# REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

PUBLICAÇÃO DA ABCM ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

# REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

#### EDITOR: Hans Ingo Weber

Deptº Projeto Mecânico; FEC, UNICAMP, Caixa Postal 6131, 13081 Campinas/SP, Brasil, Tel. (0192) 39-7284, Telex (019) 1981, Telefax (0192) 39-4717

#### EDITORES ASSOCIADOS

Álvaro Toubes Prata Deptº Engenharia Mecânica, UFSC, Caixa Postal 476, 88049 Florianópolis/SC, Brasil, Tel. (0482) 34-5166, Telex (482) 240 UFSC

Augusto César Noronha R. Galeão LNCC, Rua Lauro Müller 455, 22290 Rio de Janeiro/RJ, Brasil, Tel. (021) 541-2132 r. 170, Telex 22563 CBPQ

Carlos Alberto de Almeida Deptº Eng. Mecânica, PUC/RJ, Rua Marquês de São Vicente, 255, 22453 Rio de Janeiro/RJ, Brasil, Tel. (021) 529-9323, Telex (021) 131048

Hazim Ali Al-Qureshi TA/CTA, Caixa Postal 6001, 12225 São José dos Campos/SP, Tel. (0123) 41-2211

#### CORPO EDITORIAL

Abimael Fernando D. Loula (LNCC) Arno Blass (UFSC) Carlos Alberto de Campos Selke (UFSC) Carlos Alberto Schneider (UFSC) Clovis Raimundo Maliska (UFSC) Fathi Darwich (PUC/RJ) Henner Alberto Gomide (UFU) Jaime Tupiassú de Castro (PUC/RJ) João Lirani (EESC) José Luiz de França Freire (PUC/RJ) Leonardo Goldstein Jr. (UNICAMP) Luiz Carlos Martins (COPPE/UFRJ) Luiz Carlos Wrobel (COPPE/UFRJ) Moysés Zindeluk (COPPE/UFRJ) Nelson Back (UFSC) Nestor Alberto Zouain Pereira (COPPE/UFRJ) Nivaldo Lemos Cupini (UNICAMP) Paulo Rizzi (ITA) Paulo Roberto de Souza Mendes (PUC/RJ) Raul Feijóo (LNCC) Renato M. Cotta (COPPE/UFRJ) Samir N.Y. Gerges (UFSC) Valder Steffen Jr. (UFU)

Publicado pela / Published by

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS, ABCM / BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Secretário da ABCM: Sr. Antonio Paulo da Costa Maruques Av. Rio Branco, 124-18º andar - Rio de Janeiro - Brasil Tel. / Fax (021) 222-7128

Presidente: Arthur Palmeira Ripper Secret. Geral: Agamenon R. E. Oliveira Diretor de Patrimônio: Luis Fernando Salgado Candiota

Vice-Presidente: Sidney Stuckenbruck Secretário: Carlos Alberto de Almeida

tograme de Acció a Aublicações Científicas

**RBCM** - J. of the Braz.Soc.Mech.Sc. Vol.XIV - n<sup>9</sup> 2 - pp. 99-117 - 1992 ISSN 0100-7386 Impresso no Brasil

# EXPERIMENTAL RESULTS FROM BUCKLING BEHAVIOR OF STEEL SHEAR PLATES

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE COMPARTAMENTO A FLAMBAGEM DE PLACAS DE AÇO CISALHADAS

Perrin Smith Neto, Membro ABCM Universidade Federal de Uberlândia Departamento de Engenharia Mecânica 38400 Uberlândia, MG Brasil

Siegfried F. Stiemer The University of British Columbia Department of Civil Engineering V6T IW5 - Vancouver, B.C., Canada

#### ABSTRACT

Shear walls of large offshore structures are weakened by holes cut in them to allow the passage of services and equipment. The object of this project was to investigate experimentally the buckling behavior of steel square plates with circular holes in order provide data for the verification of theoretical predictions. A finite element analysis had been previously performed to predict the ultimate load carrying capacity and buckling behaviour of such shear plates. The experimental results were correlated well with the theoretical predictions regarding lateral deflections and the critical buckling loads.

Keywords: Steel Shear Plates . Buckling of Plates

#### RESUMO

Paredes cisalhadas de estruturas de grande porte são enfraquecidas pela existência de furos efetuados para permitir a passagem de serviços e equipamentos. O objetivo deste projeto foi o de investigar experimentalmente o comportamento à flambagem de placas de aço quadradas com furos circulares de modo a obter dados para verificação de previsões teóricas. Uma análise de elementos finitos foi previamente realizada para prover tais placas cisalhadas. Os resultados experimentais obtidos correlacionam-se muito bem com as previsões teóricas considerando deflexão lateral e cargas críticas de flambagem.

Palavras-chave: Placas de Aço Cisalhadas = Flambagem de Placas

Submetido em Setembro/91

P. Smith Neto & S.F. Stiemer

### INTRODUCTION

Offshore structures fixed to the seabed in deep and treacherous waters are considered as a recent development. In general, each installation consists of one more platforms for drilling, production and accomodation. Due to the hazardous environment surrounding these structures, greater emphasis must be placed on a safe and reliable design. This includes the consideration of fatigue failure, effects of reversal loading as wind loads, and the ability to carry static loads. The high bending moments and shear forces associated with the carrying of large loads over long spans will frequently exceed the capacity of existing universal beam sections. Large plate girders are therefore necessary to satisfy loadings imposed on offshore structures.

The proportions of the plate girders are optimally designed to provide a high strength/weight ratio. In a fabricated girder the primary function of the flanges is to resist axial compressive and tensile forces arising from the bending moments while the primary function of the web is to resist the sh-aring forces, hence the web can be designated as a shear plate. For an efficient girder design, the web should be as deep as possible to achieve the lowest flange forces for a given bending moment.

To reduce self-weight, the web thickness should be reduced to a minimum. The consequence of these two conflicting requirements is that the web becomes slender and tends to buckle in shear. Thus, for an economic design, advantage should be taken of the post-buckling strength of the web. However, large plate girders in offshore structure often have holes cut through the webs to allow the passage of services and equipment. These perforations increase the complexity of post-buckling design calculations. A better understanding of the structural weaking effect due to these holes is required to obtain a safe and efficient design.

Flat rectangular plates are very common structural component in modern buildings and offshore structures and are often subjected to a pure uniform shear stress. These plates are normally referred to as shear plates or shear webs. Cost effectiveness requires optimal use of space and weight of a structure. This often results in one or more holes being cut out of pipes or ducting to pass

through the web and reduce the overall structural weight. These shear plates with plain or reinforced circular holes are called perforated shear plates.

A majority of the work in this area has been theoretical in nature. Elastic inplane stress analysis of square perforated shear plates has been done by Wang [1], who applied a finite Airy's stress function over domain of the plate. Studies presented in Ref.[2] were the most informative as they combined theoretical analysis with experimental study of the plates. The combined effects of the material plasticity and buckling stability were first dealt with by Uenoya and Redwood, in Ref.[3]. Using a two dimensional in-plane finite element program they calculated the elastic-plastic stress distribution due to shear loading. They correlated their analytical results with an experimental study carried out concurrently. Their two part solution provided excellent results for perforated plates with small perforation. However, as the hole size ratio, D/b(D = hole size); b = plate width), became greater than 0.7, the restricted number of terms used in the Fourier series approximation of the deflected shape produced unexpected results. For the clamped plate they found that by increasing the hole size, the ultimate elastic buckling capacity is increased rather than decreased, as had been expected. The results in [3] shows that any circular perforation in a shear plate has a significant effect on the stability and ultimate load capacity of the plate. They also noted that with increasing hole size there is a considerable increase in the amount of plasticity developed in the plate before the ultimate capacity is reached. Martin et al.[4] studied the ultimate elastic plastic buckling capacity of square perforated shear plates. The parameters affecting the ultimate capacity of square plates with circular perforations under uniform shear stress were investigated using the incremental structural analysis program NISA 83.

In the present study, particular emphasis is placed on the design of adequate experimental apparatus required for examination of the buckling and collapse behavior of square shear plates which contain openings. Outlines are the criteria of such an apparatus and the difficulties encountered during design. Experiments using that recommended testing procedures were realized with the purpose to generate correlation data for the buckling behavior of square steel shear plates (with and without perforations) subjected to uniform shear stress and thereby to enable a comparison with a finite element analysis.

#### TENSILE TEST SPECIMENS

Physical Description. 750 mm  $\times$  750 mm  $\times$  3.4 mm CSA G40.20-M steel plates were used in this experiments. Four 25 mm  $\times$  300 mm tensile test specimens were cut and milled from each plate (figure 1) in order to determine the yield strength and elastic modulus of the steel.



UNITS: MILLIMETERS

Figure 1. Tensile test specimen

Instrumentation. The tensile test specimens were loaded in uniaxial tension in a Baldwin Tate Emery Universal Testing Machine with a load capacity of 1780 KN. The testing machine had a direct load readout in pounds and an Linear Voltage Displacement Transducer (LVDT) attached to the scale mechanism which provides an electronic readout, calibrated to kilonewtons. The load calibrated LVDT and strain gauges were connected to an Optimum Electronics Optilog Data Acquisition and Control System. The Optilog was used to supply an input signal to the gauges and to read and record the output. The load and strain devices were scanned at a rate of one reading per second. Optilog measurements were written to a BASIC file by a OPUS program, running on an IBM PC computer.

#### SHEAR PLATE SPECIMEN

*Physical Description.* The shear plate specimens were from the same material being used in the tensile test experiment, and were prepared to the specifications shown in figure 2. In total, four specimens were tested, one without a hole

and three with a hole. Plate #1 was a non-perforated plate, while plates #2, #3 and #4 had a 100 mm circular perforation located on the compression diagonal, on the tension diagonal, and at the center of the plate, respectively. The plates were cut to an overall size of 650 mm  $\times$  650 mm, with four square notches removed from the corners to provide a 75 mm strip around the edges for clamping (figures 3, 4 and 5).



Figure 2. Shear plate dimensions Test specimen #1.

Instrumentation. The amount of instrumentation varied from plate to plate. Plate #1 had six rosette strain gauges placed along one of the loaded edges to determine whether uniform shear stress was being obtained in the plate. In addition, two rosette strain gauges were placed at the center of the plate, one on each side. Lateral deflections of the plate were monitored by three Linear Voltage Displacement Transducer (LVDTs) located on the compression diagonal, the tension diagonal, and at the center of the hole (figure 6). Plates #2 and #3 had two rosette strain gauges located at the centers of the plate. Furthermore, three strain gauges were placed around the inside of the holes. Three LVDTs were located at the same points on the plates as on Plate #1.



Figure 6. Shear Plate Dimensions

Test specimen #1.







NOTE: STRAIN GAUGES ARE SHOWN LARGER THAN TRUE SCALE. DIMENSIONS: MILLIMETERS

Figure 4. Test specimen #3.

Loading Frame. Eleven 12.7 mm diameter bolt holes were drilled along each edge of the plates for mounting in the loading frame. Once clamped, shear would be applied on a 500 mm  $\times$  500 mm test area of the plate. The loading frame through which the shear was applied is shown in figures 7 and 8.



Figure 7. Test apparatus and shear plate specimen.

Steel Plate Design. During the planning of the test specimen and frame assembly, a variety of parameters had to be considered, which will be outlined below. In designing the test specimen, the first consideration taken into account was its size. Requirements included sufficient area to allow cutting of the corners, drilling of bolt holes, placement of deflection gauges and adequate working area. A large plate was desired to reduce the scaling effect involved when scaling results up to actual circumstances. It was also necessary, though, to keep the plate small enough to be easy to handle and work with. The plate



Figure 8. Test apparatus.

thickness had to allow for sufficient deformation, yet not buckle prematurely. The result was a plate of 650 mm  $\times$  650 mm  $\times$  4 mm. Also considered, was the necessity for the plate to be made of high strength steel so as to reduce the possibility of local yield before failure.

Considerations dealt with specimen design. During design of the specimen and the framing apparatus, a number of options were considered. In coming up with final plan, many calculations were needed.

The first step in the design process involved the examination of the apparatus used in Ref.[2], and that proposed by Jackson [5]. Upon analysis, based on material strength, a simple design, similar to that in Ref.[5], was considered. This analysis including finding the theoretical forces and determining the ability of the frame to be a mechanism which would produce pure shear forces on the plate. The used criterion was that the campling device had a rigidity of approximately 10 times that of the shear plate. This was to ensure that the boundaries remain rigid while the specimen buckled. Calculations, based on bending and torsional rigidities were made to ensure that this achieved. To ensure that no compressional or tensile forces were transferred to the plate, the center of the pins had to be positioned directly over the corner of the testing area of the plate. These forces would result from the angular displacements, up to 15 degrees, that would accompany the plate deformations during loading. It was in this respect that fault was found with Rockey's design and necessitated the use of fillers to raise the boundary clamps as per Jackson's proposal. To allow for the expected angular displacements, the corners of the specimen were cut and the pins moved directly over these new corners.

The next concern was to ensure that the plate areas near the pin were properly traced. This was prevented material from being pulled out or pushed in under the pins at the corners during deformation. It was required the bolts be positioned as close as possible to the corner without interfering with the angular displacement of the plate and the hinge. This problem was satisfied lifting the boundary clamps and countersinking holes for the bolts in the "B" filler. The stability at the corners of the assembly was also questioned. To improve stability and help maintain alignment of the assembly during testing, it was decided that one continuous pin should be used rather than two separate plugs. The pin was designed to withstand double shear above and below the reduced section. Also spacing and edge distance requirements allowed a maximum of eleven bolts.

The final point of interest was that of gripping by the machine onto the mounting arms. Calculations concerning this possibility using wedge clamps were carried out assuming that friction was negligible and the distributions of stresses was even. The maximum forces on the arm were found for both shear and compression. An element from the smaller dimension side of the arm was analyzed using Tresca failure criterion. The arm was found to have adequate factored bearing and shear resistance. Specific instructions include drilling for the holes through the plate while in arranged position to ensure alignment and that holes be drilled with adequate diameter for one-half inch bolts. Extensive study was done to ensure that the assembly provided adequate strength, stability and rotational mobility.

#### ANALYSIS

Elastic Modulus and Yield Stress. It has been well established by VanVlack [6] that the elastic modulus of a body-centered cubic structure of iron is greater parallel to the body diagonal that to the cube edge. His findings have shown that iron has an average modulus of elasticity of approximately 205 GPa in the off-diagonal direction. This is a substantial variation that is largely dependent on the rolling process of the steel sample and the orientation of the sample taken from a fabricated sheet. For specimens tested in this experiment, it is best to assume an homogeneous sample and alleviate any variations in the crystallographic direction. Further, four tensile test specimens were obtained from every plate, each sample paralleled to one of the straight edges of the plate. The mean value of the elastic modulus was determined to be 185.36 GPa, with a coefficient of variation of 3.25%. The mean value for the yield stress was found to be 364.11 MPa with a coefficient of variation of 2.26%.

Lateral Plate Deflections. Under continuous loading, lateral plate deflections eventually increased to an order of magnitude of the plate thickness. At this level of post buckling, both bending and stretching of the middle surface of the plate must be considered in the analysis of the plate. For lateral deflections larger than the plate thickness, tensile stresses in the middle of the plate have the benefitial effect of stiffening the plate. This behavior is observed in figure 9 and figure 10 for non-perforated and perforated plates, respectively.

Figure 9 compares lateral deflections at the center of a non-perforated plate between the test specimen and the ideal plate. The ideal plate is the result of a finite element analysis using the same material properties as the test specimen. The variations between the test specimen and the ideal plate. The ideal plate is the result of a finite element analysis using the same material properties as the test specimen. The variations between the curves are mainly due to the geometrical imperfections in the specimen. Small geometrical imperfections in the test specimen caused deflections to develop from the commencement of loading and hence caused non linearities as the critical load was approached. However, the benefitial effects of in-plane stiffening were retained in the presence of imperfections. This is illustrated in figure 9 where the experimetnal results extended above the 270 kN elastic buckling load to



approximately 420 kN, at which point the limit of the testing apparatus was reached.

Figure 9. Tensile load vs. lateral deflection.

Figure 10 shows the lateral deflection curves for the three perforated plates. As all plates had equals holes diameters, the variation is strenght was due to the hole locations. After buckling had began, all the load was carried by a tension field in the plate. The largest reduction of capacity was expected to take palce in the plate with the hole located in this area. This was observed with plates #3 and #4. Plate #2, with the unsymmetric hole location (15 degrees off the tensile axis) was the strongest. Plate #4, with the hole at the center, was the weakest. All three paltes displayed similar load deformation behavior. Figure 10 shows three distinct regions of buckling behavior: elastic, elastoplastic and plastic. The elastic buckling range ended at approximately 2 mm of lateral deflection and 210 kN of applied tensile force. Beyond deflections of 2 mm, the slope of the curves decreased until approximately 8 mm of deflection. This increase in lateral deflection per unit load indicated the elastoplastic range. After deflections of 8 mm, the slopes of the curves were almost

horizontal. This indicated the plastic range in which the deformations increased dramatically with only a minor increase in load.



Figure 10. Tensile load vs. lateral deflection.

The presence of perforations in the plates cause larger lateral deflections at any applied load, as witnessed by comparing deflections of non-perforated and perforated plates in figure 10. This observation is anticipated due to the imperfections in metallic crystal created by the perforations. The imperfections (line defects) are significant when the metallic crystals are plastically deformed under shear stresses. These line defects cause the metal crystals to be more ductile than would be possible in their absence. Compared to the nonperforated plate, the larger deflections and lower ultimate shear stresses for the perforated plates are similar to the findings of a computer analysis of a simply supported plate by Martin et allie [4]. The analytical simply supported plate and the clamped test specimen both reveal that when the lateral displacement are small, the material behaves elastically. Also, above the critical load, the displacements continue to increase very rapidly with only a small increase in applied load. Figure 10 indicates that the plate stiffens after initial buckling and can still carry more load.

The results of the elastic-plastic buckling capacity are shown in figure 11. The capacities are normalized to the concentrically perforated plate's elastic-plastic capacity. The values of shear stresses for the normalization process are not the ultimate capacities, but are shear stress values taken at an arbitrary lateral deflection of 12 mm where the load deflection curver are essentially constant. Figure 11 reveals that the concentrically perforated plate provides a lower bound for the capacity of a plate with a hole in any of the three locations indicated.



Figure 11. Elastic-plastic capacity for various hole locations normalized to the concentric Hole's elastic-plastic buckling capacity. Experimental results.

It can be seen that these results resemble the results obtained from Martin's finite element analysis [4]. The finite element results are reproduced on figure 12

for comparison. The three different experimental hole locations reveal that the elastic-plastic buckling load was increased if the hole was moved from the plate tension diagonal to the compression diagonal. The largest load increase was obtained for Plate #2 (hole at 105 degrees from horizonta) with a 17.5% increase over the plate with the concentric hole. Furthermore, the concentric hole provides the lowest elastic-plastic buckling capacity of the three perforated plates. From Figure 11 it is observed that the non-perforated plate exhibits the upper limit of the load capacities when compared to the perforated plates.



