0 = 394 \text{ K}$$

$$T_a = 294 \text{ K}$$

$$L = 3.05 \text{ m}$$

$$\delta_1 = 0.076 \text{ m}$$

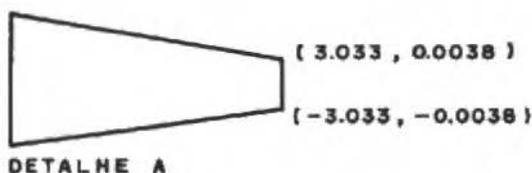


Fig. 7 Discretização da aleta triangular (malha 1x10)

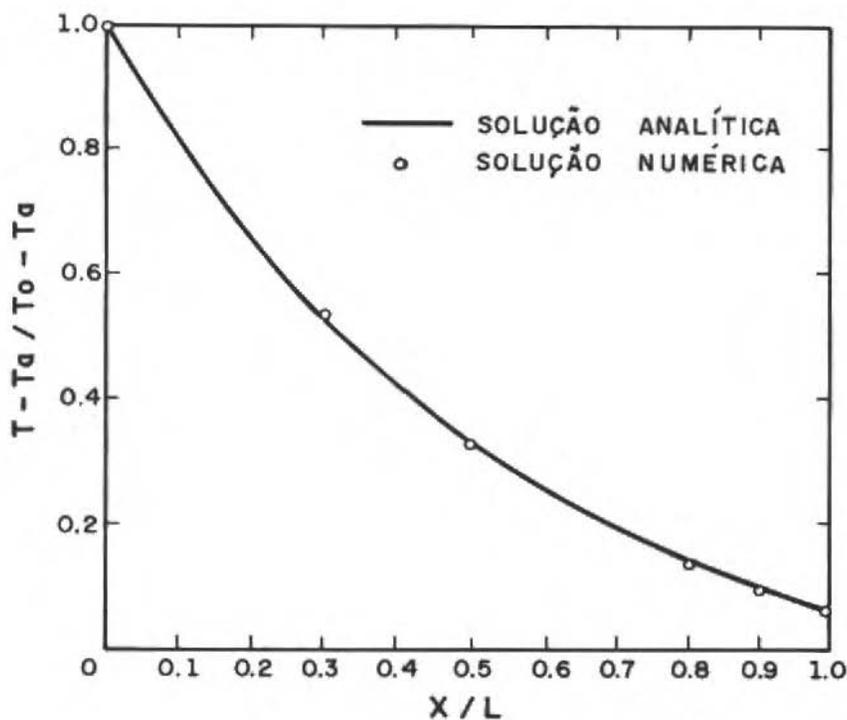


Fig. 8 Comparação dos resultados para a aleta triangular (malha 1x5)

$$Q_i^d = \sum_{j=1}^4 (-hN_j \Delta s_j) \Phi_j + c \Delta s_i \quad (22)$$

onde N_j são as funções de interpolação, Δs_j é indicado na Fig. 5 e c e h assumem valores que dependem do tipo de condição de contorno imposta. No caso de transferência de calor tem-se:

- para fluxo imposto:

$$h = 0, c = q'' \quad (23)$$

- para parede adiabática:

$$h = 0, c = 0 \quad (24)$$

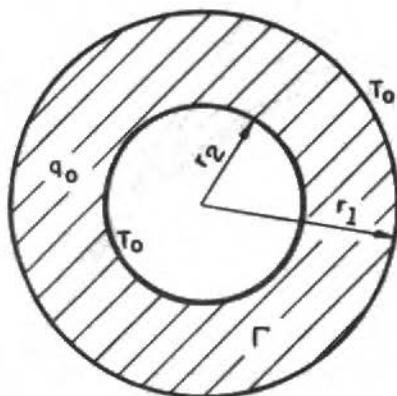
- para fronteira convectiva:

$$h = h, c = h\phi_a \quad (25)$$

- para temperatura imposta:

$$\phi = \phi_i \quad (26)$$

Na Eq. (25), h é o coeficiente de película e ϕ_a é a temperatura do meio externo.



$$q_0 = 1.66 \times 10^7 \text{ W/m}^3$$

$$\Gamma_0 = 0.534 \text{ W/m K}$$

$$r_1 = 6.35 \text{ mm}$$

$$r_2 = 1.59 \text{ mm}$$

$$T_0 = 255 \text{ K}$$

Fig. 9 Cilindro oco com condutividade dependente da temperatura

Resultados

Neste ítem são apresentados alguns resultados obtidos por Jeronymo (1991) para alguns problemas testes.

Condução de Calor Unidimensional numa Aleta Triangular

A Fig. 7 ilustra a geometria considerada, bem como as propriedades consideradas.

A Fig. 8 mostra a comparação dos resultados da solução numérica e da solução analítica, havendo uma boa concordância entre eles, mesmo para uma malha grossa 1x5.

Condução de Calor num Cilindro Oco Sujeito à Geração Interna de Calor e com Condutividade Térmica Dependente da Temperatura

A Fig. 9 ilustra o problema e os dados de entrada. No caso deste problema é assumido que a condutividade térmica varia linearmente com a temperatura na forma:

$$\Gamma = \Gamma_0 (1 + \beta_0 T)$$

onde

Γ_0 = condutividade térmica de referência;

β_0 = coeficiente de condutividade térmica.

A Fig. 10 mostra a comparação dos resultados da solução numérica obtida no presente trabalho com resultados da solução analítica. Pode-se verificar que a concordância entre os mesmos é muito boa.

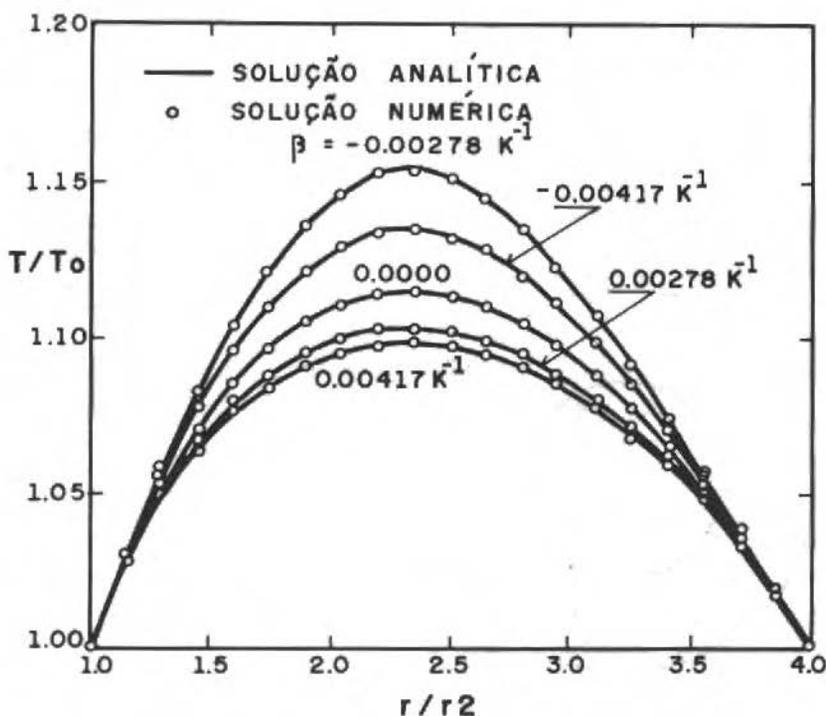


Fig. 10 Comparação dos resultados obtidos para um cilindro oco (malha 1x20).

Condução de Calor Radial em um Cilindro Girante

Este problema, proposto por Runchal (1972), é esquematizado na Fig. 11, e pode-se ver que em coordenadas cartesianas ele se transforma num problema de convecção-difusão, cuja equação é do tipo:

$$u^* \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} = \Gamma^* \left(\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

onde

$$\phi^* = \frac{\phi - \phi_2}{\phi_1 - \phi_2}; x^* = \frac{x}{r_1}; y^* = \frac{y}{r_1}; u^* = \frac{u}{\omega r_1}; v^* = \frac{v}{\omega r_1}; \Gamma^* = \frac{1}{P_e} (x^{*2} + y^{*2})$$

O problema foi resolvido na região R da Fig. 11. A Fig. 12 apresenta o erro percentual de alguns métodos e do presente trabalho em função do número de Peclet, no centro da malha. Os valores de ϕ^* nas fronteiras de R foram especificados a partir da solução exata. A melhor precisão da solução pode ser considerada como devido aos menores índices de falsa difusão, que o método utilizado apresenta.

Convecção em Degrau

O problema é ilustrado pela Fig. 13. O campo de velocidades é uniforme e paralelo à linha que atravessa o domínio passando pelo seu cenho, a partir de y_c . Γ e s são tomados iguais a zero. Os valores nas fronteiras são $\phi = 0$, abaixo da linha sólida; $\phi = 1$, acima da mesma; $\phi = 0,5$ nos pontos onde a linha sólida intercepta as fronteiras.

A Fig. 14 mostra a comparação de resultados de outros métodos bem como do presente trabalho com a solução exata para $y_c = 8$. A melhor concordância entre os resultados obtidos no presente trabalho bem como os resultados obtidos por Baliga (1980), com a solução exata, é atribuída a um menor índice de falsa difusão do método de elementos finitos baseado em volumes de controle.

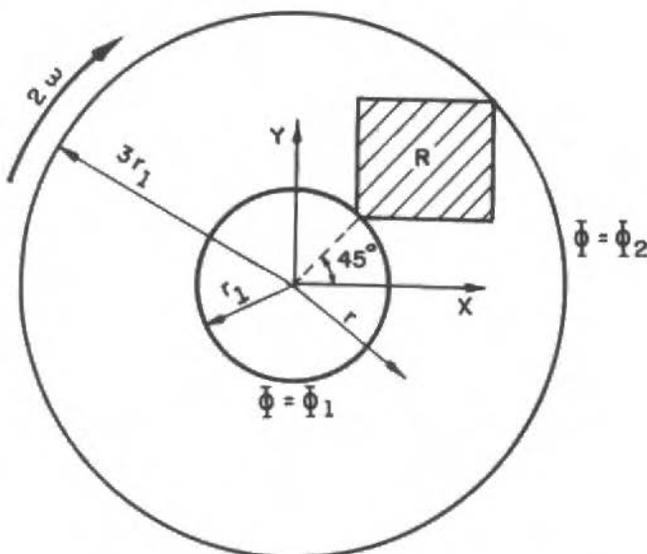


Fig. 11 Cilindro girante, com condução de calor radial

Convecção-Difusão em um Fluxo Reverso de 180 graus.

O problema é ilustrado na Fig. 15. A equação que governa o problema é:

$$\vec{V} \times \vec{\nabla} \phi - \frac{1}{P_e} \nabla^2 \phi = 0$$

onde $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$; $u = 2y(1 - x^2)$; $v = -2x(1 - y^2)$

com fronteiras definidas por:

$$\phi = 1 + \operatorname{tgh} [(2x+1)\gamma], \quad y=0, \quad -1 \leq x \leq 0$$

$$\phi = 1 - \operatorname{tgh}(\gamma) \begin{cases} x = -1, & 0 \leq y \leq 1 \\ y = 1, & -1 \leq x \leq 1, \quad \gamma = 10 \\ x = 1, & 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

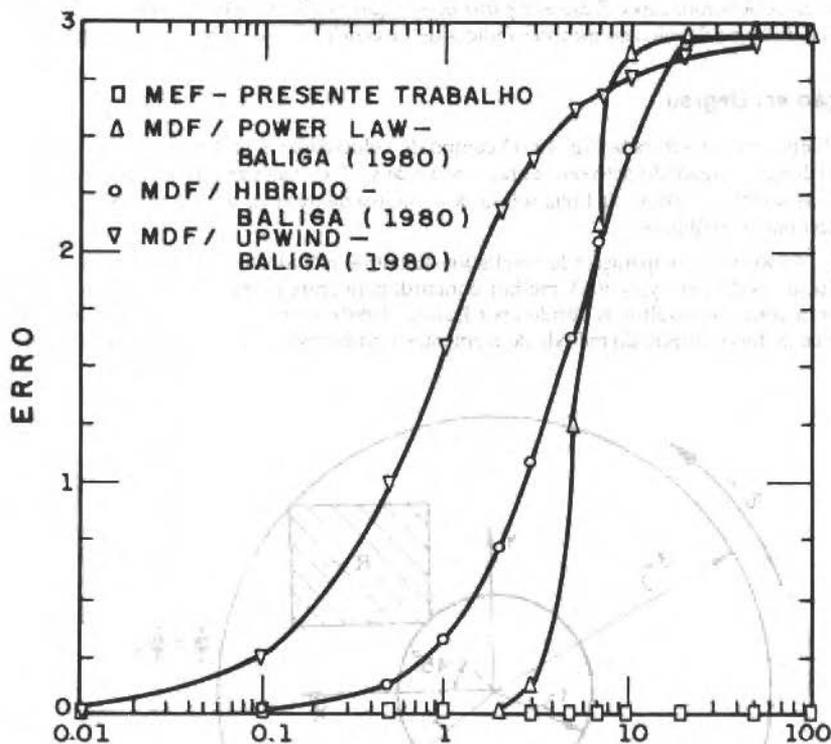


Fig. 12 Resultados para o problema do cilindro gigante

A Fig. 16 mostra a comparação de resultados para $Peclet=500$, onde observa a melhor concordância do presente método em relação ao método de diferenças finitas upwind proposto por Smith (1982). Salienta-se que este problema possui solução analítica para $Peclet$ infinito

Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional a partir de um método de elementos finitos baseado em volumes de controle. Este programa foi utilizado para solução de problemas de transferência de calor por condução e convecção. Este método apresenta uma formulação conservativa e difere da maioria dos enfoques convencionais para elementos finitos, geralmente baseados no método de Galerkin; quando aplicado para cálculo de transferência de calor. Embora, a implementação aqui desenvolvida tenha sido limitada a campos de velocidades conhecidos, o método apresenta grande potencialidade para simulação numérica de escoamentos, mesmo em geometrias complexas e não ortogonais devido a versatilidade de discretização do método de elementos finitos. Em algumas das referências citadas, a aplicação do método tem sido efetuada para solução de problemas de escoamentos. Em todos os casos testados os resultados obtidos apresentaram uma concordância muito boa com resultados exatos. O método apresentou um baixo índice de falsa difusão e relativa insensibilidade ao sentido de orientação da malha. Quando foram observadas oscilações espaciais na solução numérica, estas eram inferiores às oscilações observadas em outros trabalhos.

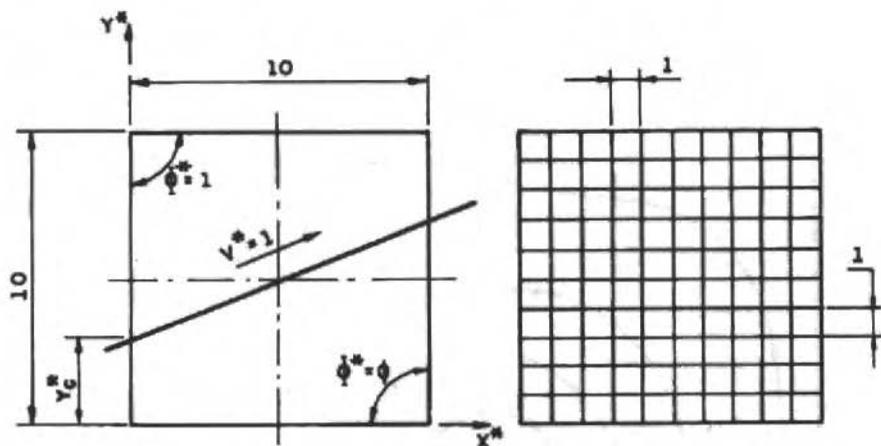


Fig. 13 Definição do domínio e da malha para o problema da convecção em degrau

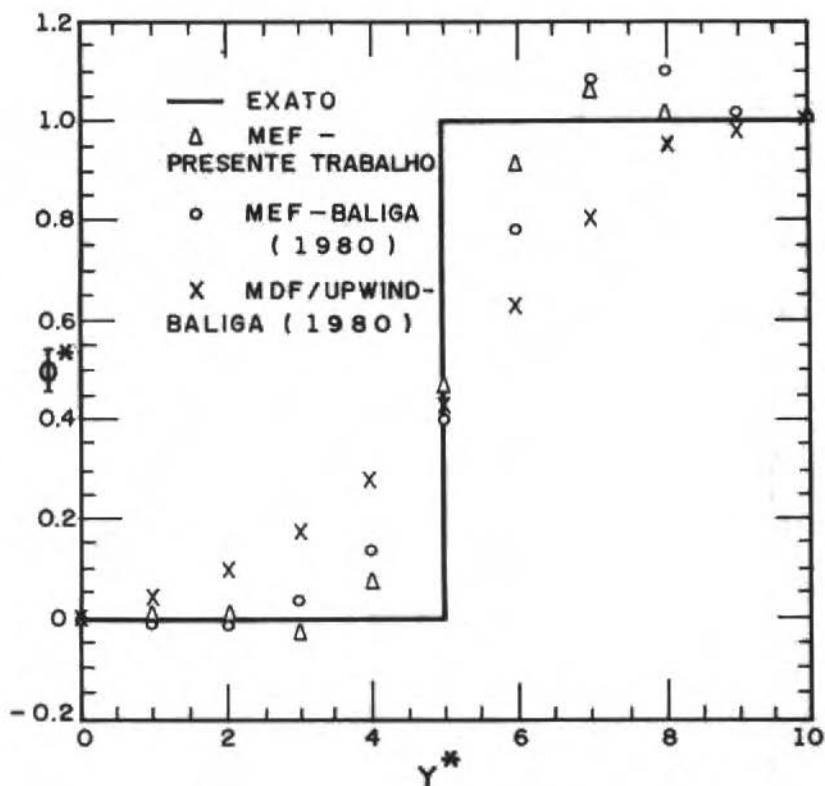


Fig. 14 Valores de Φ^* ao longo da linha $y_c = 8$ para o problema da convecção em degrau.

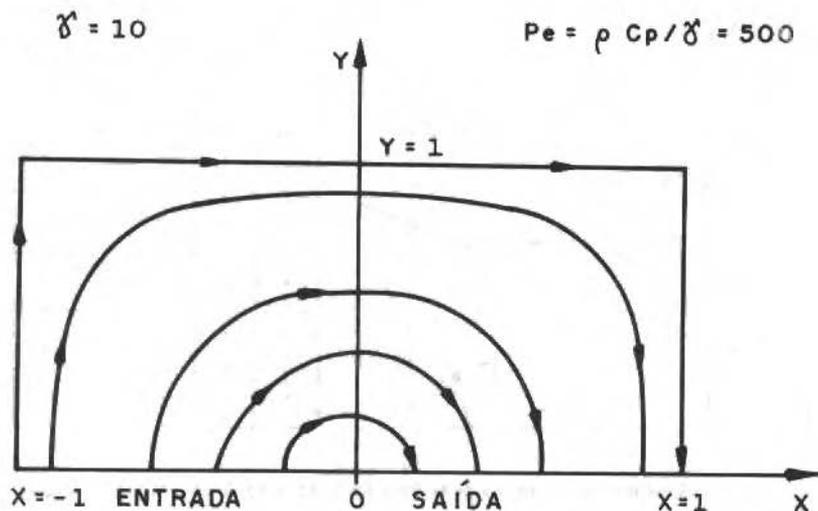


Fig. 15 Problema do fluxo reverso.

