

Revista Brasileira de Ciências Mecânicas

Journal of
the Brazilian
Society of
Mechanical Sciences



PUBLICAÇÃO DA ABCM - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

VOL. XVIII - No. 3 - SEPTEMBER 1996

ISSN 0100-7386

JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF
MECHANICAL SCIENCES

Vol. 1, Nº 1 (1979)

Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ciências
Mecânicas
Trimestral

Inclui referências bibliográficas:

1. Mecânica

ISSN-0100-7386

A REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICA

publica trabalhos que cobrem os vários aspectos da
ciência e da tecnologia em Engenharia Mecânica,
incluindo interfaces com as Engenharias Civil, Elétrica,
Química, Naval, Nuclear, Aeroespacial Alimentos,
Agrícola, Petróleo, Materiais, etc., bem como aplicações
da Física e da Matemática à Mecânica.

INDEXED by Applied Mechanics Reviews
and Engineering Information, Inc.

Publicação da / Published by
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Secretária da ABCM: Ana Lúcia Fróes de Souza
Avenida Rio Branco, 124-18º Andar
20040-001 Rio de Janeiro RJ
Tel.: (021) 221-0438/Fax: (021) 222-7128

Presidente: Carlos Alberto de Almeida
Vice-Presidente: Arthur Palmeira Ripper Neto
Secretário Geral: Hans Ingo Weber
Diretor de Patrimônio: Felipe Bastos de F. Rachid
Secretário: Paulo Batista Gonçalves

Secretária da RBCM: Maria de Fátima Alonso de Souza
UNICAMP - FEM - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel.: (019) 239-8353/Fax: (019) 239-3722

EDITOR:

Leonardo Goldstein Júnior
UNICAMP - FEM - DETF - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel: (019) 239-3006 Fax: (019) 239-3722

EDITORES ASSOCIADOS:

Agenor de Toledo Fleury
IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas
Divisão de Mecânica e Eletricidade - Agrupamento de Sistemas de Controle
Cidade Universitária - C.P. 7141
01064-970 São Paulo SP
Tel: (011) 268-2211 Ramal 504 Fax: (011) 869-3353

Angela Ourívio Nieckele

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Marquês de São Vicente, 225 Gávea
22453-900 Rio de Janeiro RJ
Tel: (021) 239-0719 Fax: (021) 294-9148

Carlos Alberto Carrasco Altermani

UNICAMP - FEM - DE - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel: (019) 239-8435 Fax: (019) 239-3722

Paulo Elgi Miyagi

Universidade de São Paulo - Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Mecânica - Mecatrônica
Avenida Prof. Mello Moraes, 2231
05508-900 São Paulo SP
Tel: (011) 818-5580 Fax: (011) 818-5471/813-1886

Walter L. Weingaertner

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica - Laboratório de Mecânica de Precisão
Campus Universitário Trindade - C.P. 476
88040-902 Florianópolis SC
Tel: (048) 231-9395/234-5277 Fax: (048) 234-1519

CORPO EDITORIAL:

Arci de Faro Orlando (PUC-RJ)
Antonio Francisco Fortes (UnB)
Armando Albertazzi Jr. (UFSC)
Atair Rios Neto (INPE)
Benedito Moraes Piraqueto (EESC-USP)
Caino Mario Costa (EMBRACO)
Carlos Alberto de Almeida (PUC-RJ)
Carlos Alberto Martin (UFSC)
Clovio Raimundo Maliska (UFSC)
Emanuel Rocha Worski (UNESP-FEIS)
Francisco Emílio Baccaro Negró (IPT SP)
Francisco José Simões (UFPA)
Genesio José Menon (EFEI)
Hans Ingo Weber (UNICAMP)
Henrique Rozenfeld (EESC USP)
Jair Carlos Dutra (UFSC)
João Alziro Herz de Jornada (UFRGS)
José João de Espindola (UFSC)
Jurandir Itiro Yanagihara (EP USP)
Lirio Schaefer (UFRGS)
Lourival Boets (UFSC)
Luis Carlos Sandoval Goes (ITA)
Marcio Ziviani (UFMG)
Moyses Zindeuk (COPPE-UFRJ)
Nisio de Carvalho Lobo Brum (COPPE-UFRJ)
Nivaldo Lemos Cupim (UNICAMP)
Paulo Alonso de Oliveira Sciveto (ITA)
Rogério Martins Saldanha da Gama (LNCC)
Valder Stetten Jr. (UFU)

REVISTA FINANCIADA COM RECURSOS DO

Programa de Apoio a Publicações Científicas

MCT



Analytical Integration of Membrane-Bending Coupling Terms in Non-Linear Boundary Element Analysis of Mindlin-Reissner Plates

Rogério J. Marczak

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Departamento de Engenharia Mecânica
90050-170 Porto Alegre, RS Brasil

Abstract

This paper describes an analytical approach for the integration of the membrane-bending coupling terms that arise in geometrically non-linear boundary element analysis of plates. The integration is performed in two different ways: using a form of Stokes's theorem and subdividing a quadrangular cell into four triangular subcells mapped by a local polar coordinate system. In the former case, a cancelation of the convective term occurs. Numerical results are presented in order to verify the effectiveness of the schemes.

Keywords: Plates, Boundary Element Method, Membrane Coupling Terms

Introduction

The boundary element method (BEM) approach to the solution of plate buckling or post-buckling problems starts from the Somigliana identities for the displacements and curvatures (Costa Jr. and Brebbia, 1985, Xiao-Yan et alii, 1990):

$$C(P)u(P) + \int_{\Gamma} T(q, P)u(q) d\Gamma_q = \int_{\Gamma} U(q, P)t(q) d\Gamma_q + \int_{\Omega} \hat{U}(Q, P)N(Q)\bar{w}(Q) d\Omega_Q$$

$$\bar{w}(P) - \int_{\Gamma} \bar{T}(q, P)u(q) d\Gamma_q = - \int_{\Gamma} \bar{U}(q, P)t(q) d\Gamma_q + \lambda \int_{\Omega} \bar{\bar{U}}(Q, P)N(Q)\bar{w}(Q) d\Omega_Q + \lambda c_1(P)\bar{w}(P)$$

which generally leads, after the collocation process, to the following set of algebraic equations (Costa Jr. and Brebbia, 1985, Marczak, 1994):

$$Hu = Gt - \lambda B\bar{w} \quad (1.a)$$

$$\bar{w} + Fu = Dt + \lambda E\bar{w} \quad (1.b)$$

where $u = \{u_1, u_2, u_3, \theta_1, \theta_2\}^T$ and $t = \{q_1, q_2, q_3, m_1, m_2\}^T$ are the displacements and tractions at the nodes on the boundary Γ , respectively, and \bar{w} is a vector containing the curvatures of the plate at internal points (namely, $u_{3,\alpha}$). The matrix E contains the generally called membrane-bending coupling terms. These terms are responsible for the coupling between the membrane stresses $N_{\alpha\beta}$ and the transverse displacement u_3 . When no dual or multiple reciprocity procedure is being used, the discretization of the domain Ω becomes necessary to evaluate the matrix E . Eq. (1.b) follows from the definition of the integral equation for the curvatures, and the general expression for the matrix E can be written as:

$$E_{\alpha\beta}(P) = \int_{\Omega} U_{33,\alpha\gamma}(Q,P) N_{\gamma\beta}(Q) d\Omega_Q - \frac{N_{\alpha\beta}(P)}{D(1-\nu)\lambda^2}, \quad (2)$$

where the last term of right hand side is the so called convective term $c_i(P)$, and it has to be considered only when $P \equiv Q$. The convective term arises from the application of the Leibnitz formulae, a necessary procedure when differentiation of integrals with singular kernels is performed (Brebbia, et alli, 1984). U is the Mindlin/Reissner fundamental displacement tensor. When $P \neq Q$, the matrix $E(P)$ can be evaluated by standard Gaussian quadrature or the cubic transformation proposed by Telles (Telles, 1987). But when $P \equiv Q$, the integral over Ω in Eq. (2) must be interpreted in the sense of its Cauchy principal value. The tensor U contains weak ($\ln r$) and strong ($1/r^2$) singularities acting as kernels of the integrals in Eq. (2) (Weeën, 1982, Xiao-Yan et alli, 1990). Then special schemes have to be employed in order to integrate these terms.

This work presents two possible approaches for the integration of the strongly singular terms of Eq. (2), that is

$$\hat{E}_{\alpha\beta}^s(Q) = \int_{\Omega} U_{33,\alpha\gamma}^s(Q,P) N_{\gamma\beta}(Q) d\Omega_Q, \quad (3)$$

where $U_{33,\alpha\gamma}^s$ contains only the singular term of $U_{33,\alpha\gamma}$:

$$U_{33,\alpha\beta}^s = \frac{-1}{\pi D(1-\nu)\lambda^2} (\delta_{\alpha\beta} - 2r_{,\alpha} r_{,\beta}) \frac{1}{r^2}. \quad (4)$$

Although the above expressions are particularized for the Mindlin/Reissner plate theories, these terms seem to be always present in buckling or post-buckling analysis of plates by BEM. The present approach can be used in a straightforward manner for constant or discontinuous linear domain cells.

The Use of Stoke's Theorem

As a first attempt to regularize Eq. (3), we apply a form of Stokes's theorem. Here, the basic idea is to apply the divergence theorem to transform an integral defined over a cell to another integral evaluated over its boundaries. If this is possible, the resulting integral will be at most quasi-singular. This is accomplished by performing a proper limit procedure, following the path illustrated in Fig. 1. Equation (3) is then transformed in the following line integrals:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\alpha\beta}^s(Q) = & \oint_{\partial\Omega} U_{33,\alpha}^s(Q,P) n_{\gamma}(Q) N_{\gamma\beta}(Q) d\partial\Omega + \\ & + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_{\partial\epsilon} U_{33,\alpha}^s(Q,P) n_{\gamma}(Q) N_{\gamma\beta}(Q) d\partial\epsilon, \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$U_{33,\alpha}^s = \frac{-1}{\pi D(1-\nu)z^2} r r_{,\alpha} = \frac{-1}{\pi D(1-\nu)\lambda^2} \frac{r_{,\alpha}}{r}, \quad (6)$$

is the part of $U_{33,\alpha}^s$ that, when differentiated with respect to $x_{\beta}(Q)$ gives Eq. (4). Splitting Eq. (5) in two terms:

$$\hat{E}_{\alpha\beta}^s(Q) = I_{\alpha\beta}^{\Omega}(Q) + I_{\alpha\beta}^{\epsilon}(Q), \quad (7)$$

and noting that over $\partial\epsilon$ (see Fig. 1) $d\Gamma_\epsilon = \epsilon d\theta$ and $r_{,\alpha} = -n_\alpha$, the result is:

$$I_{\alpha\beta}^\epsilon(Q) = \oint \frac{n_\alpha(Q) n_\beta(Q)}{2\pi \pi D (1-\nu) \lambda^2} d\theta N_{\gamma\beta}(Q) = \frac{N_{\alpha\beta}(Q)}{\pi D (1-\nu) \lambda^2} = -c_t(Q) \quad (8)$$

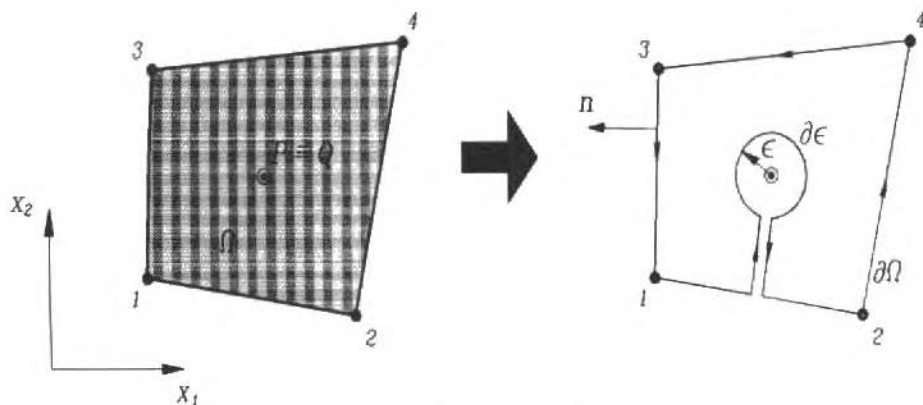


Fig. 1 Integration Path for the Use of the Stokes's Theorem

The matrix \hat{E} can now be written:

$$\hat{E}_{\alpha\beta}(P) = \int_{\Omega} U_{33,\alpha}^n(Q,P) N_{\gamma\beta}(Q) d\Omega_Q + \oint_{\partial\Omega} U_{33,\alpha\gamma}^s(Q,P) n_\gamma(Q) N_{\gamma\beta}(Q) d\Gamma_Q + \frac{N_{\alpha\beta}(Q) - N_{\alpha\beta}(Q)}{D(1-\nu)\lambda^2}, \quad (9)$$

where the index n indicates the account for regular and quasi-singular terms only. From Eq. (9) emerges the conclusion that the use of the Stokes's theorem leads to the cancelation of the convective term. Furthermore, the second integral on the right hand side of Eq. (9) is only quasi-singular, avoiding the use of sophisticated quadrature rules. The only numerical procedure necessary for the evaluation of this term is to map each cell side using one-dimensional shape functions and to apply standard gaussian quadrature.

Analytical Integration

The analytical integration performed here is devoted to constant domain cells, although its extension to linear cells is quite simple. A quadrilateral constant domain cell Ω can be subdivided into four triangular sub-cells Ω_j ($j = 1, 4$), as sketched in Fig. 2 (if triangular cells are employed, the subdivision is no longer necessary). For each sub-cell a new coordinate system z_1, z_2 is defined, with its origin located on the load point P_1 (Banerjee and Butterfield, 1981). The axis z_2 is perpendicular to the side that does not intercept P_1 (see Fig. 2). The point P_1 correspond to the original position of the singular point P , independent of which sub-cell Ω_j is being considered. In the new coordinate system z_1, z_2 , the following relations hold:

$$r_{,\alpha} = \sin\theta e_{1\alpha} + \cos\theta e_{2\alpha} \quad (9)$$

$$r(\theta) = \frac{h}{\cos\theta}, \quad (10)$$

where $e_{1\alpha}$ and $e_{2\alpha}$ are the director cosines of z_1 and z_2 with respect to the global axis x_α .

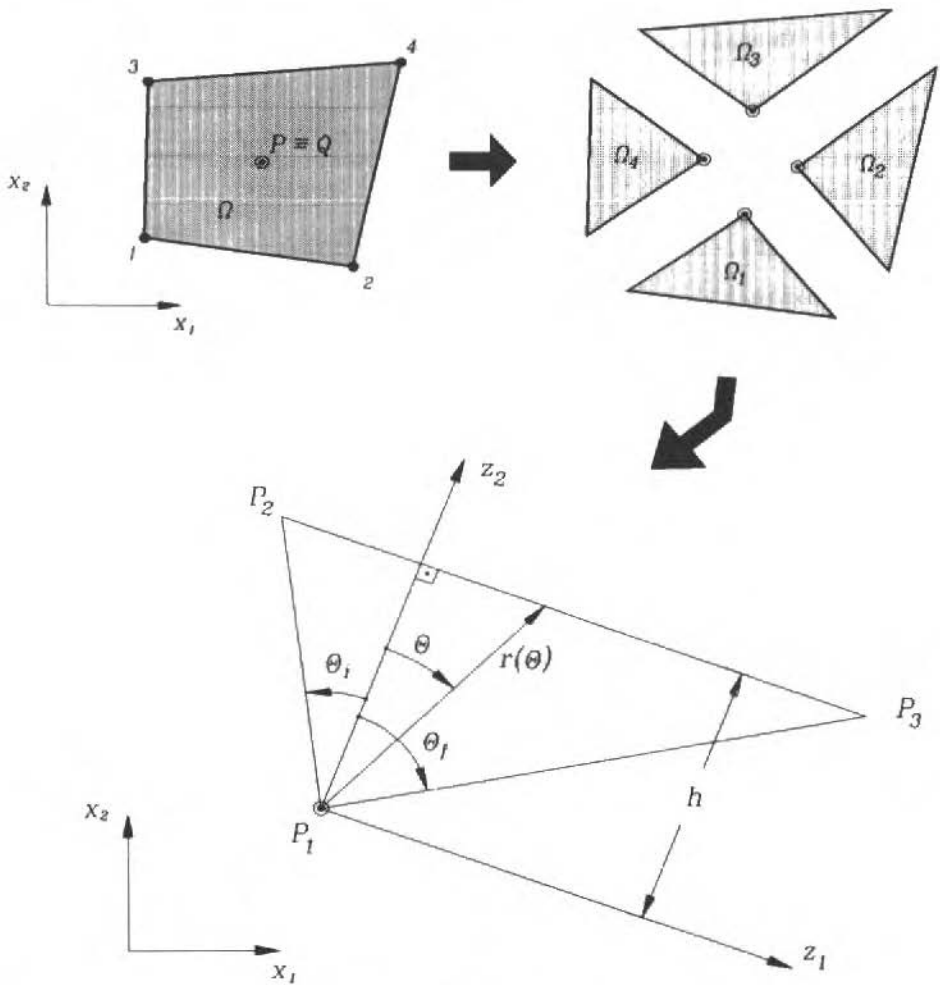


Fig. 2 Subdivision of a Quadrangular Domain Cell.

Rewriting Eq. (3) in the polar coordinate system r, θ :

$$\hat{E}_{\alpha\beta}^s(Q) = \int_{\Omega} U_{33,\alpha\gamma}^s(Q,P) N_{\gamma\beta}(Q) d\Omega_Q = I_{\alpha\beta}^1 + I_{\alpha\beta}^2 \quad (11)$$

where $I_{\alpha\beta}^1$ and $I_{\alpha\beta}^2$ are given by:

$$I_{\alpha\beta}^1 = \sum_{j=1}^4 \left[\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^f} \int_0^{r(\theta)} \frac{-CN_{\alpha\beta}(Q)}{r^2(Q,P)} r(Q,P) dr d\theta \right] \quad (12)$$

$$I_{\alpha\beta}^2 = \sum_{j=1}^4 \left[\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^f} \int_0^{r(\theta)} \frac{2Cr_{,\alpha} r_{,\gamma} N_{\gamma\beta}(Q)}{r^2(Q,P)} r(Q,P) dr d\theta \right] \quad (13)$$

and $C = \frac{1}{\pi D (1-\nu) \lambda^2}$ for the plate models used.