Figure 12. Ultimate elastic-plastic capacity for various hole locations normalizes to the concentric Hole ultimate elastic-plastic buckling capacity. Experimental results.

Based on figure 13, a similar plot of perforated plate capacities can be obtained, where the shear stress values of the perforated plastes are normalized to the shear stress of the non-perforated plate. The results appear in figure 14 where elastic-plastic buckking capacities increase away from the tension diagonal. This repprpesentation allows the designer to determine the loss in capacity of the shear plate once a perforation is introduced. It is interesting to note that the perforated plate with the concentric holes has 76.5% of the capacity of a non-perforated plate.



Figure 13. Shear stress vs tensile load for non perforated plate

Shear Stress. The results of the measurements made by the six strain rosettes are shown in figure 13. It shows the ration of the maximum shear stress measured at a strain rosette location to the applied shear stress plotted as a function of the applied tensile load. It can be seen that the maximum shear stress is approximately equal to the applied shear stress (ie. ratio approximately equal to one) up to a load of approximately 400 kN. At around 400 kN, the ratio starts to increase very rapidly and depending on the rosette location, the maximum shear stress increases up to twelve times the applied shear stress.

Shear Stress [Mpa]

Since the maximum shear stress depends on the measured strains, a large increase in the maximum shear stress, therefore, implies a large increase in the strains at the rosette location. Furthermore, the increase in the maximum shear stress occurs over a small load interval. Thus, the plate edge undergoes large increase in strains with only small increases in load, indicating that yielding of the plate edge is ocurring.

#### CONCLUSIONS

The following conclusions may be drawn from these results:

- The non-perforated plate exhibits the upper limit of the load capacities when compared to the perforated plates.
- The elastic-palstic Buckling capacities increase away from the tension diagonal. This representation allows the designer to determine the loss in capacity of the shear plate once a perforation is introduced.
- 3. The perforated plate with concentric hole has 76.5% of the capacity of a non-perforated plate.

The theoretical analysis for this project modelled the plates subject to uniform shear stress along the edges. The loading mechanism was designed to produce the same conditions. The results indicate that the loading mechanism produced relatively uniform shear stress. The values of maximum shear stress uniform shear stress. The values of maximum shear stress obtained from Rosettes #-#5 were approximately equal, within +/-12%. Only values from Rosette #6 were significantly different. However, Rosette #6 was located close to an imperfection, consisting of overlapping bolt holes. Larger amounts of deformations were observed at this bolt location in the tested specimens than at other bolt holes. The localized slip would account for the lower shear stress. The maximum shear strain increased linearly for all six locations until the plate was subject to approximately 270 kN. At this load, inelastic buckling started and shear strains increased non-linearly. Rosettes #1 and #2, located close to the center on both sides of plate, measured uniform shear strains until inelastic buckling began. The differences in shear stress on either side of the plate were due to initial imperfections. The shear strains were monitored until the gauges delaminated at approximately > 400 kN due to large buckling deformations. It can be seen that these experimental results resemble the results obtained from finite element analysis. The three different experimental hole locations reveal that the elastic-plastic buckling load was increased if the hole was moved from the plate tension diagonal to the compression diagonal.



Figure 14. Elastic-plastic capacity for various hole locations normalized to elastic-plastic of a non-perforated plate. Experimental results.

The results appear in figure 14 and reveal the same results as figure 12, where elastic-plastic buckling capacities increase away from the tension diagonal. This representation allows the designer to determine the loss in capacity of the shear plate once a perforation is introduced. One final point to note regarding to

figure 13 is that larger increases in the ratio of shear stresses seem to occur at the strain rosette locations closest to the point of load application (ie. The corner of the plate). This would indicate that the largest deformation takes place at the load application point. The data from Strain Rosette #6 does not agree with this hypothesis, but the deviation is believed to be due to localized slip of the loading frame at overlapping bolt holes in the vicinity of rosette #6. Thus the assumption of uniform shear stress is only valid up to the point at which yielding due to out-of-plane deformations takes place. Once yielding begins, the maximum shear stresses increase rapidly as the out-of place deflections become large.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The financial support received from the National Science & Engineering Research Council of Canada and CAPES-Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior of Brazil is acknowledged.

#### REFERENCES

- WANG, Chu-Kia. Theoretical Analysis of Perforated Shear Webs, presented at a meeting of the ASME Cincinnati Section, Cincinnati, Ohio Oct. 2-3, 1945.
- [2] ROCKEY, K.C., ANDERSON, R.G., and CHENG, Y.K. The Behavior of Square Shear Webs Having a Circular Hole, Symp. On Thin Walled Steel Structures, University College of Swansea, Crosby Lockwood and Sons Ltd. 1969, pp. 148-169.
- [3] UENOYA, M. and REDWOOD, R.G. Elasto-Plastic Shear Buckling of Square Plates with Circular Holes, Computers and Structures, Vol. 8, pp. 291-300, Pergamon ress Ltd., 1978.
- [4] MARTIN, A., STIEMER, S.F. and OSTERRIEDER, P. Ultimate Load Capacity of Square Shear Plates with Circular Perforations, Canadian Journal of Civil Engineering, Volume 15, Number 3, 1988, pp. 470-476.
- [5] JACKSON, D.A. Testing Apparatus Proposal, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 1988.
- [6] VANVLACK, L.H. Elements of Materials Science and Engineering, University of Michigan, Michigan, 1959.

**RBCM** – J. of the Braz.Soc.Mech.Sc. Vol.XIV –  $n^{9}$  2 – 1992

XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering

7 a 10 de dezembro de 1993 — December 7-10, 1993 BRASÍLIA

Promoção • Sponsorship ABCM – Associação Brasileira de Ciências Mecânicas Organização • Organized by Universidade de Brasília – Dept<sup>o,</sup> de Engenharia Mecânica APOIO: CREA/DF

# Chamada de Trabalhos / Call for Papers

Principal evento da área de Engenharia Mecânica no Brasil congrega cerca de 700 participantes num programa multidisciplinar. Abrange todos os temas técnicos da Engenharia Mecânica e áreas afins. Serão selecionados 360 trabalhos completos para publicação nos Anais. São encorajados artigos descrevendo problemas no meio industrial. A apresentação dos trabalhos será através de sessões simultâneas tipo painel.

The major brazilian conference in Mechanical Engineering brings together around 700 participants in an interdisciplinary program. It covers all fields of Mechanical Engineering and related areas. 360 papers will be selected for publication in the proceedings. Papers dealing with problems of industrial concern are encouraged. Presentation of papers will be in the parallel poster session format.

# Áreas de Interesse

- \* TERMOCIÊNCIAS
- \* MECÂNICA DOS FLUIDOS
- \* MECÂNICA DOS SÓLIDOS
- \* DINÂMICA E VIBRAÇÕES
- \* MATERIAIS E PROCESSOS
- \* ENERGIA E MEIO AMBIENTE
- \* PROJETO, CONTROLE E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS

# Prazos

# Areas of Interest

- \* THERMOSCIENCES
- \* FLUID MECHANICS
- \* SOLID MECHANICS
- \* DYNAMICS AND VIBRATIONS
- \* MATERIALS AND PROCESSES
- \* ENERGY AND ENVIRONMENT
- \* DESIGN, CONTROL AND SYSTEM OPTIMIZATION

# Deadlines

ENVIO DE RESUMOS	ABSTRACT SUBMISSION
ACEITAÇÃO DOS RESUMOS 01/02/93	ABSTRACT ACCEPTANCE
ENVIO DE ARTIGOS COMPLETOS 30/04/93	
ACEITAÇÃO DOS ARTIGOS	PAPER ACCEPTANCE

**RBCM**  $\neg$  **J. of the Braz.Soc.Mech.Sc.** *Vol.XIV*  $-n^{0}$  2 -pp. 119-134 -1992 ISSN 0100-7386 Impresso no Brasil

# LOCATING DAMAGE IN A TRUSS STRUCTURE USING IDENTIFICATION TECHNIQUES: AN EXPERIMENTAL INVESTIGATION

LOCALIZAÇÃO DE DANOS EM UMA TRELIÇA USANDO TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO: ÚMA INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL

Francisco J. Soeiro Instituto Militar de Engenharia Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais Rio de Janeiro, Brasil

Prabhat Hajela Department of Mechanical Engineering Aeronautical Engineering and Mechanics Rensselaer Polytechnic Institute Troy, New York, USA

#### ABSTRACT

The present paper describes an experimental investigation for damage location in a truss structure that has its basis in methods of system identification. The structure was subjected to prescribed extensional loads in a test machine. Although the exact extent of damage was not predicted, the location and a more conservative estimate of the extent of damage was obtained.

Keywords: System Identification 

Damage Assessment 
Damage Detection 
Structural Damage

#### RESUMO

O presente trabalho descreve uma investigação experimental para localização de danos em treliças, que tem por base métodos de identificação de sistemas. A estrutura foi sujeita a cargas de tração em uma máquina de teste. Embora a exata extensão do dano não tenha sido detectada, a localização e uma avaliação mais conservativa da extensão do dano foi obtida.

Palavras-chave: Identificação de Sistemas • Avaliação de Danos • Deteção de Dados • Dano Estrutural

Submetido em Maio/92 Aceito em Julho/92

#### INTRODUCTION

Structural systems in a variety of applications including aerospace vehicles, automobiles, and civil engineering structures such as tall buildings, bridges and offshore platforms, accumulate damage during their service life. In several situations, such damage may not be visually observable. From the standpoint of both safety and performance, it is desirable to monitor the occurrence, location, and extent of such damage.

System identification methods, which may be classified in a general category of nondestructive evaluation techniques, can be employed for this purpose. Using experimental data, such as eigenmodes and static displacements, and an analytical structural model, parameters of the structure such as its mass, stiffness and damping characteristics can be identified.

The genesis of identification methods can be traced to the model determination and model correction problems. The underlying philosophy in these efforts was that a reasonably close analytical model of the structural system was available, and that deviations in the analytical response from the measured response could be used to implement corrections in the model to account for these variations. This resulted in the adoption of a standard strategy wherein the change in the analytical model was minimized to obtain a match between analytical and empirical data.

The problem of damage assessment in structures by identification methods is similar to the one described above. However, the approach of minimizing changes in the analytical model is no longer applicable, as significant variations can be introduced locally as a result of damage in a structural component. In the present work, damage in a structure is represented by a reduction in the elastic properties of the material, and these are designated as design variables of the optimization problem. Both static structural deflections and eigenmodes can be used in the identification process.

An experimental procedure designed to validate the developed theoretical concepts is described. The problem was limited to the use of static response data, and a twelve bar planar truss was selected as the test structure. The theoretical background, the experimental setup, the adopted procedure, and the results obtained are presented in subsequent sections of this paper.

#### SYSTEM IDENTIFICATION

The veracity of analytical models is usually determined by comparing the response predicted by the model with the response observed in tests or during operation. Although measurements are in themselves imprecise due to the equipment errors and data acquisition techniques used, reasonable bounds can be imposed within which the experimental data is expected to lie. The difference between the measured and analytical data may be large enough to be considered unacceptable. In this case, if there is sufficient confidence in the experimental data, identification methods can be invoked to improve the analytical model. This subject is not new and several studies pertinent to the field are documented in the literature [1-5]. In some cases, experimental data may even be used to deduce an analytical model which eludes analytical derivation.

The data utilized in identification may include input and output measurements, or some system dependent characteristics such as modal parameters, which in turn are functions of the input-output measurements. A priori knowledge about the behavior of the system may also be available in the form of an analytical model. In the case of discrete structural dynamic systems, the model consists of linear second order differential equations. The mass, damping and stiffness matrix elements constitute the parameters to be identified.

Identification techniques may be classified in many different ways. Such classification is typically based on the type of data used, on the type of system being identified, or on the type of formulation employed [6]. Three of the more important formulations used in identification of structural systems are briefly discussed in the following paragraphs. These are, the equation error approach, the output error approach and the minimum deviation approach.

In the equation error approach, equations describing the system response are explicitly stated. The system parameters, which are typically coefficients in such equations, are then selected to minimize the error in satisfying the system equations with a set of measured input-output data. Consider a linear differential equation represented in a functional form as follows.

$$f(c_1, c_2, x, t) = g(t)$$
(1)

Here,  $c_1$  and  $c_2$  are considered as the unknown system parameters, and x(t) and its derivatives represent the system response at a time t; g(t) is the forcing function. The system response and the loading is explicitly measured over some characteristic time period. An objective function, which is the measure of residual errors in the system equations for given values of the parameters, is formulated as follows.

$$F = \int_0^T \left( f(c_1, c_2, x_m, t) - g_m(t) \right)^2 dt \tag{2}$$

This function is then extremized by differentiating with respect to each system parameter, and equating to zero. The approach results in the same number of equations as coefficients to be determined, and is therefore regarded as a direct method. In Eq.(2), subscript m denotes measured response, and T denotes the characteristic period over which measurements are made.

The output error approach selects some system characteristic response as the entity for which, a match between the analytical prediction and experimental measurements is considered to reflect a good analytical model. An objective function is formulated that is typically an averaged least-squares measure as follows.

$$F = \int_0^T (x_m(t) - x(t))^2 dt$$
 (3)

The analytical model from which x(t) is obtained, contains system parameters which are adjusted to minimize the function F. In structural dynamics identification problems, system eigenmodes are generally selected as the characteristic response quantities used to identify the model.

The minimum deviation approach is frequently used in structural identification problems. In this approach, deviation of the system parameters from initial assumed values is minimized, subject to the constraints that the system equations be satisfied. An illustration of this approach in structural applications is in the determination of changes in the elastic stiffness matrix [5]. In such applications, the mass matrix is assumed to be accurately defined. A weighted matrix norm of the difference between the a priori and corrected stiffness matrices is minimized in the identification process. This norm can be written as,

$$F = \left\| M^{-1/2} (K - \bar{K}) \ m^{-1/2} \right\| \tag{4}$$

where, M is the mass matrix, K is the desired stiffness matrix, and  $\bar{K}$  is the a priori stiffness matrix. This minimization is subject to the constraint that the modified stiffness matrix remain symmetric. An incomplete set of eigenmodes is measured, and these are required to satisfy the eigenvalues equation and be orthogonal to the modified stiffness matrix. This results in the following equality constraints:

$$\phi^T \ K\phi = \Omega^2 \tag{5}$$

$$K = K^T \tag{6}$$

$$K\phi = M\,\phi\,\Omega^2\tag{7}$$

In the above equations,  $\phi$  is an  $n \times p$  modal matrix and  $\Omega^2$  is a diagonal matrix of eigenvalues for the *p* measured modes; *n* is the number of degrees of freedom for the structural dynamic system. The constraints are incorporated into the objective function by means of Lagrange multipliers, and the application of the optimality condition yields a closed form expression for the corrected stiffness matrix as follows.

$$K = \bar{K} - \bar{K}\phi\phi^T M - M\phi\phi^T \bar{K} + M\phi\phi^T \bar{K}\phi\phi^T M + M\phi\Omega^2 \phi^T M$$
(8)

#### DAMAGE ASSESSMENT

In a finite element formulation, the characteristics of the structure are defined in terms of the stiffness, damping and mass matrices K, C, and M, respectively. Any variations in these matrices such as may be introduced by damage, would affect the dynamic response characteristics of the structure. A change in the stiffness matrix alone would influence the static displacement response. Simulated measurements of structure eigenmodes and static deflections under prescribed loads, can be used for identification of structural damage.

The analytical model describing the eigenvalue problem for an undamped system can be stated in terms of the system matrices defined above, the *i*-th eigenvalue  $\omega_1^2$ , and the corresponding eigenmode  $q_i$  as follows.

$$(K - \omega_1^2 M) q_i = 0 (9)$$

Matrices K and M may be adjusted to minimize the differences between the experimentally observed eigenmodes and values obtained from the analytical

model described above. In using static deflections for identification purposes, the analytical model is even simpler, involving only the system stiffness matrix K as follows.

$$K x = P \tag{10}$$

Here x is a vector of displacements under applied static loads P. Although it is very clear from the previous equations that a variation in the system matrices results in a changed response, it is more important from a damage assessment standpoint to relate these differences to changes in specific elements of the system matrices. Since internal structural damage does not generally result in a loss of material, one can assume the mass matrix to be a constant. Typically, the stiffness matrix can be expressed in terms of the sectional properties of the various elements such as the cross-sectional area A, and the bending and polar moments of inertia I and J. There is also a dependence on element dimensions denoted by t and L, and on the extensional and shear moduli Eand G, respectively. These dependencies may be stated in a functional form as follows

$$K_{ij} = K_{ij}(A, I, J, L, t, E, G)$$
 (11)

In the present work, the net changes in these quantities due to damage is lumped into a single coefficient  $d_i$  for each element, that is used to multiply the extensional modulus  $E_i$  for that particular element. These  $d_i$ 's constitute the design variables for the optimization problem. If the measured and analytically determined static displacements or eigenmodes are denoted by  $Y_m$  and  $Y_a$ , respectively, the optimization problem can be formulated as determined the vector of design variables  $d_i$  (and hence the analytical stiffness matrix) that minimize the scalar objective function representing the difference between the analytical and experimental response, and stated as follows.

$$\sum_{i} \sum_{j} (Y_m^{ij} - Y_a^{ij})^2 \tag{12}$$

Here *i* represents the degree of freedom and *j* denotes a static loading condition or a particular eigenmode. This minimization requires that  $Y_a$  be obtained from the eigenvalue problem or the load deflection equations. Using the *K* matrix that must be identified. Lower and upper bounds of 0 and 1 were established for the design variables  $d_i$ . This is the output error formulation of the damage assessment problem. Most of the work developed in the present Locating Damage in a Truss Structure Using Identification

investigation was based on this approach. It has the advantage of comparing only two vectors. These vectors may contain any system response, including a combination of different types of variables.

#### EXPERIMENTAL INVESTIGATION

The proposed approach for damage detection requires that measurements of the static and dynamic response of the structure be available to correlate against the response obtained from the analytical model. In all theoretical developments outlined in this paper and presented in previous publications [7-9], the measured response was assumed to be available, and was actually obtained using a finite element approach and a model with parameters corresponding to the damaged structure. The results obtained form such an analytical model were additionally corrupted by a random noise signal so as to simulate measurement errors.

This section describes an experimental procedure designed to validate the concepts presented in previous sections. The problem was limited to the use of static response data, and a twelve bar planar truss was selected as the test structure (Figure 1). The actual structure is shown in Figure 2. The elements of the truss were made of steel, and damage in the structure was simulated by substituting members of the truss by rods made of aluminum and brass with lower Young's moduli. The structure was subjected to prescribed extensional loads in a test machine.