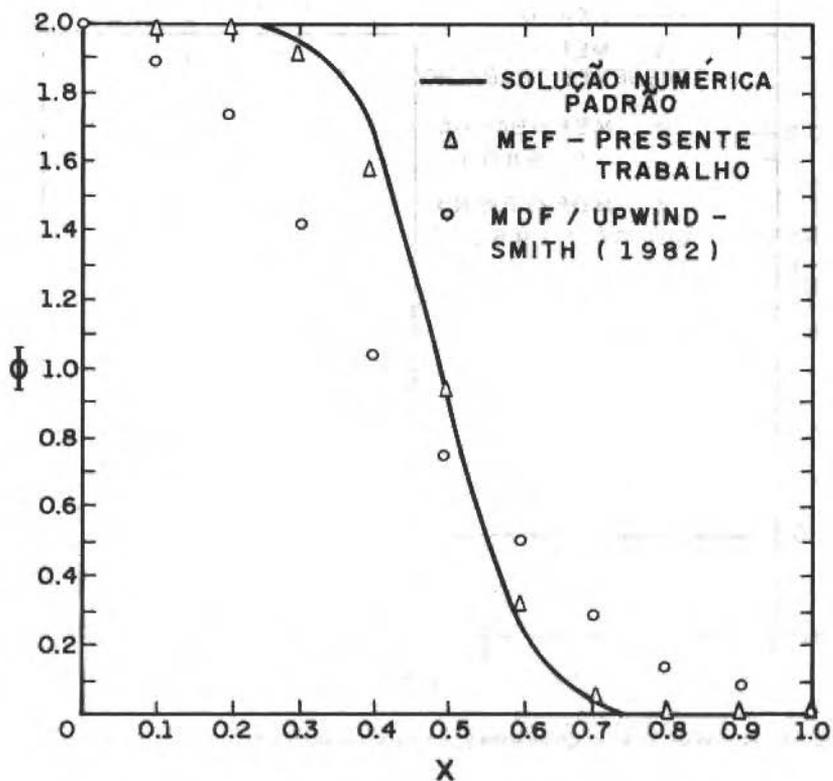


Fig. 16 Resultados para fluxo reverso com Peclet=500 (malha 20x10)

Referências

- Baker, A. J., 1983, "Finite Element Computational Fluid Mechanics", McGraw-Hill, New York.
- Baliga, B. R. and Patankar, S. V., 1980, "A New Finite-Element Formulation for Convection-Diffusion Problems", Numerical Heat Transfer, 3, p. 393-409.
- Baliga, B. R. and Patankar, S. V., 1983, "A Control Volume - Finite Element Method for Two-Dimensional Fluid-Flow and Heat Transfer", Numerical Heat Transfer, 6, p. 245-261.

Nomenclatura

a	= coeficiente na Eq. (19)	CC	= matriz produto $[c^c - c^d]^{-1} [C^d - C^c]$	RCC	= matriz produto $[c^c - c^d] \{d_i^s\}$
a^c	= matriz global de coeficientes $a_{i,j}^c$	c_p	= calor específico a pressão constante	s	= termo fonte na equação de transporte de ϕ
A^d	= matriz global de coeficientes $A_{i,j}^d$	dA	= elemento de área ($dA = dx dy$)	u	= componente de velocidade na direção x
$a_{i,j}^c$	= coeficiente proveniente da integração de um termo convectivo no subvolume de controle i	d_i^s	= coeficiente associado a integração do termo fonte	v	= componente de velocidade na direção y
$A_{i,j}^d$	= coeficiente proveniente da integração de um termo difusivo no subvolume de controle i	\vec{dn}	= vetor normal ($\vec{dn} = dy \vec{i} - dx \vec{j}$)	\vec{V}	= $u \vec{i} + v \vec{j}$ = vetor velocidade
B	= vetor de componentes B_i^s	dx	= incremento infinitesimal na direção x	x	= abscissa do sistema de coordenadas (x, y)
B_i^s	= coeficiente proveniente da integração do termo fonte no subvolume de controle i	dy	= incremento infinitesimal na direção y	y	= ordenada do sistema de coordenadas (x, y)
c	= coeficiente nas Eqs. 22 a 25	F_{ip}	= ponto de integração na fronteira externa de um elemento do contorno (Fig. 5)	<i>Símbolos Gregos</i>	
C	= matriz global de coeficientes $C_{i,j}^c$, num elemento finito	h	= coeficiente de convecção	β_0	= coeficiente de condutividade térmica
C^c	= matriz global de coeficientes $C_{i,j}^c$, num elemento finito	i	= refere-se ao subvolume de controle	Γ	= coeficiente de difusão
C^d	= matriz global de coeficientes $C_{i,j}^d$, num elemento finito	\vec{i}	= vet. unitário na direção x	Γ_x	= condutividade térmica na direção x
C^d	= matriz global de coeficientes $C_{i,j}^d$, num elemento finito	ip_i	= ponto de integração na superfície de controle i	Γ_y	= condutividade térmica na direção y
$C_{i,j}^c$	= coeficiente proveniente da integração de um termo convectivo associado ao ponto de integração	j	= refere-se aos nós do elemento finito ($j=1,2,3,4$)	Γ_0	= condutividade térmica de referência
$C_{i,j}^d$	= coeficiente proveniente da integração de um termo convectivo associado ao ponto nodal	\vec{j}	= vet. unitário na direção y	Δx	= incremento finito na direção x
$C_{i,j}^d$	= coeficiente proveniente da integração de um termo difusivo associado ao ponto de integração	\vec{J}	= vetor fluxo da grandeza $\phi (\vec{J} = \rho c_p \vec{V} \phi - \Gamma \nabla \phi)$	Δy	= incremento finito na direção y
$C_{i,j}^d$	= coeficiente proveniente da integração de um termo difusivo associado ao ponto nodal	$m_{F_{ip}}$	= fluxo de massa através de uma fronteira do contorno externo	Δs	= incremento finito nos elementos de contorno (Fig. 5)
		P_{ia}, P_{ib}	= pontos de integração nas fronteiras internas de um elemento do contorno (Fig. 5)	ϵ	= abscissa do sistema de coordenadas local no elemento
		Pe	= número de Peclet	η	= ordenada do sistema de coordenadas local no elemento
		Q_f	= fluxo numa fronteira	λ_x	= coeficiente de difusão na direção x
		Q_f^c	= fluxo convectivo numa fronteira	λ_y	= coeficiente de difusão na direção y
		Q_f^d	= fluxo difusivo numa fronteira	ρ	= massa específica
		r	= raio em geometrias cilíndricas	\sum_{ϕ}	= símbolo de somatório
				ϕ_j	= grandeza escalar (ex: temperatura, entalpia, concentração) ou vetor de componentes ϕ_j
				Φ_j	= valor da grandeza f no ponto de integração
				Φ	= vet. de componentes Φ_j
				Φ_j	= valor nodal da grand. ϕ
				ω	= rotação

- Hookey, N. A. and Baliga, B. R., 1988, "Evaluation and Enhancements of Some Control Volume-Finite Element Methods. Part 1. Convection-Diffusion Problems", *Numerical Heat Transfer*, 14, p. 255-272.
- Hookey, N. A. and Baliga, B. R., 1988, "Evaluation and Enhancements of Some Control Volume-Finite Element Methods. Part 2. Incompressible Fluid Flow Problems", *Numerical Heat Transfer*, 14, p. 273-293.
- Jeronimo, C. E., 1991, "Desenvolvimento de um Programa Numérico Aplicado a Problemas de Convecção-Difusão Usando o Método dos Elementos Finitos, Baseado em Volumes de Controle", Tese de Mestrado, FEM-UNICAMP
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington.
- Prakash, C., 1986, "An Improved Control Volume-Finite Element Method for Heat and Mass Transfer, and for Fluid Flow Using Equal Order Velocity - Pressure Interpolation", *Numerical Heat Transfer*, 9, p. 253-276.
- Prakash, C., 1987, "Examination of the Upwind (Donor-Cell) Formulation in Control Volume - Finite Element Methods for Fluid Flow and Heat Transfer", *Numerical Heat Transfer*, 11, p. 401-416.
- Prakash, C. and Patankar, S. V., 1985, "A Control Volume - Based Finite Element Method for Solving the Navier-Stokes Equations Using Equal Order Velocity - Pressure Interpolation", *Numerical Heat Transfer*, 8, p. 259-280.
- Runchal, A. K., 1972, "Convergence and Accuracy of Three Finite Difference Schemes for a Two-Dimensional Conduction and Convection Problems", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 4, p. 541-550.
- Schneider, G. E. and Raw, M. J., 1985, "A Skewed Positive Influence Coefficient Upwinding Procedure for Control Volume - Based Finite Element Convection-Diffusion Computation", *Numerical Heat Transfer*, 9, p. 1-26.
- Schneider, G. E. and Raw, M. J., 1987, "Control Volume - Finite Element Method for Heat Transfer and Fluid Flow Using Collocated Variables - 1 Computational Procedure", *Numerical Heat Transfer*, 11, p. 363-390.
- Schneider, G. E. and Raw, M. J., 1987, "Control Volume - Finite Element Method for Heat Transfer and Fluid Flow Using Collocated Variables - 2 Application and Validation", *Numerical Heat Transfer*, 11, p. 391-400.
- Smith, R. M. and Hutton, A. G., 1982, "The Numerical Treatment of Advection: A Performance Comparison of Current Methods", *Numerical Heat Transfer*, 5, p. 439-461.

Fast Prototyping with Thermal Stereolithography

Mucio L. Barros

Marco A. F. Scarparo

A. Kiel

Laboratory of Laser Application to Fine Mechanics
State University of Campinas - UNICAMP
Institute of Physics (DEQ) - Mechanical Engineering Faculty (DEF)
13081-970 - Campinas - SP - Brazil

J. J. Hurtak

AFFS Corporation
P. O. Box FE - Los Gatos - CA - USA

Edgardo Gerck

Lasertech S/A
P. O. Box 1201 - 13001-970 - Campinas - SP - Brazil

Abstract

Stereolithography is a powerful technique for producing three dimensional models (prototypes) of almost any desired geometry (Kaplan, 1990). In the conventional process, an ultra-violet laser source at 325 nm is used to expose the polymeric material. This work presents a new method to produce three dimensional structures, using an infrared laser source at (10.6 micron) and thermoset resins. This method is called thermal stereolithography (TSLO) and is based on the spatially selective thermal curing of a resin, a filling material and a catalyst (Barros, Scarparo and Gerck, 1993). The study of the interaction of the laser with the thermosensitive resins allows the determination of suitable characteristics for the resins and the filling materials (Barros, Scarparo and Gerck, 1993). A physical model for the process is used to predict the best properties of the resin system. The main effect to be controlled in the resin system is the thermally induced pressure wave (Barros, Scarparo and Gerck, 1992). A resolution of 0.1 mm was achieved for epoxy and polyester resins. The successive layering of laser scanned resin spots can produce 3D solid structures out of a high viscosity liquid.

Keywords: CO₂ laser, Thermosensitive Resins, Prototypes

Introduction

Stereolithography is a powerful technique for producing three dimensional plastic models of almost any desired geometry. In the conventional process an ultra violet laser source (325 nm) is used to expose the polymeric material. Thus there is a combination of laser physics, computer aided design and polymer science, with a considerable emphasis on the curing process in the latter. In general, the stereolithographic apparatus (SLA) is, of necessity, a highly automated process (Kaplan, 1990 and Machine Design, January and June 1990).

In this work, Thermo-Stereolithography (TSLO) was adopted to produce three dimensional models. TSLO utilizes thermosensitive resins in the fabrication process. A CO₂ laser was used for the selective local heating of the resins. The interaction of the laser with the thermosensitive material was studied with emphasis on the high viscosity fluid that is formed. A physical study of the thermosensitive process allows the determination of suitable characteristics for the resins and the filling materials. Experimental results of the production of solid layers of thickness 10^{-1} - 10^{-2} mm in one, two and three dimensions are presented.

Experiments

The thermosensitive material consists of a resin mixed with a curing agent and a filling material. On the basis of their viscosity, thermosensitivity and dimensional stability during the curing process, two types of thermosensitive resins - epoxy and polyester were chosen. For each we had to determine the appropriate filling material, compatible with the desired curing properties (May, 1988 and Kircheldourf, 1992). In order to study the infrared absorption, thin layers of the resins (0.2 mm), were

obtained using a mylar substrate. Using an infrared spectrometer ($400\text{--}2500\text{ cm}^{-1}$) we determined that the transmittance of such layers at 1000 cm^{-1} (CO_2 laser), was 12% for the epoxy and 10% for the polyester (extinction coefficient 2.8). The transmittance and the limit of the work region of such layers are shown in Figs. 1 and 2 for polyester resins.

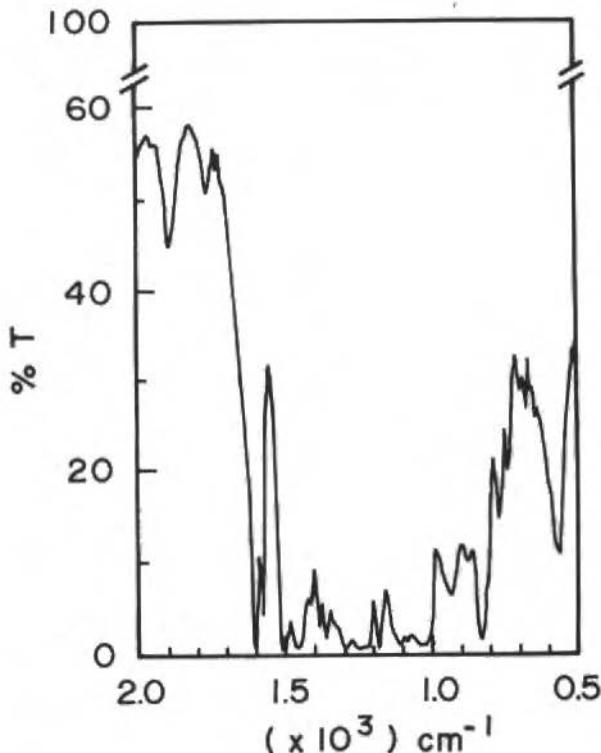


Fig. 1 Transmittance curve for polyester resin with 0.5 mm thickness

In the case of epoxy resin we found that the quantity of filling material and curing agent to be added was critical. There was a marked deterioration of the prototype properties for small deviations from this critical value. We determined the correct proportion of agent using a particular epoxy stoichiometric relation, which involves molecular weight and active hydrogens of the appropriated curing agent. The basis of stoichiometric calculation is as follows (Dow Chemistry): the amine hydrogen equivalent weight (AHEW) can be expressed as:

$$\text{AHEW} = \frac{\text{MW of amine}}{\text{number of active hydrogen}} \quad (1)$$

The equivalent epoxy weight (EEW) is given by:

$$\text{EEW of mix} = \frac{\text{Total Wt}}{\frac{\text{Wta}}{\text{EEWa}} + \frac{\text{Wtb}}{\text{EEWb}} + \frac{\text{Wtc}}{\text{EEWc}}} \quad (2)$$

Combining Eqs. (1) and (2), we obtain the amount of curing agent (Q) to be added to the epoxy resin, as:

$$Q = AHeq \frac{100}{\text{EEW of mix}} \quad (3)$$

For epoxy processing we found that the results of this calculation give a useful first approximation for the Q. The best experimental results were obtained for a Q about 14 pph greater than that given by Eq. (3) ($Q = 5.5$ pph), almost for times the calculated values. For epoxy resin, the chemical composition is 14% of curing agent, with 7% pulverized silica as a filling material. In the case of polyester resin, there is not a stoichiometric relation that must be followed to determine the amount of activator, but it is necessary to maintain the correct stoichiometry among all of its components to avoid non-cured regions. The amount of activator that should be added is about 2% (for 3% of filling material).

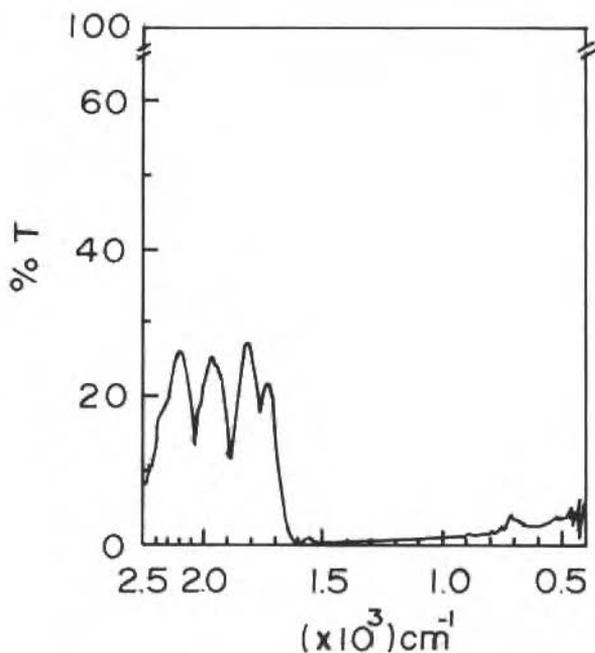


Fig. 2 Transmittance curve for polyester resin with 2.0 mm thickness

Apparatus

A CW CO₂ laser (10.6 micron) with a beam waist of about 0.5 mm was used to produce local heating at the focus of a zinc selenide (ZnSe) lens ($f = 26$ cm). The laser beam was directed through an off-center rotating lens (180 rpm) creating a circular path (see Fig. 3). The sample was mounted on an elevator (Z motion) support, within a vat filled with the liquid resin. A control system is used so that the sample is always just below the surface. It is also necessary to carefully control the horizontal position of the sample surface to obtain precise local heating. A resin layer, generally less than 0.1 mm, is produced in the laser focus trajectory where the resin is selectively cured. For three dimensional modeling multiple layers can be successively deposited (see Fig. 4).

Experimental Model

In the thermal-stercolithography process (TSLO) we considered the following situations:

- The incident laser beam is absorbed at the point of incidence in the material surface, focal radius very small, generating an almost instantaneous change of temperature.
- The thermal gradient induces a phase transition in the resin with solidification at the incidence point.
- The laser exposition time and the incident beam power have to be well controlled to avoid degradation and non-cured points at the sample.
- An optical scanning system directs the laser spot that draws the image one layer at a time on the surface of the resin.
- The heat generated by the laser beam has to be confined to the point of incidence to avoid lateral heating that results in loss of mechanical precision of the produced part.

In the TSLO, an undesirable effect called pressure wave occurs (Barros, Scarparo and Gerck, 1992; 1993). Although the laser is continuous and the sample stationary, the laser focus is in motion. Thus there is a moving temperature gradient in the resin to be cured (thermosensitive). This moving gradient produces a thermal wave and a transverse pressure wave in the viscous liquid as well as a local reduction in viscosity and a volumetric expansion, plus a further heating by the curing reactions. These effects propagate as a wave with strong interactions among its components: pressure, reaction heat, viscosity, temperature and density. The visible appearance of this wave is an expanding ring, due to the pressure wave front. These effects can be deleterious to the layer being deposited as well as to adjacent layers.

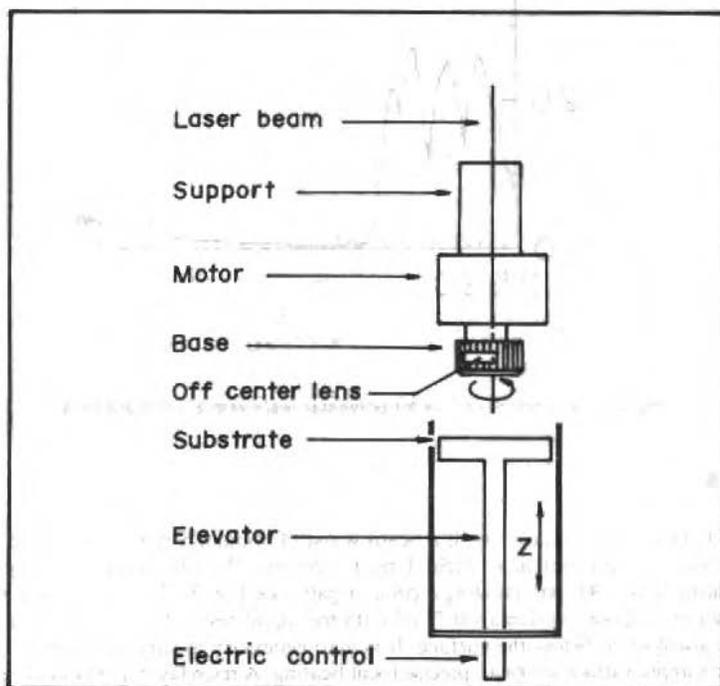


Fig. 3. System used for fabrication of 3D rings

We have found that the magnitude of these effects depends on the optical and thermodynamic properties of the resins, the curing agent, and strongly on the type and amount of filling material used. In general we conclude that high optical absorption coefficient, low thermal diffusivity, low coefficient of volumetric expansion, high viscosity and small thermal variation of the viscosity are desirable for the minimization of the pressure wave effects.