Attempting for the integration of $I_{\alpha\beta}^1$, we rewrite Eq. (12) in the form:

$$I_{\alpha\beta}^2 = \sum_{j=1}^4 \left(\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} -CN_{\alpha\beta}(Q) \int_0^r \frac{1}{r} dr d\theta \right) \quad (14)$$

Now is possible to make use of the following relation, valid for finite-part integrals (Kutt, 1975):

$$\frac{f(x)}{x^\lambda} dx = r^{1-\lambda} \int_0^1 \frac{f(rt)}{t^\lambda} dt + \frac{f^{(\lambda-1)}(0) \ln|r|}{(\lambda-1)!}, \quad (15)$$

where $f^{(\lambda-1)}$ is $(\lambda-1)$ -th derivative of $f(x)$. Equation (15) reduces to:

$$\int_0^r \frac{f(x)}{x^\lambda} dx = \int_0^1 \frac{1}{t} dt + \ln|r(\theta)|, \quad (16)$$

since $f(x) = 1$ ($\lambda = 1$ in the present case). Furthermore (Kutt, 1975b), $\int_0^1 \frac{1}{t} dt = 0$ leading to the final expression of (12):

$$I_{\alpha\beta}^1 = \sum_{j=1}^4 \left(\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} -CN_{\alpha\beta}(Q) \ln|r(\theta)| d\theta \right) \quad (17)$$

Substituting Eq. (10) into Eq. (17) gives:

$$I_{\alpha\beta}^1 = \sum_{j=1}^4 \left(\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} -CN_{\alpha\beta}(Q) \ln|h| d\theta + \int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} CN_{\alpha\beta}(Q) \ln|\cos\theta| d\theta \right) \quad (18)$$

which can be analytically integrated by:

$$I_{\alpha\beta}^1 = \sum_{j=1}^4 \left\{ CN_{\alpha\beta}(Q) \left[\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k-1} (2^{2k}-1)}{k(2k+1)!} B_{2k} \theta^{2k+1} \right) \Big|_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} - \ln|h| (\theta_r^j + \theta_r^i) \right] \right\} \quad (19)$$

where B_{2n} are Bernoulli numbers of even order (Dias, 1993). Returning to the integration of $I_{\alpha\beta}^2$, we rewrite Eq. (13):

$$I_{\alpha\beta}^2 = \sum_{j=1}^4 \left(\int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} 2C r_{,\alpha} r_{,\gamma} N_{,\gamma\beta}(Q) \int_0^r \frac{dr}{r} d\theta \right) \quad (20)$$

Using Eqs. (9), (10) and (15) results:

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta}^2 = & \sum_{j=1}^4 \left\{ 2 C \ln|h| \left[\frac{\theta}{2} (a_{\alpha\gamma} + c_{\alpha\gamma}) + \frac{\sin^2 \theta}{4} (c_{\alpha\gamma} - a_{\alpha\gamma}) + \frac{\sin^2 \theta}{2} b_{\alpha\gamma} \right] \Big|_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} N_{,\gamma\beta}(Q) \right. \\ & \left. - \int_{-\theta_j^i}^{\theta_j^j} 2C \ln|\cos\theta| \left[\sin^2 \theta a_{\alpha\gamma} \sin\theta \cos\theta b_{\alpha\gamma} + \cos^2 \theta c_{\alpha\gamma} \right] d\theta N_{,\gamma\beta}(Q) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

where

$$a_{\alpha\gamma} = e_{1\alpha} e_{1\gamma}$$

$$b_{\alpha\gamma} = e_{1\alpha} e_{2\gamma} + e_{1\gamma} e_{2\alpha}$$

$$c_{\alpha\gamma} = e_{2\alpha} e_{2\gamma}$$

and the integral on the right side of Eq. (21) is always limited if the sub-cell is triangular. Summing up Eqs. (19) and (21), the following expression results:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\alpha\beta}^s = & \sum_{j=1}^4 \left\{ CN_{\alpha\gamma}(Q) \left[\left[\Sigma_1(\theta) + 2 \ln|h| \left[\frac{\theta}{2} (a_{\gamma\beta} + c_{\gamma\beta} + 1) + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{\sin 2\theta}{4} (c_{\gamma\beta} - a_{\gamma\beta}) + \frac{\sin^2 \theta}{2} b_{\gamma\beta} \right] \right]_{-\theta_i}^{\theta_i} + \right. \\ & \left. \left. - \int_{-\theta_i}^{\theta_i} 2 \ln|\cos\theta| \left(\sin^2 \theta a_{\gamma\beta} + \sin\theta \cos\theta b_{\gamma\beta} + \cos^2 \theta c_{\gamma\beta} \right) d\theta \right] \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

where (Dias, 1993):

$$\Sigma_1(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k-1} (2^{2k} - 1)}{k(2k+1)!} |B_{2k}| \theta^{2k+1}. \quad (23)$$

After an intensive algebra, the resulting expression for the integration of $\hat{E}_{\alpha\beta}^s$ is found to be:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\alpha\beta}^s = & \sum_{j=1}^4 \left\{ \frac{1}{\pi D (1-\nu) \lambda^2} N_{\alpha\gamma}(Q) \left[\Sigma_1(\theta) + 2 \ln|h| \left[\frac{\theta}{2} a_{\gamma\beta} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. c_{\gamma\beta} + 1 \right) + \frac{\sin 2\theta}{4} (c_{\gamma\beta} - a_{\gamma\beta}) + \frac{\sin^2 \theta}{2} b_{\gamma\beta} \right] + 2J_{\gamma\beta}(\theta) \right]_{-\theta_i}^{\theta_i} \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

where

$$\begin{aligned} J_{\alpha\beta} = & \frac{1}{2} \left\{ (a_{\alpha\beta} + c_{\alpha\beta}) \theta \ln|\cos\theta| + \Sigma_2(\theta) \right\} + \\ & + (a_{\alpha\beta} - c_{\alpha\beta}) \left[\frac{1}{4} \tan\theta (\cos 2\theta + 1) - \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \ln|\cos\theta| \sin 2\theta \right] + \\ & - b_{\alpha\beta} \left[\ln|\cos\theta| \cos^2 \theta + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right] \end{aligned} \quad (25)$$

and

$$\Sigma_2(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k}(2^{2k}-1)}{(2k+1)!} |B_{2k}| \theta^{2k+1} \quad (26)$$

All of the above expressions were checked by symbolic algebra computer programs. The results presented here were successfully applied to the solution of moderately thick plate buckling problems (Marczak, 1994).

Numerical Assessment

Unfortunately, a direct comparison of the results developed here with those available in the literature is not possible, because the expressions obtained are already particularized for moderately thick plate fundamental solutions. As an attempt to validate the expressions obtained, in the sequel we present the results obtained for the integration of

$$I = \int_{\Omega} \frac{r_1}{r^2} d\Omega, \quad \Omega \equiv -1 \leq x_1, x_2 \leq +1. \quad (27)$$

In view of the simplicity of the integration domain, one can find some analytical or numerical solutions for Eq. (27), no matter where the load point is located on Ω .

Using the cell subdivision technique presented here, the following equation results for the integration of Eq. (27):

$$I = \sum_{j=1}^4 \left[\ln|h|(\sin\theta e_{21} - \cos\theta e_{11}) - \cos\theta(1 - \ln|\cos\theta|) e_{11} \right. \\ \left. + \sin\theta(1 - \ln|\cos\theta|) e_{21} - \ln\left| \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) \right| e_{21} \right]_{-\theta^j}^{\theta^j} \quad (28)$$

Table 1 shows the results obtained by Eq. (28) as well as numerical and analytical solutions reported by Theocaris et alii, 1980. The closed form solution is found to be (Theocaris et alii, 1980):

$$I = \ln \left[\frac{(1-x_2(P_1) + \sqrt{(1+x_1(P_1))^2 + (1+x_2(P_1))^2})}{(-1-x_2(P_1) + \sqrt{(1+x_1(P_1))^2 + (1+x_2(P_1))^2})} \times \right. \\ \left. \frac{(-1-x_2(P_1) + \sqrt{(1-x_1(P_1))^2 + (1+x_2(P_1))^2})}{(-1-x_2(P_1) + \sqrt{(1-x_1(P_1))^2 + (1-x_2(P_1))^2})} \right] \quad (29)$$

The numerical results were obtained by a trapezoidal rule in the circumferential direction (72 abscissas) and a transformation of Gauss-Legendre sample points on radial direction (20 points). The figures which diverged from formulae (29) are underscored.

Table 1 Results for the Integration of Eq. (27)

$x_1(P_1)$	$x_2(P_1)$	Eq. (28)	Eq. (29)	Numerical
0.60	0.00	-2.11417492	-2.11417492	-
0.60	0.50	-1.93571070	-1.93571070	-
-0.30	0.20	0.87901789	0.87901789	-
0.40	0.10	-1.23457868	-1.23457868	-1.234133
0.60	0.20	-2.08772293	-2.08772293	-2.087700
0.80	0.40	-3.41989565	-3.41989565	-3.419919

Table 2 illustrates the quality of the results when the load point is placed very close to the boundary of the cell. Again, good agreement is achieved.

Table 2 Results for Load Point Approaching the Boundary of the Cell

$x_1(P_1)$	$x_2(P_1)$	Eq. (28)	Eq. (29)
0.200000	0.200000	-0.569618100036693	-0.569618100036693
0.400000	0.400000	-0.167058231705192	-0.167058231705192
0.600000	0.600000	-1.847246085713838	-1.847246085713838
0.800000	0.800000	-2.782560237584587	-2.782560237584586
0.900000	0.900000	-3.585670652017027	-3.585670652017023
0.950000	0.950000	-4.331234934924862	-4.331234934924857
0.990000	0.990000	-5.981433213717143	-5.981433213717152
0.999900	0.999900	-10.596534729974270	-10.596534729965539
0.999999	0.999999	-15.201803919391898	-15.201803989427697

Some other schemes have been proposed in the literature. The use of gaussian quadrature on the circumferential direction and Kutt's quadrature (Kutt, 1975) on the radial direction seem to lead to good results (Faria et alii, 1981). Recently, some researchers proposed a polar triangular coordinate transformation (Li et alii, 1985, Lu and Ye, 1991) but, as noted by Huang e Cruse, 1993, coordinate transformations can not remove strong singularities.

Conclusions

The present work presented the development of two different strategies for the integration of membrane-bending coupling terms that arise in BEM approach to the solution of geometrically non-linear plate problems. The first approach uses a form of Stokes's theorem, allowing a simple implementation where the quadrature is performed along the sides of the cell. This method lead to a cancelation of the convective term (wich appears from the application of Leibnitz formula), and this is the main conclusion of the present work. The second approach applied a cell subdivision procedure already reported in the literature, here particularized for the Mindlin/Reissner fundamental solutions. The analytical expressions obtained uses Bernoulli numbers, and this can be cumbersome in single precision codes.

Both approaches were applied to quadrangular constant cells, but their use on triangular cells is straightforward, without the need of cell subdivision. The use of the proposed procedures is also possible for linear cells, but does not seem feasible for quadratic or high order shape functions.

References

- Banerjee, P.K., and Butterfield, R., 1981, *Boundary Element Methods in Engineering Science*, McGraw-Hill, xv+452p.

- Brebbia, C.A., Telles, J.C.F., and Wrobel, L.C., 1984, *Boundary Element Techniques - Theory and Applications in Engineering*, Springer-Verlag, Berlin, xiv+464p.
- Costa Jr, J.A., and Brebbia, C.A., 1985, "Elastic Buckling of Plates Using the Boundary Element Method", in: Brebbia, C.A. and Maier, G. (editors), *Boundary Elements VII - Proc. 7th Int. Conf., Villa Olmo, Italy*, Springer-Verlag, 4-29 - 4-42.
- Dias, A.T., 1993, *Funções Circulares*, Editora da Universidade Federal de Ouro Preto, iii+153p.
- Faria, L.M.O., Soares, C.A.M., Pereira, M.F.S., and Brebbia, C.A., 1981, "Boundary Elements in 2D Plasticity Using Quadratic Shape Functions", *Appl. Math. Modelling* 5, 371-375.
- Huang, Q., and Cruse, T.A., 1993, "Some Notes on Singular Integral Techniques in Boundary Element Analysis", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 36, 2643-2659.
- Kutt, H.R., 1975, "On the Numerical Evaluation of Finite-Part Integrals Involving an Algebraic Singularity", WISK 179, National Research Institute for Mathematical Sciences, Pretória, vii+169 p.
- Li, H.B., Han, G.M., and Mang, H.A., 1985, "A New Method for Evaluating Singular Integrals in Stress Analysis of Solids by the Direct Boundary Element Method", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 21, 2071-2098.
- Lu, S., and Ye, T.Q., 1991, "Direct Evaluation of Singular Integrals in Elastoplastic Analysis by the Boundary Element Method", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 32, 295-311.
- Marczak, R.J., 1994, "Boundary Element Method Linear Elastic Stability Analysis of Thin and Moderately Thick Plates", in: XV CILAMCE - Proc. 15th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods for Engineering, UFMG, Belo-Horizonte, Brasil, vol. I, 651-660.
- Telles, J.C.F., 1987, "A Self-Adaptive Co-Ordinate Transformation for Efficient Numerical Evaluation of General Boundary Element Integrals", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 24, 959-973.
- Theocaris, P.S., Ioakimidis, N.I., and Kazantzakis, J.G., 1980, "On the Numerical Evaluation of Two-Dimensional Principal Value Integrals", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 15, 629-634.
- Van der Weeën, F., 1982, "Application of the Boundary Integral Equation Method to Reissner's Plate Model", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 18, 1-10.
- Xiao-Yan, L., Mao-Kwang, H., and Xiuxi, W., 1990, "Geometrically Nonlinear Analysis of a Reissner Type Plate by the Boundary Element Method", *Computers & Structures* 37, 911-916.

Monitoramento do Desgaste da Ferramenta no Processo de Torneamento Usando Emissão Acústica

Monitoring the Tool Wear in the Turning Process Using Acoustic Emission

Anselmo Eduardo Diniz

Almir Pigari

Unicamp - Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Mecânica - C.P. 6122
Departamento de Engenharia de Fabricação
13083-970 Campinas, SP Brasil

Abstract

The purpose of this work is to study the behavior of the acoustic emission (AE) signal as the cutting tool wears up to the end of its life, aiming the automatic definition of the moment to change the tool. Several turning experiments were carried out in both, finish and rough conditions, using coated carbide tools. The AE signal was acquired during the experiments and, after suitable conditioning, was stored in the computer. A discussion about the use of the mean RMS acoustic emission signal as a parameter in the evaluation of the tool condition was also done. The results were graphically plotted and analyzed. It was concluded that the AE signal is strongly influenced by the tool wear and that the cutting conditions are very important, since the signal shows a very different behavior between finish and rough turning. The main conclusion of this work is that AE monitoring is a very good way to establish the moment to change the tool, since the mean RMS of the signal shows a sharp increase close to the end of tool life in finish turning and a decrease, also close to the end of tool life, in rough turning operations. So, a criterion to the determination of the moment to change the cutting tool was established, based on the change of the AE curve slope during the tool life.

Keywords: Machine Monitoring, Acoustic Emission, Turning

Resumo

Neste trabalho procurou-se conhecer o comportamento do sinal de emissão acústica à medida que a ferramenta de corte se desgasta até atingir seu fim de vida, visando o estabelecimento automático do momento de troca da ferramenta de corte. Para isto foram realizados ensaios de torneamento em operações de acabamento e desbaste utilizando-se de ferramentas de metal duro revestidas. Adquiriu-se o sinal de emissão acústica durante os ensaios, que após condicionamento adequado, foi armazenado em memória de computador. Realizou-se uma discussão sobre a utilização da média do sinal RMS de emissão acústica como parâmetro na avaliação das condições da ferramenta de corte. Os resultados obtidos foram plotados e analisados. Concluiu-se que o sinal de emissão acústica é bastante influenciado pelo desgaste da ferramenta e que as condições de corte são muito importantes, pois o sinal apresenta comportamento diferente quando em operações de acabamento ou desbaste. Verificou-se que é possível a determinação do momento de troca da ferramenta analisando-se o sinal de emissão acústica, pois a média do RMS do sinal apresenta um crescimento acentuado para operações de acabamento e uma queda acentuada para operações de desbaste quando o fim da vida da ferramenta está próximo. Assim, estabeleceu-se um critério para determinação do momento de troca da ferramenta de corte, considerando-se a mudança na inclinação da curva do sinal de emissão acústica ao longo da vida da ferramenta.

Palavras-chave: Máquinas-Monitoração, Emissão Acústica, Torneamento

Introdução

O monitoramento do processo de usinagem tem despertado grande interesse em pesquisadores de todo o mundo nos últimos anos, principalmente nos países industrializados. A motivação para isto tem sido a crescente busca por qualidade e produtividade industrial, que capacitam as empresas quanto à competitividade no mercado mundial.

A maioria das estratégias de troca das ferramentas são baseadas em dados passados muito conservadores acerca da vida da ferramenta (Vilella et al., 1989; Dan and Mathew, 1990). Mais ainda, este procedimento não permite detectar a quebra ou o lascamento da aresta de corte que são,

geralmente, processos catastróficos e aumentam a quantidade de peças recusadas na produção. Além disso, como a dispersão da vida das ferramentas é muito grande (Diniz, 1989; Bonifácio, 1993), este procedimento estabelece valores conservadores de vida para garantir a qualidade da peça usinada, resultando na sub-utilização das ferramentas. Isto aumenta a quantidade de ferramentas consumidas e frequência de trocas das ferramentas. Assim, eleva-se o custo dos produtos. Então, o monitoramento do processo de usinagem é de suma importância para a otimização da vida da ferramenta e prevenção de quebra, possibilitando assim, a diminuição do custo de produção.