It is reasonable to expect that there would be significant differences in the response obtained from a physical model as described above, and the results obtained from an idealized finite element model. These differences can be largely attributed to problems in the physical structure such as out-of-plane bending, nonideal joints, and prestress in the members and joints due to poor control of the component dimensions. The expected discrepancy between the measured and analytically obtained results was indeed present, and required as the first step of the experimental work, an identification of the analytical model that would predict more correctly, the response of the structure. The behavior of the joints was carefully studied and equivalent material properties were determined. Following this step, and with and identified model available, the procedure of damage detection explained earlier in this paper was applied



in two distinct cases of simulated damage in the structure. The first example was one with a single damaged member. The second example included two damaged members which different extents of damage.

The twelve bar planar truss was fabricated in the machine shop of the Department of Aerospace Engineering, Mechanics and Engineering Science of the University of Florida. The geometrical dimensions of the structure were primarily determined by the capabilities of the available testing equipment within the Department.

Locating Damage in a Truss Structure Using Identification



Figure 2. The twelve bar planar truss.

The MTS machine (MTS Systems Corporation, Minneapolis, Minnesota), available in the departmental Structures Laboratory was used for loading the truss structure. The truss was mounted vertically and an extensional load applied by a hydraulic piston. The displacements were measured using Teclock model AI-921 travel dial indicators, with 1" (25.4 mm) of travel and 0.001" (0.0254 mm) graduation (Figure 3). Magnetic bars with fine adjustment, fixed on the side columns of the MTS machine, were used to mount the gages. This setup is shown in Figure 4.

The initial experimental results did not match the response predicted by the



Figure 3. Arrangement of dial indicators.

model shown in Figure 1. Table 1 shows the discrepancy between select components of the two sets of displacement vector. A new model was then proposed to obtain better agreement between measured and predicted response. Figure 5 shows an assumed model with 20 nodes and 24 elements. The behavior of the joints was modeled by beam elements attached to the original structural members. The rotational degrees of freedom for these elements were eliminated to allow connection to the primary axial-rod elements of the truss structure. A preliminary analysis of the measured response indicated that the joints were the main source of discrepancies between the measured response and the original model of Figure 1. Then, instead as using the standard value of the steel Locating Damage in a Truss Structure Using Identification



Figure 4. The truss model mounted in the MTS machine.

Table 1. Measured reponse compared with results predicted by the original model (Figure 1).

Vertical Static Di	isplacements (mm)	
Measured	Predicted	
0.00	0.00	
0.00	0.00	
0.1321	0.0396	
0.1981	0.0686	
0.2413	0.0851	
0.3556	0.1313	
0.3556	0.1361	
0.4216	0.1885	
	Vertical Static Di Measured 0.00 0.1321 0.1981 0.2413 0.3556 0.3556 0.3556 0.4216	

Young's modulus found in the literature (207 GPa), new values were determined for each element based on the experimental data. This had the purpose to correct the original analytical model lumping all sources of discrepancies into a factor multiplying the material property of each element. The Young's moduli of the rods were calculated by the following expression.

$$E = \frac{N L}{S \Delta L} \tag{13}$$

Here, N is the normal force applied at each member, L is the member lenght,  $\Delta L$  is the length variation obtained from the tests; S is the rod cross sectional area. The modified material properties are presented in Table 2. Table 3 shows the predicted response according to the new analytical model. These results show generally good agreement with the measured response. With such an analytical model, which better represents the true behavior of the structure, the damage detection approach of previous sections could be used.

Element No.	Nodes	Young's modulus (GPa)	
1	3-5	212.9	
2	4-6	189.5	
3	9-11	205.3	
4	10-12	192.2	
5	15-17	189.5	
6	16-18	190.8	
7	1-3	14.5	
8	2-4	18.6	
9	5-7	59.9	
10	6-8	25.5	
11	7-9	59.9	
12	8-10	25.5	
13	11-13	41.9	
14	12-14	38.6	
15	13-15	41.9	
16	14-16	38.6	
17	17-19	37.9	
18	18-20	37.9	
Others*		207.0	

Table 2. Identified material properties for the truss elements of model described by Figure 5.

\*Diagonal and horizontal members



Figure 5. New model for the twelve bar planar truss. Dimensions in centimeters.

For damage detection, the output error approach was employed as described earlier in this paper. The measured response were the static displacement obtained for a select number of degrees of freedom. The identification problem could be stated as determining the components of a vector d ( $d_i$ , i = 1, ..., 12), to minimize the following objective function.

$$\sum_{i} \sum_{j} (Y_m^{ij} - Y_a^{ij})^2 \tag{14}$$

Node	Vertical Disp	al Displacement (mm)	
No.	Measured	Predicted	(%)
3	0.0813	0.0805	1.0
4	0.0838	0.0800	4.8
5	0.1118	0.1115	0.3
6	0.1372	0.1331	3.1
9	0.1575	0.1529	3.0
10	0.2667	0.2515	6.1
11	0.2083	0.2007	3.8
12	0.3175	0.3023	5.0
15	0.2769	0.2642	4.8
16	0.3937	0.3734	5.4
17	0.3226	0.3125	3.2
18	0.4420	0.4268	3.6

Table 3. Predicted response by the new model compared with the measured data.

The problem is characterized by a single load vector (i = 1), and 12 vertical displacements (j = 12) measured at nodes 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 18.

The first problem involved introduction of simulated damage to only one member. This was the rod connecting nodes 3 and 5, and damage was simulated by substituting the original steel rod by one made of aluminum with a Young's modulus of about one third that of the steel. Table 4 presents the results obtained, showing clearly the location of damage. The extent of damage, however, was not predicted as accurately as one would like. It is still regarded as a good indication of the severity of damage.

The second experiment examined the case of two damaged members in the truss. The rod connecting nodes 3 and 5 of the first case was substituted by an aluminum rod. Additionally, the rod connecting nodes 10 and 12 was substituted by a brass rod with a Young's modulus of about one half that of steel. Once again the proposed approach worked rather well in detecting the location of damage and in giving a good estimate of the extent of damage. Results for this problem are summarized in Table 5.
#### Locating Damage in a Truss Structure Using Identification

Element	Nodes Nodes	Design variables $(d_i)$		
No.		Value	Exact Sol	
1	3-5	0.23	0.33	
2	4-6	0.85	1.00	
3	9-11	0.82	1.00	
4	10-12	0.83	1.00	
5	15-17	0.89	1.00	
6	16 - 18	0.98	1.00	

Table 4. Results for the case with one damaged element.

Table 5. Results for the case with two damaged elements.

Element	Nodes Nodes	Design variables $(d_i)$		
No.		Value	Exact Sol	
1	3-5	0.39	0.33	
2	4-6	0.82	1.00	
3	9-11	0.91	1.00	
4	10 - 12	0.49	0.50	
5	15-17	0.94	1.00	
6	16-18	0.98	1.00	

### CONCLUSIONS

The present study investigated an approach for damage detection in structures that is closely related to methods of system identification. The approach results in the damage detection problem posed as one of function minimization, and for which iterative nonlinear optimization techniques were used. Both eigenmodes and static displacements can be used as measured response, and damage was assumed to affect changes in the material stiffness properties. The experimental work has shown that the method is able to detect damage in structures if the errors in the measurements are kept within certain bounds. The effect of errors in the measurements was not studied in the present work and is a logical candidate for a future work. The establishment of limits on measurement errors that are compatible with accuracy requirement in the parameter identification process would be the goal of such a study.

#### REFERENCES

- BERMAN, A. and FLANNELY, W.G. Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures. AIAA Journal, Vol. 9, Aug. 1971, pp. 1481-1487.
- [2] BARUCH, M. and BAR-ITZHACK, I.Y. Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes. AIAA Journal, Vol. 16, April 1978, pp. 346-351.
- [3] BERMAN, A. Comments on Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes. AIAA Journal, Vol. 17, Aug. 1979, pp. 927-928.
- [4] BERMAN, A. Mass Matrix Correction Using an Incomplete Set of Measured Modes. AIAA Journal, Vol. 17, Nov. 1979, pp. 1147-1148.
- [5] BARUCH, M. Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests. AIAA Journal, Vol. 16, Nov. 1978, pp. 1208-1210.
- [6] HANAGUD, S., MEYYAPPA, M. and CRAIG, J.I. Identification of Structural Dynamic Systems. Recent Trends in Aeroelasticity and Structural Dynamics, Hajela, P. (ed.), Gainesville, Florida, 1987, pp. 120-141.
- [7] HAJELA, P. and SOEIRO, F.J. Structural Damage Detection Based on Static and Modal Analysis. Proceedings of the 30th AIAA / ASME / ASCE / AHS / ASC Structural Dynamics and Materials Conference, Mobile, Alabama, April, 1989.
- [8] SOEIRO, F.J. and HAJELA, P. Damage Detection in Composite Materials, Using Identification Techniques. Proceedings of the 31st AIAA / ASMC / ASCE / AHS /ASC Structural Dynamics and Materials Conference, Long Beach, California, April, 1990.
- [9] HAJELA, P. and SOEIRO, F.J. Recent Developments in Damage Detection Based on System Identification Methods. Structural Optimization, Vol. 2, 1990, pp. 1-10.

# COMPORTAMENTO MECÂNICO A QUENTE DE UMA LIGA DE ALUMÍNIO

## MECHANICAL BEHAVIOR OF AN ALUMINUM ALLOY DURING HOT DEFORMATION

Henrique C. Braga Ronaldo A.N.M. Barbosa – Membro da ABCM UFMG Departamento de Engenharia Metalúrgica Rua Espírito Santo 35, sala 206, Centro 30160 Belo Horizonte MG, Brasil

#### RESUMO

Um modelo matemático para a determinação de curvas tensão-deformação ( $\sigma \times \varepsilon$ ) de uma liga de Al deformada sob compressão a quente foi desenvolvido. Parâmetros de importância industrial tais como a tensão média para uma dada deformação podem ser então obtidos das curvas teóricas. Curvas tensão média-deformação ( $\tilde{\sigma} \times \varepsilon$ ) também foram simuladas pelo modelo apresentado neste trabalho. Uma discussão a respeito da importância da deformação residual sobre o nível das curvas teóricas quando a deformação é aplicada em passes múltiplos é então realizada.

Palavras-chave: Comportamento Mecânico a Quente • Alumínio • Compressão a Quente • Modelamento Matemático

#### ABSTRACT

A mathematical model for the prediction of stress-strain curves ( $\sigma \times \varepsilon$ ) of an Al alloy deformed in hot compression was developed. Parameters of industrial importance, like the average stress for instance, can be obtained from the model. Average stressstrain curves ( $\bar{\sigma} \times \varepsilon$ ) were also simulated by the model reported in this work. A discussion is then undertaken about the importance of residual deformation on level of the theoretical curves when the deformation is applied in multiples passes.

Keywords: Hot Mechanical Behavior 
Aluminum 
Hot Compression
Mathematical Modeling

Submetido em Fevereiro/92 Aceito em Julho/92

## INTRODUÇÃO

O Al é um metal de baixa densidade ( $\rho = 2700 \text{ Kg/m}^3$  para o Al puro a 27°C), com resistência elevada à corrosão, elevadas condutibilidades elétrica e térmica e capacidade de reflexão de energia radiante. Além disso o Al não é ferromagnético [1].

Os produtos trabalhados de Al e suas ligas podem ser encontrados nas mais variadas formas: laminados planos (chapas e folhas), extrudados (barras, arames, perfis e tubos) e forjados. Porém, independente da forma do produto final, a deformação a quente fará parte do roteiro de fabricação. A conformação a quente requer menos energia para ser executada. Ela também homogeneiza a estrutura bruta de fusão proveninente dos lingotes. Mas talvez, o maior benefício seja o aumento da dutilidade do metal, isto é, o aumento da habilidade do material sofrer deformação sem fraturar. A dutilidade de um metal é determinada por uma interação entre os mecanismos de encruamento e de amaciamento (recuperação e recristalização). Estes mecanismos quando atuantes durante a deformação determinam também o formato e o nível das tensões necessárias para se conformar um metal. No caso das ligas de alumínio, o mecanismo prepoderante de amaciamento é unicamente a recuperação dinâmica. Somente em algumas situações bem específicas observase recristalização dinâmica acontecendo e alumínio [2].

As curvas tensão-deformação ( $\sigma \times \varepsilon$ ) são uma função de variáveis de processo (deformação, temperatura e velocidade de deformação, por exemplo) e do próprio metal (tamanho de grão, energia de falha de empilhamento, encruamento residual). Vários autores estudaram a influência desses parâmetros sobre as curvas  $\sigma \propto \varepsilon$  do Al e suas ligas por meio de diversos ensaios: tração [3,4], compressão [2,5–7], torção [8–10], extrusão [11–13] e laminação [14]. Os resultados obtidos são, em geral, mostrados em forma de curvas ou através do uso de equações constitutivas. Neste trabalho utiliza-se as equações constitutivas obtidas das curvas tensão-deformação em modelos capazes de prever o valor da tensão para qualquer condição experimental, dentro da faixa estudada através de experimentos. Uma das vantagens do emprego de modelos para representar o comportamento mecânico das curvas  $\sigma \propto \varepsilon$  é que valores de tensões para situações operacionais diferentes daquelas nas quais os ensaios foram obtidos podem ser simuladas sem a necessidade de se realizar uma interpolação.

### Comportamento Mecânico a Quente de uma Liga

Além disso, o emprego de modelos permite facilmente obter o valor de diversas grandezas de interesse prático como a tensão média em função da temperatura para uma determinada redução e velocidade de deformação.

Este trabalho estuda o comportamento mecânico a quente de uma liga de Al por meio de ensaios de compressão isotérmica. As curvas  $\sigma \times \varepsilon$  obtidas são simuladas através de um modelo matemático simples. O procedimento utilizado para simulação das curvas é válido para metais, que assim como o alumínio, sofrem amaciamento por recuperação dinâmica. As curvas tensão média × deformação equivalente ( $\bar{\sigma} \times \varepsilon$ ) experimentais são também modeladas por um método análogo ao utilizado para as curvas  $\sigma \times \varepsilon$ . Adicionalmente uma discussão breve a respeito da importância de se conhecer o valor da deformação residual para que se possa simular as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  em passes múltiplos é realizada. A possibilidade de se conhecer a evolução de grandezas como a tensão média para um determinado esquema de deformação permite que se possa predizer várias grandezas de interesse prático, tais como cargas de laminação.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O material utilizado nesta pesquisa foi uma liga de Al cuja composição química é dada na Tabela 1. Os corpos de prova para compressão (cps) foram obtidos de barras extrudadas com diâmetro final de 22 mm. Os cps utilizados nos ensaios são cilíndricos com 8 mm de diâmetro e 12.3 mm de altura.

Si	Mg	Cr	Fe	Ti	Al
0.7	0.3	0.3	0.2	0.2	bal.

Tabela 1. Composição química da liga de Al utilizada (% em peso).

Todos os cps foram recozidos antes das compressões pelo período de 300 s à temperatura de teste. Os ensaios foram conduzidos em um equipamento MTS servo-hidráulico controlado por computador. As curvas  $\sigma \times \varepsilon$  foram obtidas de ensaios realizados às temperaturas de 400, 450, 500 e 550°C. As velocidades de ensaio forma mantidas constantes durante cada teste (0.0097, 0.095 e  $0.63 \text{ s}^{-1}$ ). Para assegurar a homogeneidade de deformação os espécimens foram lubrificados com uma camada fina de grafite e na superfície do cp que fica em

contato com a matriz foi feito um conjunto de sulcos concêntricos usinados superficialmente para melhor retenção do lubrificante durante os ensaios. Dessa forma a maior parte da deformação de compressão aplicada foi homogênea, isto é, o barrilhamento apresentado pelo corpo de prova foi considerado despresível para os níveis de deformação verdadeiras utilizados neste trabalho.

A Figura (1a) mostra exemplos de curvas força versus deslocamento do pistão obtidas dos ensaios de compressão. As curvas tensão verdadeira versus deformação verdadeiras ( $\sigma \times \varepsilon$ ) podem ser obtidas das curvas de força versus deslocamento do pistão por meio das seguintes equações

$$\sigma = \left(\frac{F h}{A_0 h_0}\right) \tag{1}$$

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{h_0}{h}\right) \tag{2}$$

onde F é a carga,  $A_0$  a área transversal inicial,  $h_0$  a altura inicial e h a altura instantânea do cp. A Figura (1b) mostra exemplos de curvas  $\sigma \times \epsilon$  obtidas usando as equações (1) e (2).

# MODELAMENTO DAS CURVAS TENSÃO × DEFORMAÇÃO EM PASSE ÚNICO

As curvas da Figura (1b) mostram que a tensão tende a atingir um valor estacionário que ocorre para grandes deformações ( $\varepsilon > 0, 4$ ). Esta forma de curva é típica de materiais que sofrem amaciamento pelo mecanismo de recuperação dinâmica [15, 16]. Um valor particular de tensão pode ser escrito como função da velocidade de deformação pela seguinte equação [17]

$$\dot{\varepsilon} = A \ \sigma^n \exp\left(\frac{-Q_{def}}{R \ T}\right) \tag{3}$$

onde  $Q_{def}$  é uma energia de ativação aparente associada ao mecanismo de amaciamento principal durante a deformação, T é a temperatura absoluta do ensaio, R é a constante dos gases (8.314 J/molK) e A e n são constantes.



Figura 1. Exemplos de curvas obtidas nos testes de compressão: (a) Força versus deslocamento do pistão, (b) Tensão versus deformação equivalente  $(\sigma \times \varepsilon)$ .



Figura 2. Variação do  $\ln(\varepsilon)$  com o  $\ln(\sigma_e)$  para várias temperaturas de ensaio.

A equação (3) se reduz à forma abaixo quando a deformação atingir um estado estacionário e  $T \in Q_{def}$  forem constantes durante um ensaio.

$$\ln \dot{\varepsilon} = K + n \ln \sigma_e \tag{4}$$

Aqui K é uma constante e  $\sigma_e$  a deformação de estado estacionário. A representação gráfica da equação (4) pode ser vista na Figura (2) para várias temperaturas. Considerando-se agora que  $Q_{def}$  e  $\sigma_e$  são constantes, a equação (3) passa a ser escrita como

$$\ln \dot{\varepsilon} = K' - \left(\frac{Q_{def}}{R}\right) \frac{1}{T} \tag{5}$$

onde K' é uma constante. Com dados extraídos da Figura (2) pode-se então graficar a equação (5) como mostrado pela Figura (3). Nesta figura devese notar que os pontos não representam os valores experimentais obtidos das curvas tensão-deformação, mas são interpolações tomadas do gráfico de  $\ln(\dot{\varepsilon}) \times 1000/T$  (Figura 2)). A faixa de velocidade de deformação experimental é dada pelas duas linhas horizontais pontilhadas. Desta forma o valor de  $Q_{def}$  pode ser calculado como sendo



Figura 3. Variação do  $\ln(\hat{\epsilon})$  com o inverso da temperatura absoluta para vários níveis de  $\sigma_e$ .