Using a beam waist of about 0.5 mm we tried a series of values for the important additives. Table 1 presents the values for these additives together with some of the physical parameters characteristic of the resin. For the polyester resin the activator agent works above room temperature and for the epoxy resin the cure agent works at room temperature.

Table 1 Resins Parameters

Parameters	Epoxy	Polyester
Transmittance (%)	12	10
Thermal diffusivity (cm ² /s)	0.00022	0.00028
Thermal conductivity (mw/cmK)	0.359	0.553
Viscosity (cps)	23000	16000
Shrink	0	0
Filler	7% (silica)	2% (silica)
Cure agent	14% (DM)*	-
Activator	-	2% (DP)**

* Diethylene-Triamine

** Dicumyl Peroxide

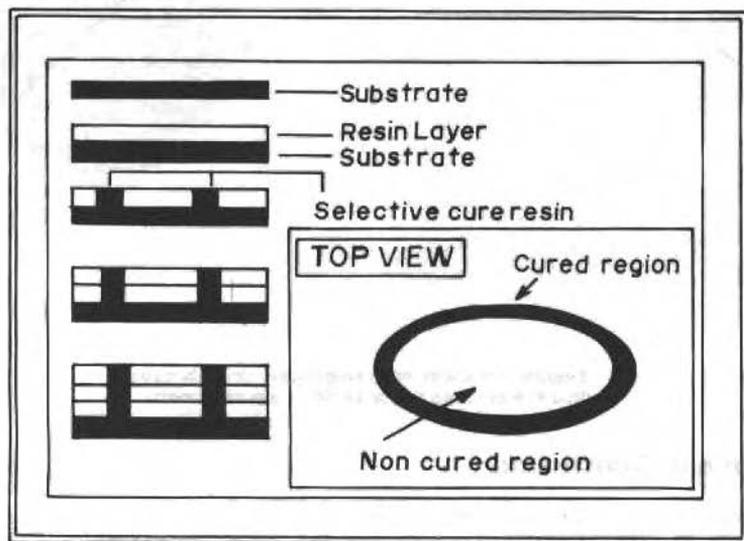


Fig. 4 Method utilized for the construction of rings

Results

Figure 5 illustrates an epoxy ring formed under different experimental conditions, but with equal laser irradiation. On the left, we show a case where no ring is formed (no filling material). The two examples in the middle illustrate partially set resins, insufficient filling material, while the ring on the right shows the layer produced using appropriate filling material and cure agent as given in Table 1. The final size of the cured ring is about 15 mm of diameter. Figure 6 shows two examples of a cylinder (1.5 cm diameter, 0.75 cm height) produced by multilayering. The cylinder on the right was built with layers 0.4 mm thick. The cylinder on the left was built with epoxy of layers 0.1 mm, with improvement on the final result. It was important to maintain the viscosity of the material in the vat constant, to obtain good local curing. It is also important to use appropriate curing and filling materials. We note that the models obtained do not experience appreciable dimensional retraction and that the final product is firm and stable.

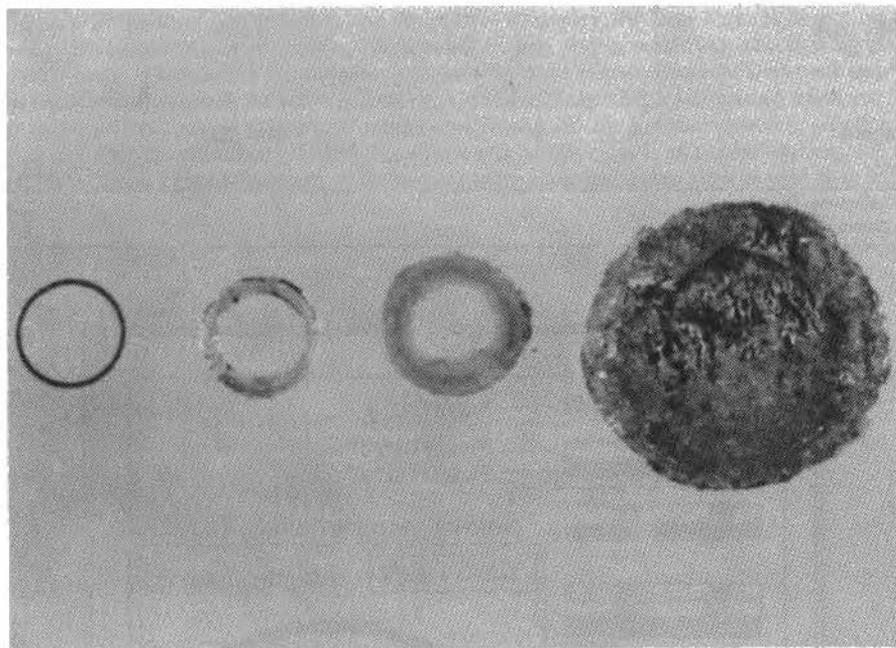


Fig. 5 Evolution of epoxy rings single layer ring fabrication.
The final size of cured ring is about 15 mm of diameter.

Discussion and Conclusion

We have presented the results of a method for the spatially selective solidification of liquid resins, using a CO₂ laser. The TSLO technique provides good spatial resolution and results in a product with desirable physical properties. A careful study of the thermal and pressure transients produced by the moving focus allows one to minimize the main deleterious effects. It was important to control the heating rate (laser power and rotation rate) and carefully choose materials and temperatures.

Satisfying all the correct conditions, structures of one, two and three dimensions were produced. To achieve good three dimensional models we found that a layer thickness of 0.1 mm for polyester and 0.2 mm for epoxy were good values.

The final products showed no marked dimensional contraction. In the case of the epoxy with silica filler the resin was very hard while with the polyester and the same filler, the resin was pliable. The epoxy products required no post-cure treatment, while the polyester requires about 10% of the usual complementary post-cure treatment. An important parameter for the fabrication of resin structures is the pot-life of the polymers. Thermoset epoxy resin with silica filler had a very short pot-life (30 minutes), while the polyester pot-life was about 3-4 days. We found that a viscosity of approximately 23.000 cps gave the best results for the epoxy, while a viscosity of approximately 16.000 cps was the best value for the polyester. We note however, that the high viscosity necessary may complicate the fabrication of 3D structures.

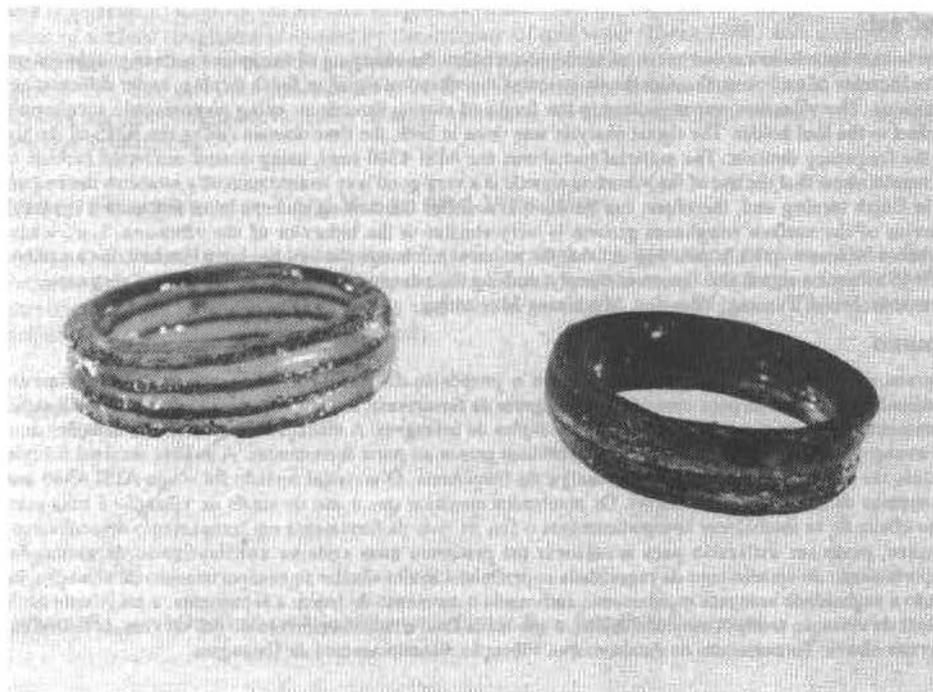


Fig. 6 Epoxy multilayer final products, using different thicknesses: 0.4 (left) and 0.1 (right)

References

- Barros, M. L., Scarparo, M. A. F. and Gerck, E., 1992, "Stereolithography: a New Technique", V State Symposium of Lasers and Applications", IPEN, SP, Brazil, vol. 1, p. 311.
- Barros, M. L., Scarparo, M. A. F. and Gerck, E., 1993, "Stereolithography Using CO₂ Laser in Thermoset Resins", Annals of the 2nd Braz. Congress on Polymers, vol. 2, pp. 51-54, SP, Brazil.
- Dow Chemistry, "Epoxy Resins References".
- Kaplan, R., June 1990, "Stereolithography: a Marriage of Technologies", Photonics Spectra, pp.74-75.
- Kricheldorf, H. R., 1992, "Handbook of Polymer Synthesis - Part A", New York.
- Machine Design, 24 January 1990, "Solid Prototypes Produced Without Postcure", p. 30.
- Machine Design, 21 June 1990, "Argon-Ion Laser Speeds Prototype Modeling", pp. 60-61.
- May, C. A., 1988, "Epoxy Resins-Chemistry and Technology", New York.

Monitoring the Tool Life in Finish Turning Using Vibration Signals

Monitoramento da Vida da Ferramenta em Torneamento de Acabamento Usando os Sinais de Vibração

M. E. R. Bonifácio

Anselmo. E. Diniz

DEF - FEM - UNICAMP

CP 6122 - 13083-970 - Campinas - SP

Abstract

Experiments have been carried out in an attempt to monitor the changing of workpiece surface roughness caused by the increase of tool wear, through the variation of the vibration signal in finish turning, under different cutting conditions. The vibration was measured in the feed and cutting directions, using piezoelectric accelerometers attached to the tool holder. The signal analysis was done in both, the time domain (using the RMS of the signal) and the frequency domain. The material tested was the AISI 4340 steel, using coated cemented carbide tools. The results show that the use of the vibration signals is a very good way to automatically establish the end of tool life in finish turning and, therefore, can be used to monitor the turning process in an automated system. The behavior of the surface roughness growth is very similar to the behavior of the vibration, i. e., when the roughness increases quickly, pointing out that the moment to change the tool has been reached, the amplitude of the RMS vibration signal also increases steeply, making the recognizing of the end of tool life very easy.

Keywords: Finish Turning, Vibration, Machining Monitoring

Resumo

Diversos experimentos foram realizados com o propósito de monitorar indiretamente o crescimento da rugosidade superficial da peça causado pelo desgaste da ferramenta, através da variação do sinal de vibração em torneamento de acabamento sob diferentes condições de usinagem. A vibração foi medida nas direções de corte e de avanço, através de acelerômetros piezoelétricos presos ao porta-ferramentas. A análise do sinal foi feita no domínio do tempo (usando o RMS do sinal) e da frequência. O material testado foi o aço AISI 4340 usando ferramentas de metal duro recobertas. Os resultados mostram que o uso de sinais de vibração é uma maneira muito eficaz de se estabelecer automaticamente o fim da vida da ferramenta em torneamento de acabamento e, portanto, pode ser utilizado para monitorar tal processo num sistema automatizado de usinagem. O comportamento do crescimento da rugosidade superficial é muito similar ao comportamento da vibração, isto é, quando a rugosidade aumenta rapidamente, indicando o momento de trocar a ferramenta, a amplitude do RMS do sinal de vibração também aumenta muito, o que torna fácil o reconhecimento do fim da vida da ferramenta.

Palavras-chave: Torneamento de Acabamento, Vibração, Monitoramento da Usinagem

Introduction

The automatic determination of tool life in machining processes is a task that must be carried out in order to achieve the complete automated process in a flexible manufacturing system. Many different kinds of tool life automatic monitoring systems have been tried lately in order to reach this goal, like acoustic emission, electrical parameters of the machine tool, cutting temperature and so on. Each of them has its advantages and disadvantages. The monitoring of the vibration generated in the cutting process is also one of the systems that has been experimented, mainly trying to check how the tool wear modifies the value of the signal vibration. Its main advantages compared with other sensing systems are:

- the sensor is non intrusive (it is very small, easy to be attached either to the tool or to the machine);
- the vibration of the process is one of the causes of the surface roughness (Shaw, 1984), what is very important in the monitoring of finish processes.

The sources of vibration in a cutting process can be divided in two types:

- Forced Vibration - caused by a cyclical external load that can be an unbalanced shaft, backlash in a bearing, worn gear, and so on;
- Self excited Vibration (chattering) - caused by the phenomena happening in the process, like chip formation, hard points in the machined material, interrupted cutting, variable chip thickness, etc. The tool wear increases the friction between chip and tool rake face and between part and tool flank face, contributing to the growth of self excited vibration.

Many authors have proved (Jiang and Xu, 1987), (Rao, 1986), (Weller, Schrier and Weichbrodt, 1969), (Akihito and Fujita, 1989), (Pandit and Kashou, 1982), (Sokolowski and Kosmol, 1991) that the vibration signals can be successfully used to monitor tool wear and tool breakage in cutting process. In finish turning, where the tool replacement is defined by either the workpiece dimension or surface roughness and the tool wear and machining conditions are not aggressive enough to fracture the tool, it is very important to monitor the surface roughness to establish the moment to change the tool. As the increase of surface roughness is caused by the increase of tool wear (Diniz, 1989) and, as stated above, vibration has been used to monitor tool wear, it may be applicable to monitor the increase of surface roughness too. The main purpose of this work is to establish the relationship between vibration and workpiece surface roughness in finish turning, as a basis for determining the moment to change the tool in these operations.

Surface Roughness, Tool Wear and Vibration

Many factors influence the formation of surface roughness in turning process. These factors include chip deformation and side flow, vibration of the machine-tool-fixture-workpiece system, geometrical contribution of the feed (f) and tool nose radius (r) and so on. This geometrical contribution can be calculated by (Shaw, 1984):

$$R_{\max} = \frac{f^2}{8r}$$

or

$$R_a = \frac{f^2}{31,3r}$$

where: R_{\max} = Maximum peak to valley roughness; R_a = Roughness average

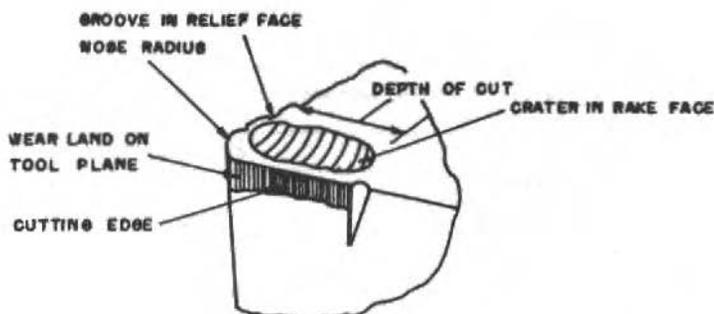


Fig. 1 Geometry of tool wear

The geometry of tool wear (Fig. 1) causes a change in surface roughness as machining time elapses. Groove and flank wear are the two kinds of wear that most influence this change in surface roughness. The groove wear changes the tool nose curvature and that is reflected in the workpiece

surface. It also increases the chip side flow (Luk and Scrutton, 1968) what is another reason to the generation of surface roughness. Many authors have studied the relationship between surface roughness and flank wear (V_B). Sundaram and Lambert (1979) studied the turning of AISI 4140 steel with carbide tools. Their results are shown in Fig. 2. This graph shows that there is an increased amplitude of the surface roughness at the beginning of the cut, a decreased tendency in the middle region and again an increased tendency at the end of the cut. The relationship among R_{max} , R_a and V_B with cutting length (l_c) was studied by Petropoulos (1974) and the results for machining AISI 1060 steel are shown on Fig. 3. This figure shows that R_{max} and R_a increase until V_B reaches 0.2 mm. Above this value, R_{max} oscillates around a constant value and R_a oscillates as it increases. Flank wear increases continuously. This fact proves that the flank wear formation is not enough to explain the surface roughness changing with cutting time. This is due to the fact that the flank wear is not measured in the tool nose. The geometry of the tool nose is reflected in the workpiece surface finish. So, the groove wear must be added to this kind of analysis to figure out how the wear influences in the surface roughness growth.

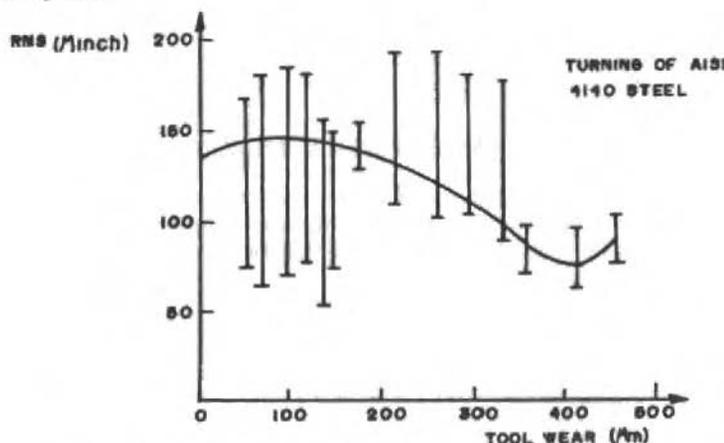


Fig. 2 Surface roughness x flank wear (Sundaram and Lambert, 1979)

As stated above, many authors have studied the behavior of the vibration signals with cutting time (or tool wear). The frequency range of this kind of study is from 0 to 20000 Hz, but the majority of works limits the range in 8000 Hz. Sokolowski and Kosmol (1991) affirmed that only some ranges of frequency are sensitive to the tool wear, i. e., they show an increased tendency in their amplitudes as the cutting time elapses. Table 1 shows the frequency ranges found by many authors as the ones used to monitor tool wear. Some of them affirm that the resonant frequency of the system is always suitable to be used to monitor the growth of tool wear.

Table 1 Frequency ranges for tool wear monitoring

Authors	Frequency range sensitive to wear
Xu and Jiang (1987)	0-117 Hz 510 Hz
Rao (1986)	1850 Hz 3200 Hz 4800 Hz
Akihito and Fujita (1989)	500-800 Hz
Pandit and Kashou (1982)	4300-4700 Hz
Weller et al. (1969)	0-4000 Hz
Sokolowski and Kosmol (1991)	0-600 Hz 5000-6000 Hz
Martin, Drapier and Mutel (1974)	2000-2500 Hz
Fang, Yao and Arndt (1991)	0-150 Hz 2000-2500 Hz

It is important to find the frequency range sensitive to the tool wear because many are the factors that influence the vibration signals. So it is fundamental to filter this other influences out in order to get more accuracy in the wear monitoring. Once found this range and filtered out the others, the analysis moves from frequency to time domain. Many are the parameters used to analyze the vibration behavior in time domain like the mean, standard deviation and root mean square (RMS) of the signal.