Uma das mais promissoras técnicas de monitoramento de ferramentas de usinagem está baseada na análise do sinal de emissão acústica (EA). A geração deste sinal é intrínseca ao processo de deformação (corte, trinca, quebra ou atrito) dos materiais, ou seja, a emissão acústica é gerada pelo próprio processo de deformação. Devido a este fato, ela tem sido utilizada nos mais variados campos da engenharia, incluindo a usinagem dos materiais, mais particularmente, o monitoramento indireto do desgaste da ferramenta, tendo já algumas aplicações industriais (Euchner, 1992).

Emissão Acústica e o Desgaste da Ferramenta

Emissão acústica é a propagação de uma onda vibracional na rede dos materiais cristalinos, devido ao rearranjo da estrutura interna do material (Williams, 1968). Ou seja, dado um estímulo (corte, atrito, trinca, fratura, deformação, etc.) ocorre um rearranjo da estrutura do material, que libera energia de deformação, a qual gera ondas de tensão elástica provocando deslocamento na superfície do material. Este deslocamento pode ser detectado por um sensor piezoelétrico de EA e transformado em um sinal de emissão acústica (sinal elétrico). Esta onda propaga-se nos materiais com a mesma velocidade de uma onda acústica (velocidade do som), daí o nome emissão acústica (Hanchi e Klamecki, 1991; Liu, 1991).

A faixa de frequência de um sinal de emissão acústica é muito alta, de 50 kHz a 1000 kHz aproximadamente. Isto está bem acima da frequência de vibrações mecânicas ou outros ruídos que estão envolvidos em um ambiente de manufatura. Esta é uma das principais vantagens da utilização do sinal de EA no monitoramento do processo de usinagem, pois o sinal pode ser facilmente descontaminado dos ruídos com a utilização de um filtro passa-alta (Liang e Dornfeld, 1987).

Uma outra vantagem da emissão acústica como parâmetro para monitoramento do processo de corte é que ela pode ser captada e transformada em sinal elétrico (sinal de EA) por um sensor piezoelétrico relativamente pequeno e de baixo custo, quando comparado com outros sensores, como por exemplo, o sensor de força (dinamômetro). Assim, a intrusividade na medição da emissão acústica é muito pequena, facilitando a implementação do monitoramento "on-line" (Liang e Dornfeld, 1987).

No processo de torneamento o sinal de EA é basicamente gerado em três regiões: na região de cisalhamento do cavaco, no contato cavaco-ferramenta (onde surge o desgaste de cratera) e no contato peça/ferramenta (onde surge o desgaste de flanco). Ainda, o sinal é normalmente classificado como de pico ou contínuo; o primeiro está associado a trincas, lascamentos ou quebra da ferramenta ou cavaco; o segundo é gerado nas regiões de deformação e atrito. À medida que os desgastes na ferramenta vão se formando, o sinal de EA se altera e cada tipo de desgaste afeta diferentemente o sinal de EA.

O crescimento do desgaste de flanco faz aumentar a energia do sinal de EA. Isto é mostrado por todos os trabalhos que pesquisaram este comportamento (Lan e Dornfeld, 1982; Naerheim e Lan, 1988; Blum e Inasaki, 1990; König et al., 1993). À medida que cresce o desgaste de flanco, a área de contato peça/ferramenta aumenta, fazendo com que o atrito nesta região seja maior. Isto faz crescer o sinal de EA.

O crescimento do desgaste de cratera faz diminuir a intensidade do sinal de EA (Naerheim e Lan, 1988, Lan e Dornfeld, 1982). Isto pode ser explicado considerando o que acontece na região de

Nomenclatura

a_p = profundidade de usinagem (mm)
EA = emissão acústica
f = avanço (mm/volta)

L_c = percurso de corte (m)
Ra = rugosidade média (μ m)
RMS = raiz quadrada da média

V_B = desgaste de flanco (mm)
 V_C = velocidade de corte (m/min)
 V_{RMS} = RMS da tensão do sinal de EA (V)

cisalhamento do cavaco. Com o desenvolvimento da cratera muda o ângulo de saída efetivo, o que faz aumentar o ângulo de cisalhamento do cavaco. Isto diminui a tensão na zona de cisalhamento e então cai a intensidade de emissão acústica gerada.

Lan e Dornfeld (1982) também realizaram um trabalho onde verificaram o comportamento do sinal de EA (V_{RMS}), para torneamento do aço SAE 4340, com ferramentas de metal duro sem cobertura, quando surgiram os desgastes de cratera e de flanco ao mesmo tempo. Aí, o sinal de EA cresce durante um determinado tempo, depois torna-se constante e, finalmente, volta a crescer. Isto sugere que o comportamento do sinal de EA depende de uma relação do desgaste de flanco com o de cratera, ou seja, existe uma faixa de relação V_B / C_p onde o desgaste de cratera compensa o de flanco com relação ao sinal de EA, tornando-o constante.

Moriwaki e Tobito (1990) realizaram um trabalho onde analisaram a influência do revestimento das ferramentas de metal duro no sinal de emissão acústica. O material usinado em processo de torneamento foi o aço SAE 1045 e as condições de corte foram: $v_c = 200$ m/min, $a_p = 2$ mm e $f = 0.38$ mm/volta. As ferramentas foram revestidas por três camadas: TiC, TiB₂ e Al₂O₃, do substrato para a superfície, totalizando uma espessura média de 8 mm. Depois da realização de vários experimentos, ora retirando o revestimento de uma face, ora de outra, ou ainda, tornando a revestir uma ferramenta já desgastada, os autores elaboraram as seguintes observações:

- (1) O sinal de EA contém muitos sinais de pico quando a superfície de saída da ferramenta está revestida de cerâmica (Al₂O₃);
- (2) O sinal de EA é basicamente do tipo contínuo quando o revestimento cerâmico da superfície de saída foi removido pelo desgaste de cratera;
- (3) O material da superfície de folga não afeta o tipo de sinal de EA (pico ou contínuo);
- (4) O sinal de EA obtido com ferramenta revestida muda de pico para contínuo à medida que o desgaste de cratera progride e o revestimento é removido.

Procedimento Experimental

O trabalho experimental realizado consistiu em usinar corpos de prova de aço ABNT 4340 em um torno CNC ROMI COSMOS 30.

As ferramentas utilizadas foram insertos de metal duro, classe P35, com triplo revestimento de TiC (carboneto de titânio), Al₂O₃ (óxido de alumínio) e TiN (nitreto de titânio), do interior para a superfície, respectivamente. Nas operações de torneamento de acabamento utilizou-se o inserto TNMG 160404-61. No torneamento de desbaste utilizou-se o inserto TNMG 160408 QM-435. O porta-ferramentas é do tipo PTGMR 2525 M16.

O sensor de emissão acústica é do tipo banda larga diferencial calibrado para trabalhar numa faixa de frequência de 100 kHz a 1000 kHz. A montagem experimental utilizada está mostrada na Fig. 1.

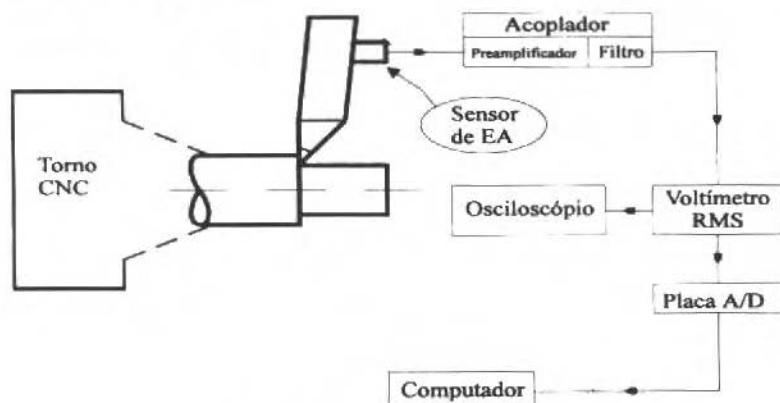


Fig. 1 A Montagem do Sistema Experimental

A fixação do sensor de EA foi realizada sobre o porta-ferramenta que teve a superfície de contato porta-ferramenta/sensor retificada e untada com óleo para melhor transmissão do sinal. Um dispositivo foi construído em aço onde o sensor foi colocado, protegendo-o dos cavacos produzidos durante o corte e fixando-o com pressão constante ao porta-ferramenta. A constante de tempo usada no voltímetro RMS foi de 1 ms. Isto significa dizer que o sinal de saída do voltímetro tinha frequência de 1 kHz. Assim, a frequência de amostragem do sinal utilizada na placa A/D foi 2 kHz. Em cada corte realizado amostrava-se um segundo do tempo de corte, correspondente, portanto, a cada amostragem, a gravação de 2000 pontos no computador. Cada ponto mostrado nos gráficos ($V_{RMS} \times L_c$) a seguir representa o valor médio destes 2000 pontos gravados para cada corte.

Os ensaios foram divididos em duas etapas de acordo com os interesses de observação:

- ensaios de monitoramento da vida da ferramenta em operações de acabamento,
- ensaios de monitoramento da vida da ferramenta em operações de desbaste.

Ensaio de Monitoramento da Vida da Ferramenta em Operações de Acabamento

Estes ensaios objetivavam verificar a relação do sinal de EA (V_{RMS}) com a rugosidade (R_a) da peça usinada, visando determinar o fim da vida da ferramenta para operações de acabamento através da análise do comportamento do sinal.

Foram realizados ensaios para três condições, onde o único parâmetro alterado foi a velocidade de corte e, para cada uma, utilizou-se uma aresta de corte nova da ferramenta. A cada corte feito no diâmetro da peça gravou-se o sinal de EA e mediu-se a rugosidade. O ensaio para uma velocidade de corte continuava até o fim da vida da ferramenta. Esta era considerada em fim de vida quando o valor da rugosidade R_a atingia 3,0 mm. Este valor foi adotado por ser comum à operação de torneamento em acabamento, para o diâmetro usinado (A gostinho, Rodrigues e Lirani, 1977).

Com o objetivo de verificar a reprodutibilidade no comportamento do sinal de emissão acústica, mais dois ensaios de vida da ferramenta foram realizados, com velocidade de corte igual a 300 m/min em ambos.

Ensaio de Monitoramento da Vida da Ferramenta em Operações de Desbaste

O objetivo aqui é verificar a relação entre o comportamento do sinal de EA e o desgaste de flanco da ferramenta visando determinar o seu fim de vida para operações de desbaste.

Foram realizados ensaios para três velocidades de cortes diferentes, mantendo-se os outros parâmetros constantes. Para cada velocidade utilizou-se uma ferramenta nova. A cada corte realizado gravou-se o sinal de EA e ao longo de cada ensaio media-se o desgaste (V_B) até o fim da vida da ferramenta. Aqui também, como no item anterior, realizou-se mais um ensaio de vida da ferramenta para verificar a reprodutibilidade no comportamento do sinal de EA, com velocidade de 200 m/min.

Durante este último ensaio observou-se uma variação no diâmetro real das peças usinadas, conseqüência do desgaste de flanco acentuado, o qual leva a uma variação na profundidade de usinagem efetiva. Então, mais dois ensaios de vida da ferramenta, para velocidade de corte igual a 200 m/min, foram realizados, com correção da profundidade de usinagem sempre que uma variação no diâmetro da peça usinada foi verificada, visando manter constante a profundidade de usinagem.

Uma grandeza bastante utilizada neste trabalho é o percurso de corte L_c [m], definido como sendo igual ao comprimento da linha descrita pela ferramenta sobre a peça durante um corte completo, que pode ser calculado como:

$$L_c = \frac{\pi \cdot L \cdot D}{1000 \cdot f} \text{ [m]} \quad (1)$$

L = comprimento usinado da peça [mm]

D = diâmetro da peça [mm]

ferramenta = avanço [mm/volta]

Neste trabalho a vida da ferramenta é dada pelo percurso de corte L_c .

Resultados e Discussões

Ensaio de Monitoramento da Vida da Ferramenta em Operações de Acabamento

Parâmetros de corte: $v_{c1} = 250$ m/min $v_{c2} = 300$ m/min $v_{c3} = 350$ m/min
 $f = 0,15$ mm/volta $a_p = 0,7$ mm

A Fig. 2 mostra o comportamento do sinal de EA (V_{RMS}) à medida que o percurso de corte (L_c) aumenta para os três valores de velocidade de corte ensaiados. A Fig. 3 mostra o comportamento da rugosidade (R_a) da peça usinada contra o percurso de corte, para os mesmos ensaios da Fig. 2. A partir destas figuras algumas análises podem ser feitas:

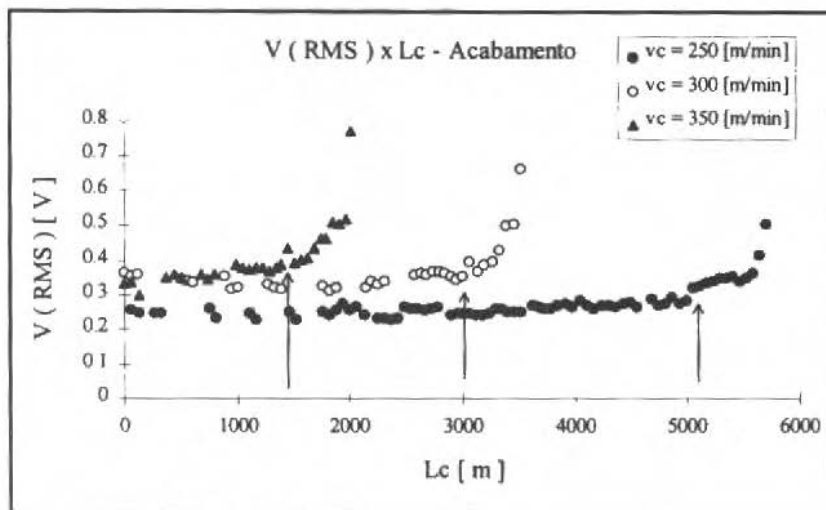


Fig. 2 V_{RMS} do Sinal de EA em Função do Percurso de Corte

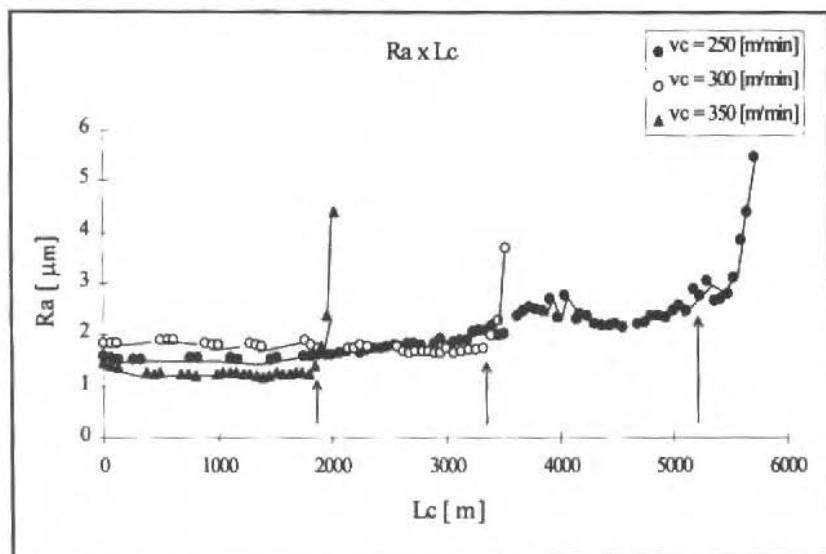


Fig. 3 Rugosidade (R_a) em Função do Percurso de Corte

A primeira é com relação ao comportamento das curvas de V_{RMS} e rugosidade à medida que o percurso de corte cresce. As curvas de V_{RMS} contra L_c (Fig. 2) apresentam, inicialmente, valores praticamente constantes, até que, depois de um determinado percurso de corte (que depende da velocidade de corte), acontece um aumento súbito da inclinação da curva. Este comportamento é devido ao crescimento do desgaste de flanco da ferramenta. A Fig. 4 mostra as curvas de desgaste de flanco (V_B) contra o percurso de corte para as três velocidades de corte. Vê-se que estas curvas são bem semelhantes às curvas de V_{RMS} . O desgaste de flanco cresce moderadamente até que toda a cobertura é removida e a ferramenta começa a realizar o corte com seu núcleo. Neste momento, tanto V_B como V_{RMS} crescem subitamente.

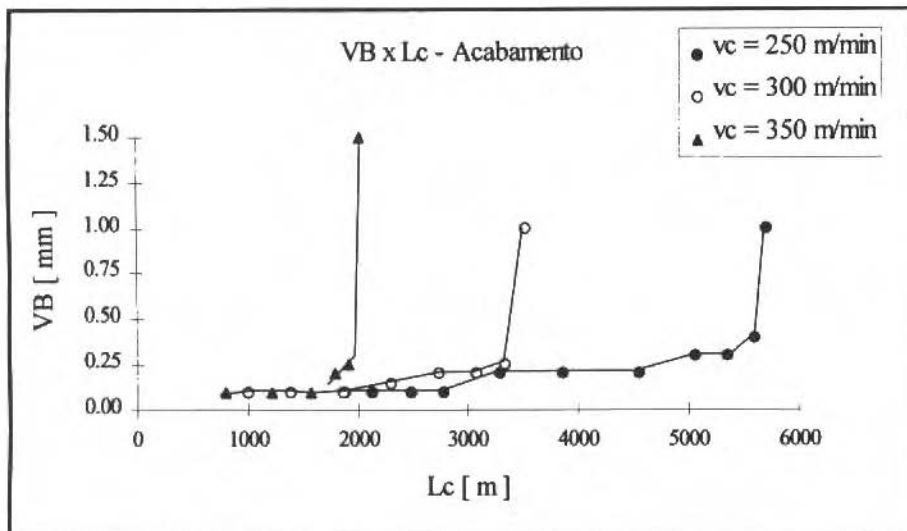


Fig. 4 Desgaste de Flanco da Ferramenta em Função do Percurso de Corte

A segunda análise a ser feita é com relação à viabilidade de utilização da emissão acústica como parâmetro para monitoramento indireto da vida de ferramentas de torneamento em operações de acabamento. Nestas operações a rugosidade da peça é um dos principais fatores na determinação do fim de vida da ferramenta. Assim, adotou-se como critério de fim de vida da ferramenta o valor de $R_a = 3,0 \mu m$ e procurou-se estudar o comportamento de V_{RMS} quando o valor de rugosidade chegava próximo ao acima citado. É interessante notar que o comportamento da rugosidade com o percurso de corte (Fig. 3) é semelhante ao comportamento de V_{RMS} , isto é, tem um período inicial com uma certa estabilidade, para depois crescer subitamente perto do fim da vida da ferramenta. A diferença entre estas duas curvas é que a emissão acústica sente os efeitos do crescimento súbito do desgaste (Fig. 4) antes que a rugosidade e, por isso, a curva $V_{RMS} \times L_c$ muda subitamente de inclinação alguns metros (em L_c) antes que a curva $R_a \times L_c$.