Com dados levantados da Figura (3) encontra-se que  $Q_{def}$  está entre 129 e 153 kJ/mol para tensões entre 10 e 60 MPa. Este procedimento para obtenção de  $Q_{def}$  é usualmente encontrado na literatura [4,18]. Um  $Q_{def}$  médio igual a 138 kJ/mol então foi utilizado para o cálculo do parâmetro de Zener-Hollomon

$$Z = \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{Q_{def}}{RT}\right) \tag{7}$$

Os valores de tensões para uma deformação constante podem então ser graficados como uma função unívoca de Z, como visto na Figura (4a) para o caso específico de  $\sigma_e$ . A tensão estacionária pode ser obtida da reta

$$\log \sigma_e = 0.0217 + 0.1616 \log Z \tag{8}$$

#### H.C. Braga e R.A.N.M. Barbosa

Outro parâmetro fundamental que pode agora ser relacionado com Z é a deformação de estado estacionário,  $\varepsilon_e$ , conforme mostra a Figura (4b).  $\varepsilon_e$  pode ser calculado pela expressão:

$$\varepsilon_e = 0.044 + 0.051 \log Z \tag{9}$$

Para ligas que apresentam uma curva de fluxo semelhante à obtida nesta trabalho, pode-se dizer que [19]

$$\sigma = \sigma_e[(\varepsilon/\varepsilon_e)\exp(1-\varepsilon/\varepsilon_e)^c] \quad \text{se} \quad \varepsilon \le \varepsilon_e \tag{10}$$

$$\sigma = \sigma_e \qquad \qquad \text{se } \varepsilon \ge \varepsilon_e \qquad (11)$$

onde c é uma constante positiva cujo valor máximo é igual a 1. O valor de c varia com Z e pode ser retirado de uma curva  $[-\ln(\sigma/\sigma_e)] \times [-\ln(\varepsilon/\varepsilon_e) + (1 - \varepsilon/\varepsilon_e)]$ . Entretanto neste trabalho considera-se c como constante. Os melhores resultados no modelamento foram obtidos para c = 0, 1. A Figura (5) mostra uma comparação entre as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  isotérmicas obtidas experimentalmente e as modeladas pelas equações (7) a (11).

### DETERMINAÇÃO DA EVOLUÇÃO DA TENSÃO MÉDIA

A tensão média equivalente em cada passe,  $\bar{\sigma}$ , ou a tensão média no estado plano de deformação,  $\bar{s}$ , podem ser calculadas como uma função da deformação como se segue

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\varepsilon_f - \varepsilon_0} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \, d\varepsilon \tag{12}$$

$$\bar{s} = 1.15 \ \bar{\sigma} \tag{13}$$

Aqui  $\varepsilon_f \in \varepsilon_0$  são os limites de integração ( $\varepsilon_0$  é deformação inicial e  $\varepsilon_f$  a deformação final sendo que  $\varepsilon_f - \varepsilon_0$  dá a deformação aplicada no passe) e  $\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$  é a equação constitutiva utilizada para o modelamento da curva  $\sigma \times \varepsilon$ . O valor de  $\bar{\sigma}$  ou  $\bar{s}$  obtido acima pode ser utilizado em modelos como os de Ekelund [20] ou o de Sims [21] para o cálculo de cargas de laminação a quente antes de uma corrida possibilitando assim a realização do set up de um laminador [22]. Outra utilidade para o cálculo de  $\bar{\sigma}$  é a possibilidade de se calcular o fator de amaciamento entre passes, conforme modelo recentemente decenvolvido [23]. A Figura 6 mostra, como exemplo de cálculo, a evolução da tensão média como função do inverso da temperatura absoluta para  $\dot{\varepsilon} = 0.63 \ s^{-1} \ e \ R = 20\%$ .



Figura 4. Dependência de (a)  $\log(\sigma_e)$  e (b)  $\varepsilon_e$  com o  $\log(Z)$ .



Figura 5. Comparação entre as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  isotérmicas experimentais e modeladas.

## MODELAMENTO DE CURVAS TENSÃO MÉDIA × DEFORMAÇÃO EM PASSE ÚNICO

O roteiro acima proposto para a determinação da tensão média é o mais usual. Entretanto, um procedimento mais simples e rápido seria obter o valor de  $\bar{\sigma}$ diretamente de uma equação constitutiva. A Figura 7a mostra curvas  $\bar{\sigma} \times \varepsilon$ obtidas de curvas  $\sigma \times \varepsilon$  experimentais. Comparando uma curva  $\sigma \times \varepsilon$  com a sua respectiva  $\bar{\sigma} \times \varepsilon$  (ver Figura 7b) nota-se para grandes deformações as duas tendem para o mesmo valor. Entretanto o estado estacionário na curva  $\bar{\sigma}\varepsilon$ ocorre para deformações maiores, ou seja:

$$\bar{\sigma}_e = \sigma_e \tag{14}$$

$$\bar{\varepsilon}_e > \varepsilon_e$$
 (15)

onde  $\bar{\sigma}_e$  é a tensão média estacionária e  $\bar{\varepsilon}_e$  é a deformação de tensão média estacionária. Desse modo, é razoável supor que um valor particular de tensão média é dependente da velocidade de deformação como descrito pela equação Comportamento Mecánico a Quente de uma Liga



Figura 6. Evolução da tensão equivalente média para uma redução de 20% por passe como uma função do inverso da temperatura absoluta de laminação.

(3). O valor de  $Q_{def}$  das curvas  $\bar{\sigma} \times \varepsilon$  pode então ser calculado usando raciocínio idêntico ao aplicado nas equações (4)–(6). Já que  $\sigma_e = \bar{\sigma}_e$  obteve-se para  $Q_{def}$  o mesmo valor do obtido anteriormente  $Q_{def} = 138kJ/mol$ . Assim,  $\bar{\sigma}_e$  pode ser obtido da expressão

$$\log \bar{\sigma}_e = 0.0217 + 0.1616 \log Z \tag{16}$$

Uma relação para  $\bar{\epsilon}_e$  como função de Z similar aquela para  $\epsilon_e$  (equação (9)) pode então ser obtida

$$\bar{\sigma}_e = a \, \varepsilon_e$$
 (17)

onde  $a \cong 2$ . Este valor foi o que apresentou melhores resultados ao modelamento das curvas  $\bar{\sigma} \times \epsilon$ . A Figura 7b mostra ainda que a forma da curva  $\bar{\sigma} \times \epsilon$  é muito parecida com a da curva  $\sigma \times \epsilon$ . Logo, equações análogas às equações (10) e (11) podem ser utilizadas para se modelar as curvas  $\bar{\sigma} \times \epsilon$ , isto é:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_e[(\varepsilon/\bar{\varepsilon}_e) \exp(1 - \varepsilon/\bar{\varepsilon}_e)^{c'}]$$
 se  $\varepsilon \leq \bar{\varepsilon}_e$  (18)

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_e$$
 se  $\varepsilon \ge \bar{\varepsilon}_e$  (19)



Figura 7. (a) Exemplo de curvas tensão média versus deformação equivalente experimentais ( $\bar{\sigma} \times \varepsilon$ ), (b) comparação entre uma curva  $\sigma \times \varepsilon$  e sua respectiva  $\bar{\sigma} \times \varepsilon$ .

#### Comportamento Mecánico a Quente de uma Liga

sendo que neste caso o valor de c' deveria ser retirado do gráfico de  $[-\ln(\bar{\sigma}/\bar{\sigma}_e)] \times [-\ln(\varepsilon/\bar{\varepsilon}_e) + (1-\varepsilon/\bar{\varepsilon}_e)]$ . Entretanto neste trabalho considera-se c' como constante (c' = 0, 2). A Figura 8 mostra uma comparação entre as curvas  $\bar{\sigma} \times \varepsilon$  obtidas experimentalmente e as modeladas pelas equações (7) e (16) a (19). Uma grande vantagem de se utilizar uma equação constitutiva para se obter  $\bar{\sigma}$  ao invés de se utilizar as equações (12) e (13) está no tempo de processamento gasto, já que não necessito de realizar nenhuma integração numérica que necessitaria de uma grande quantidade de cálculos. Para cálculo de cargas de laminação on-line a rapidez no cálculo é muito importante, principalmente levando-se em conta que computadores de processo são geralmente lentos quando comparados com os utilizados para desenvolver os modelos.





## MODELAMENTO DE CURVAS TENSÃO × DEFORMAÇÃO EM PASSES MÚLTIPLOS

O tratamento matemático utilizado até agora se aplica a deformações isotérmicas em um único passe. Os processos industriais são entretanto realizados em passes múltiplos e com queda da temperatura com o tempo. Nesse caso, o amaciamento do metal entre passes é importante, ou seja, a deformação residual ( $\varepsilon_r$ ) deve também ser considerada no modelamento.

Desta forma, para que se possa modelar o comportamento mecânico durante, por exemplo, uma laminação é necessário conhecer a evolução de  $\varepsilon_{\tau}$  durante o esquema de deformação. Dependendo da temperatura do material e do tempo entre as deformações, o amaciamento total entre os passes pode variar entre 0 e 100%. O modelamento matemático das curvas  $\sigma \times \varepsilon$  permite que várias considerações possam ser feitas sobre o amaciamento entre passes [24].

A Figura 9 mostra com clareza a importância da deformação residual sobre a forma da curva  $\sigma \times \varepsilon$ . Nesta Figura tem-se a representação de curvas  $\sigma \times \varepsilon$  modeladas pelas equações (7) a (11) para uma seguência de deformações hipotética (Tabela 2). As curvas cheias representam a evolução da tensão considerando que  $\varepsilon_r$  é igual a zero entre os passes. As curvas tracejadas foram modeladas considerando-se que toda a deformação aplicada em um passe se transporta para o outro (fator de amaciamento = 0). Nota-se que as curvas  $\sigma \times \varepsilon$  são arredondadas e de forma muito similar à do primeiro passe quando não há deformação residual a ser transportada entre os diversos passes. Já curvas com 0% de amaciamento mostram um rápido crescimento da tensão no passe e uma tensão de estado estacionário é rapidamente atingida logo após o carregamento. Comparando as duas situações extremas pode-se observar que as tensões máximas ao final de cada passe não apresentam grande variação. Por exemplo a tensão máxima ao final do passe 6 é de 51.5 MPa para um amaciamento de 100% entre passes e de 56.5 MPa no caso de 0% de amaciamento (uma diferença de 10%). Mas as diferenças aumentam para 20% (47.1 MPa para 56.5 MPa) quando tensões médias no passe 6 são comparadas. Isto é, um grande erro pode ser obtido se o estado do metal não for considerado no modelamento das curvas  $\sigma \times \varepsilon$ . Este trabalho não trata deste assunto em profundidade, uma vez que seu principal objetivo foi o de modelar curvas isotérmicas. Reconhece-se, não obstante, que mais estudo é necessário nesta área.





Figura 9. Curvas  $\sigma \times \varepsilon$  teóricas. As curvas cheias foram modeladas segundo as condições dadas pela Tabela 2 e considerando um fator de amaciamento de 100% entre os passes ( $\varepsilon_r = 0$ ). As curvas tracejadas foram modeladas para as mesmas condições das curvas cheias considerando porém um fator de amaciamento de 0% entre os passes.

Passe	<i>T</i> , °C	ε	$\dot{\epsilon}, \mathrm{s}^{-1}$
1	550	0.1	1
2	520	0.1	1
3	490	0.1	1
4	460	0.1	1
5	430	0.1	1
6	400	0.1	1

Tabela 2. Esquema de passes utilizado na Figura 9.

## CONCLUSÕES

As principais conclusões que podem ser retiradas deste trabalho são:

- 1 As curvas  $\sigma \times \varepsilon$  obtidas dos ensaios de compressão podem ser simuladas através de um modelo matemático simples. Este modelo é válido para metais que sofrem amaciamento por recuperação dinâmica. Dados experimentais para avaliação de constantes do modelo podem ser obtidos de ensaios de compressão axial.
- 2 A determinação das tensões médias para uma sequência de deformações pode ser realizada por meio de uma integração numérica das equações constitutivas utilizadas para se modelar as curvas  $\sigma \times \varepsilon$ . As tensões médias assim calculadas podem ser usadas em teorias de laminação a quente para cálculo de carga, possibilitando condições melhores de *set up* do laminador.
- 3 As curvas σ̄ × ε obtidas a partir das curvas σ × ε experimentais, também podem ser simuladas por equações análogas às utilizadas para se modelar as curvas σ × ε. Deste modo, os valores de σ̄ como função das variáveis do processo podem ser calculados quando a deformação é realizada em um passe simples, sem a necessidade de se realizar integrações numéricas.
- 4 A simulação de curvas σ x ε em seqüência de passes múltiplos só pode ser realizada com o conhecimento da evolução da deformação residual entre passes. Grandes variações nas previsões de tensões médias podem ser obtidas se a deformação residual não for considerada.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, à Pró-Reitoria de Pesquisa da UFMG, à Financiadora de Estudos e PRojetos, FINEP e à Deutsche Gesellschaft Für Technishe Zusammenarbeiten, GTZ, pelo suporte financeiro desta pesquisa.

### REFERÊNCIAS

- BRESCIANI F<sup>o</sup>, E. Seleção de Materiais Metálicos, Ed. da UNICAMP, Campinas, SP, pp. 219-241, 1986.
- [2] RAVICHANDRAN, N. e PRASAD, Y.V.R.K. Dynamic Recrystallization during Hot Deformation of Aluminium: A Study Using Processing Maps, Metall. Trans. 22A, pp. 2339-2348, 1992.

- [3] LENG, Y.; PORR Jr., W.C. e GANGLOFF, R.P. Tensile Deformation of 2618 and Al-Fe-Si-V Aluminium Alloys at Elevated Temperatures, Scripta Metallurgica, v. 24, pp. 2163-2168.
- [4] OLLA, P. e VIRDIS, P.F. High Temperature Deformation of a Commercial Aluminium Alloy, Metall. Trans. 18A, pp. 293-301, 1987.
- [5] SAKAI, T. e TAKAHASHI, C. Flow Softening of 7075 Aluminium Alloy under Hot Compression, Materials Transactons JIM, v. 32, pp. 375-382, 1991.
- [6] CHARPENTIER, P.L. et alii. Characterization and Modeling of the High Temperature Flow Behavior of Aluminium Alloy 2024, Metall. Trans. 17A, pp. 2227-2237, 1986.
- [7] HOCKETT, J.E. On Relating the Flow Stress of Aluminium to Strain, Strain Rate, and Temperature, Trans. AIME, v. 239, pp. 969-976, 1967.
- [8] ORMEROD, H. e McG. TEGART, W.J. Resistence to Deformation of Super-Pure Aluminium at Hight Temperature and Strain Rates, J. Inst. Metals, v. 89, pp. 94-96, 1960.
- [9] SHEPPARD, T. e WRIGHT, D.S. Determination of Flow Stress: Part 1. Constitutive Equation for Aluminium Alloys at Elevated Temperatures, Metals Technology, pp. 215-223, June, 1979.
- [10] McQUEEN, H.J. e RYUM, N. Hot Working and Subsequent Static Recrystalization of Al and Al-Mg-Alloys, Scand. J. Metallurgy, v. 14, pp. 182-194, 1985.
- [11] McQUEEN, H.J.; WONG. W.A. e JONAS, J.J. Deformation of Aluminium at High Temperatures and Strain Rates, Canadian J. Physics, v. 45, pp. 1225-1234, 1967.
- [12] FARAG, M.M. e SELLARS, C.M. Flow Stress in Hot Extrusion of Commercial-Purity Aluminium, J. Inst. Metals, v. 101, pp. 137-145, 1973.
- [13] WONG, W.A. e JONAS, J.J. Aluminium Extrusion as a Thermally Activated Process, Trans. ASME, v. 242, pp. 2271-2280, 1968.

- [14] RAGHUNATHAN, N.; ZAIDI, M.A. e SHEPPARD, T. Recrystallization Kinectics of Al-Mg Alloys AA 5056 and AA 5083 After Hot Deformation, Materials Science and Technology, v. 2, pp. 938-945, 1986.
- [15] SELLARS, C.M. The Kinetics of Softening Processes During Hot Working of Austenite, Czecholosvak J. Physics, v. B35, pp. 239-248, 1985.
- [16] McQUEEN, H.J. e JONAS, J.J. Recovery and Recrystallization During High Temperature Deformation, Plastic Deformation of Materials Science, R.J. Arsenault, Academic Press, v. 6, pp. 401-438, 1975.
- [17] Ibdi 16. pp. 412.
- [18] LAASRAOUI, A. e JONAS, J.J. Prediction of Steel Flow Stresses at High Temperature and Strain Rates, Metall. Trans. 22A, pp. 1545–1558, 1992.
- [19] CINGARA, C.L. St-GERMAIN, L. e McQUEEN, H.J. Comparison of Calcualted and Experimental Flow Curves for C and HSLA Steels. In: Int. Symp. on Processing, Microstructure and Properties of HSLA Steels, The Metallurgical Society (TMS-AIME), 3-5 de Novembro, 1987, Pittsburgh, PA, EUA. Anais ..., TMS-AIME, Warrendale, PA, pp. 91-104, 1987.
- [20] WUSATOWSKI, Z. Fundamentals of Rolling, Oxford, Pergamon Press, 1969.
- [21] SIMS, R.B. The Calculation of Roll Force and Torque in Hot Rolling Mills, Proc. Inst. Mech. Eng., v. 168, pp. 191-219, 1954.
- [22] DA SILVA, R.C.R. Determinação da Seqüência de Passes na Laminação a Quente de Placas de Ao, Dissertação de Mestrado, UFMG, Belo Horizonte, MG, 1981.
- [23] JONAS, J.J. e LAASRAOUI, A. Recrystallization of Austenite after Deformation at High Temperature and Strain Rates - Analysis and Modeling, Metall Trans. 22A, pp. 151-160, 1991.
- [24] BARBOSA, R.A.N.M. e BRAGA, H.C. Analysis of the Occurence of Dynamic Recrystallization in Hot Rolling by Modeling of the Stress-Strain Curve, ISIJ Int., v. 32, pp. 257-259, 1992.

**RBCM** - **J. of the Braz.Soc.Mech.Sc.** Vol.XIV - n<sup>9</sup> 2 - pp. 153-173 - 1992 ISSN 0100-7386 Impresso no Brasil

# MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CABOS UMBILICAIS

## MODELLING AND NUMERICAL SIMULATION OF PIPELINES

Fernando Alves Rochinha, Membro ABCM Rubens Sampaio, Membro ABCM Departamento de Engenharia Mecânica Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro Rio de Janeiro RJ, Brasil

Patrick Le Tallec Laboratorie Central des Ponts Et Chaussées Paris, França

### RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo numérico para a análise de cabos umbilicais hiperelásticos que experimentam grandes deslocamentos e grandes rotações. É utilizado um método de decomposição via Lagrangeano Aumentado. São apresentadas algumas aplicações que enfatizam o acoplamento existente entre torção e flexão em cabos submetidos a grandes deslocamentos.