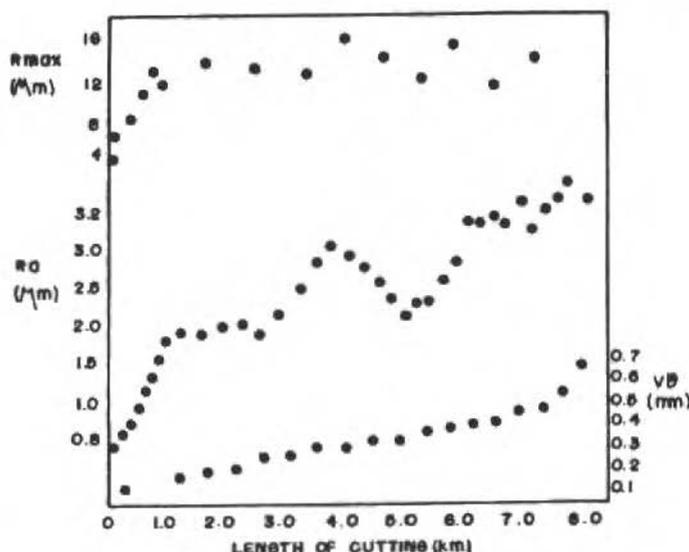


Fig. 3 Surface roughness and flank wear x length of cutting (Petropoulos, 1974)

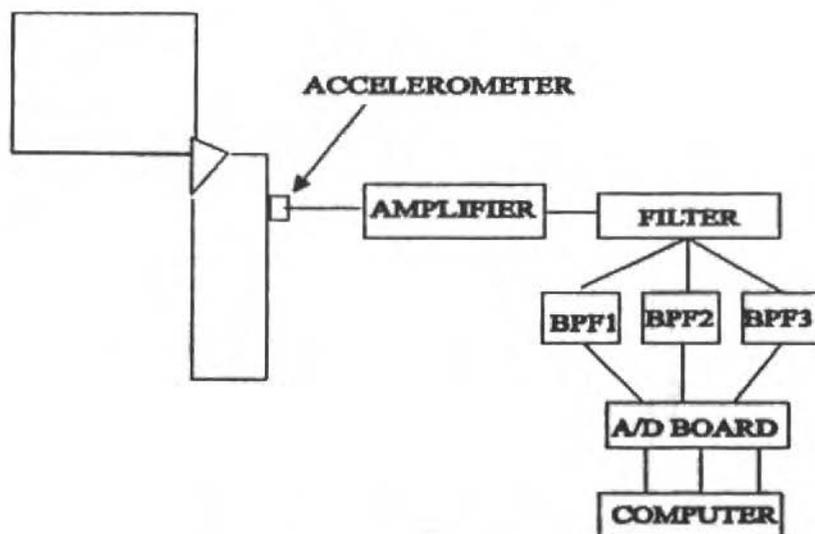


Fig. 4 Setup for tool wear detection (Jiang, 1987)

Weller et al (1969) developed the following procedure to analyze the vibration signal in the machining process: at first, the signal is divided in two frequency ranges (from 0 to 4000 Hz and from 4000 to 8000 Hz) using band pass filters. After this, the two signals go through a circuit that calculates the ratio between them. When this ratio reaches an established threshold, a signal is triggered pointing out the end of tool life. With this procedure, the authors state that it is possible to avoid the cutting conditions influence in the vibration signal and get only the influence of tool wear.

Martin et al (1974), after filtering out the uninteresting frequency ranges, proposes a value of 10 for the ratio between the signal generated by the worn tool and the signal generated by the fresh tool (also to avoid the influence of cutting conditions). A method similar to this one is also proposed by Akihito and Fujita (1989). The problem of this kind of method is that it does not work to monitor unexpected tool breakage. Jiang (1987) states that when the tool is close to the breakage, a sudden fall of the signal level happens, what makes the method above unsuitable for tool breakage sensing.

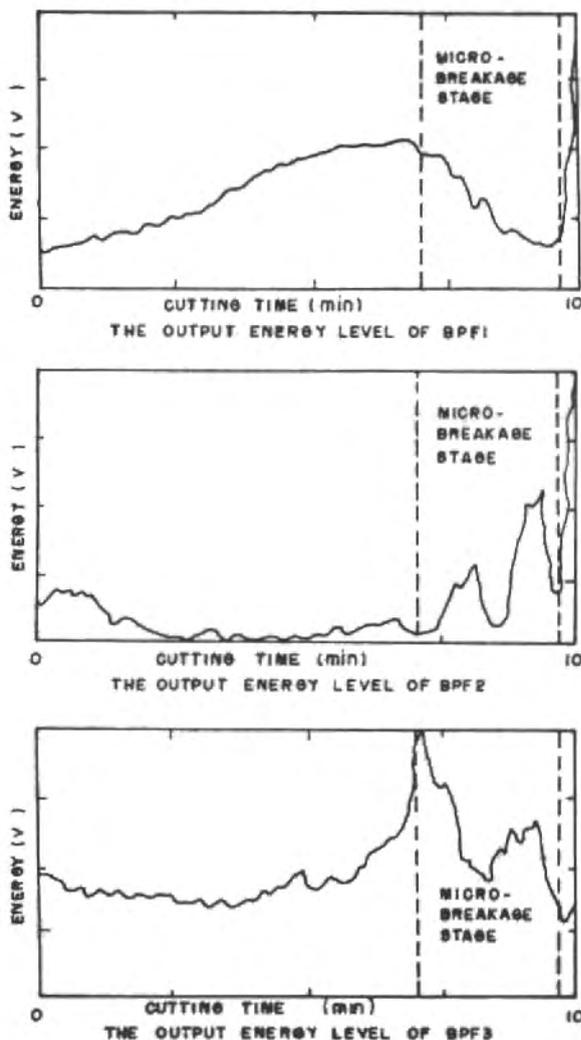


Fig. 5 Vibration signal in different frequency ranges from micro breakage stage of the tool (Jiang, 1987)

According to Jiang (1987) the tool wear process can be divided in five stages, as follows:

- initial stage of wear;
- stage of regular wear;
- micro breakage stage;
- fast wear stage;
- tool breakage.

All these stages can be detected by the setup shown in Fig. 4, where BPF1, BPF2 and BPF3 are band pass filters that allow the passing of different frequency ranges. Figure 5 shows how the micro breakage stage (where the tool must be replaced to avoid tool breakage) is recognized in the range of frequency of each filter. Using these three signals, the confidence of the decision taken by the computer increases.

Materials, Equipment and Experimental Methods

A series of machining tests were run to evaluate the sensitivity of the vibration signal to changes in surface finish as influenced by tool wear. The experimental setup is shown on Fig. 6. As can be seen in this figure, two accelerometers were set on the tool holder. The first one measured the vibration in the cutting direction and the second one in the feed direction. The accelerometers used are able to measure vibration from 0 to 8000 Hz and have a resonant frequency of 50 kHz. The sampling were done at 16000 Hz (sampling time = 62.5 μ s) and 1024 points were sampled per channel in each time. The vibration parameter used to analyze the vibration signal in time domain was the RMS. The signals were also analyzed in frequency domain in order to find out which one is the best frequency range to monitor the growth of surface roughness and, when filtering was necessary, it was done digitally.

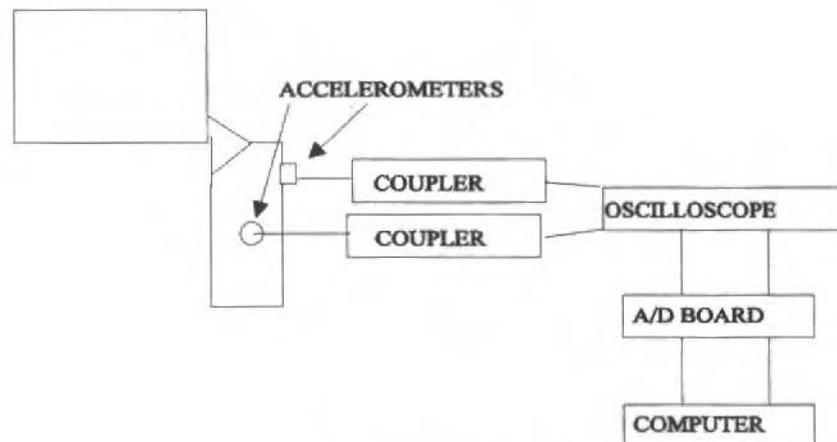


Fig. 6 Experimental setup

The experiments were carried out in a CNC lathe with 30 HP and the material machined was a AISI 4340 steel. The tool were coated carbides inserts TNMG 160408-61 (typical for finish turning) with a PTG NR 2525 M16 tool holder. The surface roughness were measured in a Mitutoyo Surf test 211 instrument. The parameters used to measure surface roughness were the R_{max} and R_a .

Five experiments were carried out using the cutting conditions showed on Table 2.

All these conditions are used in finish turning operations. They were chosen in order to have experiments done with three different cutting speeds (for one constant feed) and three different feeds (for one constant cutting speed).

The methodology of the experiments is described below:

- 1) with a fresh cutting edge one experiment was started in one of the conditions of Table 2;
- 2) the workpiece was machined three times (depth of cut = 1 mm) and the vibration was measured in each cut;

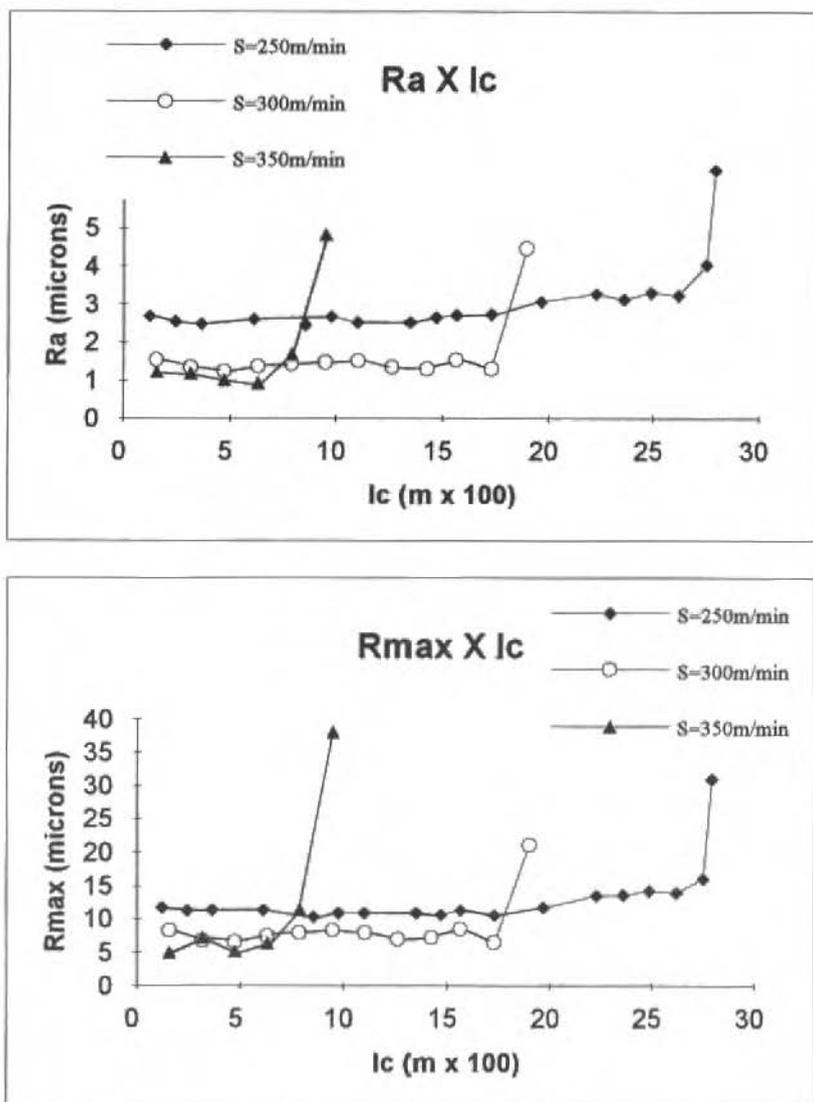


Fig. 7 Surface roughness x cutting length

- 3) after these three cuts, the surface roughness of the workpiece was measured;
- 4) a new workpiece was machined and the procedure 3 was repeated till the surface roughness reached one value 2.5 times bigger than its initial value (end of tool life);
- 5) when the end of tool life was reached, the insert was replaced and a new experiment began.

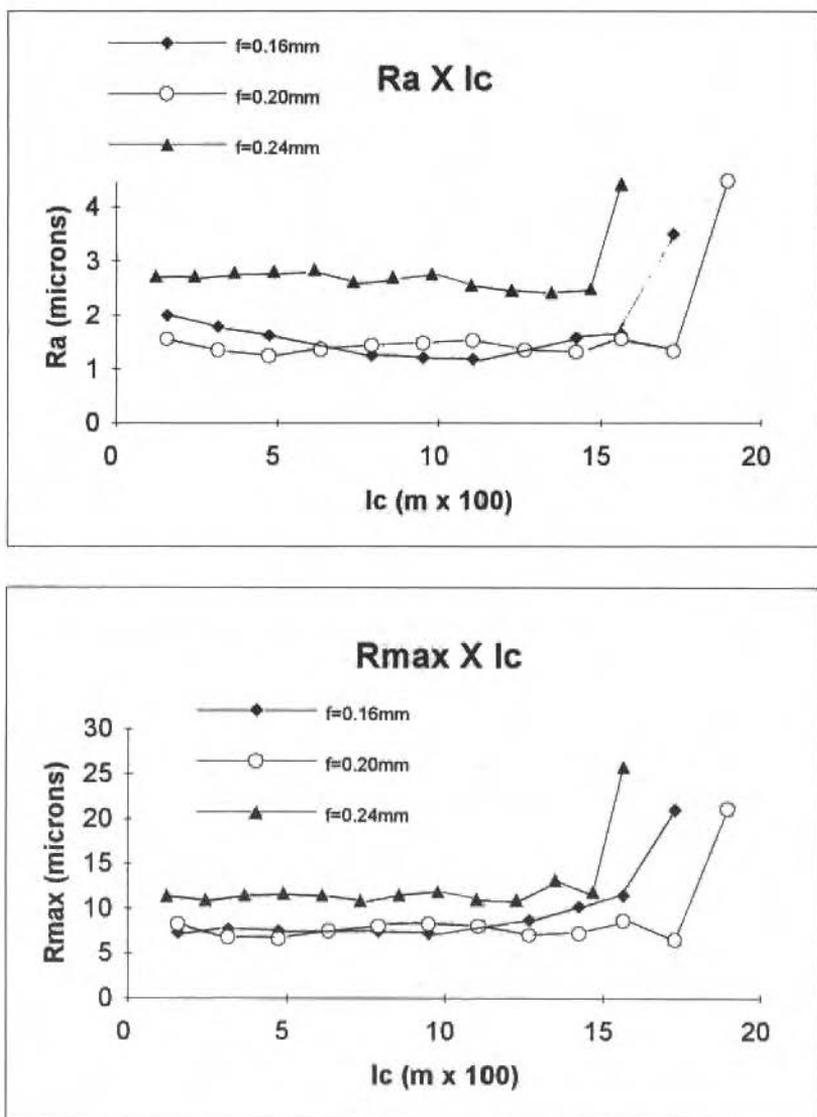


Fig. 8 Surface roughness x cutting length

Results and Discussions

Figure 7 shows the values of surface roughness (R_a and R_{max}) against cutting length for the experiments with different cutting speeds and Fig. 8 for the experiments with different feeds. Figure 9 shows the values of vibration (in cutting and feed direction) for the experiments with different cutting speeds and Fig. 10 for the experiments with different feeds (all of them in the frequency range from 0 to 8000 Hz). Figures 11 and 12 show the frequency spectrum of some cuttings of the experiment 3. Some interesting things can be discussed from these figures, as follows:

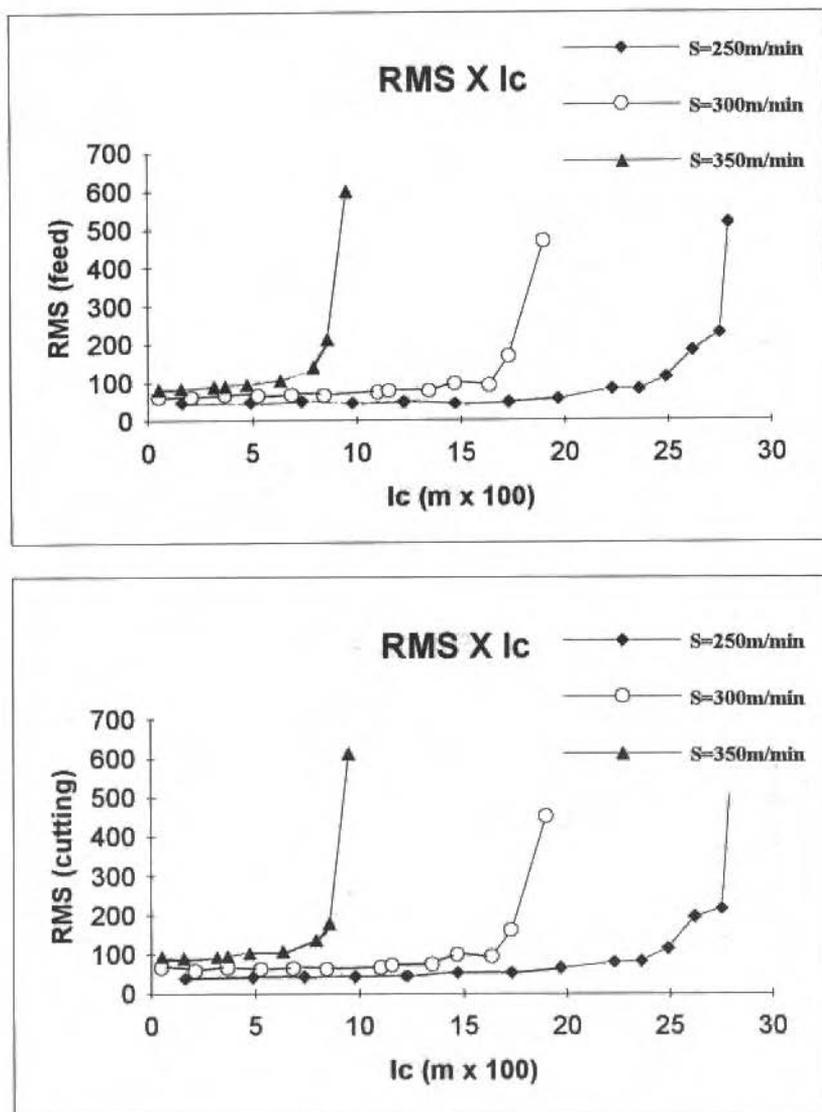


Fig. 9 Vibration signal x cutting length

- a) the surface roughness decreased as the cutting speed (s) increased (Fig. 7), but this decrease was much bigger when s changed from 250 to 300 m/min. When s passed from 300 to 350 m/min, the surface roughness almost did not decrease. For the vibration signal (Fig. 9) the opposite happened, i.e., when the cutting speed increased the RMS of the signals also got bigger. So, the vibration of the system was not the reason for the changing of surface roughness. Some other fact connected with the chip formation should be the reason of it.

- b) when the feed (f) changed from 0.16 to 0.20 mm/rev (Fig. 8) the surface roughness kept almost constant (R_a is even bigger for $f = 0.16$ mm/rev in the first cuttings), even with the strong geometrical contribution of the feed for the roughness (Eqs. (1) and (2)). Once again, the vibration of the system was not the reason of it, as can be seen in Fig. 10, where the feed did not influence the vibration values.