Não se pode adotar um valor absoluto de V_{RMS} que determine o fim de vida da ferramenta, pois muitos parâmetros de corte influenciam o sinal de EA. Isto só seria possível para uma situação muito específica. Assim, duas outras abordagens foram discutidas, considerando a vida da ferramenta determinada pelo critério de rugosidade. Na primeira, estabeleceu-se que o fim de vida da ferramenta aconteceria quando se atingisse um valor de L_c 300 m maior que no ponto onde ocorre a mudança brusca da inclinação da curva de $V_{RMS} \times L_c$. Na segunda abordagem o fim de vida da ferramenta ocorre quando o valor de V_{RMS} atinge um valor 40 % maior que o valor médio dos três primeiros pontos adquiridos no início da vida da ferramenta. A Tabela 1 mostra os valores de percurso de corte no fim de vida da ferramenta para os diferentes critérios adotados (adicionados os 300 m). Alguns pontos desta tabela são dignos de nota:

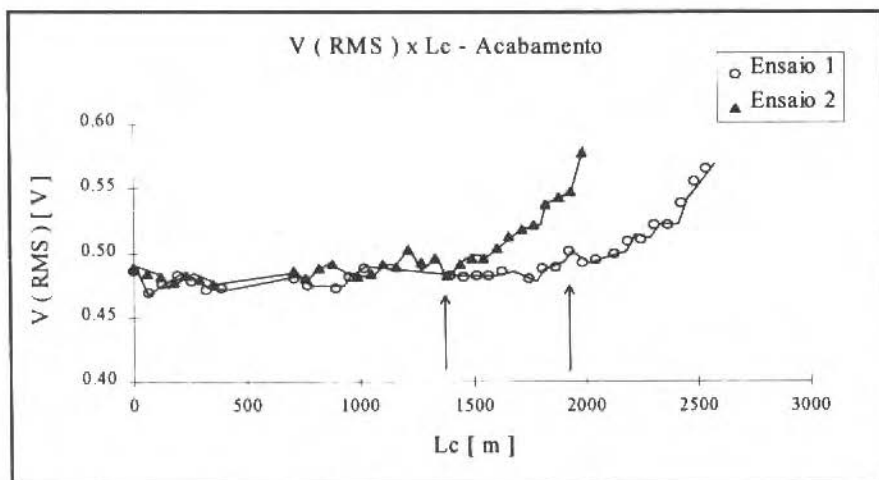
- a. A vida da ferramenta é fortemente influenciada pela velocidade de corte para quaisquer dos critérios adotados, concordando com toda a literatura sobre o assunto.

Tabela 1 Valores da Vida da Ferramenta em L_c [m] para Diferentes Critérios de Vida

v_c [m/min]	CRITÉRIOS (Vida dada por L_c [m])		
	$Ra < 3,0 \mu m$	V_{RMS} (Incl.)	V_{RMS} (40%)
250	5500	5380	5440
300	3450	3300	3410
350	2000	1800	1750

- b. Os dois critérios baseados na emissão acústica gerada pelo processo conseguem detectar o fim de vida da ferramenta com boa precisão. A maior diferença entre os critérios baseados em EA e rugosidade aconteceu para a velocidade de corte igual a 350 m/min, onde tal diferença atingiu 10 % e 12,5 %. Nas outras velocidades a diferença não passou de 4,5 %. Este procedimento evitaria o desperdício de ferramentas na utilização industrial.
- c. Para um caso de quebra ou lascamento da ferramenta de corte o critério de 40 % acima do valor inicial seria adequado já que o sinal de EA cresce muito nestes casos. No entanto, o critério de 300 m além do momento de crescimento súbito da curva $V_{RMS} \times L_c$ não pode ser implementado, pois nestes casos o corte deve ser interrompido instantaneamente.
- d. Mesmo se o valor limite de Ra fosse menor, ainda assim o monitoramento da vida da ferramenta via EA poderia ser aplicado, diminuindo o valor de L_c permitido a partir da mudança da inclinação da curva (na análise anterior igual a 300 m) ou diminuindo o valor limite de crescimento de V_{RMS} a partir de seu valor inicial (na análise anterior igual a 40 %).

Além destes três ensaios de vida da ferramenta descritos até aqui, mais dois ensaios foram realizados, com velocidade igual a 300 m/min, a fim de verificar a reprodutibilidade do comportamento do sinal e a confiabilidade nos critérios de fim de vida da ferramenta utilizando o sinal de EA. A Fig. 5 mostra as curvas $V_{RMS} \times L_c$ para os dois ensaios. Com relação ao comportamento do sinal de EA observa-se muita semelhança com os ensaios anteriores (Fig. 2), ou seja, o sinal permanece praticamente constante por muito tempo, até que começa o crescimento súbito quando a ferramenta se aproxima do seu fim de vida. No entanto, os valores iniciais de V_{RMS} , os quais permanecem praticamente constantes por muito tempo, são bem maiores nestes dois ensaios (em torno de 0,48 V) do que no ensaio anterior, para a velocidade de corte igual a 300 m/min, que foi em torno de 0,35 V (diferença de 37 %). Entre os primeiros ensaios e estes últimos o sensor de EA foi retirado da máquina e posteriormente recolocado. Este fato deve ter causado a diferença nos valores absolutos do sinal. De qualquer maneira, isto evidencia o fato de que não se pode adotar valores absolutos de V_{RMS} do sinal de EA como critério de fim de vida da ferramenta, pois estes valores são facilmente influenciados por quaisquer alterações nas condições de trabalho.

**Fig. 5** V_{RMS} de EA em Função do Percurso de Corte, $v_c = 300$ m/min

A Fig. 6 mostra o valor da rugosidade das peças (R_a) em função do percurso de corte para os dois últimos ensaios comentados ($v_c = 300$ m/min). Verifica-se que o comportamento das curvas são semelhantes às anteriores (Fig. 3).

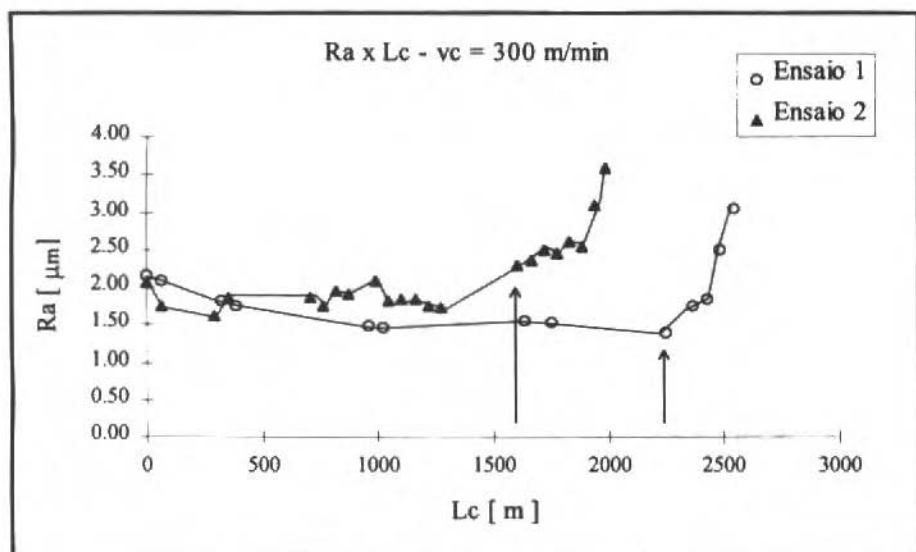


Fig. 6 Rugosidade em Função do Percurso de Corte, $v_c = 300$ m/min

Com relação aos dois critérios de fim de vida da ferramenta abordados, verifica-se que quanto ao critério do fim de vida para 300 m após o início do aumento brusco da curva de $V_{RMS} \times Lc$, permanece confiável, pois nestes últimos ensaios o sinal de EA também inicia o crescimento antes das rugosidades crescerem, como indicam as flechas nas respectivas figuras. Os valores já adicionados os 300 m estão mostrados na Tabela 2. No entanto, quanto ao critério de 40 % acima dos valores iniciais, observa-se que não seria possível para estes dois últimos ensaios. Aqui a porcentagem de crescimento dos valores de V_{RMS} , do início para o fim de vida da ferramenta foi de 15 %, como mostrado na Tabela 2. Com isso, observa-se que o monitoramento do processo de torneamento em acabamento via emissão acústica, em condições semelhantes às deste trabalho, é possível, pois o sinal de EA pode prever o fim de vida da ferramenta de corte, visto que ele inicia um crescimento acentuado antes do crescimento da rugosidade da peça. Mas, adotar um critério com valores absolutos de V_{RMS} do sinal de EA não é possível, nem mesmo quando se considera a inclinação da curva de $V_{RMS} \times Lc$.

Outro fato que pode ser observado dos três ensaios realizados à velocidade de 300 m/min, (todas as condições de corte iguais), é que a vida da ferramenta apresenta grande variabilidade, enfatizando ainda mais a importância do monitoramento do processo de usinagem para a determinação do momento de troca da ferramenta. Na Tabela 1 vê-se que a vida da ferramenta, pelo critério da rugosidade da peça foi de 3450 m, enquanto que, nos outros dois ensaios, (ver Tabela 2), a vida foi de 2500 e 1900 m. Isto dá uma variação na vida, da maior para a menor, de 80 %.

Tabela 2 Valores da Vida da Ferramenta em Lc[m] para Diferentes Critérios de Vida

	Critérios (Vida dada por Lc [m])		
	$R_a < 3,0 \mu m$	V_{RMS} (15%)	V_{RMS} (incl.)
Ensaio 1	2500	2500	2200
Ensaio 2	1900	1900	1650

Ensaios de Monitoramento da Vida da Ferramenta em Operações de Desbaste

Parâmetros de corte: $v_{c1} = 150$ m/min $v_{c2} = 200$ m/min $v_{c3} = 250$ m/min
 $f = 0,3$ mm/volta $a_p = 2,0$ mm

Pode-se ser visto na Fig. 7 que, à medida que o percurso de corte cresce, o valor de V_{RMS} apresenta uma dispersão em torno de um valor médio, até que num determinado momento começa a decrescer continuamente. Quando $v_c = 250$ m/min os valores de V_{RMS} sempre apresentam uma inclinação negativa. Este comportamento não foi acompanhado pelo desgaste da ferramenta. Verifica-se na Fig. 8 que o desgaste de flanco apresenta um crescimento inicial lento até um determinado momento em que cresce rapidamente, levando a ferramenta ao fim de vida.

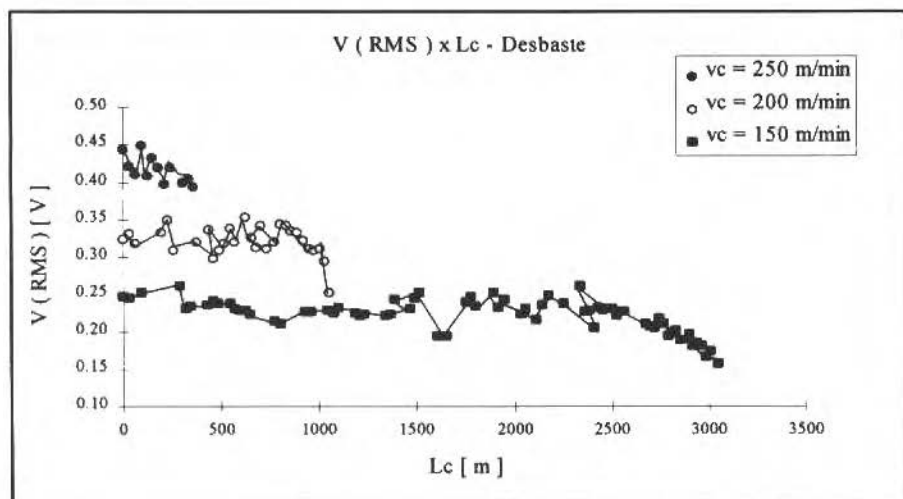


Fig. 7 V_{RMS} em Função do Percurso de Corte

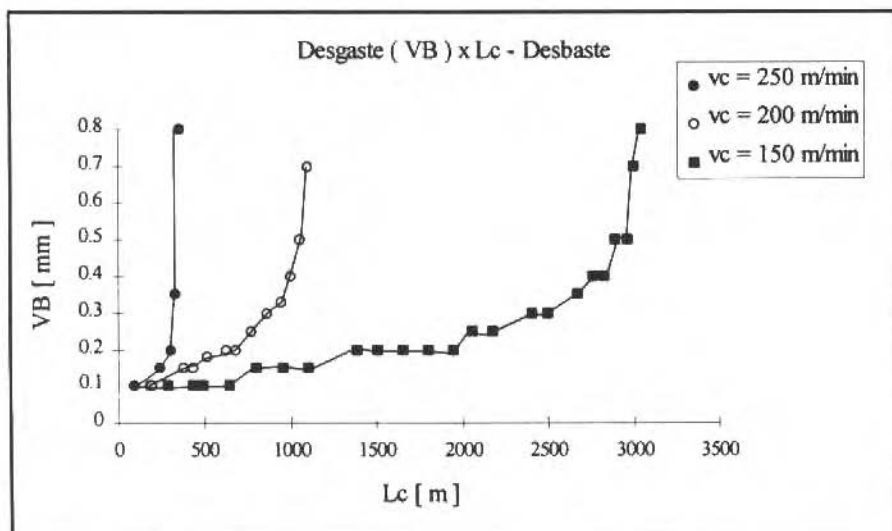


Fig. 8 Desgaste de Flanco V_B em Função do Percurso de Corte

Para as operações de desbaste não foi estabelecido inicialmente um critério de fim de vida da ferramenta, pois nestas operações não há muita preocupação com a rugosidade da peça e as tolerâncias dimensionais não são geralmente apertadas. Então, a ferramenta era considerada em fim de vida quando se observava um desgaste de flanco muito grande e, conseqüentemente, uma peça bastante danificada. No entanto, observou-se que, para um desgaste de flanco em torno de 0,5 mm, a ferramenta já está muito próxima de seu fim de vida, porque a partir daí a evolução do desgaste é muito rápida, devido ao aumento da área de atrito peça/ferramenta, com conseqüente aumento da temperatura de corte e também devido à remoção da cobertura da ferramenta.

A fim de observar a repetibilidade no comportamento do sinal de EA foram realizados mais ensaios à velocidade de 200 m/min. Assim, mais um ensaio foi realizado, idêntico aos anteriores (Fig. 7). Este ensaio está mostrado na Fig. 9 como ensaio 2, juntamente com o ensaio 1 que é o mesmo mostrado na Fig. 7 para $v_c = 200$ m/min. Ou seja, a Fig. 9 mostra dois ensaios realizados sob as mesmas condições. Verifica-se uma variação na vida da ferramenta maior que 25 % ($L_c \cong 1050$ m no ensaio 1 e $L_c \cong 800$ m no ensaio 2). Assim como nos ensaios de acabamento, a variação na vida das ferramentas quando operam nas mesmas condições mostra a necessidade do monitoramento do processo. O comportamento de V_{RMS} no ensaio 2 continuou o mesmo, isto é, depois de um período de pequena variação em torno de um valor médio, decresce subitamente próximo ao fim de vida da ferramenta.

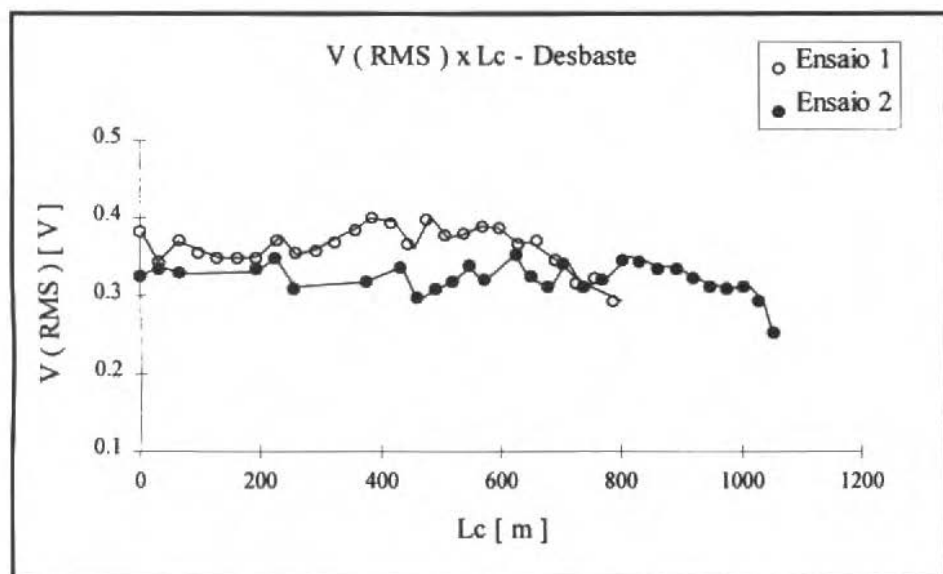


Fig. 9 V_{RMS} de EA em Função do Percurso de Corte, $v_c = 200$ m/min, sem Correção da Profundidade de Usinagem

Após este último ensaio realizado observou-se que a partir de um determinado grau de desgaste da ferramenta, o diâmetro das peças aumentavam consideravelmente. Isto provavelmente ocorria devido a um afastamento da aresta de corte causado pelo crescimento do desgaste de flanco na região da ponta da ferramenta (que inclui a superfície de folga principal e secundária), que resultava numa diminuição da profundidade de usinagem efetiva (real). Assim, decidiu-se pela realização de mais dois ensaios nas mesmas condições ($v_c = 200$ m/min), mas corrigindo a posição da ferramenta sempre que fosse observada uma variação no diâmetro das peças, para que a profundidade de usinagem permanecesse sempre constante ($a_p = 2,0$ mm) até o fim de vida da ferramenta. A Fig. 10 mostra o resultado destes dois últimos ensaios realizados com correção da profundidade de usinagem. Esta figura mostra que, depois de um determinado percurso de corte, o sinal de EA cresce; ao contrário do ocorrido nos ensaios anteriores onde a profundidade de usinagem não foi corrigida.