Palavras-chave: Estruturas Unidimensionais = Cabos Umbilicais = Grandes Deslocamentos = Grandes Rotações = Decomposição via Lagrangeano Aumentado

#### ABSTRACT

This paper presents a numerical modelling for lage displacement and large rotation analyses of hyperelastic pipelines. The numerical method used is based on an Augmented Lagrangian Splitting [6]. Applications and numerical examples are presented to emphasize the coupling effects between torsion and bending in the large displacement analysis of a pipeline.

Keywords: Rods • Pipelines • Large Displacements and Large Rotations • Augmented Lagrangian Splitting

### INTRODUÇÃO

A importância de técnicas numéricas que resolvam problemas de valor de contorno não lineares vem sendo comprovada em várias aplicações em Engenharia. Um dos principais obstáculos à utilização de tais técnicas é o seu alto custo computacional. Particularmente, em problemas de estruturas, esta dificuldade é ultrapassada quando são utilizados modelos mecânicos que exploram peculiaridades da geometria.

O estudo de cabos umbilicais representa um exemplo das situações mencionadas no parágrafo anterior. Na ligação entre plataformas e poços petrolíferos são utilizados cabos de grande comprimento (dimensões comuns: 0,1 m a 0,3 m de diâmetro externo, 9 mm de espessura e até 300 m de comprimento), conhecidos industrialmente por cabos umbilicais, para o transporte de fluidos (lama de perfuração e óleo bruto) e de sinais elétricos. A geometria particular deste cabos sugere a utilização de modelos que explorem esta circunstância, minimizando, assim, o custo em projetos e cálculos computacionais. Porém, não deve ser esquecido que os mesmos cabos são, em muitas situações de operação, submetidos a grandes deslocamentos, onde estão presentes efeitos complexos como o acoplamento entre flexão e torção.

Neste trabalho, será utilizado, para a descrição do comportamento mecânico de cabos umbilicais, um modelo unidimensional proposto por Antman e Kenney em [1], que permite, por força das poucas retrições impostas, a descrição do movimento de cabos que experimentam grandes deslocamentos. Este modelo, que utiliza de uma forma sistemática a noção de vetores diretores [2], se mostra ao mesmo tempo simples e eficaz, já que, como será visto mais adiante, conduz a um problema "bem posto" do ponto de vista matemático, pode ser resolvido numericamente e alcança bons resultados na descrição de efeitos como o do acomplamento entre torção e flexão.

Para a solução de problemas de cabos umbilicais é proposta uma formulação veriacional consistente que permite uma decomposição via Lagrangeano Aumentado, gerando, assim, um problema de ponto-de-sela, que é resolvido pelo algoritmo de UZAWA [9].

Por fim, são apresentados alguns resultados numéricos que evidenciam a capacidade e a eficiência do método proposto.

## MODELO MATEMÁTICO

O modelo apresentado neste trabalho utiliza a forma geométrica particular dos cabos umbilicais. Para tanto, uma configuração qualquer é caractrizada através de três campos vetoriais. O primeiro, denotado por  $\mathbf{r}$ , é o vetor posição, obtido segundo uma origem previamente escolhida, de uma curva c imersa em  $\mathbb{R}^3$ , que é interpretada como o lugar geométrico dos centróides das seções transversais do cabo que estão associadas a cada ponto da curva. Os outros dois campos restantes, chamados diretores e denotados por  $d_1 e d_2$ , são utilizados na descrição do movimento dessas seções. Os campos citados são parametrizados por  $\mathbf{S}$ , o comprimento de arco tomado em  $\mathbf{C}$  (a curva c na configuração de referência).

Os dois diretores são tomados unitários e ortogonais entre si. Esta é uma hipótese restritiva à deformação das seções, já que a posição x(X) de toda partícula X do cabo, após a deformação, será dada por:

$$x(X) = r(S) + X_1 d_1(S) + X_2 d_2(S) + \psi(S, X_1, X_2) d_3(S)$$
(1)

onde  $X_1 \in X_2$  são as coordenadas de X na configuração de referência,  $d_3$  é o terceiro diretor tomado igual à  $d_1 \wedge d_2 \in \psi$  é a função de empenamento como definido em Landau e Lifschitz [3]. Fisicamente, (1) representa um movimento em que as seções transversais dos cabos experimentam apenas pequenas deformações. No entanto, não são feitas restrições sobre r ou mesmo sobre à orientação dos diretores, o que implica que os cabos poderão ser submetidos a grandes deslocamentos com grandes rotações. Segundo Bougart et al. [5], a hipótese de pequenas deformações para as seções fornece resultados bastantes realistas.

Da hipótese de ortonormalidade das seções é definido o campo u através de

$$d'_i = u \wedge d_i \quad (i = 1, 3) \tag{2}$$

onde ' designa a derivada em relação à coordenada S e  $\wedge$  o produto vetorial. Como pode ser encontrado em Rochinha [4], as componentes de u na base dos diretores u, e  $u_2$ , são medidas de flexão enquanto  $u_3$  é uma medida de torção. Neste modelo as seções não são obrigatoriamente ortogonais à c. Assim, o cisalhamento é expresso através das componentes  $v_1 e v_2 de r'$ , o vetor tangente à c, sendo o alongamento expresso por  $v_3 - 1$ .

Como pode ser visto em Antman e Kenney [1], os esclares  $u_i \, e \, v_i$  definidos no parágrafo anterior são medidas de deformação objetivas para cabos umbilicais submetidos ao movimento x. Elas são definidas independemente do observador e, permitem pela integração de (2) e r', a determinação de x, a menos de um movimento rígido. A bem da verdade, ainda restaria determinar a função  $\Psi$ . Porém, esta é, dentro do regime de pequenas deformações, determinada previamente en função da forma geométrica da seção transversal.

Para que a ambiguidade na determinação de x seja retirada é necessário a prescrição de condições de contorno. Neste trabalho, estas condições se restringirão à:

$$r(0) = 0$$
 (3)

e uma ou mais das seguintes

$$r(L) = r_L \tag{4}$$

$$d_i(OouL) = d_i^0 \quad \text{para algum} \quad i \in \{1, 2, 3\} \tag{5}$$

$$d_i(OouL) = d_i^0 \ \forall i \in \{1, 2, 3\}$$
(6)

onde S = L determina a outra extremidade do cabo. As condições (3) e (4) são prescrições da posição das extremidades, enquanto (5) caracteriza a articulação em torno de  $d_i^0$  e (6) um engastamento.

A postulação dos balanços de momento linear e angular conduz, respectivamente, às seguintes equações de equilíbrio para os cabos umbilicais:

$$n' + f = 0 \tag{7}$$

$$m' + r' \wedge n + g = 0 \tag{8}$$

onde n é a resultante das forças internas sobre a seção, m o momento interno, f o carregamento externo distribuído e g o momento externo distribuído.

Neste trabalho, os cabos serão considerados hiperelásticos, o que tem um papel fundamental na análise numérica do problema, como pode ser visto em [4]. Portanto, os esforços deste modelo se relacionam com as deformações através de: Modelagem e Simulação Numérica de Cabos Umbilicais

$$n = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial w}{\partial u_i} d_i \tag{9}$$

$$m = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial w}{\partial v_i} d_i \tag{10}$$

onde w é a densidade de energia elástica que descreve a resposta mecânica dos cabos umbilicais.

Em suma, o problema de encontrar uma configuração de equilíbrio  $\Phi = (r, d_i)$ de um cabo consiste em resolver o sistema de equações ordinárias a valor de contorno (7) e (8). Por força das restrições escolhidas, permitindo grandes deslocamentos e rotações, este sistema é não-linear, o que, do ponto de vista matemático, representa grandes dificuldades na solução. Tal fato exige uma estratégia numérica sofisticada que permita, inclusive, o enfrentamento de problemas com múltiplas soluções, caso comum em sistemas de natureza não linear. Nos próximos capítulos será mostrada uma formulação matemática e seu tratamento numérico correspondente.

# FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Em [5] é demonstrado que as equações de euqilíbrio (7) e (8), mais as equações constitutivas (9) e (10) mais condições de contorno escolhidas entre (3) a (6), são equivalentes, para uma densidade w suficientemente regular, ao seguinte problema variacional:

Encontrar  $\Phi = (r, d_i) \in K$  tal que,  $\forall (p, g_i) \in dK(r, d_i)$ , se tenha

$$\frac{\partial J}{\partial (r, d_i)} (r, d_i) \cdot (p, g_i) = \int_0^L f \cdot p \ dS \tag{11}$$

onde  $J(r, d_i) = \int_0^L w(S, u, v_i) \, dS$  é a energia de deformação acumulada no cabo e o espaço tangente a K é dado formalmente por:  $dK(r, d_i) = \{p, g_i\} \in$  $H^1(0, L, \mathbb{R}^{12}), \ p(0) = 0, \ p(L) = 0 \text{ se } (4)$  é imposta,  $g_k(0 \text{ ou } L) = 0 \text{ se } (5) \text{ ou } (6)$ são impostas,  $U \in H^1(0, L; \mathbb{R}^3)$  com  $g_i = U \times d_i \ (i = 1, 3)\}$ , onde  $H_1(0, L; \mathbb{R}^n)$ é o espaço das funções que assim como suas derivadas, são quadrado-integráveis no sentido de Lebesgue. Estas funções associam valores do intervalo (0, L) a vetores em  $\mathbb{R}^n$ .

Se às hipóteses de regularidade sobre w forem adicionados que a força exterior f é independente da configuração  $\phi$  e que esta pertence ao espaço  $(H^{-1}(0, L, R^3))^3$  espaço dual a  $H^1(0, L, R^3)$ , o problema (11) admite uma solução, que é um mínimo local de J(r, d) em K.

A escolha da densidade de energia w tem um papel fundamental na formulação do problema de cabos. Por isto, neste trabalho é escolhido a seguinte forma quadrática:

$$w(u_i, v_i, S) = \frac{GA}{2} (S)(v_1^2 + v_2^2) + \frac{EA}{2} (S)(v_3 - 1)^2 + \frac{EI_1}{2} (S)u_1^2 + \frac{EI_2}{2} (S) u_2^2 + GJ(S) u_3^2$$
(12)

onde G e E são, respectivamente, os módulos de cisalhamento e Young do material, enquanto  $I_1 + I_2$  e J os momentos de inércia da seção transversal. O primeiro termo de (12) leva em conta o cisalhamento, o segundo termo o alongamento, os dois seguintes a flexão e o último a torção. Apesar de (12) ser uma boa escolha do ponto de vista matemático, não é possível serem descritos cabos não retilíneos em configurações livres de esforços, já que o gradiente de w só é nulo para  $u_1 = u_2 = u_3 = v_1 = v_2 = v_3 - 1 = 0$ .

A não convexidade do conjunto K indica que o problema variacional definido em (11) é não linear. Isto tem como uma de suas principais consequências a possibilidade de existência de múltiplas soluções como é o caso de um cabo retilíneo submetido à torção em suas extremidades. Para enfrentar tais dificuldades, é necessário um cuidado numérico especial. Neste trabalho, será utilizada uma técnica de "decomposição-coordenação" via Lagrangeano Aumentado [6]. É introduzido um conjunto de variáveis suplementares  $\tau_i (i =$ 1,3), sobre o qual é imposto a igualdade com os diretores  $d_i$ . Este novo conjunto de restrições é tratado pela introdução de um termo de penalização [9] e, também pela dualização do problema [9], sendo, então, introduzidos os multiplicadores de Lagiange  $\lambda_i$  (i = 1, 3). Assim, é construído o seguinte Lagrangeano Aumentado:

$$L_{R}(r, d_{i}, \tau_{i}, \lambda_{i}) = J(r, d_{i}) - \int_{0}^{L} f \cdot p dS - \int_{0}^{L} \{(R/2)|d_{i} - \tau_{i}|^{2} + \lambda_{i} \cdot (d_{i} - \tau_{i})\} dS$$
(13)

onde R é número positivo e arbitrário. A introdução do termo  $(R/2)|d_i - \tau_i|^2$  é justificada por Fortin e Glowinski [6], onde são apresentados alguns resultados numéricos que demonstram que este termo melhora as condições de estabilidade do problema e, ainda, acelera a velocidade de convergência do algoritmo que será mostrado mais adiante.

A partir de (13), o seguinte problema de "ponto-de-sela" [9] pode ser construído. Encontrar

 $\{(r, d_i), \tau_i, \lambda_i\} \in H \times L^2(0, L; 0^+_3) \times L^2(0, L; \mathbb{R}^9)$ 

que satisfaça:

$$\frac{\partial L_R}{\partial \tau_i} (r, d_i, \tau_i, \lambda_i) \cdot U \times \tau_i = 0, \ \forall U \in L^2(0, L, \mathbb{R}^3)$$

$$\frac{\partial L_R}{\partial \lambda_i} (r, d_i, \tau_i, \lambda_i) \cdot \mu_i = 0, \ \forall \{\mu_i\} \in L^2(0, L, \mathbb{R}^9)$$
(14)

onde  $H = \{(r, d_i) \in H^1(0, L; \mathbb{Z}^{12}), r(0) = 0, (r, d_i) \text{ satisfazendo condições}$ de contorno escolhidas entre (4) e (6)}.  $0_3^+ = \{\{\tau_i\} \ (i = 1, 3) \in \mathbb{Z}^9, \{\tau_i\}$ é um triedro ortonormal} e  $L^2(0, L; \mathbb{R}^n)$  é o espaço de funções de quadrado integráveis no sentido de Lebesgue.

Em [4] é demonstrado que toda solução de problema (14) é, também, uma solução do problema variacional (11).

## UM ALGORITMO PARA A FORMULAÇÃO PROPOSTA

A principal vantagem da formulação apresentada em (14) reside na possibilidade de serem utilizadas técnicas mais simples do que aquelas que seriam necessárias para (11). Para resolver numericamente (14) é usado um algoritmo do tipo UZAWA [9], que associado a um método de relaxação por blocos [9], permite a decomposição do problema não linear inicial em uma sequência de problemas simples a serem resolvidos. O algoritmo é fomalmente apresentado em seguida.

· Escolher  $\{\lambda_1^0\}$  em  $L^2(0, L; \mathbb{R}^3)$  e  $\{\tau_i^{-1}\}$  em  $L^2(0, L; 0_3^+)$ 

·  $\{\lambda_i^n\}$  e  $\{\tau_i^{n-1}\}$  conhecidos, calcular  $(r^n, d_i^n)$ ,  $\{\tau_i^n\}$  e  $\{\lambda_i^{n+1}\}$  resolvendo iterativamente:

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_i}(r^n, d_i^n, \tau_i^n; \lambda_i^n) \cdot U \times \tau_i^n = 0, \, \forall U \in L^2(0, L, \mathcal{I}\!R^3), \\ \{\tau_i^n\} \in L^2(0, L; 0_3^+)$$
(15)

$$\frac{\partial L_R}{\partial (r, d_i)} (r^n, d_i^n, \tau_i^{n-1}; \lambda_i^n) \cdot (p, g_i) = \int_0^L f \cdot p \ dS$$
$$\forall (p, g_i) \in dH(r^n, d_i^n) \in H$$
(16)

$$\lambda_i^{n+1} = \lambda_i^n + R|d_i^n - \tau_i^n| \tag{17}$$

O algoritmo que acaba de ser descrito introduz dois problemas: o primeiro (15), é resolvido ponto a ponto, através de técnicas matriciais e o segundo (16) corresponde ao problema variacional (11) sem restrição  $(r^n, d_i^n) \in K$ . Ele pode, então, ser resolvido globalmente via o método dos Elementos Finitos.

A solução do problema (15) baseia-se na decomposição a valor singular [7], introduzindo:

$$B_{ij} = (Rd_i + \lambda_i) \cdot e_j , \qquad B = Q^g D Q^d$$
(18)

$$Q_{ij}^{\tau} = \tau_i \cdot e_j \tag{19}$$

$$A_{ij} = e_{ijk} \ U \cdot e_k \tag{20}$$

onde  $\{e_i\}$  é uma base de  $\mathbb{R}^3$ , D uma matriz diagonal e  $Q^g$  e  $Q^d$  matrizes ortogonais diretas. Assim:

$$\left\{R(\tau_i - d_i) - \lambda_i\right\} \cdot U \times \tau_i = \operatorname{Traço}\left\{R(Q^{\tau} - B)^T \ Q^{\tau} \ A\right\}$$

De (14) e (15) o seguinte problema é encontrado.

Encontrar  $Q^{\tau} \in L^2(0, L; 0^+_3)$  tal que, para toda matriz A antissimétrica, se tenha:

$$\int_0^L \operatorname{Traço}\left\{ (RQ^{\tau} - B)^T \ Q^{\tau} \ A \right\} \ dS = 0$$
(21)

e admite como solução

$$Q^{\tau} = Q^g \ Q^d \tag{22}$$

já que:

$$\operatorname{Traço}\left\{ (RQ^{g}Q^{d} - B)^{T} \ Q^{g}Q^{d}A) \right\} = \operatorname{Traço}\left\{ RA - (A^{d})\right)^{\tau} TDQ^{d} A \right\} = 0$$

A partir de (22), o algoritmo para a solução da equação (15) é construído da seguinte forma:

· Calcular B através (18)

 $\cdot$  Calcular e tridiagonalizar  $BB^T$ 

• Calcular os valores singulares  $b_1 \ge b_2 \ge b_3$  de  $BB^T$ .

Seguido pelas fórmulas de Cardan aplicadas ao polinômio característico da forma tridiagonal de  $BB^T$ .

· Calcular os vetores próprios de  $BB^T$  resolvendo

$$BB^{t}g_{i} = b_{i}g_{j} , |g_{i}| = 1$$

- Fazer  $D_{11} = \sqrt{b_1}, \ D_{22} = \sqrt{b_2}, \ D_{33} = \sqrt{b_3} \text{ sinal (det } B)$
- Fazer  $Q_{ij}^g = g_j \cdot e_i$

• Fazer 
$$\tau_i = (Q^D d^{-1} (G^g)^T B)_{ij} e_j$$

Todos os cálculos acima são feitos ponto a ponto; não requerendo mais do que 80 operações algébricas elementares por ponto. Para demonstrar o funcionamento da resolução do problema (16), é escolhida a seguinte forma para a densidade de formação w:

$$w(u_i, v_i, S) = \frac{EI_1}{2}(S) \ u_1^2 + \frac{EI_2}{2}(S) \ u_2^2 + G \ \frac{I_3}{2}(S) \ u_3^2$$
(23)

A densidade apresentada em (23) é um caso particular de (12), onde não são incluídas as contribuições do cisalhamento e do alongamento. Esta escolha bastante realista para cabos umbilicais, conduz a um problema, do ponto de vista numérico, melhor condicionado que aquele gerado a partir de (12), como pode ser encontrado em [8].