Table 2 Cutting conditions of the experiments

Number of experiment	Cutting speed (m/min)	Feed (mm/rev)	Depth of cutting (mm)
1	300	0.16	1
2	300	0.20	1
3	300	0.24	1
4	250	0.20	1
5	350	0.20	1

- c) the surface roughness almost did not vary with cutting length for a long period (in some experiments it even got lower) till a sudden growth, where the R_a and R_{max} got values many times bigger than their initial values (Figs. 7 and 8). This happened because only flank wear was formed on the tool, without any groove wear formation. As explained in an item above, flank wear does not makes much difference in the formation of surface roughness. When flank wear reaches a large value, a big deterioration of the tool happens, and the surface roughness increases steeply. What is very interesting to note is that the vibration signals (both, in the cutting direction and feed direction) also presented exactly the same behavior, i. e., a certain stability in the initial and intermediary stages of the cutting and a sudden increase in the final stage. The reason of it should be that flank wear also does not have much influence in the vibration process, what makes the vibration signal a very interesting parameter to monitor surface roughness (and, consequently, tool life) in finish turning.
- d) Table 3 shows the tool life (in length of cutting) using the values of R_a , R_{max} and RMS of the vibration signal in the cutting direction and in the feed direction when the sudden increase of their values happens, as criterion of end of tool life (the values of the table were taken just when the growth begins to happen). From this table, some conclusions can be extracted:

Table 3 Values of tool life (in meters of length of cutting) for different criterion

f (mm/rev)	s (m/min)	R_a	R_{max}	RMS (cutting)	RMS (feed)
0.16	300	1450	1450	1300	1400
0.20	300	1500	1530	1650	1650
0.24	300	1430	1550	1350	1350
0.20	250	2500	2600	2400	2500
0.20	350	650	650	700	700

- 1) as in any other usual criteria of tool life, like the value of flank or crater wear, tool breakage and so on, the influence of the feed in tool life was very small, opposing the influence of cutting speed that happened to be very strong. When s increased, tool life decreased very quickly, but when f increased, tool life varied around an average value;
- 2) the values of tool life are about the same for the criterion using vibration values and using surface roughness values, what confirms the suitability of using the vibration signal to establish tool life in finish turning;
- 3) the values of tool life for the RMS of the signal in the cutting direction and in the feed direction, are pretty much the same. So, only one of the sensors (either in cutting direction or in feed direction) could be used to avoid some expenses.

- e) this kind of behavior of the surface roughness and vibration is very interesting to the purpose of this work, because it is not the absolute value of the vibration signal that is important, but its change, and this is true for all cutting conditions. As it is written above, the moment to change the tool does not depend on the value of the RMS of the signal, but on the moment when this signal changes quickly. So, the strategy to automatically establish the end of tool life, could be to compare the instantaneous signal with an initial or intermediary value of the signal. When the difference overcome a given value, it is time to change the tool, independently of which cutting condition is being used.

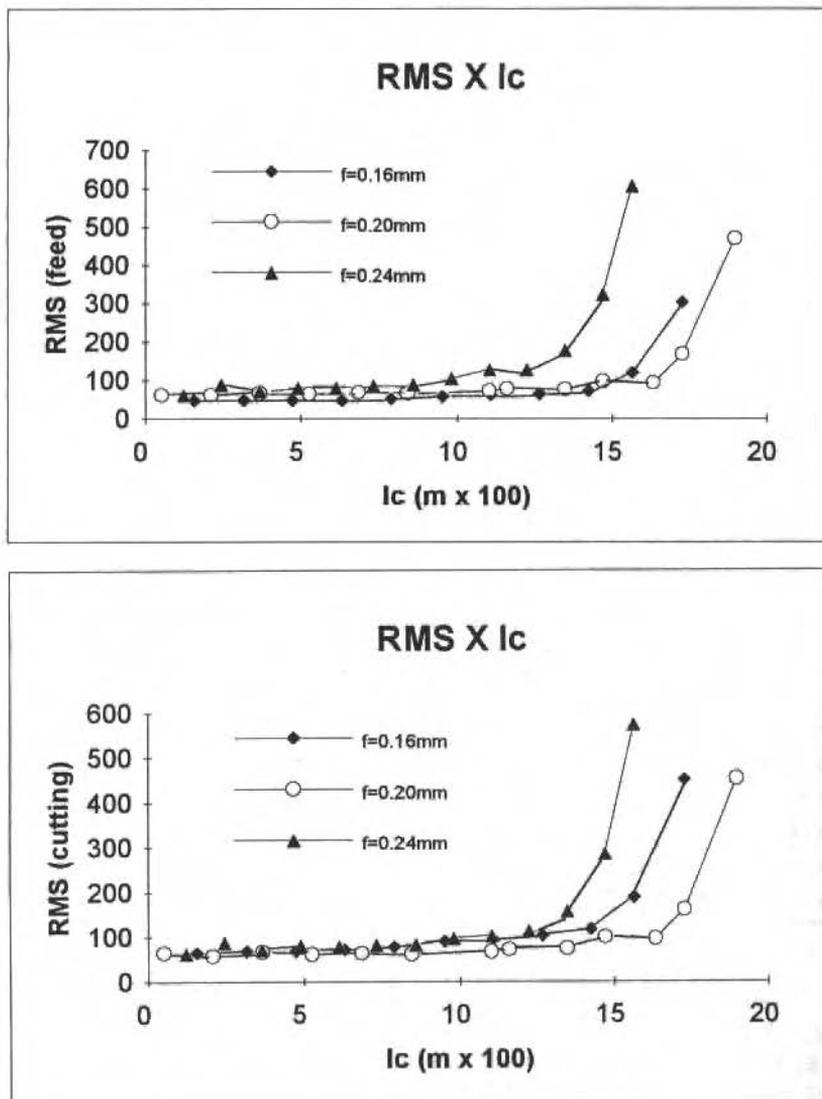


Fig. 10 Vibration signal x cutting length

- f) from the frequency spectrum shown on Figs. 11 and 12, it can be seen that some ranges of frequencies have bigger amplitude than others, but all frequencies have a similar behavior as cutting time goes by, i. e., a slight increase in the initial and intermediary stage of cutting and a sudden growth in the end. This happened for all cutting conditions tried. From this fact, one thing can be concluded: any frequency range between 0 and 8000 Hz is good to monitor surface roughness growth, since all of them behave accordingly to the behavior of surface roughness. So, a narrower and lower frequency range could be used to the analysis, to make the digital sampling easier. Based on this, the signals were digitally filtered for the experiment 3, and Fig. 13 shows the results for RMS of cutting and feed direction in the frequency range from 0 to 4000 Hz. It can be seen from this figure that the behavior of the vibration signal is about the same compared with the signals in 0 to 8000 Hz range and the values of tool life using the criterion of RMS in cutting and feed direction in the narrower frequency range (around 1350 m in both cases) are very close to the values obtained for the wider one, what makes the frequency range of 0 to 4000 Hz, that is easier to be sampled, as good as the range of 0 to 8000 Hz to monitor the growth of surface roughness in finish turning. Because of this, the RMS of the signal in that range is also a good parameter to establish the end of tool life in these kind of operations.

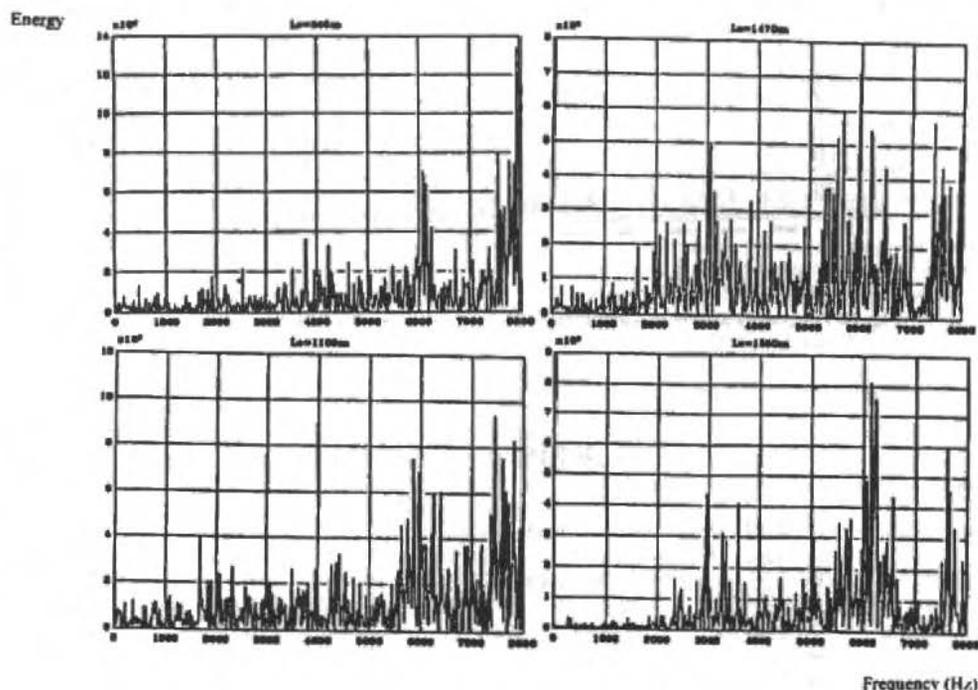


Fig. 11 Frequency spectrum - experiment 3 - cutting direction - $f = 0.24$ mm/rev; $s = 300$ m/min

Conclusions

Based on the written above, it can be concluded, for the turning of AISI 4340 steel with coated carbide inserts, that:

- the vibration of the system is not the responsible for the change of surface roughness with cutting speed;
- the feed did not have influence in the vibration signal and have only a slight influence in the surface roughness, despite its geometrical contribution to the roughness formation;

- the behaviors of surface roughness and vibration signal with cutting length (or cutting time) are very similar and do not vary with cutting conditions;

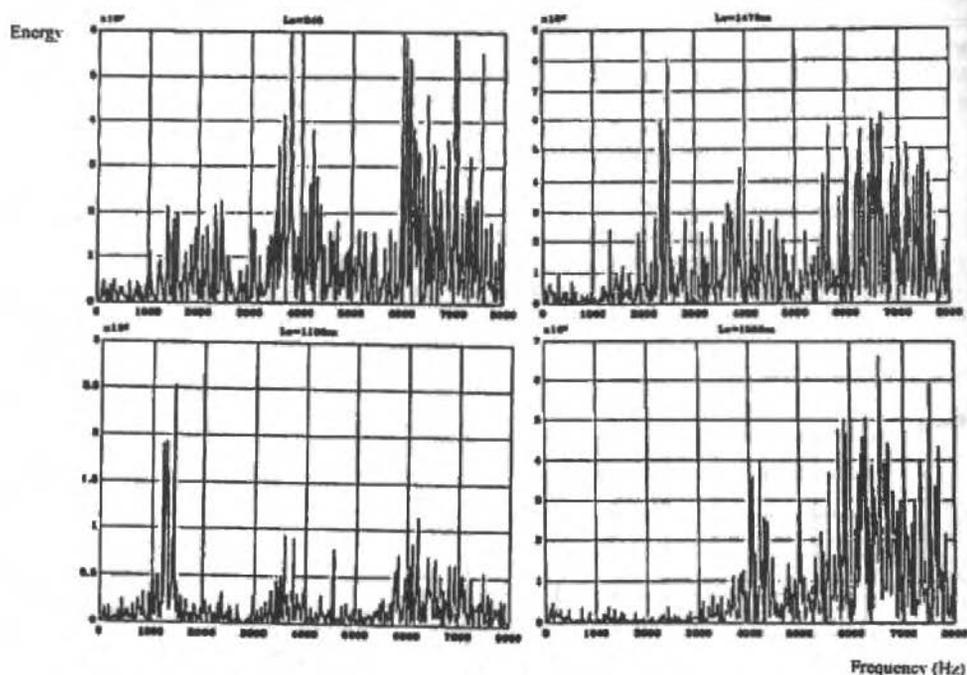


Fig. 12 Frequency spectrum - experiment 3 - feed direction - $f = 0.24$ mm/rev; $s = 300$ m/min

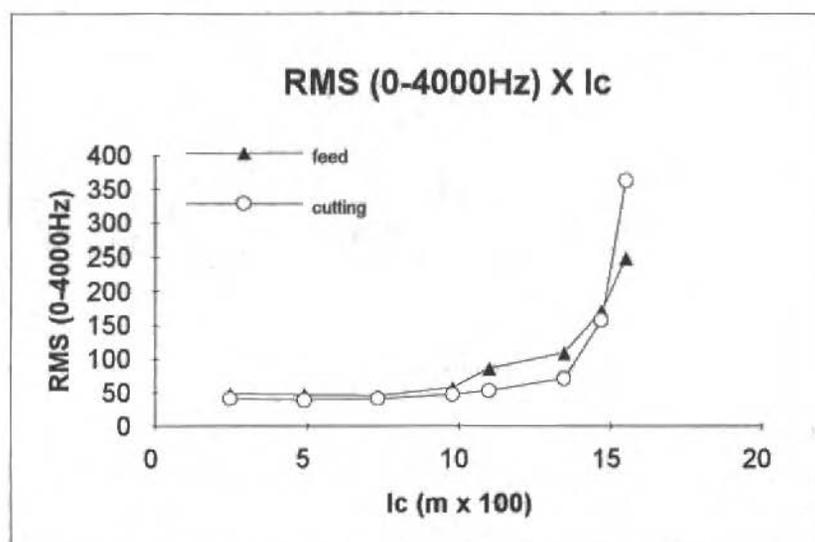


Fig. 13 Vibration signal x cutting length (0 to 4000 Hz range)

- the values of tool life based on the criteria of surface roughness values and on the criteria of vibration values are very close to each other;
- the values of tool life for the RMS of the signal in the cutting direction and in the feed direction, are pretty much the same;
- the RMS of the vibration signal in the cutting and feed direction (in the frequency range of 0 to 8000 Hz) is a good parameter to monitor the end of tool life in finish turning;
- the RMS of the filtered signal in the 0 to 4000 Hz is also a good parameter to monitor finish turning.

Acknowledgements

The authors would like to thank FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - for the financial support of this work.

References

- Akihiko, N. and Fujita, S., 1989, "Development of a Cutting Tool Failure Detector", *Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering*, vol. 23, pp. 134-139.
- Diniz, A. E. and Cupini, N. L., 1989, "The Surface Roughness of the Part in Turning Process: Criterion of Tool Life and Factors of Influence", (in portuguese), Ph.D Thesis, State University of Campinas, Campinas, SP, Brazil.
- Fang, X. D., Yao, Y. and Arndt, G., 1991, "Monitoring Groove Wear Development in Cutting Tools via Stochastic Modelling of Three-dimensional Vibration", *Wear*, vol. 151, pp. 143-156
- Jiang, C. Y. and Xu, H. J., 1987, "In Process Monitoring of Tool Wear Stage by the Frequency Band-Energy Method", *Annals of the CIRP*, vol. 36, pp. 45-48.
- Luk, W. K. and Scrutton, R. F., 1968, "The Origin of Groove Wear in the Turning Operation", *International Journal of Production Research*, vol. 6(3), pp. 197-206.
- Martin, P., Mutel, B. and Drapier, J. D., 1974, "Influence of Lathe Tool Wear on the Vibrations Sustained in Cutting", *Proceedings of the 15th International Machine Tool Design and Research Conference*, pp. 251-274.
- Pandit, S. M. and Kashou, S., 1982, "A Data Dependent System Strategy of On-line Tool Wear Sensing", *Journal of Engineering for Industry*, vol. 104, pp. 217-223.
- Petropoulos, P. G., 1974, "Statistical Basis for Surface Roughness Assesment in Oblique Finish Turning of Steel Components", *International Journal for Production Research*, vol. 12(3), pp. 345-360.
- Rao, S. B., 1986, "Tool Wear Monitoring through the Dynamics of Stable Turning", *Journal of Engineering for Industry*, vol. 108, pp. 184-189.
- Shaw, M. C., 1986, "Metal Cutting Principles - chapter 17", Oxford University Press, New York, USA.
- Sokolowski, A. and Kosmol, J., 1991, "Utilization of Vibration Measurements of Machine Tool Elements in the Monitoring of the Cutting Tool Condition", *Proceedings of the 4th World Meeting on Acoustic Emission and 1st International Conference on AE in Manufacturing*, pp. 327-333.
- Sundaram, R. M. and Lambert, B. K., 1979, "Surface Roughness Variability of AISI 4140 Steel in Fine Turning Using Carbide Tools", *International Journal for Production Research*, Vol. 17(3), pp. 249-258.
- Weller, E. J., Schrier, H. M. and Weichbrodt, B., 1969, "What Sound Can be Expected from a Worn Tool", *Journal of Engineering for Industry*, pp. 525-534.

Adaptability - Definition

The principal activities of Engineering and Marketing to be performed in the implementation of a new product are:

Area	Principal activity	Detail
Marketing	Research on product acceptability	- Market research - Conceptual definition of the product - Implementation time
Engineering	Product development	- Conceptual project of the product - Dimensional calculus - Detailing of components - Functional test - Comprobaton of reliability
	Development of the manufacturing resources	- Definition of manufacturing routing - Detailing of the manufacturing process - Selection of tools and machines - Establishment of operational conditions and fabrication times
	Pre-production	- Tooling try-out - Testing of fabrication processes under production conditions - Pilot run

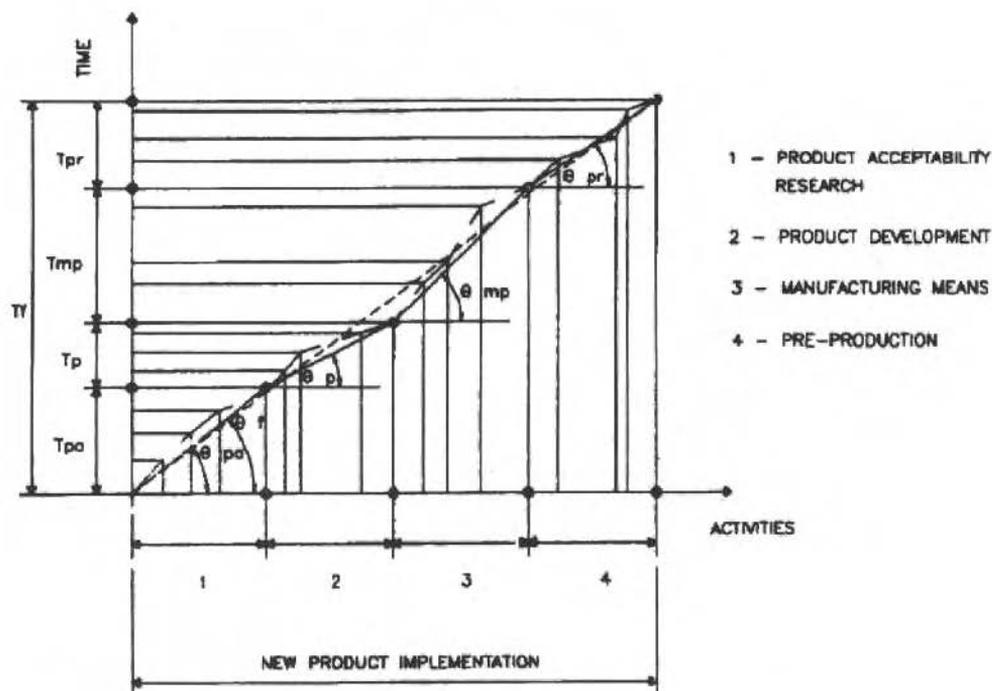


Fig. 1 Sequence of the activities for the implementation of a new product

Adaptability of Engineering and Marketing Structures: A New Approach to Attend the Consumer Market Needs in CIM Environment

Oswaldo Luiz Agostinho

DEF - FEM - UNICAMP
CP 6123 - 13083-970 - Campinas - SP

Abstract

The actual tendencies of the market, looking forward to product short life, high changes tendency and high competition level, has lead the companies to rethink the organization of Engineering and Marketing activities, in order to attend these needs. This work will take into consideration the manufacturing systems adaptation concepts, regarding to Engineering and Marketing activities. It will be also considered the necessary changes on these structures, in order to attend the expectations and needs of the market, to match the necessary competitiveness.