Então, a queda no sinal de EA mostrada nas Figs. 7 e 9 é devido à diminuição na profundidade de usinagem real causada pelo crescimento do desgaste de flanco provocando o afastamento da aresta de corte.

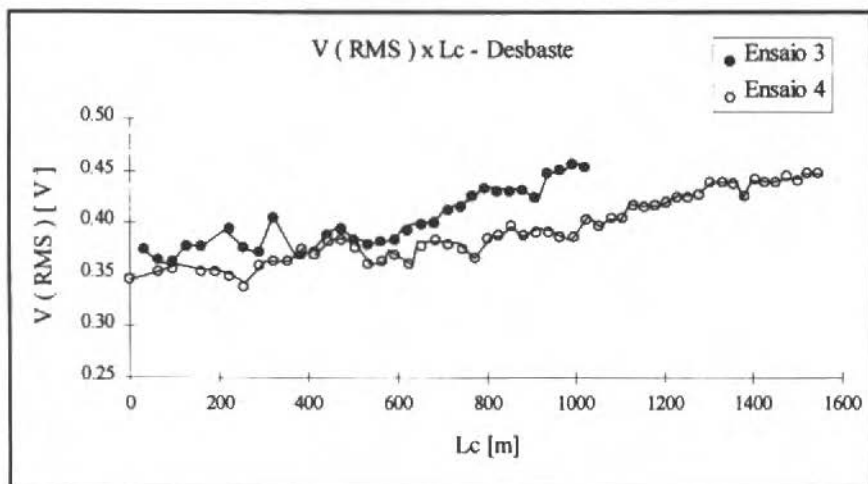


Fig. 10 VRMS de EA em Função do Percurso de Corte, $v_c = 200$ m/min, com Correção da Profundidade de Usinagem

Concluindo esta observação, vê-se que nos ensaios realizados, a diminuição da profundidade de usinagem causada pelo desgaste, teve influência mais forte no sinal de EA que o aumento da área de atrito causada pelo crescimento do desgaste, o que fez o sinal cair nos primeiros ensaios. Nos ensaios onde se corrigiu a posição da ponta da ferramenta, mantendo a profundidade constante, a influência no sinal de EA se fez notar e o sinal cresceu.

De toda essa discussão, pode-se retirar algumas aplicações práticas no sentido de se estabelecer uma estratégia de utilização da emissão acústica no monitoramento do processo de torneamento em desbaste com ferramentas de metal duro revestida. Pôde-se ver que EA pode ser usada como um parâmetro para estabelecer o momento em que se precisa fazer alguma correção na posição da ponta da ferramenta (o sinal de EA começa a cair). Além disso, a emissão acústica pode também ser utilizada no estabelecimento do fim de vida da ferramenta. Em um processo controlado, onde se corrige a posição da ponta da ferramenta freqüentemente, a repetição continuada do crescimento do valor de RMS da emissão acústica, indicando uma inclinação positiva consistente da curva deste parâmetro contra o percurso de corte, indica que o momento de substituição da ferramenta está próximo.

Conclusões

A variação na vida das ferramentas de corte, a qual é um dos aspectos que motiva a pesquisa em monitoramento do processo de usinagem, foi confirmada também neste trabalho. Ou seja, para as mesmas condições de usinagem, os três ensaios em operações de acabamento com velocidade de 300 m/min resultaram em vidas bastante diferentes. O mesmo aconteceu nos ensaios em operações de desbaste com velocidade de 200 m/min.

A inexistência do desgaste de cratera em todos os ensaios realizados confirma o efeito benéfico dos revestimentos com relação ao desgaste da ferramenta. Portanto, a variação ocorrida no sinal de emissão acústica se deve, basicamente, ao crescimento do desgaste de flanco da ferramenta, o qual é o responsável pelo fim de vida da ferramenta para as condições de usinagem deste trabalho. O sinal de EA (V_{RMS}) altera-se substancialmente quando o fim de vida da ferramenta está próximo. Ele sempre cresce em operações de acabamento e para operações de desbaste diminui se não houver correção na profundidade de usinagem efetiva e aumenta se a mesma for corrigida. Portanto, é possível a determinação do momento de troca da ferramenta através da implementação de algum algoritmo

matemático que possa identificar o momento de alteração na inclinação da curva $V_{RMS} \times L_c$ indicando que o fim de vida da ferramenta está próximo e a operação deve ser interrompida. Neste trabalho, estabeleceu-se que a operação de usinagem deve ser interrompida quando o percurso de corte L_c for 300 m maior que o ponto onde ocorreu a mudança brusca na inclinação da curva de $V_{RMS} \times L_c$ para operações de acabamento.

Em operações de desbaste o sinal de EA diminui devido ao desgaste de flanco pronunciado, provocando o afastamento da aresta de corte em relação à peça, o que causa um aumento no diâmetro usinado. Quando isto acontece a ferramenta ainda está em condições de uso. Então é possível a implementação de um sistema para correção da profundidade de usinagem, para que a dimensão da peça não fuja da faixa de tolerância prevista, e a ferramenta pode ser utilizada por mais algum tempo. Com isto, o sinal deve crescer. Então o sistema implementado poderá prever o fim de vida da ferramenta considerando a inclinação ascendente da curva $V_{RMS} \times L_c$.

Referências

- Agostinho, O. L., Rodrigues, A. C. S. e Lirani, J., 1977, "Tolerâncias, Ajustes, Desvios e Análise de Dimensões", Ed. Edgard Blücher Ltda, pp. 213-215
- Blum, T. and Inasaki, I., 1990, "A Study on Acoustic Emission from the Orthogonal Cutting Process", Journal of Engineering for Industry, Vol. 112, pp. 203-211.
- Bonifácio, M. E. R., 1993, "Monitoramento do Processo de Torneamento de Acabamento via Sinais de Vibração", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, Brasil
- Dan, L. and Mathew, J., 1990, "Tool Wear and Failure Monitoring Techniques for Turning - A Review", International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 30, pp 579-598.
- Diniz, A. E., 1989, "A Rugosidade Superficial da Peça em Processos de Torneamento: Critério de Fim de Vida e Fatores de Influência", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, Brasil
- Euchner + Co, Werke für Industrie-Elektrik und Industrie-Elektronik, 1992, "Tool Monitoring System", Catálogo de Produto, Stuttgart, Alemanha
- Hanchi, J. and Klamecki, B. E., 1991, "Acoustic Emission Monitoring of the Wear Process", Wear, Vol. 145, pp. 1-27.
- König, W., Ketteler, G. and Dornfeld, D. A., 1993, "Aktueller Stand von Werkzeug - und Prozeßüberwachung bei der Zerspanung", VDI Berichte NR. 988, pp. 363-376.
- Lan, M. S. and Dornfeld, D. A., 1982, "Experimental Studies of Tool Wear via Acoustic Emission", Proceedings of the 10th NAMRC, Hamilton, Canada, pp. 305-311.
- Liang, S. Y. and Dornfeld, D. A., 1987, "Detection of Cutting Tool Wear Using Adaptive Time Series Modeling fo Acoustic Emission Signal", ASME Winter Annual Meeting, Boston.
- Liu, J. J., 1991, "Monitoring the Precision Machining Process: Sensor, Signal Processing and Information Analysis", Doctoral Thesis, University of California at Berkeley, USA.
- Moriwaki, T. and Tobito, M., 1990, "A New Approach To Automatic Detection of Life of Coated Tool Based on Acoustic Emission Measurement", Journal of Engineering for Industry, Vol. 112, pp. 212-218.
- Nærheim, Y. and Lan, M. S., 1988, "Acoustic Emission Reveals Information about the Metal Cutting Process and Tool Wear", Proceedings of 16th NAMRC, pp. 240-244.
- Vilella, R. C., Diniz, A. E., Cupini, N. L. e Rodrigues, A. C. S., 1989, "Otimização das Condições de Usinagem em Células de Fabricação", Revista Máquinas e Metais, no 281, pp. 48-54.
- Williams, R. V., 1968, "Acoustic Emission", British Steel Corporation Ltd., Adam Hilger Ltd., pp.5.

Seleção e Carregamento de Máquinas

Selection and Assignment of Machines

José Francisco Ferreira Ribeiro

Carlos Antônio de Medeiros

Cassilda Maria Ribeiro

USP - Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos
Departamento de Computação e Estatística
13560-970 São Carlos, SP Brasil

Márcio Mattos Borges de Oliveira

USP - Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia e Administração
14040-901 Ribeirão Preto, SP Brasil

Abstract

In this paper a two phase method is presented for selection of machines to be kept on the shop floor and assignment of parts to be manufactured to these machines. In the first phase a set of feasible solutions to a knapsack problem is identified by dynamic programming or a heuristic procedure. In the second phase an assignment problem is solved by implicit enumeration technique or a greedy algorithm. The proposed method is written in Turbo-Pascal and runs on a micro-computer.

Keywords: Job Shop Production, Planning, Optimization, Assignment of Machines

Resumo

Neste artigo é apresentado um método composto de duas fases para efetuar a seleção de máquinas e o carregamento dos lotes de produtos a fabricar sobre as máquinas escolhidas. Na primeira fase, é identificado um conjunto de soluções factíveis de um problema da mochila através de programação dinâmica ou de um procedimento heurístico. Na segunda fase, resolve-se um problema de atribuição usando o algoritmo de enumeração implícita ou o algoritmo guloso. O método proposto foi programado em linguagem Turbo-Pascal e está implantado em um microcomputador.

Palavras-chave: Produção Descontínua, Planejamento, Otimização, Carregamento de Máquinas

Introdução

Neste artigo é apresentado um método composto de duas fases e um programa computacional, descrito através dos passos fundamentais do algoritmo correspondente, para efetuar o carregamento das operações a executar em uma fábrica sobre as máquinas disponíveis. As duas fases que compõem o método são as seguintes:

- 1ª) Fase de escolha das máquinas, onde é resolvido um problema da mochila por programação dinâmica ou através de um procedimento heurístico para gerar e classificar combinações de máquinas capazes de cobrir a totalidade da carga de trabalho existente sobre os tipos de máquinas
- 2ª) Fase de carregamento dos lotes sobre as máquinas, onde é resolvido um modelo matemático em variáveis bivalentes através de busca por enumeração implícita ou através do algoritmo guloso ("greedy"), para uma ou algumas combinações de máquinas propostas pela etapa precedente, até que um carregamento factível seja encontrado.

O programa computacional correspondente ao método proposto foi escrito em linguagem Turbo-Pascal e está implantado em um micro-computador IBM-PC compatível. Os resultados obtidos com a aplicação deste programa sobre exemplos da literatura são de boa qualidade apesar do caráter não polinomial do problema tratado.

Revisão Bibliográfica

Numerosos estudos têm sido realizados nos últimos anos com o objetivo de se resolver de maneira eficiente as versões específicas de modelamento propostas para o problema de seleção e carregamento de máquinas. Amini e Racer (1994), por exemplo, propõem o algoritmo aproximado VDSH (Variable-

Depth Search Heuristic) para a resolução do problema da mochila multidimensional e fazem uma comparação de performance entre este e outros algoritmos aproximados descritos na literatura. A heurística VDSH é um método de busca local.

Ao contrário de Amini e Racer (1994), que resolve globalmente o problema da mochila multidimensional, Logendran et al. (1994) decompõem a resolução do problema de atribuição de peças a máquinas em 2 fases: Na 1ª fase determina-se, para cada tipo de máquina, o número de máquinas efetivas necessárias à fabricação das peças e, para cada peça, um único roteiro de fabricação entre os diferentes roteiros disponíveis. Na 2ª fase é realizada a atribuição. A busca proposta em Logendran et al. (1994) trata apenas a 1ª fase da metodologia. A 2ª fase não foi objeto de estudo.

Em Liao (1994), a seleção de um roteiro de fabricação para cada peça não é determinada por meio de uma heurística como é feito por Logendran et al. (1994). Liao (1994) faz a formulação matemática do problema correspondente com o auxílio de variáveis inteiras, levando em conta o volume de produção e a capacidade das máquinas. A resolução do modelo formulado é realizada pelo pacote computacional LINDO, que não permite, evidentemente, o tratamento de problemas de médio ou grande porte. Sankaran e Kasilingam (1993) utilizam igualmente o pacote computacional LINDO associado a uma heurística para resolver o modelo de programação inteira proposto em seus estudos. Este modelo permite a determinação simultânea das máquinas que executarão as operações sobre as peças e das células de fabricação para um sistema flexível de manufatura.

Lashkari et al. (1987) utilizam o pacote computacional SAS/OR para resolver um modelo matemático em variáveis 0/1 com o objetivo de atribuir produtos a máquinas. Este modelo contempla o custo de depreciação das máquinas e a disponibilidade limitada das mesmas. A utilização do pacote SAS/OR foi possível, pois as duas funções-objeto propostas no modelo foram linearizadas.

Outras formulações em variáveis inteiras são estudadas em Wilhelm e Shin (1985), Shtub (1989) e Nasr e Elsayed (1990). Wilhelm e Shin (1985) propõem um modelo para efetuar a escolha entre diferentes máquinas, daquela que executará uma determinada operação. A resolução do modelo é feita relaxando-se as restrições de integralidade e arredondando-se o resultado de modo a manter a factibilidade. Nasr e Elsayed (1990) propõem um modelo global para atribuição de produtos às máquinas e sequenciamento de operações. O algoritmo de resolução proposto pelos autores faz uso da solução obtida para sucessivos problemas da designação (Gondran e Minoux, 1985).

Sule (1991) trabalha com uma tabela, onde é fornecida a porcentagem de capacidade disponível em cada tipo de máquina que é consumida pelas diferentes peças a fabricar. O número de máquinas necessárias em cada tipo de máquina para a fabricação das peças é igual à soma das porcentagens arredondada para o valor inteiro superior mais próximo da quantia obtida. Quando um número de máquinas calculado desta forma é capaz de fabricar globalmente as peças, mas não existe uma atribuição factível, avalia-se, por exemplo, o custo de se comprar uma nova máquina.

Descrição do Problema

Dados os lotes de produtos a fabricar, os roteiros de fabricação (seqüências ordenadas de operações a executar sobre os lotes), as máquinas disponíveis e as durações operatórias dos lotes de produtos sobre as máquinas, trata-se de: 1ª) escolher as máquinas para fabricar os lotes de produtos entre aquelas do parque disponível e 2ª) carregar os lotes de produtos sobre as máquinas escolhidas, respeitando-se as capacidades de fabricação das mesmas.

Para a apresentação do método proposto, a seguinte notação será utilizada: a) nm_lt = número de lotes de produtos a fabricar; b) $nm_pd[i]$ = número de produtos a fabricar no lote i ; c) per_tr = período de trabalho; d) $nm_op[i]$ = número de operações executadas sobre o lote i ; e) $tipo[i, k = 1 \text{ a } nm_op[i]]$ = tipo de máquina utilizada para execução da k ésima operação sobre o lote i ; f) $nm_mq[j]$ = número de máquinas disponíveis no tipo de máquina j ; g) $rv[j, m = 1 \text{ a } nm_mq[j]]$ = relação de velocidade da m ésima máquina de tipo j , observando-se que as máquinas de referência dentro de cada tipo têm $rv[j, m]$ fixados iguais a 1; h) $duraçao[i, k = 1 \text{ a } nm_op[i]]$ = duração da k ésima operação executada sobre o lote i , com relação à máquina de referência do tipo. Desta forma, uma duração igual a 1,2 sobre a máquina de referência corresponde a uma duração de 0,6 em uma máquina cuja relação de velocidade é igual a 2.

Exemplo: As Tabelas 1 e 2 fornecem os dados do exemplo tratado para ilustrar o procedimento.