A partir de (23) é obtido o seguinte funcional de energia elástica:

$$J(r, d_i) = \int_0^L \left\{ \frac{E}{4} \left\{ (I_2 + I_3 - I_1) |d_1|^2 + (I_3 + I_1 + I_2) |d_2|^2 + (I_1 + I_2 - I_3) |r''|^2 \right\} dS$$

É importante ser lembrado que na expressão acima o cisalhamento não é levado em conta, sendo tal fato expresso por  $r' = d_3$ .

Por construção do Lagrangeano (14), o problema (15) é equivalente à:

Encontrar  $(r^n, d^n) \in H$  tal que:

$$\frac{\partial J}{\partial(r,d_i)}(r^n,d_i^n)\cdot(p,g_i) = \int_0^L \left\{ f \cdot p - [R(r^n)' - \tau_3^{n-1}) + \lambda_3^n] - p' - [R(d_\alpha^n - \tau_\alpha^{n-1}) + \lambda_\alpha^n] \cdot g_\alpha \right\} \ dS \forall (p,g_i) \in DH$$

Em (16) as variáveis  $r^n$  e  $d^n_{\alpha}(\alpha = 1, 2)$  são desacopláveis. O cálculo de  $r^n$  se resume então a resolução de 3 equações biharmónicas:

$$\int_{0}^{L} \frac{E}{2} (I_{1} + I_{2} - I_{3})(r^{n})'' \cdot p'' dS + R \int_{0}^{L} (r^{n})' \cdot p' dS =$$
  
=  $\int_{0}^{L} (R \tau_{3}^{n-1} - \lambda_{3}^{n}) \cdot p' dS + \int_{0}^{L} f \cdot p \, dS$  (24)  
 $\forall p \in d[H^{2}(0, L, \mathcal{I}R^{3}) + C.C.]$ 

enquanto o de  $d^n_{\alpha}(\alpha = 1, 2)$  a resolução de 6 equações harmônicas:

$$\int_{0}^{L} \frac{E}{2} (I_{2} + I_{3} + I_{1}) d_{1}' f' dS + R \int_{0}^{L} d_{2} \cdot g dS = \int_{0}^{L} (R\tau_{1} - \lambda_{1}) \cdot g dS$$
$$\int_{0}^{L} \frac{E}{2} (I_{3} + I_{1} + I_{2}) d_{2}' g dS + R \int_{0}^{L} d_{2} \cdot g dS = \int_{0}^{L} (R\tau_{2} - \lambda_{2}) \cdot g dS$$
(25)
$$\forall g \in d[H^{2}(0, L_{1}, \mathcal{I}R^{3}) + C.C.]$$

A discretização das equações (24) e (25) é feita através do método dos Elementos Finitos. Para as equações biharmônicas, são utilizados, como funções de base, polinômios de Hermite ( $C^1$ ) de grau 3 [10], enquanto que para as equações harmônicas, foram escolhidos polinômios de Lagrange ( $C^0$ ) de grau 2 [10]. Como isto, são obtidos 4 graus de liberdade por elemento para r em cada direção espacial e 3 graus de liberdade por elemento para os diretores em cada direção espacial. As matrizes resultantes da discretização são fatorizadas pelo método de Choleski [9] apenas uma vez, já que não se modificam a cada iteração do algoritmo.

A convergência do algoritmo de UZAWA é controlada pelos seguintes testes:

$$\frac{\int_{0}^{L} \{r^{n} - r^{n-1}|^{2} + |(r^{n})' - (r^{n-1})|^{2} + |d_{1}^{n} - d_{1}^{n-1}|^{2} + |d_{2}^{n} - d_{2}^{n-1}|^{2}\} dS)^{1/2}}{\int_{0}^{L} \{|r^{n}|^{2} + |(r^{n})'|^{2} + |d_{2}^{n}|^{2}\} dS)^{1/2}} \leq 10^{-5}$$

$$\left(\int_0^L \left\{ |r' - \tau_3|^2 + |d_1 - \tau_1|^2 + |d_2 - \tau_2|^2 \right\} \, dS \right)^{1/2} \le 10^{-3}$$

A não existência de um teste para os multiplicadores  $\{\lambda_i\}$  se deve a dificuldade de convergência destes [9]. Esta dificuldade se reflete no cálculo dos esforços que, ao invés de serem calculadas como uma combinação dos multiplicadores, são obtidos como:

(momento fletor) 
$$m_f = \frac{dw}{dw_{\alpha}} \cdot d_{\alpha} = -EI_1(r'' \cdot d_2) d_1 + EI_2(r'' \cdot d_1) d_2$$
  
(momento torçor)  $m_T = \frac{dw}{dw_w} d_3 = 2 GJ(d'_1 \cdot d_2) r'$   
 $n = N + F$ 

onde N é a reação na extremidade  $S = L \in F(S) = \int_0^S f(t) dt$ .

# **RESULTADOS NUMÉRICOS**

Nesta seção são feitas aplicações da modelagem numérica desenvolvida nos anteriores. Inicialmente, é estudado o caso de um cabo sujeito ao peso próprio, no qual C está no plano fixado (XZ), como esquematizado na figura 1.



Figura 1. Esquema da configuração de referência do cabo.

Adotado o sistema de coordenadas XYZ sugerido na figura 1, as extremidades A e B possuem, respectivamente, as coordenadas (0,0, 10) e (1.8, 0.25). No ponto A o cabo está engastado, enquanto em B se permite rotação em torno do eixo Z.

Este exemplo consite no estudo de alguns aspectos importantes do comportamento mecânico do cabo descrito nos parágrafos anteriores, quando este é submetido a uma torção  $\theta_T$  na extremidade B.

Um primeiro aspecto a ser destacado é o acoplamento existente entre torção e flexão, ou seja, em determinadas situações, em que os cabos experimentam grandes deslocamentos, ao ser imposta uma torção, alguns trechos do cabo saem do seu plano original, o que caracteriza a flexão. Este efeito complexo pode ser observado no funcionamento cotidiano dos cabos umbilicais. O modelo apresentado neste trabalho não apresenta, nas equações constitutivas,

#### Modelagem e Simulação Numérica de Cabos Umbilicais

um termo explícito para esse acoplamento. Apesar disto, através de ensaios numéricos, foi possível ser descrito este comportamento, como pode ser observado na Figura 2. Nesta figura são mostradas as três projeções de c nos planos coordenados, nas configurações de referência e deformada. É facilmente observado que c, inicialmente imersa no plano XZ, possui, após a deformação, projeções bastante distintas das iniciais.

A partir destas observações, é feito um estudo sistemático do problema, englobando, também, os efeitos da forma da seção e do módulo de rigidez.

Nesta aplicação é adotada a densidade de energia especificada por (23). Esta não leva em conta os efeitos do cisalhamento e do alongamento e, ainda, permite que sejam tratadas seções que não possuam simetrial axial  $(I_1 \neq I_2)$ . Mesmo numa teoria de pequenas deformações, é conhecido que barras de seção transversal não circular, quando submetidas à torção, experimentam empenamento em suas seções transversais. Para incorporar este efeito ao modelo, é introduzida uma modificação na parcela de torção da densidade de energia  $wGJu_3^2$ , como é feito por Landau e Lifschitz em [3]. O escalar J não é mais o momento polar da seção transversal e é então calculado por:

$$J(s) = \int_{\Omega_s} \psi(X_1, X_2) \ d\Omega_s$$

onde  $\Omega_s$  representa a área de cada seção <br/>e $\psi,$ função de empenamento, é solução de

$$\Delta \psi = 0$$

Como nesta aplicação são tratados cabos de seção elíptica, os parâmetros para  $J \in \Psi$  assumem os seguintes valores segundo [3]:

$$J = \frac{\pi \ a^3 b^3}{a^2 + b^2}$$
$$e = \frac{-(a^2 - b^2) \ X_1 X_2}{a^2 + b^2}$$

onde  $a \in b$  são os semi-eixos de elipse.

V



Figura 2. Comparação, através das projeções, das configurações de referência e deformada de c.

à

12

X(m)

4

2

Ô.

Para todos os ensaios numéricos realizados neste trabalho o módulo de Young foi fixado em  $10^8 N/m^2$ , a densidade linear do cabo em 5Kg/m e o comprimento total do cabo em 32 m. Para a resolução numérica dos problemas de elementos finitos foi utilizada uma malha de 40 segmentos iguais.

Foi feita uma série de ensaios numéricos que permite fazer uma comparação do comportamento mecânico de cabos de seções elípticas diferentes. Na Figura 3 é apresentado um gráfico que relaciona a torção (u3) na extreminade A com o ângulo de torção  $\theta_T$  para cinco tipos de cabos, parametrizados pela relação  $\frac{b}{a}$ . Para todos os casos foi tuilizado o memo valor da área da seção transversal. O primeiro fato a ser observado é que existe uma diferença entre os cabos de seção elítica e aqueles de seção circular (b/a = 1) no que diz respeito a resposta da torção com o aumento de  $\theta_T$ . Enquanto nos primeiros o valor de  $u_3(S = 0)$  diminui nos últimos este valor aumenta. O que sugere, então, a seguinte questão: Qual o tipo de cabo é mais resistente à torção? Para responder esta pergunta, é necessário precisar em qual sentido um cabo é mais resistente. Assim, é adotada a seguinte idéia: o mais resistente é aquele cujo valor máximo de  $u_3$  é menor. A resposta está esquematizada na figura 4, onde é apresentado um gráfico que relaciona a torção máxima experimentada pelo cabo com o angulo  $\theta_T$ . Como pode ser observado, nos cabos de seção circular (b/a = 1), para a faixa pesquisada, a torção máxima assume os menores valores. E importante ser ressaltado que a torção não atinge um máximo no mesmo ponto do cabo para diferentes  $\theta_T$ . Quanto aos outros tipos de cabos, a relação muda dependendo da faixa de  $\theta_T$ . É importante ser ressaltado que a torção máxima nem sempre se dá no mesmo ponto do cabo.

Um estudo análogo ao do parágrafo anterior foi feito para a flexão. Na Figura 5 é mostrado um gráfico que relaciona o máximo deslocamento do cabo na direção  $y(\Delta y)$  com o ângulo  $\theta_T$  Como pode ser observado, os maiores deslocamentos são encontrados para o cabo cuja seção é determinada  $\frac{b}{a} = 1,5$ . É observado, também que quanto maior a relação  $\frac{b}{a}$  maior é o deslocamento máximo, para a faixa de  $\theta_T$  pesquisada.



Figura 3. Gráfico que relaciona a torção na extremidade A com  $\theta_T$ .



Figura 4. Gráfico que relaciona a torção máxima com  $\theta_T$ .
Modelagem e Simulação Numérica de Cabos Umbilicais



Figura 5. Gráfico que relaciona o deslocamento máximo na direção y com a torção aplicada.

Como segundo caso é escolhido um cabo inicialmente retilíneo, com 20 metros de comprimento, imerso no plano XZ, engastado em uma extremidade e livre para girar na outra. É adotada a densidade de energia dada pela equação (23), onde o cabo é considerado inextensível, logo, se for imposto um deslocamento qualquer a extremidade livre, a curva c assume uma forma não retilínea e, portanto, o cabo é submetido a uma flexão. O exemplo mostrado a seguir, apesar de não representar operações cotidianas de cabos umbilicais, evidencia a capacidade do modelo de descrever o comportamento mecânico dos cabos quando submetidos a grandes deslocamentos, inclusive o acoplamento flexão-torção, e demonstra, também, a eficiência do método numérico utilizado.

O exemplo consiste de um cabo que está engastado na extremidade de coordenadas (0,0,0) e com a outra, de coordenadas (20,0,0), livre. A esta . última é imposta um deslocamento prescrito, definido pela relação y = 20 - x. Os parâmetros escolhidos para o problema são  $EI_1 = 235 \ da \ N/m^2$ ,  $EI_2 = 360 \ da \ N/m^2$  e  $EI_3 = 100 \ da \ N/m^2$ . Os cabos possuem seção elítica. As



Figura 6. Projeções do cabo nos planos coordenados XY, YZ e XZ para  $X_F = 16 \ m \ e \ X_F = 19 \ m.$ 

condições de contorno são descritas por:

$$r(0) = 0, r'(0) = i$$
  

$$d_1(0) = j, d_2(0) = k$$
  

$$r(L) = (X_F, 20 - X_F, 0)$$

#### Modelagem e Simulação Numérica de Cabos Umbilicais

onde  $\{i, j, k\}$  é a base vetorial associada ao sistema de coordenadas XYZ e  $X_F$  determina o deslocamento imposto.

A Figura 6 mostra a evolução da configuração do cabo entre  $X_F = 19 m$  e  $X_F = 16 m$ .

Como já foi dito, o deslocamento imposto à extremidade livre é equivalente a imposição de uma flexão ao cabo. Das figuras 7 e 8 é observado que associada a esta flexão surge uma torção, o que caracteriza um acomplamento entre os dois mecanismos de deformação citados.





Todos os ensaios numéricos envolvidos neste exemplo foram feitos num computador Bull DPS 86. A convergência foi alcançada na média em 50 iterações de UZAWA para um  $R \cong 400$ . Cada uma das iterações demorou em média 60 segundos.



Figura 8. Comparação entre a torção experimentada pelo cabo para  $X_F = 16 m$  e  $X_F = 2 m$ .

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção são destacadas as principais conclusões deste trabalho.

Foi apresentado um modelo mecânico não-linear para estruturas unidimensionais. Esse modelo permite o tratamento sistemático de estruturas, de geometria inicial qualquer, que venham a experimentar grandes rotações e grandes deslocamentos.

Dentro desse contexto de um modelo não-linear para estruturas unidimensionais, foi desenvolvida uma formulação apropriada que é baseada num método de "coordenação e decomposição" via Lagrangeano Aumentado. Desta formulação resulta num problema de otimização não linear que é resolvido pelo algoritmo de UZAWA. É importante ressaltar, que apesar da complexidade do problema a ser resolvido, o método proposto resulta numa sequência de etapas simples de serem solucionadas. A generalidade e a efetividade da abordagem proposta (modelo + formulação + solução numérica) é documentada através de exemplos que evidenciam o comportamento de cabos submetidos ao regime de grandes deslocamentos e grandes rotações. É analisada, em particular, uma situação peculiar: o acoplamento entre dois mecanismos de deformação, onde foi possível constatar toda potencialidade da metodologia apresentada.

## REFERÊNCIAS

- ANTMAN, S.S. e KENNEY, C.S. Larged Buckled States of Nonlinearly Elastic Rods under Torsion, Thrust and Gravity. Arch. Ret. Mech. Anal., vol. 76, 1981, pp. 289-337.
- [2] COSSERAT, E. & F. Théorie des Corps Déformables. Herman, Paris, 1909.
- [3] LANDAU, L. e LIFSCHITZ, E. Théorie l'Elasticité. Editors MIR, Moscou, 1967.
- [4] ROCHINHA, F.A. Uma Contribuição à Teoria de Estruturas Unidimensionais Inelásticas. Dissertação de Mestrado, PUC-RJ, 1985.
- [5] BOUGART, J.F.; MANI, S. e LE TALLEC, P. Modelisation et Calcul des Grandes Deplacements de Tuyaux Elastiques en Flexion et Torsion. Journal de Mécanique Théorique et Apliquêe, a aparecer.
- [6] FORTIN, M. e GLOWINSKI, R. Méthodes de Lagrangien Augmenté. Dunod Bordas, Paris, 1982.
- [7] GOLUB, G.H. e VAN LOAN, C.F. Matrix Computations, John Hopkins University Press, Baltimore, 1983.
- [8] MANI, S., Modelisation et Analyse Numerique des Problemes d'Equilibre d'une barre Elastique en Grandes Deformations. These de Doctorat de l'Universite Paris VI, 1987.
- [9] CIARLET, P.G. Introduction à l'Analyse Numérique Matricielle et à l'Optimisation. Masson, Paris, 1985.
- [10] CIARLET, P.G. The Finete Element Method for Eliptic Problems. Studies in Mathematics and its Applications, vol. 4, North Holland, 1980.

**RBCM** – J. of the Braz.Soc.Mech.Sc. Vol.XIV –  $n^{9}$  2 – 1992

ISSN 0100-7386 Impresso no Brasil

# No Próximo Número In the Next Issue

- A Contribution to Dynamic Fluid-Structure-Coupling Using a Displacement Based Finite Element Formulation Nackenhorst, U. and Zastrau, B.
- Estudio Parametrico de la Conveccion Mixta en Tubos Verticales y Prediccion de las Inversiones del Flujo Morales, J.C. and Campo, A.
- Sistemas e Equipamentos Térmicos. Sistemas Particulados. Uma Revisão da RBCM e do ENCIT - 1978-1988 Goldstein, L.
- Exergy: Concepts and Applications Milanez, L.F. and Gallo, W.L.R.
- Reofundição de Ligas Metálicas Uma Tecnologia Emergente Robert, M.H.

ISSN 0100-7386 Impresso no Brasil

# AVALIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA DE UMA RESINA POLIÉSTER ORTOFTÁLICA EM FUNÇÃO DO TEMPO E TEMPERATURA DE IMERSÃO EM ÁGUA DESTILADA

# POLYESTER RESIN FRACTURE TOUGHNESS EVALUATION AS A FUNCTION OF THE TIME AND TEMPERATURE OF IMMERSION IN DISTILLED WATER

José Antonio Palminha Malheiros Erico Eduardo Alvares de Aragão IME - Seção de Mecânica e Materiais Praça General Tibúrcio, 80 22290 - Urca - Rio de Janeiro

José Roberto Moraes d'Almeida PUC-Rio Departamento de Ciéncia dos Materiais e Metalurgia Rua Marquès de São Vicente, 225 22453 - Gávea - Rio de Janeiro

#### RESUMO

Este trabalho tem por objetivo avaliar o efeito das variáveis temperatura e tempo de imersão em água destilada sobre a tenacidade à fratura de uma resina poliéster ortoftálica. Dentro de uma faixa restrita de valores avalia-se, também, o efeito da variação da razão resina/endurecedor sobre o teor de umidade absorvido. Finalmente, correlaciona-se as diferentes marcas topográficas observadas nas superfícies de fratura com o processo de fratura atuante. O processo de absorção de água seguiu o modelo de Fick, com correção para placas finitas. Os resultados dos ensaios de tenacidade mostraram variação de  $K_I e G_I$  em função do tempo e da temperatura de imersão. Dois mecanismos distintos de aumento de tenacidade foram identificados em função da temperatura.

Palavras-chave: Tenacidade à Fratura 
Resina Poliéster 
Superfícies de Fratura 
Variação de Propriedades

#### ABSTRACT

The toughness of an orthophtalic polyester resin is evaluated as a function of the temperature and the time of immersion in distilled water. By slightly varying the resin/hardener ratio the absorbed water content is also evaluated. Finally it is established a relationship between the topographic marks generated at the fracture surfaces with the actuating fracture mechanisms. The water absorption process was modelled by the Fick equations with corrections for edge effects. The fracture toughness results show that both  $K_I$  and  $G_I$  vary with the time and the temperature of immersion. Two toughness mechanisms were identified as a function of the temperature of immersion.