Keywords: CIM, Manufacturing Systems, Product Life, Adaptability

Introduction

One of the features of the organizational structures of the nineties (Gunn, 1988) will be their capacity to adapt in order satisfy the needs of the consumer market, which may be summarized as follows:

- high product changes tendency;
- product short life;
- high competition level;
- internationalization of competition.

These needs, as reflected in the organization level, will translate as:

- many products being manufactured at the same time;
- many product changes;
- high frequency of product change;
- high volume of information, technological or administrative, flowing throughout the organization.

Thus, the companies or enterprises face two strategies as shown by Gerstein (1987):

- a) constant reduction of the time required to introduce new products: the new product must become available in a shorter time than was necessary for the old one;
- b) simultaneous fabrication of a great quantity of products, along with a constant change of these products, as regards the manufacturing shop floor.

The attendant of strategy "a" is directed linked to the adaptation capacity of the Engineering and Marketing activities; otherwise, the strategy "b" leads to the need of adaptation capacity of shop floor activities.

This paper will develop the concepts related to the adaptation capacity of the Engineering and Marketing activities to match the strategy "a".

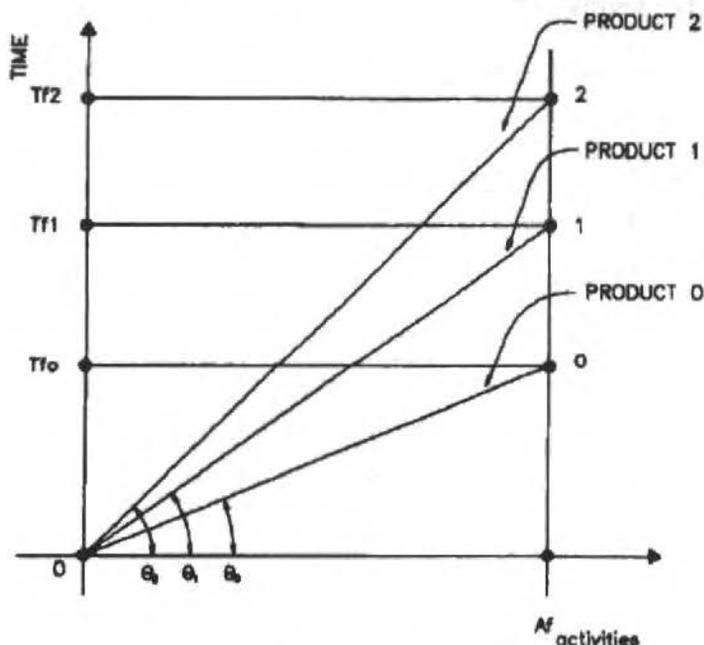


Fig. 2 Adaptability definition

By the association of each activity with the time for the execution, follows:

- T_{pa} = time for the research activities as regards product acceptability
- T_p = time for the activity of product development
- T_{mp} = time for the activity of development of fabrication means
- T_{pr} = time for the pre-production activity
- T_f = total time for the implementation of a new product

Thus, one can say that:

$$T_f = T_{pa} + T_p + T_{mp} + T_{pr}$$

Figure 1 relates the principal activities with their respective execution times.

The most important conclusions to be deduced from the considerations above are:

- 1) The time for the implementation of a product T_f will be as great is the number of detailed activities for each one of the main activities.
- 2) The time implementation of a product will be as great are the times corresponding to each principal activity, or detailed activities.

Let us now propose the successive introduction of products 0 and 2, after the product has been launched, according to Fig. 2.

It follows, analysing the triangles $OA_F T_{F2}$, $OA_F T_{F1}$ and $OA_F T_{F0}$:

$$OA_F T_{F2} \rightarrow \operatorname{tg} \theta_2 \frac{T_{F2}}{OA_F}$$

$$OA_F T_{F1} \rightarrow \operatorname{tg} \theta_1 \frac{T_{F1}}{OA_F}$$

$$OA_F T_{F0} \rightarrow \operatorname{tg} \theta_0 \frac{T_{F0}}{OA_F}$$

It is defined:

Adaptability necessary to viabilize to manufacture the product "0" after the viabilization of product "1".

$$a_{10} = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_0} = \frac{T_{F1}}{T_{F0}}$$

Adaptability necessary to viabilize to manufacture the product "2" after the viabilization of product "1".

$$a_{10} = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{T_{F1}}{T_{F2}}$$

Generally speaking the adaptability of the Engineering and Marketing systems to introduce a product "i + 1", after product has been introduced, is defined as:

$$a_{i,i+1} = \frac{T_i}{T_{i+1}} \quad (1)$$

Therefore, with base on Eq. (1), adaptability is classified:

Neutral Adaptability

$$a_{i,i+1} = 1$$

that is, the Engineering and Marketing systems introduce a new product in times equal to the times necessary for the previous product $T_{i+1} = T_i$

Regressive Adaptability

$$a_{i,i+1} < 1$$

that is, the Engineering and Marketing systems introduce a new product in times T_{i+1} greater than the times necessary for the product T_i . The limiting value will be obtained for $a_{i,i+1} = 0$, that is, the Engineering and Marketing systems demand times which are near infinite for the introduction of a new product. This limiting position reveals complete inadequacy of the organization structures to face challenges for the introduction of new products.

Progressive Adaptability

$$a_{i, i+1} > 1$$

that is, the Engineering and Marketing systems introduce a new product in times T_{i+1} shorter than the times necessary for the previous product T_i . The limiting value will occur $a_{i, i+1} = 0$, that is, the Engineering and Marketing systems need times near zero for the introduction of a new product; in this limiting position the introduction of new products is obtained almost instantaneously, thus demonstrating that the structures are adequate and able to answer to any challenge of the consumer market.

Conditions for the Increase of Adaptability

The running conditions of the consumer market indicate the need of constant change of products in order to maintain competitiveness of the companies or enterprises.

For that purpose, it becomes necessary that their Engineering and Marketing organizations maintain progressive indices of adaptability.

The conditions to have adaptability indices that maintain the relation

$$a_{i, i+1} > 1$$

are:

Reduction of the Number of Activities Necessary for the Development of a new Product

The reduction of the number of activities may be obtained in two different ways (Hammer, 1990):

- Reduction of the subactivities that compose a great activity, through critical analysis of its real necessity. Ex.: Is the activity of design check necessary? Are there ways to augment the reliability of the project?
- Elimination of activities. The elimination of activities can be made after the previous item has been properly performed. Another alternative can be the overlap or superimposition of activities by causing them to be performed in parallel, or simultaneously with others. This is the principle or concept of the Simultaneous Engineering or Concurrent Engineering.

This principle is schemed under Fig. 3, where the development of a new product is shown through the focusing of the traditional and of the simultaneous engineering.

Figure 3 shows that, even if the times for the development of the product and for the manufacturing means area greater when simultaneous engineering is focused, the time for the development will be lesser, because of the overlapping or superimposition of the activities.

Reduction of time by activity

The reduction of time by activity will be obtained through:

- Standardization of products and fabrication processes. In this case, concepts of simplification and standardization are applied both for product and process. Technologies known as Group Technology, Design for Manufacture, and other, should be used.
- Use of computer tools, such as CAD, CAE, CAPP, CAM, etc. The use of computer resources must not be made in an indiscriminated way, without the application of the methodologies previously proposed.

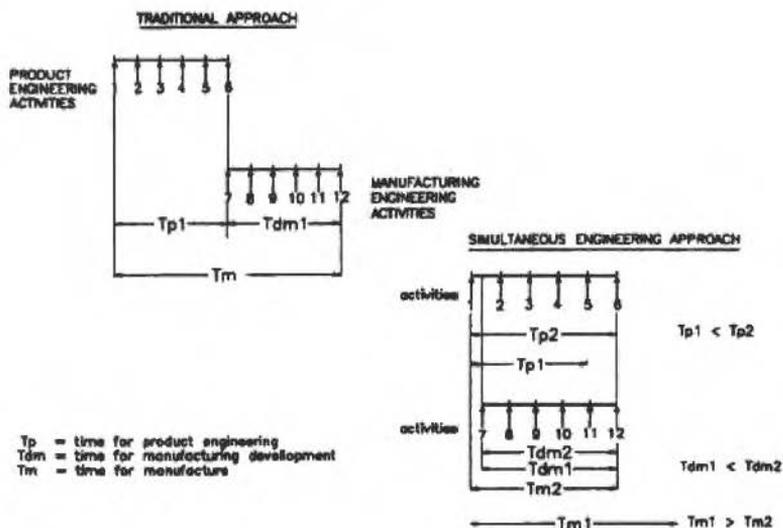


Fig. 3 Simultaneous engineering concept

Conclusions

The observations and the proposals of this work lead to same conclusions:

- 1) The structures of Engineering and Marketing of the Company must maintain adaptability indices greater than 1; this condition will maintain introduction of new products in competitive advantage.
- 2) The necessary condition to maintain adaptability indices greater than 1 will be the reduction, elimination, and superimposition of activities corresponding to the cycle for introduction of new products. This is an essentially administrative condition, supported by two premises:
 - a) utilization of product and fabrication processes simplification techniques, such as Group Technology, design for manufacture, etc.;
 - b) application of the simultaneous engineering concepts through the superimposition of activities. For easiness of the implementation of this concept, it will be necessary to critically review the Taylorist structures of the organization, with base on the principle of functions specialization.
- 3) The sufficient condition to maintain adaptability indices greater than 1 will be application of support computer resources, besides the development of data and common knowledge between the engineering activities, either product engineering, or manufacturing engineering.

Nomenclature

$a_{i,i+1}$ = adaptability of Engineering and Marketing Systems

T_{dm} = time for manufacturing development

T_f = total time for the implementation of a new product

T_m = time for manufacture

T_{mp} = time for the activity of development of fabrication means

T_p = time for the activity of product development

T_{pa} = time for the research activities as regards product acceptability

T_{pr} = time for the pre-production activity

References

- Agostinho, O. L., 1989, "Manufatura Integrada por Computador", Relatório do Encontro Nacional sobre Projetos CIM - SEI, Sao Paulo, Brazil.
- Gerstein, M. S., 1987, "The Technology Connection", Addison Wesley Publishing Company.
- Gunn, T. G., 1988, "Manufacturing for Competitive Advantage", Ballinger Publishing Company.
- Hammer, M., 1990, "Reengineering the Work - Don't Automate, Obliterate", Harvard Business Review.
- Hax, A. C., 1987, "Strategic Management - An Integrative Perspective", Prentice Hall Inc., N.J.
- Savage, C. M., 1990, "Fifth Generation Management", Digital Press.
- Society of Manufacturing Engineers Publishing, 1989, "Manufacturing Management".

Um Sistema para a Geração Automática dos Roteiros de Fabricação para a Indústria de Plásticos Laminados Integrado à Programação de Produção

An Automated Generative Process Planning System for the Laminated Plastic Industry Integrated to Production Scheduling

Paulo Corrêa Lima
Oswaldo Luiz Agostinho

DEF - FEM - UNICAMP
CP 6122 - 13083-970 - Campinas - SP

Abstract

This work proposes a model for an automated generative process planning system for the laminated plastic industry integrated to production scheduling. It presents the basic characteristics of the manufacturing process and the production type of this industry segment. Later, it describes the methods used in Computer Aided Process Planning (CAPP) and the importance of a data base system as a key element to systems integration.

It describes the procedure of the automated generative process planning including machine selection, piece arrangement to production and the calculation of production time. The information of the process plans are used later on the production scheduling, when the production orders are simulated backwards from products due date. This procedure defines the latest beginning date for each operation, that will be a basis for further decisions to adequate machine loading and capacity.

The system was implemented, tested and validated in a company of this industrial segment. It presented the advantage in obtaining production scheduling rapidly, just after the entry of new sales orders and, therefore, a greater agility on the decision making process.

Keywords: Process Planning, Production Planning and Scheduling

Resumo

Este trabalho propõe um modelo para a geração automática dos roteiros de fabricação para a indústria de plásticos laminados integrado à programação de produção.

Inicialmente apresentam-se as características básicas desse segmento industrial quanto ao processo de fabricação e tipo de produção. Em seguida, são descritos os métodos utilizados nos Sistemas de Planejamento de Processo Assistido por Computador (CAPP) e a importância da base de dados como elemento chave na integração de sistemas. Descreve-se o processo de geração automática dos roteiros de fabricação incluindo a seleção de máquina, a arrumação das peças na máquina e o cálculo dos tempos de fabricação.

Utilizando-se as informações do roteiro de fabricação, faz-se uma programação "para trás" do progresso das ordens de produção, a partir da data de entrega dos produtos. Define-se dessa forma, a data de início mais tarde para a realização das operações, que servirá de base ao processo de tomada de decisão para compatibilizar a carga de máquina com a capacidade produtiva.

O sistema foi implementado e, em seguida, testado e validado numa empresa desse segmento industrial. Apresentou como vantagens a rapidez na obtenção do programa de produção e conseqüentemente uma maior agilidade no processo de tomada de decisão.

Palavras-chave: Planejamento de Processo, Planejamento de Produção, Programação de Produção

Introdução

Este trabalho está voltado para as empresas do segmento de plásticos laminados que trabalham com produção sob encomenda e um grande volume de pedidos de venda a cada mês, devendo responder rapidamente às solicitações dos clientes. Para se atingir este objetivo é necessária uma visão

clara da carga de máquinas no tempo, para se fazer uma programação de produção adequada a um melhor atendimento dos prazos de entrega sem incorrer no aumento dos níveis de estoque (Mirsky, 1992).

Nas empresas que possuem sistemas computacionais, tradicionalmente, a partir do pedido de venda realiza-se o planejamento da produção através dos sistemas de Planejamento de Necessidades de Materiais (MRP), que geram as ordens de produção e compras necessárias ao atendimento dos pedidos (Vollmann, Berry e Whybark, 1988). Os sistemas de MRP geram as ordens considerando o tempo de reposição de cada item e desconsiderando a capacidade produtiva na programação das ordens de produção. Realiza-se, posteriormente, através dos sistemas de Planejamento das Necessidades de Capacidade (CRP), o cálculo de carga de máquina, programando-se as operações especificadas nos roteiros de fabricação.

Na indústria de plásticos a estrutura de produtos é do tipo implósiva, ou seja, um grande número de produtos finais é produzido a partir de um pequeno número de matérias primas básicas e corantes. Tem-se, neste caso, a necessidade de geração de um número muito grande de roteiros de fabricação. Realizando-se esta tarefa de uma forma rápida viabiliza-se a análise de carga de máquina e permite à produção reagir rapidamente às novas solicitações (Lima e Agostinho, 1989).

Neste trabalho apresenta-se um sistema para a geração automática dos roteiros de fabricação para a indústria de plásticos laminados integrado à programação de produção. Apresenta-se um resumo do estado da arte, os conceitos usados na geração automática dos roteiros de fabricação, o cálculo de carga de máquina e as possibilidades de realocações. Finalmente, descreve-se a implementação do sistema e conclusões.

O Estado da Arte

A definição dos roteiros de fabricação pode ser realizada nos Sistemas de Planejamento de Processos de Fabricação Assistidos por Computador (CAPP) ou, de uma forma simplificada, nos módulos de engenharia dos sistemas de MRP (Buchholz, 1986).

Os sistemas de CAPP, como o próprio nome diz, auxiliam o planejador na tarefa de elaboração do roteiro de fabricação. Os sistemas podem ser qualificados em 3 tipos oferecendo diferentes níveis de auxílio ao planejador (Batocchio, 1991).

- 1) O método manual: realizado pelos planejadores de processo; sendo este um método estritamente baseado na experiência acumulada desses elementos.
- 2) O método variante: tem como característica a similaridade entre componentes; propicia a recuperação de roteiros padrões de famílias de peças existentes, utilizando-os com ou sem alteração, dependendo da nova peça.
- 3) O método generativo: está baseado em algoritmos que definem as diversas decisões tecnológicas que o sistema deve tomar durante o planejamento do processo. Este método tem evoluído com o emprego de técnicas de inteligência artificial, buscando-se aperfeiçoar as formas de representação do conhecimento e os sistemas de tomada de decisão.

Além do método utilizado na determinação do roteiro, Rozenfeld (1989) aponta para a importância de se evitar a criação de ilhas de integração numa área da empresa através da utilização de um sistema de base de dados relacional, para a criação de uma base de dados de manufatura, que armazene as informações necessárias aos diversos sistemas computacionais de apoio à manufatura.

Obtenção do Roteiro de Fabricação

Em função das características da indústria de plásticos laminados a principal atividade a ser realizada para a obtenção do roteiro de fabricação é a definição da operação de extrusão/laminação, que se caracteriza pela escolha da máquina na qual a ordem será alocada, a seleção da melhor forma de arrumação da chapa ou bobina na máquina e os tempos de fabricação. A solução adotada neste trabalho combina os métodos variante e generativo utilizando técnicas de Inteligência Artificial como descrito a seguir.

Para a geração do roteiro de fabricação, as peças, chapas ou bobinas foram divididas em famílias de peças de acordo com suas características geométricas, acabamento superficial e material utilizado. A Tabela 1 lista as famílias de peças, onde se observa que a principal característica de cada família foi realçada na atribuição de seu nome.

Na formação das famílias de peças as características utilizadas foram:

- geometria: algumas famílias foram caracterizadas por diferentes faixas de espessura;
- acabamento superficial: se a peça incluir filme, textura ou brilho mecânico;
- material: peças produzidas a partir do ABS ou poliestireno fosco ou com brilho.

Para cada família, foram especificadas as máquinas nas quais a operação de extrusão/laminação pode ser realizada, e ordenadas em ordem de preferência. A Tabela 1 apresenta a lista de máquinas preferenciais de cada família de peças especificadas pelo planejador de processos. Computacionalmente, a Tabela 1 foi implementada através de um conjunto de regras de produção do tipo: - SE antecedente ENTÃO conseqüente; onde nos antecedentes estão especificadas as características de cada família de peças e nos conseqüentes o nome de cada família (Bruno et al. 1986).

No processo de seleção da máquina são realizadas, também, verificações quanto às dimensões de espessura, largura e comprimento da chapa ou espessura e largura da bobina, em função dos limites dimensionais de cada máquina. Para as máquinas selecionadas são analisadas as diversas possibilidades de arrumação das chapas ou bobinas nas máquinas, como mostrado na Fig. 1, e selecionada a arrumação que propiciar o melhor desempenho em termos do volume de produção.