Tabela 1 Lotes, Número de Produtos/Lote, Roteiros de Fabricação, Duração das Operações

Lote	nm_pd[i]	Roteiro					Duração			
1	1	2	4	5	2	2,0	2,5	1,0	0,5	
2	1	1	2	3	5	0,5	2,0	2,5	2,5	
3	1	4	5			0,5	2,5			
4	1	2	5			4,5	1,0			
5	1	1	3	5		5,0	3,5	1,0		
6	1	2	3	4		1,5	0,5	0,5		
7	1	1	2	3	5	1,5	2,5	0,5	2,0	

Tabela 2 Tipos de Máquinas, Nº. de Máquinas Disponíveis no Tipo, Relação de Velocidade

Tipo de Máquina	nm_mq[j]	Relação de Velocidade		
1	2	1,0	1,3	
2	3	1,0	1,0	1,2
3	3	1,0	1,2	1,5
4	2	1,0	1,3	
5	2	1,0	1,0	

Obtenção da Matriz de Cargas

Para realizar o carregamento das máquinas, avalia-se em um primeiro tempo, a carga global de trabalho em relação a cada tipo de operação. A partir dos roteiros de fabricação dos lotes de produtos, do número de produtos a fabricar em cada lote e das durações das operações, calcula-se a matriz de cargas de trabalho [lotes de produtos x tipos de máquinas]. Exemplo : Tabela 3. Esta matriz traduz a carga de trabalho demandada pelos lotes de produtos sobre cada tipo de máquina. Os elementos desta matriz são dados por :

$$\text{carga}[i, j] = \text{nm_pd}[i] * \sum_{k | \text{tipo}[i, k] = j} \text{duração}[i, k]$$

Tabela 3 Matriz de Cargas [Lotes de Produtos x Tipos de Máquinas]

Lote	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5
1	0,0	2,5	0,0	2,5	1,0
2	0,5	2,0	2,5	0,0	2,5
3	0,0	0,0	0,0	0,5	2,5
4	0,0	4,5	0,0	1,0	0,0
5	5,0	0,0	3,5	0,0	1,0
6	0,0	1,5	0,5	0,5	0,0
7	1,5	2,5	0,5	0,0	2,0

Um lote de produtos cujo roteiro de fabricação utiliza o trabalho de um mesmo tipo de máquina mais de uma vez tem sua carga de trabalho sobre o tipo de máquina em questão igual à soma das durações destas operações multiplicadas pelo número de produtos a fabricar nos respectivos lotes. Isto significa que estas operações são concentradas, em um primeiro tratamento, em um pacote como uma operação única e então atribuídas para execução em uma mesma máquina. Em um segundo tratamento, estas operações podem retomar suas individualidades e serem eventualmente executadas em máquinas diferentes, na medida em que os tipos e as máquinas disponíveis em cada tipo são

produtos, $PM01^j$ apresentaria 35 restrições e 150 variáveis 0/1 a calcular. A determinação de um número tão grande de variáveis exige um tempo de cálculo enorme. Os algoritmos de enumeração implícita (Balas, 1967), por exemplo, "permitem em geral a resolução de problemas apresentando em torno de 50 variáveis bivalentes; além deste limite o tempo de cálculo torna-se rapidamente proibitivo..." (Sakarovitch, 1984).

Propõe-se, então, a resolução de $PM01^j$ em duas fases: Na primeira fase, efetua-se uma escolha de máquinas para o tipo considerado, o que permite assegurar o atendimento da carga global de trabalho. Isto permite reduzir o número β de máquinas a considerar e, por conseguinte, do número de variáveis $\alpha * \beta$. Na segunda fase, atribui-se os lotes de produtos às máquinas, resolvendo-se o problema por enumeração implícita ou heurísticas.

Escolha das Máquinas

A escolha das máquinas responsáveis pela fabricação dos produtos é realizada separadamente para cada tipo de máquina j e independentemente do processo de atribuição dos lotes de produtos às máquinas. Uma vez escolhidas as máquinas, tem-se um problema de atribuição de dimensão menor ou igual à dimensão do problema a resolver considerando-se todas as máquinas inicialmente propostas. A resolução do problema da mochila (Sakarovitch, 1984) abaixo (MCH^j), permite a realização desta escolha. No modelo apresentado, a variável bivalente y_m designa a escolha ($y_m = 1$) ou a não-escolha ($y_m = 0$) da máquina m . A função-objetivo de MCH^j minimiza o critério escolhido pelo operador (a, b ou c). A restrição principal (IV) assegura que a capacidade das máquinas disponíveis é suficiente para realizar a carga de trabalho globalmente demandada pelos lotes de produtos.

$$\begin{array}{ll}
 \text{MCH}^j & \text{minimizar} \quad \sum_{m=1}^{nm_mq[j]} c[j,m] * y_m \\
 & \text{sujeito a} \quad \sum_{m=1}^{nm_mq[j]} \text{cap}[j,m] * y_m \geq \sum_{i=1}^{nm_lt} \text{carga}[i,j] \quad (\text{IV}) \\
 & y_m = 0/1 \quad (m=1 \text{ a } nm_mq[j]) \quad (\text{V})
 \end{array}$$

A diminuição do número de máquinas inicialmente propostas leva a uma diminuição do coeficiente b e por conseguinte a uma diminuição do número de variáveis $\alpha * \beta$ a determinar no problema de carregamento. No exemplo considerado de 5 máquinas e 30 lotes, ter-se-ia 5 variáveis 0/1 a determinar em MCH^j. Um método qualquer de programação inteira (mesmo a busca exaustiva) pode ser utilizado para obtenção da solução ótima deste problema. Tal ótimo, entretanto, não é de muita utilidade, pois a existência de uma atribuição dos lotes às máquinas de uma combinação ótima não está evidentemente assegurada; somente está assegurado que as máquinas desta combinação são capazes de executar a carga global de trabalho sobre o tipo de máquina analisado.

Diante disto e da dimensão dos problemas a resolver, propõe-se a resolução de MCH^j de duas diferentes maneiras: 1^a) através da programação dinâmica (Nemhauser, 1967; Larson, 1968), que permite a enumeração de todas as soluções factíveis para o problema tratado, inclusive a solução ótima; 2^a) através de um procedimento heurístico composto de três etapas: a) geração de combinações de máquinas; b) submissão das combinações geradas à restrição principal de MCH^j; c) classificação de algumas combinações factíveis em uma lista segundo seu valor de função-objetivo.

Como resultado deste procedimento, obtém-se algumas ou todas as combinações de máquinas para as quais, na ordem do critério a otimizar, é verificada a existência de uma atribuição factível dos lotes de produtos. O número de combinações estocadas no procedimento heurístico é um parâmetro definido pelo operador e, decidimos fixá-lo igual a 10 nos testes computacionais realizados.

Carregamento dos Lotes de Produtos Sobre as Máquinas Escolhidas

A resolução de MCH¹ na fase precedente fornece as combinações de máquinas para as quais testa-se, nesta etapa, a existência de uma atribuição factível. Este teste é realizado primeiro para a combinação que apresenta o melhor valor de função-objetivo; em seguida - se a atribuição não é possível - para o segundo valor de função-objetivo, etc.

A simples resolução do sistema linear em variáveis bivalentes formado pelas restrições de PM0^{1j} por enumeração implícita (ou heurísticas) é uma solução possível para o problema de atribuição. Uma outra alternativa consiste em definir um novo objetivo a atingir quando da resolução deste sistema, buscando-se assim uma atribuição otimizada dos lotes às máquinas e não uma atribuição qualquer. A função-objetivo de PM0^{1j} após a resolução de MCH¹ não é mais otimizável pois é igual a constante. A seguinte função-objetivo para o novo problema de carregamento (PMM0^{1j}) com as restrições de PM0^{1j}, é, então, proposta:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^{nm_lt} \sum_{m=1}^{nm_mq[j]} p[j,m] * x_{im} \quad (VI)$$

onde $p[j, m]$ é a penalidade atribuída pelo operador à utilização de cada máquina da combinação testada. Desta maneira, pode-se dirigir a atribuição dos lotes sobre certas máquinas (as mais rápidas ou as menos caras, etc.), à escolha do operador. Se o número de variáveis 0/1 a determinar for menor que 100, PMM0^{1j} é resolvido pelo algoritmo de enumeração implícita. Caso contrário, aplica-se o algoritmo guloso (Aho et al., 1983). Tal procedimento permite a obtenção de uma solução ótima ou realizável em um tempo de cálculo razoável.

O resultado obtido para o exemplo proposto é apresentado na Tabela 4. As penalidades para utilização das máquinas foram todas fixadas iguais a 1 e o período de trabalho igual a 10. O critério de otimização considerado foi a capacidade total das máquinas na fabricação.

Tabela 4 Matriz [Lotes de Produtos x Máquinas]

Máquina	1	2	3	4	5	6
Tipo	1	2	2	3	4	5
Número	1	1	2	1	1	1
Lote 1	0,0	2,5	0,0	0,0	2,5	1,0
Lote 2	0,5	2,0	0,0	2,5	0,0	2,5
Lote 3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,5
Lote 4	0,0	4,5	0,0	0,0	1,0	0,0
Lote 5	5,0	0,0	0,0	3,5	0,0	1,0
Lote 6	0,0	0,0	1,5	0,5	0,5	0,0
Lote 7	1,5	0,0	2,5	0,5	0,0	2,0
Carga	7,0	9,0	4,0	7,0	4,5	9,0

Algoritmo Para Seleção e Carregamento

Os passos fundamentais do algoritmo desenvolvido para efetuar a seleção e o carregamento das máquinas estão resumidos no algoritmo s&c abaixo. Neste algoritmo está prevista a interferência do operador de modo a contemplar o conhecimento específico do mesmo sobre as particularidades do problema tratado em detrimento das técnicas matemáticas de otimização. No caso do operador do programa desejar promover alterações na seleção e carregamento de máquina obtidos, o programa apenas verifica a factibilidade das modificações indicadas, ou seja, se a capacidade das máquinas não é excedida, e apresenta o resultado desta verificação. Em vista desta informação, o operador pode desistir da alteração ou implementá-la mesmo no caso de capacidade insuficiente.

O problema da mochila MCH^j e o problema de atribuição PMM0^j são gerados automaticamente pelo programa a partir dos dados iniciais e resolvidos por meio de uma das duas versões algorítmicas disponíveis para cada caso, levando-se em conta o número de variáveis bivalentes a calcular: se o número destas é inferior a 100, utiliza-se a programação dinâmica e a enumeração implícita, respectivamente. Caso contrário, utiliza-se os procedimentos heurísticos.

Algoritmo s&c

Dados : roteiros e tempos de fabricação, penalidades das máquinas e critério de otimização

- 1) obtenção da matriz de cargas [lotes de produtos x máquinas]
- 2) resolução do problema da mochila MCH^j
- 3) resolução do problema de atribuição PMM0^j
- 4) apresentação do resultado obtido ao operador
- 5) possibilidade de efetuar modificações sobre a solução apresentada

fim algoritmo s&c

Resultados Computacionais

A Tabela 5, abaixo, exibe o resultado dos testes computacionais realizados sobre exemplos da literatura. Na primeira coluna desta tabela é fornecida a referência do problema escolhido: [CM-81], por exemplo, significa (Chan e Milner, 1981); na segunda é dado o par [r x s], onde r é o número de produtos e s é o número de tipos de máquinas; na terceira e quarta colunas são fornecidos, respectivamente, o número de máquinas disponíveis para o planejamento (u) e o número de operações a executar (v). Nas colunas seguintes, T_{pd} é o tempo de cálculo em segundos que o programa despense para efetuar a escolha das máquinas com a ajuda da programação dinâmica e T_{eh} com o algoritmo de enumeração heurística, T_{ei} é o tempo de cálculo para o algoritmo de enumeração implícita e T_{gu} para o algoritmo guloso. Na Tabela 5, o caracter (-) indica que o tempo computacional foi inferior a 0.1 segundo e o caracter (>) indica um tempo superior a 30 minutos.

Tabela 5 Exemplos e Tempos de Cálculo em Segundos (Processador INTEL 386 - 40 Mhz)

Exemplo	[r x s]	u	v	T _{pd}	T _{eh}	T _{ei}	T _{gu}
[FR-95]	7 x 5	12	21	-	-	2,0	-
[ME-88]	9 x 7	14	45	-	-	22,4	-
[ME-88]	9 x 7	21	45	-	-	154,9	-
[CM-81]	10 x 15	15	46	-	-	-	-
[SR-90]	20 x 10	10	49	-	-	-	-
[HA-90]	20 x 20	20	79	-	-	-	-
[GA-85]	30 x 12	24	131	-	-	>	-
[KV-87]	41 x 30	30	128	-	-	-	-
[BU-75]	43 x 16	16	127	-	-	-	-
[BU-75]	43 x 16	48	127	-	-	>	-

Conclusão e Comentários

O procedimento de resolução em duas etapas do programa matemático em variáveis bivalentes PM0^j (busca de soluções factíveis por programação dinâmica ou enumeração de um conjunto de soluções factíveis, seguida de enumeração implícita ou algoritmo guloso) explora as particularidades do problema tratado (escolha de máquinas, carregamento dos lotes de produtos sobre as máquinas) para obter uma solução ótima ou realizável em tempo de cálculo aceitável ou irrelevante sobre micro-computador (processador INTEL 386, 40 MHz), mesmo no caso de problemas de razoável dimensão.

A Tabela 5 apresenta a resolução de 10 exemplos extraídos da literatura. Os resultados obtidos foram os mesmos pelos 4 algoritmos disponíveis. O tempo computacional exigido pelo algoritmo de enumeração implícita é o mais elevado, conforme esperado. Deve-se observar na Tabela 5 que quando o número de máquinas disponíveis para o planejamento é igual ao número de tipos de máquinas, o tempo de cálculo do algoritmo de enumeração implícita é irrelevante, isto porque o programa dispõe de uma heurística para verificação da existência de atribuição factível, quando existe apenas uma máquina no tipo. Caso a heurística encontre uma resposta afirmativa, a atribuição encontrada é confirmada como solução.

A programação dinâmica mostrou-se tão rápida quanto a enumeração heurística de 10 soluções factíveis. O inconveniente da programação dinâmica, todavia, encontra-se na ocupação de memória da máquina, uma vez que é necessário armazenar as diferentes soluções ótimas em cada estágio para se efetuar a recuperação da trajetória na etapa subsequente. Isto limita a sua utilização para resolução de problemas de grande porte.

O programa correspondente ao método proposto foi escrito em linguagem Turbo-Pascal e testado utilizando-se um microcomputador IBM-PC compatível. Ele gera automaticamente os programas matemáticos a resolver e apresenta ao operador a seleção e o carregamento obtido. Tendo em vista a facilidade com que tal ferramenta de cálculo gera alternativas de decisão e sua proximidade com a realidade industrial (máquinas de velocidade variável, durações operatórias variáveis, capacidades das máquinas, etc.) pode-se imaginar sua utilização em tempo real.

O modelo adotado para caracterizar as máquinas foi o da relação de velocidade, na linha definida pelos trabalhos de Garcia et al. (1985), Meguelati (1988), etc. Um outro modelo (por exemplo, utilização de durações diferentes para cada operação segundo a máquina utilizada para executá-la) pode, entretanto, ser introduzido neste método sem nenhum inconveniente. Por outro lado, alguns aperfeiçoamentos poderiam ser implementados no algoritmo de enumeração implícita utilizado para resolver PMM01, tais como a realização de testes suplementares (Sakarovitch, 1984) ou a adoção das restrições "surrogates" (Salkin, 1975), de modo a utilizar-se o algoritmo guloso com menor frequência e resolver-se de maneira ótima e em tempo de cálculo aceitável problemas reais de grande porte.

Referências

- Aho, A., Hopcroft, J., and Ullman, J., 1983, *Data Structures and Algorithms*, Addison Wesley.
- Amini, M. N., and Racer, M., 1994, "A Rigorous Computational Comparison of Alternative Solution Methods for the Generalized Assignment Problem", *Management Science*, 40, 7, pp. 623-631.
- Balas, E., 1967, "Discrete Programming by Filter Method", *Oper. Res.*, 15, pp. 915-957.
- Burbidge, J. L., 1975, *The Introduction of Group Technology*, John Wiley.
- Chan, H. M., and Milner, D. A., 1981, "Direct Clustering Algorithm for Group Formation in Cellular Manufacture", *J. Manufact. Syst.*, 1, pp. 399-416.
- Ferreira Ribeiro, J. F., and Pradin, B., 1993, "A Methodology for Cellular Manufacturing Design", *Int. J. Prod. Res.*, 31, 1, pp. 235-250.
- Ferreira Ribeiro, J. F., and Ribeiro, C. M., 1995, "A Method and a Program for Assignment and Partitioning in GT", XI ISPE/IEEE/IFAC Int. Conf., Pereira, Colombia, pp. 340-346.
- Garcia, H., Mutel, B., and Proth, J. M., 1985, "Familles de Produits et Ilots de Fabrication : Le Cas de Machines Multiples", *Rel. Téc. INRIA 469*, França.
- Garey, M. R., and Johnson, D. S., 1979, *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP Completeness*, Freeman.
- Gondran, M., and Minoux, M., 1985, *Graphes et Algorithmes*, Eyrolles.
- Harhalakis, G., Nagi, R., and Proth, J. M., 1990, "An Efficient Heuristic in Manufacturing Cell Formation for GT Applications", *Int. J. Prod. Res.*, 28, 1, pp. 185-198.
- Kumar, K. R., and Vanelli, A., 1987, "Strategic Subcontracting for Efficient Disaggregated Manufacturing", *Int. J. Prod. Res.*, 25, 12, pp. 1715-1728.
- Larson, E. R., 1968, *State Increment Dynamic Programming*, Elsevier.
- Lashkari, R. S., Dutta, S. P., and Padhye, A. M., 1987, "A New Formulation of Operation Allocation Problem in FMS - Math. Modelling and Computac. Experience", *Int. J. Prod. Res.*, 25, 9, pp. 1267-1283.
- Liao, T. W., 1994, "Design of Line-Type Cellular Manufacturing Systems for Minimum Operating and Material Handling Costs", *Int. J. Prod. Res.*, 32, 2, pp. 387-397.
- Logendran, R., Ramakrishna, P., and Srikandarajah, C., 1994, "Tabu-Search-Based Heuristics for FMS in the Presence of Alternative Process Plans", *Int. J. Prod. Res.*, 32, 2, pp. 273-297.