Keywords: Fracture Toughness 
Polyester Resin 
Fracture Surfaces 
Mechanical
Properties Variation

Submetido em Junho/92 Aceito em Agosto/92

# INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico tem proporcionado a utilização cada vez maior de materiais conjugados (compósitos), principalmente em aplicações nas indústrias militar e aeroespacial. Conjugados de matriz polimérica apresentam boas resistência e rigidez específicas [1,2] e boa resistência a ambientes agressivos [3], embora a umidade e a temperatura provoquem a degradação de algumas destas características com o decorrer do tempo [4-7].

A absorção de umidade afeta os conjugados, por exemplo, causando a expansão da resina usada como matriz, o que acarreta modificação das tensões residuais do material e a formação de microtrincas [8]. A resina matriz pode também plastificar, com consequente redução da rigidez e aumento do alongamento à ruptura [8-10]. A umidade pode afetar ainda a interface reforço/matriz, promovendo a quebra de ligações químicas e a variação da energia livre de superfície e do estado de tensões na interface [8]. Todos estes efeitos vão, em maior ou menor grau, influenciar a resistência mecânica e a tenacidade à fratura do material, sem no entanto impedir seu emprego, desde que sejam bem conhecidos seus mecanismos, assim como as velocidades de evolução dos fenômenos.

Este trabalho tem como objetivo avaliar a variação do comportamento à fratura de uma resina poliéster, em função do teor de umidade absorvida. Faz-se, também, uma análise do efeito da temperatura de imersão, tanto sobre o teor de umidade absorvida quanto sobre a variação da tenacidade. Avalia-se, ainda, o efeito da razão resina/endurecedor sobre o teor de umidade absorvida.

## MODELOS TEÓRICOS

## Difusão

As leis de Fick tem sido aplicadas para modelar a difusão de água em polímeros [11-16]. Em sua forma mais geral para um meio anisotrópico a primeira e a segunda lei de Fick são dadas, respectivamente, por [17]:

$$F_i = -D_{ij} \ \frac{\partial C}{\partial x_j} \tag{1}$$

Avaliação da Tenacidade a Fratura de uma Resina Poliester

e

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial x_i} \left[ D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right]$$
(2)

onde F é a taxa de transporte, por unidade de área, na direção i, C é a concentração do soluto (para o caso deste trabalho é a concentração de água na amostra) e  $D_{ij}$  são os coeficientes de difusão. Supondo que  $D_{ij}$  independe da concentração e sendo x, y, z as direções do espaço cartesiano, a equação da segunda lei de Fick para um material isotrópico (i.e.,  $D_{ij} = D_{ji} = D$ ) referido aos eixos principais (onde  $D_{ij} = Dji = 0$  para  $i \neq j$ ), é dada por

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right]$$
(3)

## Placa Infinita

Se o problema for equacionado de modo que, dada uma placa de espessura h, as dimensões nas direções  $y \in z$  (Fig. 1) possam ser consideradas infinitas, i.e.  $n \gg h \in l \gg h$ , e sendo esta placa exposta de ambos os lados ao mesmo meio, de tal forma que a temperatura e a concentração do elemento que se difunde na placa variam apenas na direção x, a equação 3 se reduz a:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{4}$$

sendo  $D_x$  o coeficiente de difusão na direção x perpendicular à superfície da placa. A partir da integração da solução analítica da equação 4 obtém-se uma expressão que relaciona o peso total do soluto que se difunde no material com a taxa de absorção ou perda de soluto [15,17]. Definindo-se a massa de soluto em termos percentuais, e sendo  $M_{\infty}$  o peso percentual na saturação e  $M_i$  o peso percentual inicial, tem-se , para tempos curtos e com  $M_i = 0$ , que o processo de absorção pode ser modelado por [17]

$$\frac{M}{M_{\infty}} = \frac{4}{h} \left[ \frac{D_x \cdot t}{\pi} \right]^{1/2} \tag{5}$$

Esta aproximação é válida se a parte inicial da curva de absorção  $(M/M_{\infty} \times (t/h)^{1/2})$  for linear, e é usada para  $M < 0.5M_{\infty}$ . A segunda parte da curva  $(M > 0.5M_{\infty})$  pode ser representada por [13,15,16]

$$\frac{M}{M_{\infty}} = 1 - \exp\left[-7, 3\left(\frac{D_x \cdot t}{S^2}\right)^{0,75}\right]$$
(6)

onde S = h quando o material é exposto de ambos os lados ao mesmo ambiente e S = 2h quando o material é exposto apenas em uma face.

## Correção para Placas Finitas

Se as dimensões da placa (Fig.1) forem tais que há difusão também pelas superfícies  $hn \ e \ hl$ , o coeficiente de difusão, para um material anisotrópico, é dado por [15]

$$D = D_x \left[ 1 + \frac{h}{l} \left( \frac{D_y}{D_x} \right)^{1/2} + \frac{h}{n} \left( \frac{D_z}{D_x} \right)^{1/2} \right]^2 \tag{7}$$

Para um material isotrópico tem-se

$$D = D_x \left[ 1 + \frac{h}{l} + \frac{h}{n} \right]^2 \tag{8}$$

e a equação 5 vai ser, então, escrita como

$$\frac{M}{M_{\infty}} = \frac{4}{h} \left[ \frac{Dt}{\pi} \right]^{1/2} \tag{9}$$

onde D é dado pela equação 8. Substituição similar deve ser feita na equação 6 quando houver participação importante das arestas no processo difusional.

## Anomalias do Comportamento Fickiano

O comportamento difusional desvia-se frequentemente da idealidade, sendo que a severidade do desvio depende do tipo de material e do histórico de exposição [18]. Em polímeros expostos a meios úmidos dois tipos básicos de desvio tem sido reportados [17]. O desvio do tipo I acontece na transição do estágio inicial ao estágio de equilíbrio (Fig.2). Observa-se que a concavidade da curva M%vs  $t^{1/2}$  é superestimada pela solução Fekiana comumente usada, quer para a solução unidimensional quer quando se empregam as correções devido ao efeito de aresta [15,19].



Figura 1. Modelo de uma placa infinita em um meio úmido.

Tal desvio tem sido atribuído ao fato das moléculas de água absorvidas estarem em duas fases distintas dentro do polímero [20]. Uma fase estaria ligada à estrutura molecular do polímero contribuindo, assim, para o inchamento do mesmo. A segunda fase estaria na forma de moléculas livres, não ligadas, que localizar-se-íam no volume livre da resina.

Atualmente tem-se discutido se este comportamento não é uma manifestação da não homogeneidade da estrutura interna do material [21]. A rede tridimensional formada por ligações cruzadas na resina apresenta gradientes de densidade com regiões bem mais densas que a média, tendo como consequência uma maior dificuldade de penetração das moléculas de água nestas regiões. Tal fato resultaria, assim, em uma queda mais lenta da curva M% vs  $t^{1/2}$ , devido a maior dificuldade da penetração das moléculas de água nestas regiões.

O segundo desvio ocorre após períodos prolongados de absorção. Depois de ter sido atingido, por algum tempo, um patamar de estabilização aparente, a quantidade de umidade absorvida torna a crescer [17]. Este desvio é chamado



Figura 2. Desvios do modelo de Fick.

desvio de tipo II (Fig.2). Este comportamento tem sido associado a danos no material, tais como microtrincas superficiais ou, em compósitos, separação das interfaces fibra/matriz. Alguns pesquisadores, entretanto, afirmam ser a quantidade de umidade sempre crescente, não existindo um nível de saturação [13].

## Mecânica da Fratura

Desde os trabalhos pioneiros de Inglis [22] e Griffith [23] sobre a fratura de materiais frágeis, o conceito de mecânica da fratura tem continuamente se desenvolvido. As relações obtidas pela análise da mecânica de fratura linear elástica (MFLE) tem sido comumente empregadas em polímeros [24-26]; embora esta aproximação deva ser encarada com reservas onde considerável deformação plástica seja desenvolvida na ponta da trinca [27] e, também, onde o polímero tenha um marcante comportamento viscoelástico.

Para um corpo de prova submetido a dobramento em três pontos (Fig.3), o



Figura 3. Representação do ensaio de dobramento em três pontos. Dimensões dos corpos de prova.

fator de intensidade de tensões para o modo I de abertura de trinca é dado por [28]:

$$K_I = \frac{3 PL}{2 h W^2} a^{1/2} Y \tag{10}$$

onde Y = f(a/W) e depende, ainda, da razão L/W [29]. Para a razão usada neste trabalho (L/W = 4), tem-se

$$f(a/W) = 1,93 - 3,07(a/W) + 14,53(a/W)^2 - 25,11(a/W)^3 + 25,80(a/W)^4$$
(11)

A relação entre o fator de intensidade de tensões e a taxa de liberação de energia é dada por [28]

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \tag{12}$$

para deformação plana, onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de elasticidade. A condição de deformação plana na ponta da trinca visa garantir que o formalismo da MFLE seja mantido [28].

# MATERIAL E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Foi usada uma resina poliéster ortoftálica com teor máximo de estireno de 29-31%. Usou-se como catalizador o peróxido de metil-etil-cetona na proporção de 0,2% em peso. Placas de resina foram fabricadas vazando-se a mistura resina - catalizador em moldes desmontáveis de alumínio. A cura foi feita colocandose o sistema por 04 horas em uma estufa a 60°C. Para a avaliação do efeito da razão resina/endurecedor sobre a porcentagem de água absorvida foram preparadas, segundo a mesma metodologia, placas com 0,1% e 0,05% em peso de catalizador. Os tempos de cura foram de 24 e 60 horas, respectivamente.

Nos ensaios de absorção foram usados corpos de prova retangulares baseados na norma ASTM D 570 (i.e., largura: 25,4 mm, comprimento: 76,2 mm e espessura variável de 2, 3 e 13 mm). Foram empregados, também, corpos de prova com dimensões não padronizadas, denominados de Tipo I (60 × 113 × 12 mm) e Tipo II (50 × 77 × 4 mm). Todos os corpos de prova foram polidos até alumina fina (1  $\mu$ m) e secos em estufa, a 60°C, por 48 horas, o que estabeleceu a condição inicial de umidade nula,  $M_i = 0$ . Após este período foram colocados em um dessecador até atingirem a temperatura ambiente e, então, pesados. Imediatamente a seguir, foram colocados em recipientes com água destilada. Este condicionamento foi feito nas temperaturas ambiente (20°C), 40°C, 60°C e 80°C; tendo sido usados três corpos de prova por condição. Na Tabela I estão mostradas as temperaturas de imersão usadas para os diferentes corpos de prova padrão. Os corpos de prova não padronizados foram imersos apenas à temperatura ambiente. O ensaio foi encerrado quando o aumento médio de peso foi menor que 1% em três pesagens consecutivas. Para a pesagem das amostras foi utilizada uma balança analítica de precisão  $(\pm 0, 01 \text{ mg})$ .

espessura (mm)	T(°C)
2	40
3	60,80
13	20,60,80

Tabela I. Temperaturas de imersão para os corpos de prova padrão

Os corpos de prova para os ensaios de tenacidade à fratura foram fabricados com as dimensões mostradas na Fig.3. Uma lamina fina foi passada ao longo do entalhe para garantir a presença de uma trinca aguda. Estes ensaios foram realizados à temperatura ambiente, em uma máquina servo-hidráulica, à qual foi adaptado o dispositivo de flexão em três pontos. A taxa de carregamento usada foi de 3 mm/min. Foram ensaiados corpos de prova na condição de como fabricado e após condicionamento à temperatura ambiente e a 60°C, por até 57 dias. Foram ensaiadas 05 amostras para cada condição estabelecida. As superfícies de fratura obtidas foram analisadas por microscopia eletrônica de varredura (MEV), com elétrons secundários e voltagem de aceleração do feixe de 20 kV. Depositou-se sobre a superfície das amostras uma fina camada de ouro-paládio para evitar o problema de acúmulo de carga.

# **RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO**

#### Efeito do Tempo e Temperatura na Difusão

As Figs.4a-c mostram a porcentagem de água absorvida na resina, em função do tempo e da temperatura de imersão. Nos testes a 60°C e 80°C foram empregados corpos de prova com duas espessuras diferentes: 3 e 13 mm (cf.Tabela I). Os resultados obtidos com estas amostras de espessuras distintas não puderam ser superpostos mesmo após a normalização pela razão  $\sqrt{t}/h$ , indicando que o modelo fickiano unidimensional não é adequado para a descrição do processo de absorção [13]. De fato, a aplicabilidade global do modelo fickiano é posta em dúvida caso as curvas de absorção de amostras de diferentes espessuras não possam ser superpostas [30]. Entretanto, normalmente tem-se considerado que o modelo fickiano se adapta ao processo , desde que a parte inicial da curva de absorção seja linear [11,31-33].

As curvas sólidas das Figs.4a-c indicam que houve uma boa correlação, para a parte inicial da curva (i.e.,  $M/M_{\infty} < 0,5$ ) entre os valores experimentais e a equação 9, de modo que o processo de difusão pode ser considerado como fickiano, embora não unidimensional. Os resultados experimentais obtidos para o coeficiente de difusão estão listados na Tabela II. O ajuste dos pontos experimentais para a parte não linear foi obtido empregando-se a equação 6 com correção para placas finitas.



Figura 4. Porcentagem de água absorvida em função do tempo e da temperatura de imersão: a) corpo de prova de espessura 3 mm, b) 13 mm e c) 2 mm. As curvas sólidas representam o modelo de Fick com correção para placa finita.

Temperatura (°C)	$D (mm^2/s)$		
20	$6,25 \times 10^{-7}$		
40	$5,96 \times 10^{-7}$		
60	$1,00 \times 10^{-6}$		
80	$1,22 \times 10^{-5}$		

Tabela II. Coeficientes de difusão para a resina poliéster ortoftálica em função da temperatura de imersão.

A difusão da água em polímeros tem sido atribuída ou a ocorrência de reação química, com dissociação da água e a formação de pontes de hidrogênio [20], ou a ligação das moléculas de água a grupos polares [32]. Para a resina poliéster ortoftálica foi constatado, a partir de análise por caloria diferencial de varredura (DSC), que uma parcela da água absorvida se encontra na forma líquida dentro do polímero matriz [34]. Este resultado indica que, neste material, ambos os fenômenos estão ocorrendo, pois tem-se um desvio do tipo I para as temperaturas de 60°C e 80°C, na espessura de 3 mm (Fig.4a), que tem sido correlacionado à presença da água em duas fases distintas [20]. Nestas temperaturas observou-se que, após aproximadamente 30 dias, o material apresentou perda de peso. Entretanto, a resina ortoftálica aqui empregada possui um teor elevado de espécies de baixo peso molecular, sensíveis ao ataque químico e, também, um elevado índice de hidroxilas e carboxilas susceptíveis a quebra de cadeia molecular por hidrólise. Deste modo, a perda em peso observada foi atribuída à hidrólise e subsequente lixiviação [34].

Para 40°C (Fig.4c) observou-se a existência de desvio do comportamento fickiano do tipo II. Este resultado foi atribuído a formação de microtrincas nas superfícies das amostras [34]. Para 20°C a porcentagem de água absorvida não atingiu o valor de saturação,  $M_{\infty}$  (Fig.4b). Assim sendo, a difusividade para esta temperatura foi calculada a partir dos resultados obtidos para as outras temperaturas usando-se a relação

$$D = D_0 e^{-Ed/RT} \tag{13}$$

 $M_{\infty}$  foi, então, calculado a partir da equação 9. A energia de ativação do processo de difusão, obtida a partir da equação 13, está mostrada na Tabela III, juntamente com valores citados na literatura para outras resinas poliéster [11,35].

Tabela	III.	Energia	de	ativação.
--------	------	---------	----	-----------

Poliéster	Ed (kJ/mol)
Ortoftálico	31
Bisfenólico [11]	45
Isoftálico [35]	55

Os corpos de prova não padronizados foram usados para verificação da hipótese de que o processo de difusão é fickiano não unidimensional. Na Fig.5 estão mostradas as curvas de absorção obtidas para estas amostras, na temperatura ambiente. O valor dos coeficientes de difusão foi calculado pelas equações 5 e 9, usando-se o valor de  $M_{\infty}$  calculado anteriormente para os corpos de prova padrão. Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela IV, onde vê-se que os coeficientes de difusão são praticamente iguais quando é considerado o efeito de aresta. Estes resultados indicam que a hipótese fickiana com efeito de aresta pode ser aplicada a esta resina poliéster ortoftálica.

Ta	bela	IV	. (	Coeficientes	de	difusão	com	correção	para o	feito	de	aresta.

corpo de prova	$D_x(10^{-7}\cdot mm^2/s)$	$D(10^{-7} \cdot mm^2/s)$
padronizado	6,25	2,21
não padronizado I	4,42	2,59
não padronizado II	3,74	2,97

186



Figura 5. Porcentagem de água absorvida em função do tempo para corpos de prova com diferentes dimensões ( $T = 20^{\circ}$  C).

Na Tabela V estão mostrados os resultados experimentais obtidos, a 20°C, usando-se três diferentes porcentagens de catalizador. Estes resultados indicam que o processo de difusão não foi modificado pela variação da razão resina/catalizador, na faixa estudada.

Tabela V. Variação do coeficiente de difusão em função da razão resina/endurecedor.

% de catalizador	$D(10^{-7} \cdot mm^2/s)$
0,2	1,75
0,1	1,78
0,05	2,01

## Parâmetros de Tenacidade

Os resultados obtidos nos ensaios de tenacidade à fratura estão mostrados nas Figuras 6 e 7, para as temperaturas de imersão de 20°C e 60°C, respectivamente. As barras representam o desvio padrão dos resultados.



Figura 6. Variação de K<sub>I</sub> e G<sub>I</sub> em função do tempo, para 20°C.

O comportamento à fratura foi bastante influenciado pela temperatura do meio. A 20°C a tenacidade apresenta pequena variação, com um máximo em 14 dias de imersão. Para 60°C existe um pico, correspondente a 12 horas, a partir do qual o valor da tenacidade cai continuamente com o aumento do tempo de imersão. O comportamento descrito pelos dois parâmetros ( $K_I e G_I$ ) são qualitativamente similares.

O ligeiro aumento da tenacidade encontrado nos resultados para 20°C foi atribuído à ação plastificante da água na resina poliéster, pois este efeito induz a um embotamento da ponta da trinca devido à redução do limite de escoamento do material [24]. Com o aumento da temperatura para valores próximos à temperatura de transição vítrea ( $Tg = 77^{\circ}$ C para a resina poliéster ortoftálica [34]) outros mecanismos, tais como movimentos de rotação e de translação das moléculas são importantes na absorção de energia [29], acarretando um aumento considerável na tenacidade à fratura no início do processo de absorção

188





de água. Porém, para polímeros com espécies de baixo peso molecular, como as existentes nesta resina, após um tempo inicial de imersão, ocorre lixiviação [36]. Este processo promove uma acentuada queda na tenacidade, mas, devido a limitação da quantidade máxima de espécies que pode ser trocada no processo de lixiviação, esta queda tende a decrescer e, eventualmente, cessar. Deste modo, a tendência do valor da tenacidade é, após uma queda inicial brusca, se tornar assintóticamente constante, conforme mostrado nas Figs.7a e b.