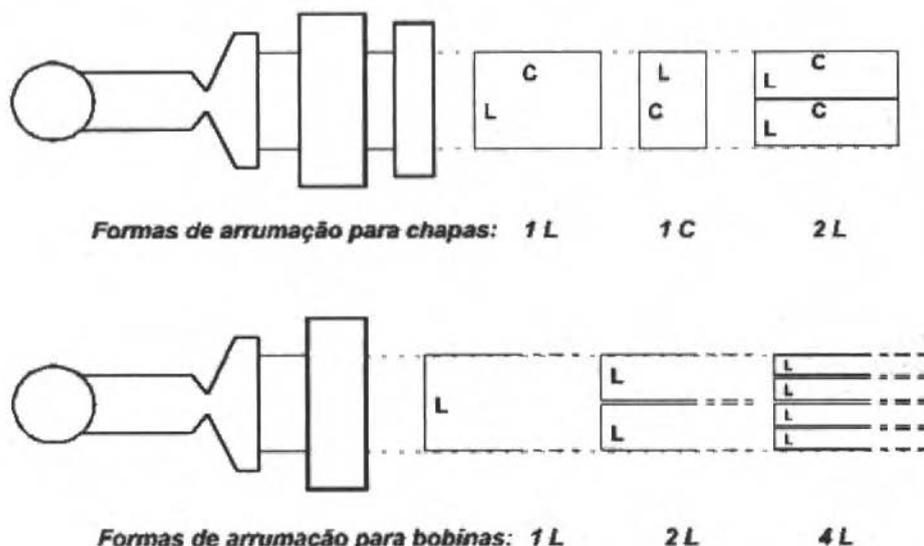
Tabela 1 Famílias de peças vs. máquinas

Famílias de Produtos	Máquinas								
	1	2	3	4	5	6	8	9	
1 - Bobinas, larg. < 200 mm				1					
2 - Bobinas, 200 < larg. < 800 mm			3	1		2			
3 - Bobinas, 800 mm < larg.			1						
4 - Bobinas texturizadas					1				
5 - Bobinas c/ filme de polietileno		1			2				
6 - Chapa fosca esp. < 1,2 mm			2		1				
7 - Chapa fosca esp. 1,3 a 2,5 mm		3	2					1	
8 - Chapa fosca esp. 2,6 a 4,0 mm	3	2					4	1	
9 - Chapa fosca esp. 4,1 a 5,0 mm	2	1					3		
10 - Chapa fosca 5,00 mm < esp.		1					2		
11 - Chapa fosca sem brilho mecânico		1							
12 - Chapa c/ brilho esp. < 1,9 mm			1						
13 - Chapa c/ brilho esp. 2,0 a 2,7 mm	1		2					3	
14 - Chapa c/ brilho 2,8 mm < esp.	2	1						3	
15 - Chapa c/ filme esp. < 4,5 mm	3	2					1		
16 - Chapa c/ filme 4,6 mm < esp.		2					1		
17 - Chapas texturizadas								1	
18 - Chapa em ABS							1		
19 - Bobinas c/ brilho			1						

Desse modo, no processo de seleção da máquina são seguidos os seguintes passos:

- a) A peça é classificada em uma família de peças, obtendo-se como resultado a lista de máquinas preferenciais.

- b) Verifica-se se as dimensões da peça são compatíveis com a primeira preferência. Caso contrário seleciona-se a segunda preferência, e assim por diante. Por exemplo, uma chapa fosca com 4,5 mm de espessura deve ser produzida preferencialmente na máquina 2. As máquinas 1 e 8 são as segunda e terceira alternativas, respectivamente.



Legenda:

L ... Largura da chapa ou bobina

C ... Comprimento da chapa

Fig. 1 Esquema de arrumação das peças nas máquinas extrusoras

- c) Determinada a máquina, deve ser definido o tempo de fabricação unitário utilizando-se uma função para este cálculo. Esta função foi obtida fazendo-se uma regressão linear de um gráfico de produtividade da máquina, usando-se como parâmetros o volume de material a ser extrudado (a espessura x a largura da peça) e o uso de cristal de brilho, que reduz a velocidade de extrusão. Calcula-se, então, o tempo de fabricação para cada uma das possibilidades de arrumação e escolhe-se aquela que apresentar o menor tempo de fabricação.

O tempo de preparação não pode ser estimado, pois ele é dependente da seqüência na qual as peças são produzidas. Quando peças de geometria, cor e materiais semelhantes são produzidas em seqüência, o tempo de preparação está em torno de 5 minutos, podendo crescer até 1 hora quando as variações entre as características das peças são grandes. Adotou-se, então, definir para cada peça o tempo médio de preparação da máquina selecionada, de modo que esse tempo possa ser utilizado para o cálculo de carga de máquina.

Cumprе salientar que o conceito de família implícito na Tabela 1, é adequado para a seleção da máquina na elaboração do processo de fabricação e, conseqüentemente, ao cálculo de carga de máquina, entretanto, do ponto de vista de auxílio ao seqüenciamento das tarefas na produção, o agrupamento em famílias feito dessa forma não traz qualquer benefício, pois não incorpora conjuntamente espessura, largura e cor do material. Por exemplo, a máquina 8 está produzindo uma chapa de 3,0 mm amarela, e como próximas tarefas a serem realizadas estão uma chapa de 3,5 mm roxa, pertencente portanto à mesma família, e outra chapa de 2,5 mm laranja, pertencente a outra família. A escolha, do ponto de vista de preparação da máquina, deve recair sobre a segunda candidata devido ao menor gradiente de cor, mesmo pertencendo a outra família.

Programação de Produção - Cálculo de Carga Máquina

O objetivo da programação de produção é distribuir as ordens entre as máquinas minimizando os atrasos na entrega dos produtos e os níveis de estoque, de modo que a carga de cada máquina seja compatível com sua respectiva capacidade de produção.

Na função de cálculo de carga de máquina faz-se, inicialmente, a alocação das ordens de produção nas máquinas, onde para cada ordem de produção, duas questões básicas são tratadas: a seleção do equipamento e a determinação da data de início mais tarde para cada operação da ordem de produção, data na qual a mesma será inicialmente alocada.

A escolha da máquina segue a indicação do planejamento do processo de fabricação, como explicado na seção anterior.

Em relação à data de alocação, a ordem de produção é alocada na data de início mais tarde para cada operação da ordem. Essa data é obtida fazendo-se uma simulação "para trás" do progresso da ordem de produção, a partir da data de entrega do pedido. Neste procedimento são considerados os tempos de transporte, espera, preparação e processamento. Neste caso, o tempo de processamento é calculado considerando-se a quantidade a ser produzida pela ordem e a produtividade da máquina na qual a ordem foi alocada. No processo de simulação "para trás" a capacidade de produção das máquinas é considerada infinita.

A data de início de produção, assim calculada, atende aos objetivos de minimização dos atrasos e de minimização dos estoques, pois uma vez que o produto tem sua produção iniciada nesta data, não se gera atraso e o produto, uma vez concluída sua produção, é imediatamente expedido. A data de início mais tarde, é portanto, a data ideal de fabricação, quando se considera entre os objetivos, aqueles afetos à dimensão tempo. Pode-se dizer que a data de início mais tarde de uma ordem de produção estabelece uma âncora temporal. Qualquer deslocamento no tempo do início da produção, seja para frente ou para trás, penaliza essa ordem quanto ao atendimento desses objetivos.

O cálculo da data de início mais tarde difere do procedimento de cálculo utilizado pelo MRP, para calcular a data de início da ordem de produção. No MRP, a data de início da ordem de produção é calculada utilizando-se o tempo de reposição, que é um tempo fixo necessário para se obter um dado produto. Como o tempo de reposição é um atributo do produto, na sua composição considera-se um tempo total de manufatura, que independe das variações de quantidade das ordens de produção do produto. Dessa forma, para contemplar os vários possíveis tamanhos de lote, o tempo de reposição deve considerar o maior tempo de fabricação. Cumpre salientar que a data de início da ordem de produção calculada pelo MRP não significa necessariamente a data efetiva de início de produção, devido à existência de tempos de segurança em sua composição.

A Fig. 2 apresenta de uma forma esquemática: - o procedimento utilizado ao nível do planejamento (MRP) para a geração das ordens de produção e a determinação de suas respectivas datas de início, baseadas nos tempos de reposição; e, o procedimento para o cálculo da data de início mais tarde utilizado no nível da programação da produção. Comparativamente à data de início da ordem calculada pelo MRP, a data de início mais tarde da ordem é mais precisa e deve ser sempre igual ou posterior à primeira.

Como resultado dessa primeira fase tem-se um primeiro resultado quanto ao carregamento de cada máquina nos diversos períodos do horizonte de planejamento. A Fig. 3 apresenta como exemplo um gráfico de carga máquina resultante dessa fase inicial de alocação de recursos para um centro de trabalho composto de 3 máquinas. Analisando-se os carregamentos a cada dia verifica-se a necessidade de realocações de ordens de produção, seja para uma outra máquina ou seja para ser produzida em um outro dia.

Uma máquina que é preferencial para vários tipos de peças pode estar, por exemplo, com um carregamento excessivo num determinado período. Decisões de realocações podem ser tomadas com o objetivo de compatibilizar o carregamento médio das máquinas, em intervalos de planejamento por exemplo semanais, com a capacidade de produção.

As realocações são feitas num processo iterativo, onde as decisões de realocações são tomadas pelo planejador. Tomada a decisão de qual ordem será realocada, o sistema apresenta a lista ordenada de máquinas preferenciais daquele produto e as datas de início e fim da operação, de modo que uma

outra máquina da lista possa ser selecionada ou se alterem as datas programadas. No processo de realocação para outra máquina, a escolha do planejador deve recair, em princípio, sobre uma máquina cujo carregamento médio é inferior à capacidade de produção da mesma.

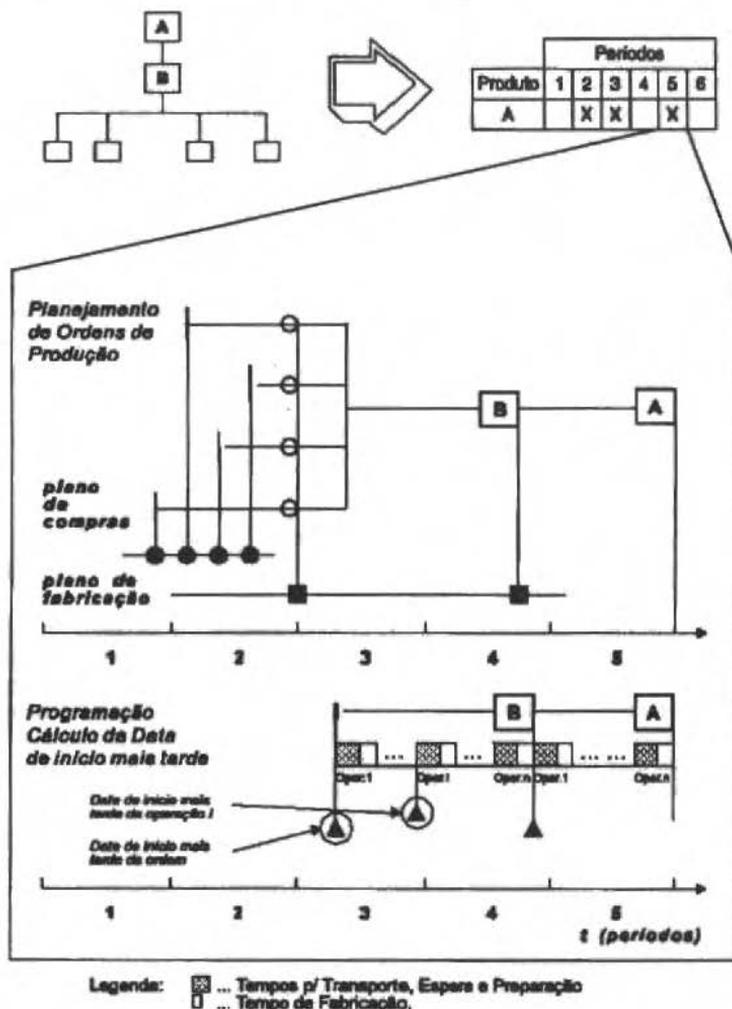


Fig. 2 Procedimento de cálculo para a determinação das ordens planejadas pelo MRP e da data de início mais tarde ao nível do cálculo de carga de máquina

A função de carga de máquina é do tipo "mudança líquida". Neste caso, quando novas ordens são programadas ou são dadas baixas em ordens já executadas, somente as informações sobre a programação dessas ordens são alteradas, preservando as decisões do planejador sobre as demais ordens.

A Fig. 4 mostra a tela de trabalho do planejador de produção no sistema onde é apresentado o gráfico de perfil de carga resultante da programação de produção. Nesta figura é apresentado o gráfico da máquina 1, como indicado no canto superior direito da tela (a indicação me_1, é proveniente de máquina extrusora 1). Na parte esquerda da tela aparece o gráfico de carga, sendo especificado em cada linha a data, o valor da carga daquela data em horas e um conjunto de caracteres @, onde cada carácter representa 2,4 horas de carga. Após 10 caracteres é colocado um espaço em branco de modo a

salientar o limite de carregamento da máquina, quando a fábrica opera em 3 turnos. A seleção de uma outra máquina pode ser feita através do uso do menu na opção dados, no canto superior esquerdo da tela.

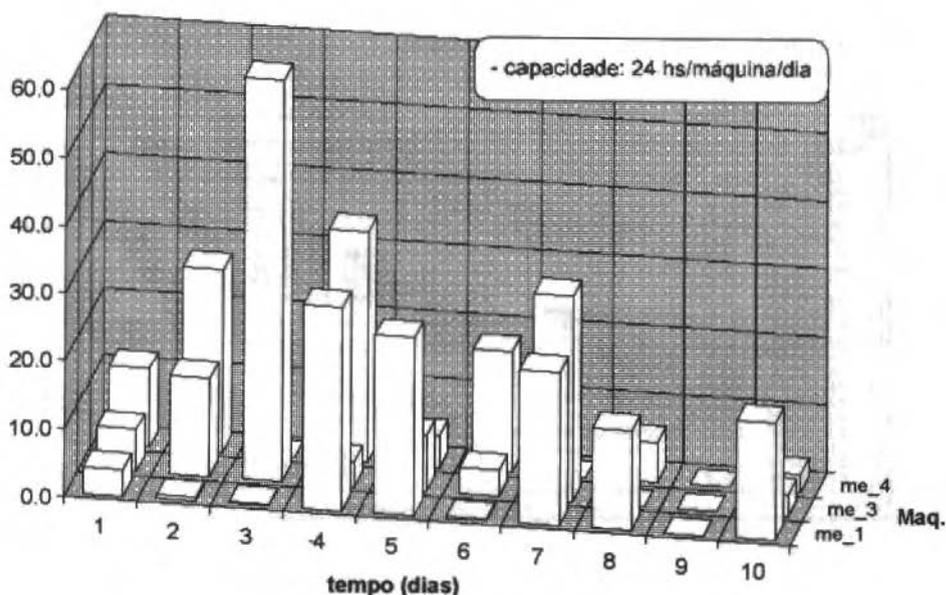


Fig. 3 Gráfico de carga máquina resultante da alocação na data de início mais tarde

O detalhamento do perfil de carga é apresentado no lado direito da tela, onde é mostrada a lista de ordens que dizem respeito à carga da máquina na data indicada no gráfico. São listados o número da ordem de produção, o tempo de fabricação e um código de status. Os valores que o código de status que uma ordem pode assumir são:

- if quando a fabricação se inicia e termina no mesmo dia;
- i quando a fabricação se inicia nesse dia e termina num dia posterior;
- f quando a fabricação se inicia num dia anterior e termina nesse dia;
- m quando a fabricação se inicia num dia anterior, prossegue nesse dia e finaliza num dia posterior.

O sistema permite, também, visualizar alguns atributos de uma ordem de produção e do pedido de venda a ela associado, através da abertura de uma caixa de diálogo onde se apresenta o código da peça e sua descrição, a família de peças a qual pertence, o cliente, a data de entrega, as datas de início e fim da operação seguidas da lista de máquinas possíveis do produto a ser fabricado, em ordem de preferência.

Além da consulta, esta caixa de diálogo foi criada para se realocar uma ordem de produção para uma outra máquina da lista de preferenciais ou para uma outra data, quando o planejador julgar adequada essa realocação. O processo é simples, basta posicionar o cursor na máquina desejada ou digitar uma nova data de início da operação e usar o botão confirma para executar a operação. A caixa de diálogo é, então, fechada e o gráfico de capacidade é redesenhado. O redesenho do gráfico só é realizado quando uma realocação foi determinada.

Nesse ambiente de produção, as atenções do planejador de produção estão voltadas, principalmente, para o planejamento do uso das máquinas extrusoras, por onde flui toda a produção da empresa. Devido ao alto custo do investimento, em situações normais de mercado as extrusoras trabalham com sobrecarga, trazendo como consequência, o fato de muitos pedidos serem entregues após a data prevista.

O cumprimento das datas de entrega acordadas define o nível de atendimento aos clientes. No caso dos clientes preferenciais as tolerâncias ao atraso são menores, podendo ocasionar parada em suas linhas de montagem.

Para se reduzir os estoques o produto deve ser fabricado o mais tarde possível, respeitando a data de entrega dos pedidos. Dessa forma, o material vai ficar o menor tempo possível armazenado no estoque de produtos. Por outro lado, visa também, resguardar a empresa quanto às alterações, seja em termos de data de entrega ou quantidade do produto, ou mesmo quanto aos cancelamentos dos pedidos de venda. O uso da matéria prima é otimizado, pois só é utilizado o material que realmente vai ser vendido, no menor tempo possível.

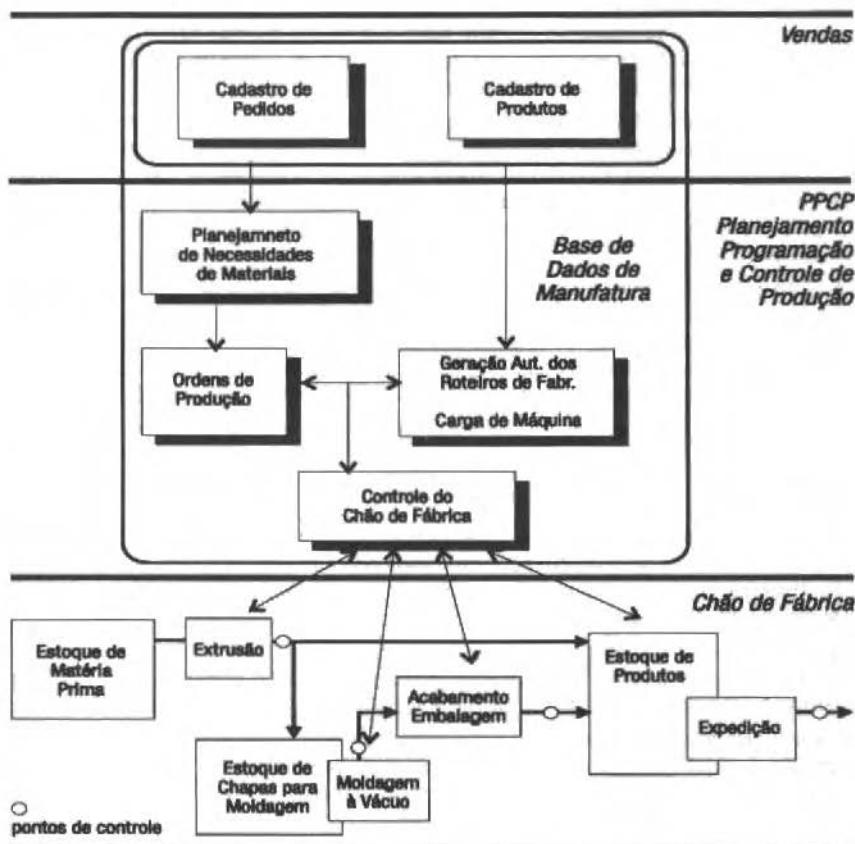


Fig. 5 Esquema do fluxo de materiais e informações

A empresa Plásticos Metalma dispõe de uma estrutura computacional formada por uma rede Novell, com aproximadamente 20 (vinte) micro computadores PCs 286, 386 e 486. Tem implantado na rede um sistema de base de dados corporativo da empresa MICROSIGA, responsável pelo processamento dos dados administrativos e contábeis.

Nesse ambiente foi implementado o modelo proposto neste trabalho. A Fig. 5 apresenta de uma forma esquemática a arquitetura dos sistemas afetos à produção e seus principais módulos. A Fig. 5 está dividida em três áreas: Vendas, Planejamento Programação e Controle de Produção (PPCP) e o Chão de Fábrica, que serão descritas a seguir. Na área de vendas são utilizados, entre outros, os módulos do sistema da MICROSIGA para o cadastramento de pedidos de venda e de produtos. Estas informações são posteriormente partilhadas com os sistemas de suporte ao PPCP.