- Meguelati, S., 1988, *Méthodes de Classification pour la Constitution d'Ilots de Fabrication et l'Ordonnancement*, Tese de Doutorado INSA/LAAS, França.
- Nasr, N., Elsayed, E. A., 1990, "Job Shop Scheduling with Alternative Machines", *Int. J. Prod. Res.*, 28, 9, pp. 1595-1609.
- Nemhauser, G. L., 1967, *Introduction to Dynamic Programming*, John Wiley.
- Oliveira, M. M. B., Ferreira Ribeiro, J. F., and Ribeiro, C. M., 1994, "Sequenciamento de Operações Baseado na Decomposição dos Sistemas de Manufatura e Uso de Processamento Paralelo", X CBA / VI CLACA, Rio de Janeiro, RJ, pp. 133-138.
- Sakarovitch, M., 1984, *Optimisation Combinatoire : Programmation Discrète*, Hermann.
- Salkin, H. M., 1975, *Integer Programming*, Addison Wesley.
- Sankaran, S., and Kasilingam, R. G., 1993, "One Cell Size and Machine Requirements Planning in GT Systems", *Eur. J. Op. Res.*, 69, 3, pp. 373-383.
- Shtub, A., 1989, "Modelling Group Technology Cell Formation as a Generalized Assignment Problem", *Int. J. Prod. Res.*, 27, 5, pp. 775-782.
- Srinivasan, G., Narendan, T. T., and Mahavedan, B., 1990, "An Assignment Model for the Part-Families Problem in GT", *Int. J. Prod. Res.*, 28, 1, pp. 145-152.
- Sule, D. R., 1991, "Machine Capacity Planning in GT", *Int. J. Prod. Res.*, 29, 9, pp. 1909-1922.
- Wilhelm, W. E., and Shin, H. M., 1985, "Effectiveness of Alternate Operations in a FMS", *Int. J. Prod. Res.*, 23, 1, pp. 65-79.

The Wake Behind a Backward-Facing Step- A Numerical Study

Marcos Aurélio Ortega

João Luiz Filgueiras de Azevedo

ITA-Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Divisão de Engenharia Aeronáutica
12228-900 São José dos Campos, SP Brasil

Abstract

Numerical prediction of an external turbulent flow along a backward-facing step is obtained by means of large eddy simulation together with the use of Smagorinsky's subgrid-scale turbulence model. A very simple and fast finite volume scheme which incorporates a 3-stage, second order Runge-Kutta time-stepping and a simplified artificial dissipation method is applied. The results for a two-dimensional, incompressible flow will be reported herein. The main topological features of the flow at the beginning and along the subsequent movement of the fluid for a representative interval of time are presented and properly commented.

Keywords: Step Flow, Turbulence, Large Eddy Simulation

Introduction

The study of turbulent flows over obstacles is of great interest in various fields of engineering such as wind research and automobile design (Hucho, 1987, Han, Hammond and Sagi, 1992, He and Song, 1992, Murakami, Mochida and Hibi, 1987). In this latter case, prediction of the topology, as well as of the statistics of the flow, may help considerably in the desing of both the vehicle and the related wind tunnel experiments. The work to be described in this article is the first step in the detailed study of the flow field in the rear region of a terrestrial vehicle. The unsteady turbulent shear flow behind a backward-facing step is obtained by means of the large eddy simulation technique (LES). The ultimate objective of this research effort is to assess and understand the complicated flow mechanism in the wake region of rearward bluff vehicles such as buses and trucks. After this, one could possibly develop ideas about how to introduce modifications in the geometry of the body, in such way as to diminish the high pressure drag that resists the movement. We are evidently aware that the most representative geometry for a flow such as this is three-dimensional, but, to begin with we propose to tackle a simplified two-dimensional case. The reason for this is simplicity.

The mathematical model corresponds to the compressible Navier-Stokes equations. It is important to stress that what we are calling here Navier-Stokes equations should be understood as the system of conservation equations of Fluid Mechanics, i.e., continuity, momentum and energy equations, plus all the constitutive relations necessary to properly describe the flowing medium. Integration of the filtered Navier Stokes equations in conservation-law form is accomplished though the use of an explicit finite volume method. The method incorporates a three-stage Runge-Kutta scheme and a simplified version of Pulliam's artificial dissipation approach (Ortega and Azevedo, 1995). In order to facilitate the calculation of derivatives at the boundaries of the computational domain an extra layer of ghost volumes is created. The Mach number range for the problem in hand is low - the current at the entrance plane has a Mach number of 0.05 - but this poses no difficulties due to the level of refining of the grid (Volpe, 1993).

The evolution of the flow behind the step with the formation and subsequent shedding of the large turbulent structures is perfectly reproduced. The topological results are compared with similar available data (Silveira Neto, Grand and Lesieur, 1991, Silveira Neto et al., 1993), and the agreement obtained confirms the reliability of the present calculation. In the following, the problem is firstly stated. Then, the mathematical and numerical formulations are presented. Finally, results for the flow along the step are presented and discussed.

Problem Statement and Basic Formulations

Problem Statement

The proposed problem is clearly stated in Fig. 1, where both the physical situation and the geometry of the computational domain are defined. An external current of air approaches a backward-facing step from left to right. For the definition of the grid all the geometrical parameters are nondimensionalized by the base height h . The main objective of this work is to investigate the flow in the wake of the step.

Mathematical Modelling

The two-dimensional Navier-Stokes equations written in Cartesian coordinates and in conservation-law form, are:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

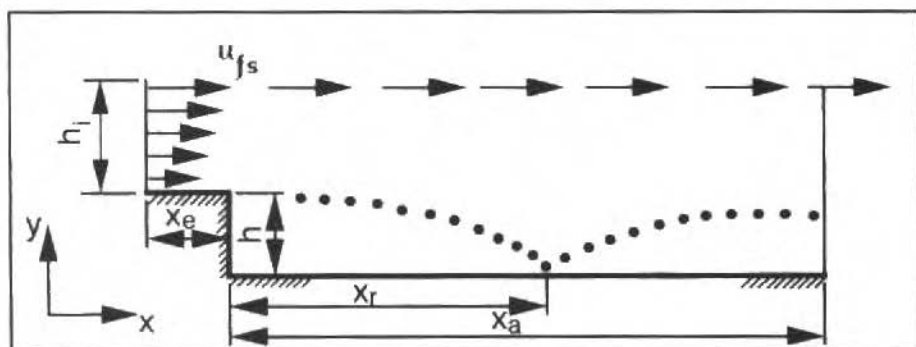


Fig. 1 Physical Problem and Main Geometrical Parameters.

where Q is the so called flux vector of conserved variables, given by

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

and E and F are the flux vectors

$$E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (e + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + q_x \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

$$F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ (e + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + q_y \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

The components of the viscous stress tensor are given by

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (5)$$

where δ_{ij} is the Kronecker delta. The fluid is air, considered as a thermal and caloric perfect gas and as an isotropic medium. Further, the Stokes' hypothesis and Fourier's law of heat conduction are incorporated into the model. The symbols that appear in the above set of equations are standard, so there is no need to describe them here.

In LES, the Navier-Stokes equations are not solved straight as they appear above. Before numerical simulation is attempted, the equations are initially filtered. In a filtering process, a variable f is separated into two parts: \bar{f} , related to the large scale field, and f' related to the subgrid-scale field,

$$f = \bar{f} + f'. \quad (6)$$

The large scale field component is obtained by means of a convolution filter:

$$\bar{f}(\vec{r}) = \int G(\vec{r} - \vec{\xi}) f(\vec{\xi}) d\vec{\xi}. \quad (7)$$

In the present work, the adopted filtering function G is the classical box filter used by Deardorff (1970). The box filter introduces a characteristic length - the width of the filter. This typical length is in general associated to the size of the grid because, usually, the size of the grid is taken as the boundary between eddies which are going to be directly simulated (large field) and the ones that are going to be modeled (small field). It is important to stress, however, that the width of the filter (Δ) need not necessarily be related to the size of the grid (for details, the reader is referred to the work of Ferziger, 1983).

The mathematical operations of filtering and partial differentiation are commutative (Moin, Reynolds and Ferziger, 1978). This assures that one can obtain the filtered Navier-Stokes equations in conservation-law form by applying the decomposition, Eq. (6), and the filtering operation, Eq. (7), to the original Navier-Stokes equations. The resulting filtered equations read

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial y} = 0, \quad (8)$$

where

$$Q = \begin{Bmatrix} \bar{p} \\ \bar{\rho u} \\ \bar{\rho v} \\ \bar{e} \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

$$E = \begin{Bmatrix} \bar{\rho u} \\ \bar{\rho u} \bar{u} + \bar{p} - \bar{\tau}_{xx} \\ \bar{\rho u} \bar{v} - \bar{\tau}_{xy} \\ (\bar{e} + \bar{p} - \bar{\tau}_{xx}) \bar{u} - \bar{\tau}_{xy} \bar{v} + \bar{q}_x \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{\rho v} \\ \bar{\rho v \bar{u}} - \bar{\tau}_{xy} \\ \bar{\rho v \bar{v}} + \bar{p} - \bar{\tau}_{yy} \\ (\bar{c} + \bar{p} - \bar{\tau}_{yy}) \bar{v} - \bar{\tau}_{xy} \bar{u} + \bar{q}_y \end{array} \right\}. \quad (11)$$

The components of the filtered stress tensor are given by:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - L_{ij} - C_{ij} + R_{ij}, \quad (12)$$

where

$$L_{ij} = \overline{\rho u_j \bar{u}_i} - \overline{\rho u_j} \bar{u}_i,$$

$$C_{ij} = \overline{(\rho u_j)' \bar{u}_i} + \overline{\rho u_j u_i'}$$

$$R_{ij} = \overline{-(\rho u_j)' u_i'}$$

are, respectively, the Leonard, cross, and Reynolds stress tensors. Further, the new components of the filtered heat flux vector are

$$\bar{q}_i = -\kappa \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + (\bar{q}_i)_L + (\bar{q}_i)_C + (\bar{q}_i)_R, \quad (13)$$

where

$$(\bar{q}_i)_L = c_p \left(\overline{\rho u_i \bar{T}} - \overline{\rho u_i} \bar{T} \right)$$

$$(\bar{q}_i)_C = c_p \left(\overline{(\rho u_i)' \bar{T}} - \overline{\rho u_i} \bar{T}' \right),$$

$$(\bar{q}_i)_R = c_p \overline{(\rho u_i)' T'}$$

and c_p stands for the specific heat at constant pressure. The terms $(\bar{q}_i)_L$, $(\bar{q}_i)_C$, and $(\bar{q}_i)_R$ can as well be called Leonard, cross and Reynolds heat fluxes, respectively (Erlebacher et al., 1987). Silveira Neto et al. (1993), have shown that L_{ij} and C_{ij} are, in fact, negligible when compared to the Reynolds' stresses. Relying on this argument, those terms will be also neglected in our calculations. However, care must be exercised here. These authors were involved with incompressible flows. As the test case to be treated here is also incompressible the assumption is consistent. On the other hand, for a truly compressible problem, the relative values of L_{ij} and C_{ij} would have to be checked again. By analogy, and having in mind the well established idea that the mechanisms of momentum and heat transfer, if not identical, are at least very similar, we will also neglect the Leonard and cross heat fluxes. Another important point to make is that we have started from the general form of the compressible Navier-Stokes equations. Hence, albeit the results to be presented below correspond to an incompressible case, this is a characteristic of the physical situation and not a restriction of the formulation.

Basically, the use of the Smagorinsky's model corresponds to the application of the eddy viscosity concept to the sub-grid scale (SGS) turbulence modelling. In the context of an eddy viscosity representation one has to specify two typical scales, namely, a length scale and a velocity scale. The natural choice for the length scale of the SGS eddies is evidently the characteristic length of the filter, i.e., Δ . Then, one is left simply with the task of specifying a velocity scale. Thus, the model in its incompressible form can be represented by (Ferziger, 1990)

$$v_T = l_{SGS} q, \quad (14)$$

where

$$l_{SGS} q = C_S \Delta \quad (15)$$

$$q = l_{SGS} q |\bar{S}|, \quad (16)$$

and

$$|\bar{S}| = (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}, \quad (17)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (18)$$

The symbol C_S is known in the literature as Smagorinsky's constant. Through a proper calibration of the constant, this model can yield good simulation results in spite of its deficiency in representing some details as, for instance, it does not predict accurately the pointwise SGS Reynolds stress tensor (Ferziger, 1990).

In the following paragraphs we briefly comment about the boundary conditions. Reference is made to Fig. 1. At the entrance section of the computational domain, three variables are fixed and one is extrapolated from the interior. The fixed variables are a mean (turbulent) longitudinal velocity profile, the vertical component of velocity which is set equal to zero, and an uniform temperature distribution. The extrapolated variable is the pressure. The rationale here is related to the direction of the characteristic signals in a subsonic flow. For the problem at hand, there is no need to superimpose a white noise to the mean entrance profile, because the flow along the square corner is unstable (Silveira Neto et al., 1993). At the exit section we extrapolate all four variables from the interior; in other words, the longitudinal gradients are all set to zero. The same rationale of the entrance section should evidently apply here. However, this approach was motivated by the requirement of having a completely developed flow at the exit section. For this, the outlet of the computation domain is placed far away from the body, and a value of x_a/h equal to 30 is adopted. At the upper boundary freestream conditions are established. We are aware that this is not the best choice since freestream conditions are reflexive. Nevertheless, such an approach was adopted here for the sake of simplicity.

Establishing boundary conditions for a solid wall is a very difficult task. In order to guarantee a true no-slip condition at the wall, one has to have sufficient grid resolution. Otherwise, an alternative scheme has to be applied and, in general, a slip condition is adopted using some kind of wall function. Despite not having a sufficient fine grid at the wall, the numerical experimentation was performed considering the no-slip condition. Two arguments can be forwarded in order to support this procedure. First, at this stage of this research program, we are mostly interested in the topological aspects of the flow, because this will certainly ensure the initial validation of the complete numerical implementation. The appropriate accuracy at the wall region can be reached in a second validation stage. After all, we are not interested in calculating any friction coefficients as yet. Secondly, enforcing no-slip conditions at the wall is a simplifying action.

The calculation is started by setting freestream conditions along all the computational domain, including the supporting two layers of ghost volumes (see details in the next section). The only exception to this is the velocity profile at the entrance section.

The Numerical Method

The filtered Navier-Stokes equations are discretized in space by means of a cell centered, finite volume algorithm. The scheme is explicit and a three-stage Runge-Kutta procedure is applied to advance the solution in time. Fluxes at the faces of control volumes are defined as the arithmetic mean between the values of fluxes calculated using the conserved properties at the adjacent cells. This gives the scheme a central difference character and so, artificial dissipation terms have to be added. We discuss now the main aspects of this new algorithm.

The two-dimensional filtered Navier-Stokes equations can be written in integral form as

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_V \bar{Q} dV = - \int_S (\vec{P} \cdot \vec{n}) dS \quad (19)$$

Here, V is a fixed area with boundary S and \vec{n} is the outward-oriented unit vector normal to S . \vec{P} is a generalized flux vector defined by

$$\vec{P} = E \vec{i}_x + F \vec{i}_y \quad (20)$$

Discretization of Eq. (19) in space and addition of artificial dissipation terms lead to the following system of coupled ordinary differential equations

$$\frac{d}{dt} (V_{i,j} Q_{i,j}) + C(Q_{i,j}) - D(Q_{i,j}) = 0, \quad (21)$$

where $Q_{i,j}$ is the average of \bar{Q} inside cell (i, j) . $C(Q_{i,j})$ is the discrete approximation to the flux integral in Eq. (19) and $D(Q_{i,j})$ represents the artificial dissipation fluxes. The need for artificial dissipation stems from the way fluxes are defined at faces between volumes. For example, the value of \vec{P} at face $(i + 1/2, j)$ between cells (i, j) and $(i + 1, j)$ is assumed to be given by

$$\vec{P}_{i+1/2,j} = \frac{1}{2} (\vec{P}_{i,j} + \vec{P}_{i+1,j}) \quad (22)$$

On a smooth grid, this averaging approach reduces to central differencing and is second order accurate in space.

The advancement of Eq. (21) in time is accomplished through the use of a 3-stage Runge-Kutta scheme:

$$Q^{(0)} = Q^{(n)},$$

$$Q^{(1)} = Q^{(0)} - \alpha_1 (\Delta t/V) [C(Q^{(0)}) - D(Q^{(0)})],$$

$$Q^{(2)} = Q^{(0)} - \alpha_2 (\Delta t/V) [C(Q^{(1)}) - D(Q^{(0)})],$$

$$Q^{(3)} = Q^{(0)} - \alpha_3 (\Delta t/V) [C(Q^{(2)}) - D(Q^{(0)})],$$

$$Q^{(n+1)} = Q^{(3)},$$

where the cell area V is constant. The reader should observe that, for reasons of computation time economy, the dissipation terms are calculated only at the first step. The α coefficients are:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = \frac{1}{2}, \alpha_3 = 1, \quad (24)$$

and it is important to stress that the 3-stage Runge-Kutta scheme still keeps second-order accuracy in time (Kroll and Jain, 1987).

The artificial dissipation strategy here considered corresponds to a simplified version of Pulliam's nonlinear model (Pulliam, 1986). The defining expression for the artificial dissipation operator reads

$$D(Q_{i,j}) = (\sigma_{i,j}/V_{i,j}) [\epsilon_{i,j}^{(2)} d^{(2)}(Q_{i,j}) - \epsilon_{i,j}^{(4)} d^{(4)}(Q_{i,j})] \quad (24)$$

Here,

$$d^{(2)} = \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} + \nabla_{\eta} \Delta_{\eta}, \quad d^{(4)} = (\nabla_{\xi} \Delta_{\xi})^2 + (\nabla_{\eta} \Delta_{\eta})^2, \quad (25)$$

and

$$\epsilon_{i,j}^{(2)} = \kappa_2 \max(Y_i, Y_j), \quad \epsilon_{i,j}^{(4)} = \max(0, \kappa_4 - \epsilon_{i,j}^{(2)}) \quad (26)$$

The difference operators that appear in Eqs. (25) are defined in the usual way, i.e.,

$$\nabla_{\xi}(Q_{i,j}) = Q_{i,j} - Q_{i-1,j}, \quad \Delta_{\xi}(Q_{i,j}) = Q_{i+1,j} - Q_{i,j} \quad (27)$$

and similar expressions for ∇_{η} and Δ_{η} . The coefficient to the second-difference dissipation Y_i is defined by

$$Y_i = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{|p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|} \quad (28)$$

and a similar expression for Y_j . The term $\sigma_{i,j}$ is a spectral radius scaling given by

$$\sigma_{i,j} = \sqrt{u^2 + v^2} + a, \quad (29)$$

where a is the local speed of sound. The amount of artificial dissipation introduced in the numerical calculation is controlled by parameters κ_2 and κ_4 . Proper values for these quantities will be presented later.