#### Fractografia

A análise das superfícies de fratura mostrou que o processo de fratura atuante foi o mesmo para todos os tempos de imersão em ambas as temperaturas, sendo caracteristicamente um processo descontínuo, cuja progressão se dá pela junção de múltiplas trincas secundárias com a frente da trinca principal que avança.

Duas morfologias básicas, características deste processo [37], foram identificadas nas superfícies de fratura, a saber: estrias e parábolas (facetas). Foram identificadas, ainda, zonas de rasgamento [38], localizadas à frente do entalhe mecânico, na região inicial da fratura.

As estrias são formadas pela junção de dois segmentos adjacentes da trinca [39], conforme mostrado na Fig.8. Na Fig.9 está mostrada a superfície de fratura para uma amostra ensaiada após 8 dias de imersão a 20°C. Vê-se uma estria  $(\rightarrow)$ formada na interseção de dois planos, conforme o esquema da Fig.8. Em função da porcentagem de água absorvida e da temperatura de condicionamento, a junção dos diversos segmentos de trinca pode ocorrer com extensiva deformação plástica cisalhante (Fig.10), formando marcas de rasgamento, i.e., estrias com arestas embotadas.

As marcas parabólicas são formadas pela interseção da trinca principal com trincas secundárias, nucleadas à frente e fora do plano de propagação da trinca principal [40-42]. Na Fig.II está mostrado o aspecto morfológico destas marcas. As zonas de rasgamento são também constantes de extensiva deformação plástica cisalhante [38], devido à plastificação do polímero pelo efeito da água absorvida e/ou pelo aumento da temperatura de condicionamento.



Figura 8. Modelo da formação de uma estria pela junção de dois planos de propagação de trinca [39].



Figura 9. Estria formada segundo o mecanismo proposto na figura 8. ( $T = 20^{\circ}$ C, 8 dias).



Figura 10. Marcas de rasgamento desenvolvidas na junção de dois planos em função da plastificação do polímero.  $(T = 60^{\circ}C, 4 \text{ dias})$ .

Em função da porcentagem de água absorvida e da temperatura de imersão, a topografia das superfícies de fratura mostrou uma marcante variação de relevo. Para as amostras condicionadas a 20°C a superfície de fratura foi mais uniforme para todos os tempos de imersão. Nestas amostras a junção das estrias deu-se sempre de um modo abrupto, sem o desenvolvimento de marcas de rasgamento (Fig.12). Observou-se, entretanto, variação do tamanho da zona de rasgamento em função do tempo de imersão. O comprimento desta região, praticamente inexistente para t = 0, aumentou até  $t \approx 10$  dias decaindo, a seguir, para os maiores tempos de imersão (cf., Fig.12). Comparando-se esta observação com os resultados de tenacidade conclui-se-que a plastificação do polímero, com consequente embotamento da ponta da trinca e deformação plástica cisalhante, é um mecanismo eficaz no aumento da tenacidade.



Figura 11. Marcas parabólicas formadas pela junção da trinca principal com microtrincas secundárias.  $(T = 20^{\circ}C, 43 \text{ dias}).$ 

Para 60°C, diversas marcas de rasgamento unindo os diferentes planos de propagação da trinca, podem ser observadas uniformemente distribuídas pela superfície de fratura (cf., Fig.10). Para esta temperatura as zonas de rasgamento são bem maiores que para 20°C. Observou-se, também, um forte efeito do tempo de imersão sobre a rugosidade da superfície de fratura. Para tempos de imersão longos (t > 2 dias) a superfície de fratura tem menos marcas de rasgamento que para os tempos em que a tenacidade foi máxima (cf., Fig.10 vs Fig.13). Este aspecto foi atribuido a degradação do polímero pelos efeitos de hidrólise e lixiviação, que tornam menos efetivo o embotamento da trinca e a deformação cisalhante correspondente.





Figura 12. Variação da morfologia da superfície de fratura em função do tempo de imersão. Observam-se estrias ( $\implies$ ) è zonas de rasgamento ( $\longrightarrow$ ). a) como fabricado, b)  $T = 20^{\circ}$ C, 8 dias e c)  $T = 20^{\circ}$ C, 43 dias.



Figura 13. Superfície de fratura mostrando maior quantidade de mecanismos absorvedores de energia (parábolas,  $\Longrightarrow$ , marcas de rasgamento,  $\longrightarrow$ , e zona de rasgamento,  $\longrightarrow$ ). ( $T = 60^{\circ}$ C, 12 horas).

## CONCLUSÕES

Os resultados experimentais obtidos indicam que o processo de absorção de água pela resina poliéster ortoftálica pode ser descrito pelo modelo de difusão fickiano, levando-se em conta o efeito de aresta relacionado à difusão tridimensional. Foram observados desvios do comportamento fickiano do tipo I e II para as temperaturas de imersão superiores à temperatura ambiente. O desvio do tipo I ( $T = 60 e 80^{\circ}$ C) foi associado à presença de água em duas fases distintas dentro do polímero. O desvio do tipo II ( $T = 40^{\circ}$ C) foi associado à formação de microtrincas nas amostras.

Dentro da estreita faixa estudada, a variação da razão resina/endurecedor não

modificou o processo de difusão.

O comportamento à fratura é bastante influenciado pelo tempo e temperatura de imersão. Para a temperatura ambiente o aumento da tenacidade é devido principalmente à ação plastificante da água e consequente embotamento da ponta da trinca devido a redução do limite de escoamento do polímero. Para temperaturas maiores, a variação da tenacidade é fortemente influenciada pelo tempo de imersão. Nestas temperaturas o valor da tenacidade é balanceado pelos mecanismos de agitação térmica das moléculas e lixiviação.

O exame da superfície de fratura permite identificar as marcas características do processo de fratura, tendo-se identificado estrias, parábolas (facetas) e zonas de rasgamento, cujos tamanhos relativos e embotamento são variáveis em função da temperatura e do tempo de imersão.

#### AGRADECIMENTOS

A SCT/PR e FINEP pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- LOOS, A.C. e SPRINGER, G.S. Moisture Absorption of Graphite-Epoxy Composites Immersed in Liquids and in Humid Air, Journal of Composite Materials, 13:131-147, 1979.
- [2] DEXTER, P.F. Graphite/Epoxy Landing Gear Environmental Tests, Sampe Quarterly, 7(2):39-45, 1976.
- [3] OKEN, S. e HOGGAT, J.T. Behavior of Graphite Composites in a Marine Environment, Sampe Quarterly, 9(2):21-27, 1978.
- [4] SPRINGER, G.S., SANDERS, B.A. e TUNG, R.W. Environmental Effects on Glass Fiber Reinforced Polyester and Vinylester Composites, Journal of Composite Materials, 14:213-232, 1980.
- [5] LOOS, A.C., SPRINGER, G.S., SANDERS, B.A. e TUNG, R.W. Moisture Absorption of Polyester-E Glass Composites, Journal of Composite Materials, 14:142-154, 1980.

Avaliação da Tenacidade a Fratura de uma Resina Poliester

- [6] SHEN, C.H. e SPRINGER, G.S. Effects of Moisture and Temperature on the Tensile Strength of Composite Materials, Journal of Composite Materials, 11:2-16, 1977.
- [7] SHEN, C.H. e SPRINGER, G.S. Environmental Effects on the Elastic Moduli of Composite Materials, Journal of Composite Materials, 11:250-264, 1977.
- [8] GARG, A.C. Effect of Moisture and Temperature on Fracture Behavior of Graphite-Epoxy Laminates, Engineering Fracture Mechanics, 29:127-149, 1988.
- [9] GARG, A.C. e PAWAR, S.K. Environmental Effect on the Fracture Behaviour of Glass Fibre Reinforced Polyester, Fibre Science and Technology, 17:133-139, 1982.
- [10] GARG, A.C. e PALIWAL, V. Effect of Water on Fracture Behaviour of Glass Fibre Reinforced Polymers, Fibre Science and Technology, 17:63-69, 1982.
- [11] APICELLA, A., MIGLIARESI, C., NICODEMO, L., NICOLAIS, L., IACCARINO, L. e ROCCOTELLI, S. Water Sorption and Mechanical Properties of a Glass-Reinforced Polyester Resin, Composites, 13:406-410, 1982.
- [12] WRIGHT, W.W. The Effect of Difusion of Water into Epoxy Resins and Their Carbon-Fibre Reinforced Composites, Composites, 12:201-205, 1981.
- [13] DEWIMILLE, B. e BUNSELL, A.R. The Modelling of Hygrothermal Aging in Glass Fibre Reinforced Epoxy Composites, Journal of Physics D:Applied Physics, 15:2079-2091, 1982.
- [14] VALENTIN, D., PARAY, F. e GUETTA, B. The Hygrothermal Behaviour of Glass Fibre Reinforced Pa66 Composites: A Study of the Effect of Water Absorption on Their Mechanical Properties, Journal of Materials Science, 22:46-56, 1987.
- [15] SHEN, C.H. e SPRINGER, G.S. Moisture Absorption and Desorption of Composite Materials, Journal of Composite Materials, 10:2-20,1976.

- [16] BONNIAU, P. e BUNSELL, A.R. A Comparative Study of Water Absorption Applied to Glass Epoxy Composites, Journal of Composite Materials, 15:272-293, 1981.
- [17] CRANK, J. The Mathematics of Diffusion. 2<sup>a</sup>ed., Clarendon Press, Oxford, 1975.
- [18] HAHN, H.T. Hygrothermal Damage in Graphite/Epoxy Laminates, Journal of Engineering Materials and Technology, 109:3-11, 1987.
- [19] BLIKSTAD, M., SJOBLOM, P.O.W. e JOHANNESSON, T.R. Long-Term Moisture Absorption in Graphite/Epoxy Angle-Ply Laminates, Journal of Composite Materials, 18:32-46, 1984.
- [20] BELLENGER, V., VERDU, J. e MOREL, E. Structure-Properties Relationships for Densely Cross-Linked Epoxide-Amine Systems Based on Epoxide or Amine Mixtures. Part 2 Water Absorption and Diffusion, Journal of Materials Science, 24:63-68, 1989.
- [21] SODERHOLM, K.J. e CALVERT, P.D. Effects of Water on Glass-Filled Methacrylate Resins, Journal of Materials Science, 18:2957-2962, 1983.
- [22] INGLIS, C.E. Stresses in a Plate due to the Presence of Cracks and Sharp Corners, Transactions of the Institute of Naval Architects, 55:219-241, 1913.
- [23] GRIFFITH, A.A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A221:163-197, 1921.
- [24] CHRISTIANSEN, A. e SHORTALL, J.B. The Fracture Toughness and Fracture Morphology of Polyester Resins, Journal of Materials Science, 11:1113-1123, 1976.
- [25] MOLONEY, A.C. e KAUSCH, H.H. Direct Observations of Fracture Mechanisms in Epoxide Resins, Journal of Materials Science Letters, 4:289-292, 1985.
- [26] LOW, I.M. e MAY, Y.W. Rate and Temperature Effects on Crack Blunting Mechanisms in Pure and Modified Epoxies, Journal of Materials Science, 24:1634-1644, 1989.

Avaliação da Tenacidade a Fratura de uma Resina Poliester

- [27] DOYLE, M.J., MARANCI, A., OROWAN, E. e STORK, S.T. The Fracture of Glassy Polymers, Proceedings of the Royal Society of London A, 329:131-151, 1972.
- [28] BROEK, D. Elementary Engineering Fracture Mechanics, Noordhoff International Publishing, 1974, cap.3.
- [29] HASHEMI, S. e WILLIAMS, J.G. Size and Loading Mode Effects in Fracture Toughness Testing of Polymers, Journal of Materials Science, 19:3746-3752, 1984.
- [30] WONG, T.C. e BROUTMAN, L.J. Moisture Diffusion in Epoxy Resins-Part I. Non Fickian Sorption Processes, Polymer Engineering and Science, 25:521-526, 1985.
- [31] HAN, K.S. e KOUTSKY, J. Effect of Water on the Interlaminar Fracture Behaviour of Glass Fibre-Reinforced Polyester Composite, Composites, 14:67-70, 1983.
- [32] WOO, M. e PIGGOT, M.R. Water Absorption of Resins and Composites: I.Epoxy Homopolymers and Copolymers, Journal of Composite Technology and Research, 9:101-107, 1987.
- [33] WOO, M. e PIGGOT, M.R. Water Absorption of Resins and Composites: II.Diffusion in Carbon and Glass Reinforced Epoxies, Journal of Composite Technology and Research, 9:162-166, 1987.
- [34] MALHEIROS, J.P.M. Degradação das Propriedaes Mecânicas de Resinas e Materiais Conjugados por Absorção de Água, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia,1989.
- [35] PRITCHARD, G. e SPEAKE, S.D. The Use of Water Absorption Kinetic Data to Predict Laminate Property Changes, Composites, 18:227-232, 1987.
- [36] PRITCHARD, G., ROSE, R.G. e TANEJA, N. The Effect of Water on the Critical Stress Intensity Factor of Unsatureted Polyester Resins, Journal of Materials Science, 11:718-722, 1976.
- [37] D'ALMEIDA, J.R.M., MALHEIROS, J.A.P. e ARAGÃO, E.E.A. Water Sorption and Fracture Toughness Variation of a Polyester Resin: Fractographic Analysis, Proceedinds of the 4<sup>th</sup> Macromolecular Colloquium Freiburg-Porto Alegre, Gramado, 1990, 65-66.

- [38] LOW, I.M. e MAY, Y.M. Micromechanisms of Crack Extension in Unmodified and Modified Epoxy Resins, Composites Science and Technology, 33:191-212, 1988.
- [39] ATSUTA, M. e TURNER, D.T. Fractography of Highly Crosslinked Polymers, Journal of Materials Science Letters, 1:167-169, 1982.
- [40] OWEN, M.J. e ROSE, R.G. Fractography of Polyester Resins, Journal of Materials Science, 10:1711-1718, 1975.
- [41] D'ALMEIDA, J.R.M., GRAÇA, M.L.A. e DARWISH, F.A.I. Características Mecânicas e Fractográficas da Resina Epoxi DER 331, Anais do 7ºCBECIMAT, Florianópolis, 1986, 491-494.
- [42] GRAÇA, M.L.A., D'ALMEIDA, J.R.M. e DARWISH, F.A.I. Micromecanismos de Fratura em Resina Epoxi, Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, XI:133-146, 1989.

Revista Brasileira de Ciências Mecânicas. Vol. 1. Nº 1 (1979)-Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas. Trimestral Inclui referências bibliográficas. 1. Mecânica ISSN-0100-7386

#### **OBJETIVO E ESCOPO**

A Revista Brasileira de Ciências Mecânicas visa a publicação de trabalhos voltados ao projeto, pesquisa e desenvolvimento nas grandes áreas das Ciências Mecânicas. É importante apresentar os resultados e as conclusões dos trabalhos submetidos de forma que sejam do interesse de engenheiros, pesquisadores e docentes.

O escopo da Revista é amplo e abrange as áreas essenciais das Ciências Mecânicas, incluindo interfaces com a Engenharia Civil, Elétrica, Metalúrgica, Naval, Nuclear, Química e de Sistemas. Aplicações da Física e da Matemática à Mecânica também serão consideradas.

Em geral, os Editores incentivam trabalhos que abranjam o desenvolvimento e a pesquisa de métodos tradicionais bem como a introdução de novas idéias que possam potencialmente ser aproveitadas na pesquisa e na indústria.

#### AIMS AND SCOPE

The Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences is concerned primarily with the publication of papers dealing with design, research and development relating to the general areas of Mechanical Sciences. It is important that the results and the conclusions of the submitted papers be presented in a manner which is appreciated by practicing engineers, researchers, and educators.

The scope of the Journal is broad and encompasses essential areas of Mechanical Engineering Sciences, with interfaces with Civil, Eletrical, Metallurgical, Naval, Nuclear, Chemical and System Engineering as well as with the areas of Physics and Applied Mathematics.

In general, the Editors are looking for papers covering both development and research of traditional methods and the introduction of novel ideas which have potential application in science and in the manufacturing industry.

Notes and Instructions To Contributors

- The Editors are open to receive contributions from all parts of the world; manuscripts for publication should be sent to the Editor-in-Chief or to the appropriate Associate Editor.
- 2. (i) Papers offered for publication must contain unpublished material and will be referred and assessed with reference to the aims of the Journal as stated above. (ii) Reviews should constitute an outstanding critical appraisal of published materials and will be published by suggestion of the Editors. (iii) Letters and communications to the Editor should not exceed 400 words in length and may be: Criticism of articles recently published in the Journal; Preliminary announcements of original work of importance warranting immediate publication; Comments on current engineering matters of considerable actuality.
- 3. Only papers not previously published will be accepted. Authors must agree not to publish elsewhere a paper submitted to and accepted by the Journal. Exception can be made in some cases of papers published in annals or proceedings of conferences. The decision on acceptance of a paper will be taken by the Editors considering the reviews of two outstanding scientists and its originality, and contribution to science and/or technology.
- 4. All contributions are to be in English or Portuguese. Spanish will also be considered.
- 5. Manuscripts should begin with the title of the article, including the english title, and the author's name and address. In the case of co-autors, both addresses should be clearly indicated. It follows the abstract; if the paper's language is different from english, an extended summary in this language should be included. Up to five words for the paper are to be given. Next, if possible, should come the nomenclature list.
- Manuscripts should be typed with double spacing and with ample margins. Material to be published should be submitted in triplicate. Pages should be numbered consecutively.
- 7. Figures and line drawing should be originals and include all relevant details; only excelent photocopies should be sent. Photographs should be sufficiently enlarged to permit clear reproduction in half-tone. If words or numbers are to appear on a photograph they should be sufficiently large to permit the necessary reduction in size. Figure captions should be typed on a separate sheet and placed at the end of the manuscript.

## **REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS** JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Vol. XVI - Nº 2

# ÍNDICE / CONTENTS

P.Smith Neto and S.F. Stiemer	Experimental Results from Buckling Behavior of Steel Shear Plates	99
F.J. Soeiro	Locating Damage in a	
P Hajela	Identification Techniques: an	
I. Hajela	Experimental Investigation	119
H.C. Braga	Comportamento Mecânico	
e	a Quente de Uma	
R.A.N.M. Barbosa	Liga de Alumínio	135
F.A Rochinha	Modelagem e	
R. Sampaio	Simulação Numérica	
P. Le Tallec	de Cabos Umbilicais	153
J.A.P. Malheiros	Avaliação da Tenacidade	
E.E.A. de Aragão	à Fratura de Uma Resina	
e	Poliéster Ortoftálica	
J.R.M. d'Almeida	em Função do Tempo e	
	Temperatura de Imersão	
	em Agua Destilada	175

1992