No PPCP são, inicialmente, geradas as ordens de produção a partir das informações do cadastro de pedidos de venda e de produtos, através do módulo de Planejamento de Necessidades de Materiais (MRP). A execução do MRP, neste caso, é simplificada, seja pela existência de um número reduzido de níveis na estrutura de produtos, seja pelo fato das matérias primas serem controladas por ponto de reposição. Por outro lado, como a demanda é muito dinâmica e a cada dia diversos pedidos novos são cadastrados, o MRP é executado pelo menos duas vezes ao dia. Para responder a essa necessidade o MRP é do tipo "mudança líquida", cuja característica principal é a de somente planejar as ordens de produção referentes aos pedidos novos ou alterados (Pipitone, 1986). Esta característica permite que o MRP seja executado várias vezes ao dia, em função de seu tempo de execução ser pequeno (~ 2 minutos).

O módulo de ordens de produção permite fazer alterações, quando necessárias, nas ordens de produção planejadas pelo MRP e permite, também, uma consulta completa das ordens de produção e dos pedidos de venda, evidenciando seus relacionamentos (pegging).

A Fig. 5 esquematiza o fluxo de informações necessárias à geração dos roteiros de fabricação e à programação de produção, mostrando suas interligações com a base de dados de produtos, com o MRP e Controle de Chão de Fábrica. Este módulo foi desenvolvido na linguagem PROLOG (Programming in Logic) (Bratko, 1986), que possui um mecanismo de resolução baseado na lógica de primeira ordem adequado para o tratamento de sistemas especialistas baseados em regras, além de implementar uma base de dados relacional.

No módulo de controle de chão de fábrica são preparados os documentos que são enviados ao chão de fábrica, como Boletins (ordens) de Produção e de Expedição. Uma vez executadas as tarefas, a documentação preenchida a nível do chão de fábrica, é enviada ao PPCP para um procedimento de aquisição de dados, de modo a manter atualizada a base de dados do sistema. Atualmente o fluxo de informações no chão de fábrica se dá através do fluxo de documentos, não fazendo ainda parte da rede de microcomputadores.

Conclusões

Como conclusão do trabalho pode-se observar a importância de se oferecer ao planejador de produção uma ferramenta de trabalho ágil, em função da automatização da geração do roteiro de fabricação. Essa automatização foi possível em função da possibilidade de se modelar o processo de tomada de decisão do processista.

A implementação dos sistemas de MRP e de carga máquina do tipo "mudança líquida", integrados à geração automática dos roteiros de fabricação, permite a execução desses módulos várias vezes ao dia com tempos computacionais bastante reduzidos, garantindo a agilidade mencionada anteriormente.

Finalmente, cumpre salientar, a importância do projeto da interface Homem/Máquina em sistemas de programação de produção, que exigem grande interação com o usuário. Estas poderão receber uma enorme contribuição com a implementação de interfaces gráficas.

Referências

- Batocchio, A., 1991, "Um Modelo de Índice de Automação relacionado à Flexibilidade e à Produtividade dos Sistemas de Manufatura", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP.
- Bratko, I., 1986, "Prolog Programming for Artificial Intelligence", Addison-Wesley
- Bruno, G., Eila, A. e Laface, P., 1986, "A Rule-Based System to Schedule Production", Computers, Vol. C-19, no. 7.
- Buchholz, L. A., 1986, "A Checklist of Material Requirements Planning Data Base Elements", Material Requirements Planning, Auerbach Publishers Inc.

- Lima, P. C. e Agostinho, O. L., 1989, "Tendências da Evolução dos Sistemas de Planejamento de Recursos de Manufatura para a Manufatura Integrada", 9º SCNB - Seminário de Comando Numérico e Automatização Industrial, SOBRACON.
- Mirsky, M., 1992, "Process Industry Scheduling: The Missing Link", APICS - The performance Advantage.
- Pipitone, F., 1986, "Learning to use Net Change Material Requirements Plannig: Bourns Case Study", Material Requirements Planning, Auerbach Publishers Inc.
- Rozenfeld, H. 1989, "Desenvolvimento de uma Base de Dados Integrada para o Planejamento do Processo Assistido por Computador", X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, RJ.
- Vollmann, T. E., Berry, W. L. e Whybark, D. C. 1988, "Manufacturing Planning and Control Systems", Dow Jones-Irwin.

Abstracts

Coimbra, A. L., 1994, "Tensor Representation of a Tensor Function", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 1-12. (In Portuguese)

It is shown how to calculate the polynomial tensors that represents isotropic tensor valued functions of one tensor reducible to a Jordan matrix (Jordan tensor). In three dimensions there exists six fundamental structures of easily determined Jordan matrices.

Keywords: Tensor Function

Donatelli, J. L. M., Nogueira, L. A. H., 1994, "Power Boiler Thermodynamic Modelling and Simulation for Operational Evaluation", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 13-21. (In Portuguese)

For a power boiler of a steel mill, 250 ton/h output, fueled with blast furnace gas/coke oven gas mixtures, a simplified simulation model is presented, aiming to evaluate the influence of air excess, fuel gas composition and gas recirculation on thermal efficiency. According to the results, there are benefits in reducing the water flow in the recuperator of the superheater, and in using properly the flue gas recirculation in order to control the steam temperature.

Keywords: Thermodynamic Modelling, Operational Evaluation, Boiler, Steel Mill

Soundalgekar, V. M., Murty, T. V. R., 1994, "Heat Transfer in Flow of an Elastico-Viscous Fluid past a Semi-Infinite Plate with Variable Temperature", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 22-26.

An analysis of heat transfer in boundary layer flow of an elastico viscous fluid (Walters' liquid B') past a semi-infinite flat plate has been carried out by assuming the plate temperature to vary such that $T_w - T_\infty = Ax^N$, where N is a constant. Here T_w is the temperature of the plate and T_∞ is the temperature of the free-stream. Series solutions have been given and the resulting ordinary differential equations have been integrated numerically. It has been observed that an increase in K (elastic parameter) leads to an increase in the temperature and a fall in the rate of heat transfer, whereas an increase in N leads to a fall in temperature and a rise in the rate of heat transfer.

Keywords: Forced Convection, Boundary Layer Flow, Elastico-Viscous Fluid.

Machado, R. D., Barbieri, R., Filippin, C. G., Barcellos, C. S., 1994, "Comparative Analysis of the Finite Element Method with the Modified Local Green's Function Method for Application to the Solution of Composite Laminar Plates", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 27-34. (In Portuguese)

A numerical solution for composite laminate plates is shown through the application of two numerical modelling methods: the Finite Element Method (FEM) and the Modified Local Green's Function Method (MLGFM). Several examples are presented showing the behaviour of both methods, comparing their results in terms of convergence and distortion sensitivity.

Keywords: Composite Laminate Plates, Finite Element Method, Modified Local Green's Function Method.

Moura, L. F. M., Jeronymo, C. E., Silva, J. B. C., 1994, "Numerical Solution of Heat Transfer Problems Using the Finite Element Method Based on Control Volume", RBCM - J. of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 35-50. (In Portuguese)

This work presents a numerical code developed from the control volume - finite element method, for application in the analysis of heat transfer (conduction and convection) problems. The method has a formulation strictly conservative that is a contrast to the conventional weighted residual or variational approaches to the finite element method formulation. A software based on this method was developed and applied to some test problems, giving very good results.

Keywords: Finite Element Method, Convection, Diffusion

Barros, M. L., Scarparo, A. F. M., Kiel, A., Hurtak, J. J., Gerck, E., 1994, "Fast Prototyping with Thermal Stereolithography", RBCM - J. of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 51-57.

Stereolithography is a powerful technique for producing three dimensional models (prototypes) of almost any desired geometry (Kaplan, 1990). In the conventional process, an ultra-violet laser source at 325 nm is used to expose the polymeric material. This work presents a new method to produce three dimensional structures, using an infrared laser source at (10.6 micron) and thermoset resins. This method is called thermal stereolithography (TSLO) and is based on the spatially selective thermal curing of a resin, a filling material and a catalyst (Barros, Scarparo and Gerck, 1993). The study of the interaction of the laser with the thermosensitive resins allows the determination of suitable characteristics for the resins and the filling materials (Barros, Scarparo and Gerck, 1993). A physical model for the process is used to predict the best properties of the resin system. The main effect to be controlled in the resin system is the thermally induced pressure wave (Barros, Scarparo and Gerck, 1992). A resolution of 0.1 mm was achieved for epoxy and polyester resins. The successive layering of laser scanned resin spots can produce 3D solid structures out of a high viscosity liquid.

Keywords: CO2 laser, Thermosensitive Resins, Prototypes

Bonifácio, M. E. R., Diniz, A. E., 1994, "Monitoring the Tool Life in Finish Turning Using Vibration Signals", RBCM - J. of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 58-71.

Experiments have been carried out in an attempt to monitor the changing of workpiece surface roughness caused by the increase of tool wear, through the variation of the vibration signal in finish turning, under different cutting conditions. The vibration was measured in the feed and cutting directions, using piezoelectric accelerometers attached to the tool holder. The signal analysis was done in both, the time domain (using the RMS of the signal) and the frequency domain. The material tested was the AISI 4340 steel, using coated cemented carbide tools. The results show that the use of the vibration signals is a very good way to automatically establish the end of tool life in finish turning and, therefore, can be used to monitor the turning process in an automated system. The behavior of the surface roughness growth is very similar to the behavior of the vibration, i. e., when the roughness increases quickly, pointing out that the moment to change the tool has been reached, the amplitude of the RMS vibration signal also increases steeply, making the recognizing of the end of tool life very easy.

Keywords: Finish Turning, Vibration, Machining Monitoring

Agostinho, O. L., 1994, "Adaptability of Engineering and Marketing Structures: A New Approach to Attend the Consumer Market Needs in CIM Environment", RBCM - J. of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 72-78.

The actual tendencies of the market, looking forward to product short life, high changes tendency and high competition level, has lead the companies to rethink the organization of Engineering and Marketing activities, in order to attend these needs. This work will take into consideration the manufacturing systems adaptation concepts, regarding to Engineering and Marketing activities. It will be also considered the necessary changes on these structures, in order to attend the expectations and needs of the market, to match the necessary competitiveness.

Keywords: CIM, Manufacturing Systems, Product Life, Adaptability

Lima, P. C., Agostinho, O. L., 1994, "An Automated Generative Process Planning System for the Laminated Plastic Industry Integrated to Production Scheduling", RBCM - J. of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 16, no. 1, pp. 79-89 (In Portuguese).

This work proposes a model for an automated generative process planning system for the laminated plastic industry integrated to production scheduling. It presents the basic characteristics of the manufacturing process and the production type of this industry segment. Later, it describes the methods used in Computer Aided Process Planning (CAPP) and the importance of a data base system as a key element to systems integration.

It describes the procedure of the automated generative process planning including machine selection, piece arrangement to production and the calculation of production time. The information of the process plans are used later on the production scheduling, when the production orders are simulated backwards from products due date. This procedure defines the latest beginning date for each operation, that will be a basis for further decisions to adequate machine loading and capacity.

The system was implemented, tested and validated in a company of this industrial segment. It presented the

advantage in obtaining production scheduling rapidly, just after the entry of new sales orders and, therefore, a greater agility on the decision making process.

Keywords: Process Planning, Production Planning and Scheduling

Revista Brasileira de Ciências Mecânicas

Revisores - 1993

Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences

Referees - 1993

Atair Rios Neto	INPE
Augusto Eduardo Baptista Antunes	UNESP Guaratinguetá
Celso Pupo Pesce	EPUSP
Douglas Eduardo Zampieri	UNICAMP
Edison Gonçalves	EPUSP
Gabriel Felix Gueller	EMBRAER
Gilberto Gandelman	INPE
Hans Ingo Weber	UNICAMP
Herman Jacobus Cornelis Voorwald	UNESP Guaratinguetá
Ilmar F. Santos	UNICAMP
João Carlos Menezes	ITA
Jorge Isaias Llagostera Beltran	UNICAMP
José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues	UnB
José Ricardo Figueiredo	UNICAMP
José Roberto de França Arruda	UNICAMP
José Sotelo Jr.	EPUSP
Jules G. Slama	UFRJ
Jurandir Itizo Yanagihara	EPUSP
Lourival Boehs	UFSC
Luis Carlos Sandoval Goes	ITA
Luis Novaes Ferreira França	EPUSP
Marcelo Lopes de Oliveira e Souza	INPE
Marcelo Moreira Ganzarolli	UNICAMP
Marcio Ziviani	UFMG
Mario Francisco Mucheroni	EESCUSP
Paulo Roberto Gardel Kurka	UNICAMP
Paulo Tadeu de Mello Lourenção	EMBRAER
Petrônio Noronha de Souza	INPE
Ricardo Luiz Utsch de Freitas Pinto	UFMG
Rubens A. Sigelman	University of Washington
Seyyed Said Dana	UFPb
Valder Steffen Jr.	UFU
Walter Lindolfo Weingaertner	UFSC

SCOPE AND POLICY

• The purpose of the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences is to publish papers of permanent interest dealing with research, development and design related to science and technology in Mechanical Engineering, encompassing interfaces with Civil, Electrical, Chemical, Naval, Nuclear, Agricultural, Materials, Petroleum, Aerospace, Food, System Engineering, etc., as well as with Physics and Applied Mathematics.

• The Journal publishes Full-Length Papers, Review Papers and Letters to the Editor. Authors must agree not to publish elsewhere a paper submitted to and accepted by the Journal. Exception can be made for papers previously published in proceedings of conferences. In this case it should be cited as a footnote on the title page. Copies of the conference referees reviews should be also included. Review articles should constitute a critical appraisal of published information.

• The decision of acceptance for publication lies with the Editors and is based on the recommendations of at least two ad hoc reviewers, and of the Editorial Board, if necessary.

• Manuscripts and all the correspondence should be sent to the Editor or, alternatively, to the appropriate Associate Editor.

• Four (4) copies of the manuscript are required. The author should submit the original figures, which will be returned if the paper is not accepted after the review process.

• Manuscripts should be submitted in English or Portuguese. Spanish will also be considered.

• A manuscript submitted for publication should be accompanied by a cover letter containing the full name(s) of author(s), mailing addresses, the author for contact, including phone and fax number, and, if the authors so wish, the names of up to five persons who could act as referees.

• Manuscripts should begin with the title, including the English title, the abstract and up to five key words. If the paper's language is not English, an extended summary of about 500 words should be included. The manuscript should not contain the author(s) name(s).

• In research papers, sufficient information should be provided in the text or by referring to papers in generally available Journals to permit the work to be repeated.

• Manuscripts should be typed double-spaced, on one side of the page, using A-4 sized paper, with 2 cm margins. The pages should be numbered and not to exceed 24 pages, including tables and figures. The lead author of a RBCM paper which exceeds the standard length of pages will be assessed a excess page charge.

• All symbols should be defined in the text. A separate nomenclature section should list, in alphabetical order, the symbols used in the text and their definitions. The Greek symbols follow the English symbols, and are followed by the subscripts and superscripts. Each dimensional symbol must have SI (Metric) units mentioned at the end. In addition, English units may be included parenthetically. Dimensionless groups and coefficients must be so indicated as dimensionless after their definition.

• Uncertainties should be specified for experimental and numerical results.

• Figures and Tables should be referred in consecutive arabic numerals. They should have a caption and be placed as close as possible to the text first reference.

• Line drawings should be prepared on tracing paper or vellum, using India ink; line work must be even and black. Laser print output is acceptable. The drawings with technical data/results should have a boundary on all four sides with scale indicators (tick marks) on all four sides. The legend for the data symbols should be put in the figure as well as labels for each curve wherever possible.

• Illustrations should not be larger than 12 x 17 cm. Lettering should be large enough to be clearly legible (1.5-2.0 mm).

• Photographs must be glossy prints.

• References should be cited in the text by giving the last name of the author(s) and the year of publication of the reference: either "Recent work (Smith and Jones, 1985) ..." or "Recently Smith and Jones (1985) ...". With four or more names, use the form "Smith et al. (1985)" in the text. When two or more references would have the same text identification, distinguish them by appending "a", "b", etc., to the year of publication.

• Acceptable references include: journal articles, dissertations, published conference proceedings, numbered paper preprints from conferences, books, submitted articles if the journal is identified, and private communications.

• References should be listed in alphabetical order, according to the last name of the first author, at the end of paper. Some sample references follow:

Bordalo, S.N., Ferziger, J.H. and Kline, S.J., 1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", Proceedings, 10th ABCM - Mechanical Engineering Conference, Vol. 1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 41-44.

Clark, J.A., 1986, Private Communication, University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Coimbra, A.L., 1978, "Lessons of Continuum Mechanics", Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brazil.

Kandlikar, S.G. and Shah, R.K., 1989, "Asymptotic Effectiveness - NTU Formulas for Multiphase Plate Heat Exchangers", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 314-321.

McCormack, R.W., 1988, "On the Development of Efficient Algorithms for Three Dimensional Fluid Flow", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 10, pp. 323-346.

Silva, L.H.M., 1988, "New Integral Formulation for Problems in Mechanics", (in portuguese), Ph.D. Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

Sparrow, E.M., 1980a, "Forced-Convection Heat Transfer in a Duct Having Spanwise-Periodic Rectangular Protuberances", Numerical Heat Transfer, Vol. 3, pp. 149-167.

Sparrow, E.M., 1980b, "Fluid-to-Fluid Conjugate Heat Transfer for a Vertical Pipe-Internal Forced Convection and External Natural Convection", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 402-407.

SUBMISSION

FORMAT

ILLUSTRATIONS AND TABLES

REFERENCES

VOL. XVI - Nº 1 - 1994

Continuum Mechanics	
• Tensor Representation of a Tensor Function (In Portuguese)	Alberto L. Coimbra 1
Boiler Modelling	
• Power Boiler Thermodynamic Modelling and Simulation for Operational Evaluation (In Portuguese)	J. L. Marcon Donatelli 13 and Luis A. Horta Nogueira
Forced Convection	
• Heat Transfer in Flow of an Elastico-Viscous Fluid Past a Semi-Infinite Plate with Variable Temperature	V. M. Soundalgekar 22 and T. V. Raman Murty
Composite Laminate Plates Numerical Solution	
• Comparative Analysis of the Finite Element Method with the Modified Local Green's Function Method for Application to the Solution of Composite Laminate Plates (In Portuguese)	Roberto Dalledone Machado 27 Renato Barbieri, Carlo Giuseppi Filippin and Clovis Sperb de Barcellos
Finite Element Method	
• Numerical Solution of Heat Transfer Problems Using the Finite Method Based on Control Volume (In Portuguese)	Luis Felipe M. Moura, 35 Carlos Eduardo Jeronymo and João B. Campos Silva
Plastic Models Production	
• Fast Prototyping with Thermal Stereolithography	Mucio L. Barros, Marco A. F. 51 Scarpato, A. Kiel, J. J. Hurtak and Edgardo Gerck
Machining	
• Monitoring the Tool Life in Finish Turning Using Vibration Signals	M. E. R. Bonifácio and 58 Anselmo E. Diniz
Manufacturing Management	
• Adaptability of Engineering and Marketing Structures: A New Approach to Attend the Consumer Market Needs in CIM Environment	Oswaldo Luiz Agostinho 72
• An Automated Generative Process Planning System for the Laminated Plastic Industry Integrated to Production Scheduling (In Portuguese)	Paulo Correa Lima and 79 Oswaldo Luiz Agostinho
Abstracts - Vol. 16 - Nº 1 - 1994	90
Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences Referees - 1993	93