A thorough comparison between the artificial dissipation model just described and that of Pulliam (Pulliam, 1986) will reveal the following apparent differences. (i) The spectral radius and the cell volume are not acted upon by the difference operators; in other words, they are always referred to cell (i, j) . (ii) The time scaling is different. (iii) The coefficients $\epsilon_{i,j}^{(2)}$ and $\epsilon_{i,j}^{(4)}$ are not acted upon by the difference operators; this means that there is no pressure gradient probing around cell (i, j) . As a result of these definitions the model is basically constituted of a "second difference cross" (with a "stencil" of three cells in each direction) and a "fourth difference cross" (with a "stencil" of five cells in each direction), both centered at cell (i, j) . Time economy is the main reason behind all those modifications. In fact, our scheme could be perceived as a quasi-linear model with additional damping capabilities to prevent oscillations at regions of large gradients.

The enforcement of boundary conditions usually requires the adoption of a row of ghost volumes. In our case, instead of one, we have adopted two rows. This simple procedure facilitates the implementation of the fourth-order dissipation terms and numerical derivatives along the boundaries of the computational domain. All those simplifying features render the algorithm very fast, while still maintaining its characteristics of robustness and accuracy. For more details on the numerical method, the reader should refer to Ortega and Azevedo (1995).

For the evaluation of Eq. (21) values of viscous fluxes crossing cell's surface edges are needed. For predicting those fluxes one is faced with the problem of determining derivatives of properties (u, v, e) on those edges. The approach here employed corresponds to approximating cell-edge values of derivatives as the arithmetic mean of the corresponding vertices values. If for example face f is limited by vertices α and β , then

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_f = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_\alpha + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_\beta\right]/2 \quad (30)$$

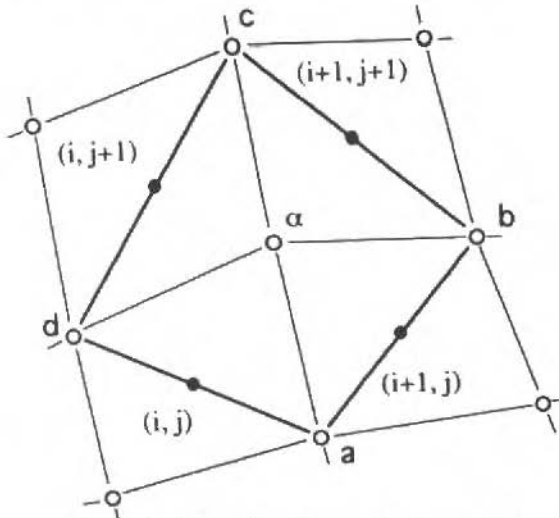


Fig. 2 Auxiliary Cell for Viscous Flux Computation

Derivatives at cell vertices can be determined by considering auxiliary cells surrounding each vertex - see Fig. 2. A discrete application of the divergence theorem to the auxiliary cell surrounding vertex α results in

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_\alpha = \frac{1}{V_{ac}} \sum_{k=1}^4 u_k \Delta y_k,$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_\alpha = -\frac{1}{V_{ac}} \sum_{k=1}^4 u_k \Delta x_k,$$

where V_{ac} is the area of the auxiliary cell. The summation is over the four edges of the cell, Fig. 2, and

$$\Delta x_1 = x_b - x_a,$$

$$\Delta x_2 = x_c - x_b,$$

$$\Delta x_3 = x_d - x_c,$$

$$\Delta x_4 = x_a - x_d,$$

Δy_1 to Δy_4 being defined in a similar manner. Variables at the faces of the auxiliary cell are approximated by the relevant cell-centre values, as for example

$$u_1 = u_{i+1,j} \quad (31)$$

Values of x and y were attributed to the first line of ghost vertices, considering then as specular images relative to the closest boundary. This expedient allows the application of the above formulas also for the case of boundary nodes. The only exception to this is the corner point, which is, in effect, a singular point of the computation domain. In this case, we simply discretized properly the original mathematical derivatives, taking into account the physical scenario at the corner vicinity.

Results and Discussion

Figure 1 defines both the physical situation and the geometry of the problem. Freestream conditions are set to $p_{fs} = 10^5 \text{ N/m}^2$, $u_{fs} = 20 \text{ m/s}$, $T_{fs} = 293 \text{ K}$. The height of the step is $h = 3 \text{ cm}$ and the Reynolds number based on this length is equal to 40,000. The results to be presented here were obtained for the following geometry: $h_1 = 3h$, $x_c = 3h$ and $x_a = 30h$. The grid is Cartesian and uniform. At the entrance region, i.e., before the step, there are 32 X 64 cells (32 partitions along x and 64 along y) including the ghost volumes. The region after the step is divided in 302 X 84 volumes. The value of C_S used in the present work is 0.2; κ_2 was set to zero, whilst κ_4 was set to 0.05.

The flow along the step is two-dimensional and incompressible. However, as it was stressed before, these are not restrictions to the calculation method here presented, because the whole development was done starting from the compressible form of the equations and the extension to three dimensions is really straightforward. As previously discussed, we are at the present stage mostly interested in topological results. Since we have not found in the literature topological studies of open flows, pertinent qualitative comparisons will be done with similar channel flows.

The most important fluid-mechanical mechanism involved in this physical situation is undoubtedly the rolling of the free shear layer that emanates from the upper step corner point. This free shear layer is the result of the separation of the boundary layer that grows along the entrance region wall. This kind of Kelvin-Helmholtz instability is the prime "source" of vorticity that feeds the large vortical structure that grows just after the step. These assertives are apparent from Figs. 3, 4, 5, 6, 7. These figures are plots of the spanwise vorticity ω_z for the region after the step and for five instants of time at the very beginning of the fluid movement. It is important to remember that, as a consequence of the way that the initial conditions are set, everything passes as if the fluid were suddenly set in motion with velocity u_{fs} (except for certain points of the entrance section in the neighborhood of the wall).

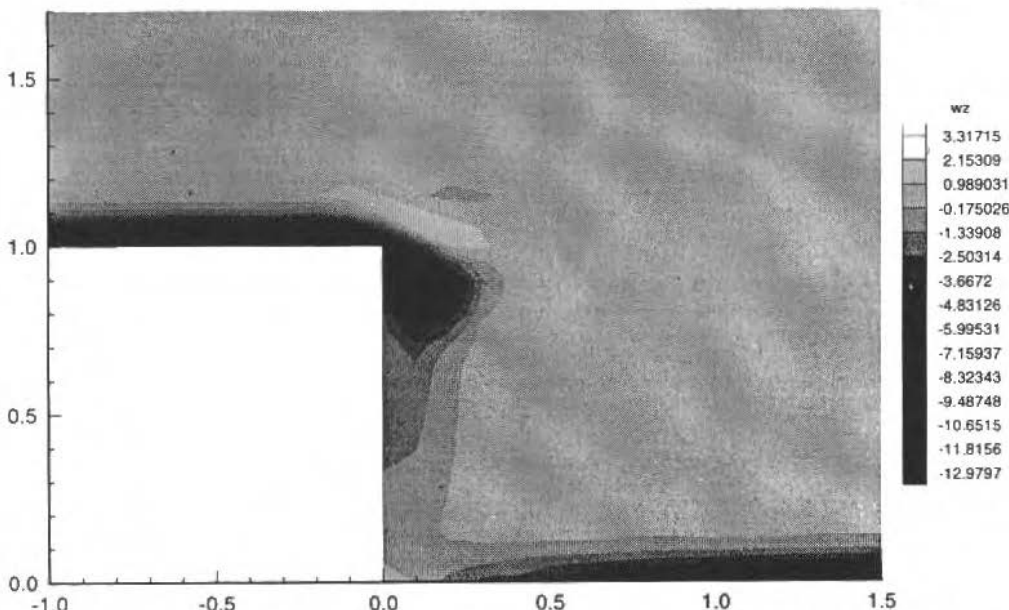


Fig. 3 Formation and Rolling of the Free Shear Layer by Separation of the Entrance Wall Boundary Layer. The Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, is Equal to 0.2

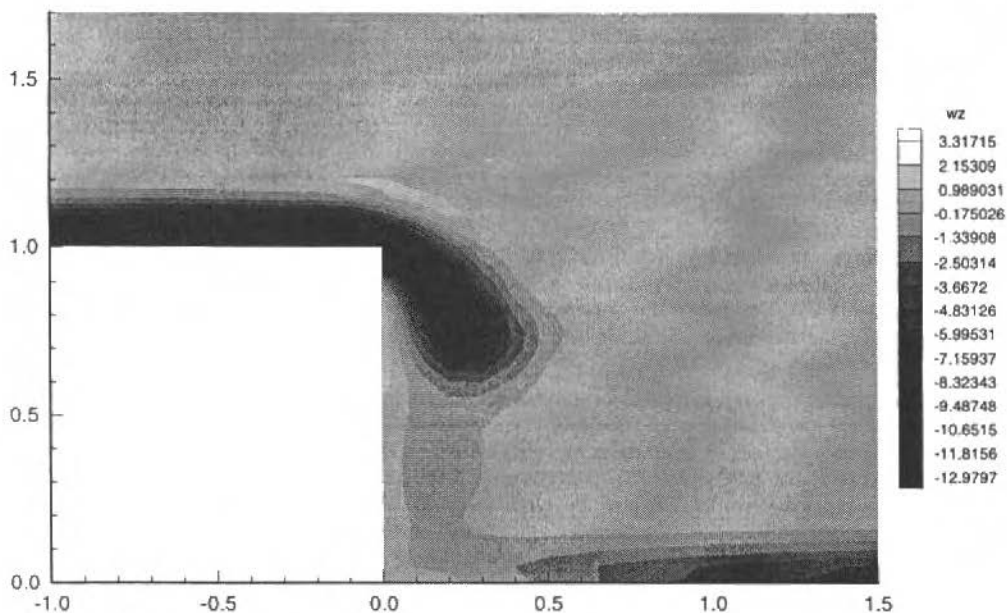


Fig. 4 Formation and Rolling of the Free Shear Layer by Separation of the Entrance Wall Boundary Layer. The Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, is Equal to 0.5

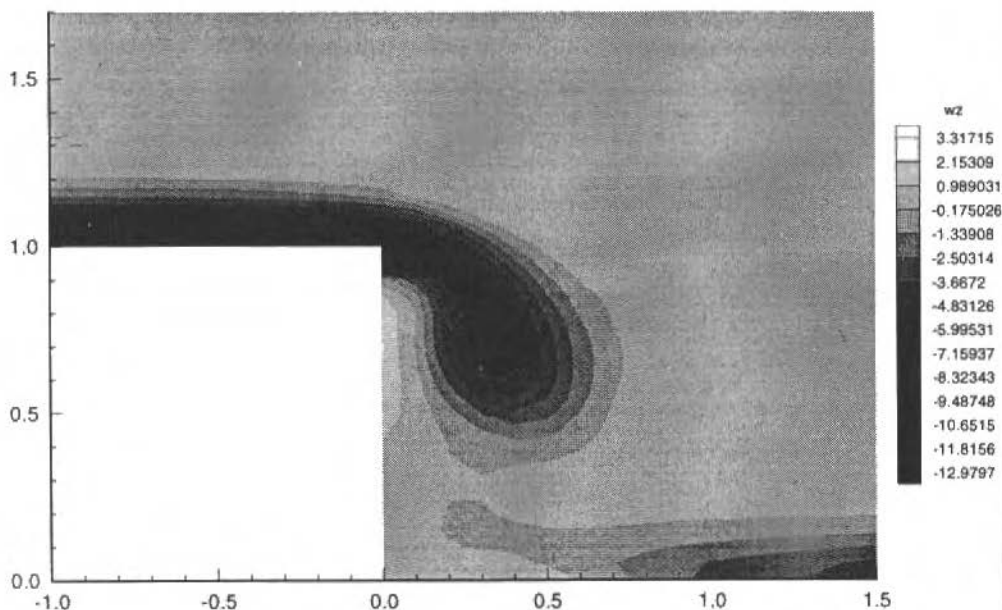


Fig. 5 Formation and Rolling of the Free Shear Layer by Separation of the Entrance Wall Boundary Layer. The Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, is Equal to 1.0

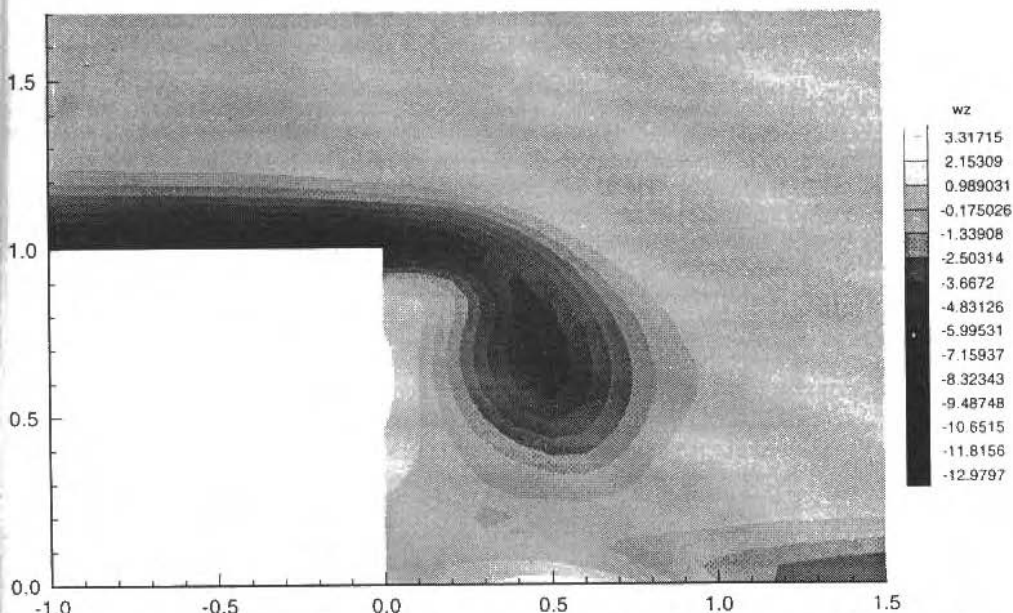


Fig. 6 Formation and Rolling of the Free Shear Layer by Separation of the Entrance Wall Boundary Layer. The Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, is Equal to 1.5

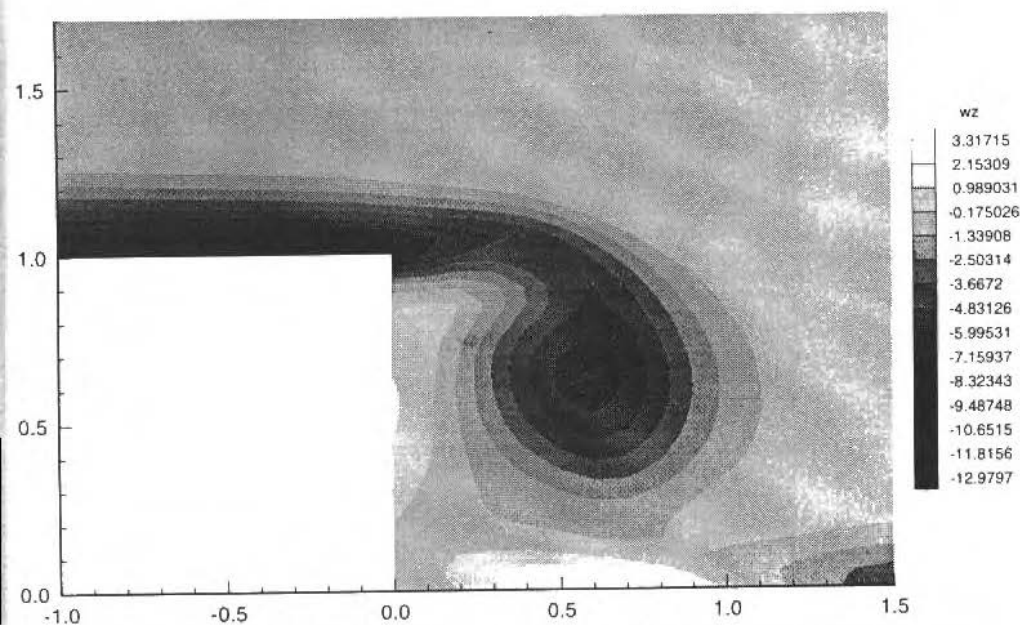


Fig. 7 Formation and Rolling of the Free Shear Layer Separation of the Entrance Wall Boundary Layer. The Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, is Equal to 2.0

Figure 8 reveals the basic features of the flow development. The figure is a plot of the spanwise vorticity ω_z for the region after the step and for certain instants of time. As time passes, the vortical structure that results from the rolling of the free shear layer in the near wake of the step gains more and

more energy, up to a point when it is shed into the main stream. Immediately after that, another vortical structure starts to grow at the corner, and, after a certain period of time, this is also shed in the main current. This periodic phenomenon imparts a non-stationary character to the flow downstream of the step.

The associated Strouhal number, $S=fh/u_{fs}$, where f is the frequency, is approximately 0.15. This value is in good agreement with the work of Silveira Neto et al. (1993). They have determined $S \approx 0,09$. The fact that the Strouhal is larger for the present case can be explained by the physical difference between both situations. The absence of the upper wall allows these coherent structures to be raised further away from the surface, and consequently they do not interfere too much with the boundary layer in their downstream movement. Interference with the boundary layer is a reason for slowing down the convection of the structures. The reader should observe that the first structure shed is being retarded in comparison with the second.

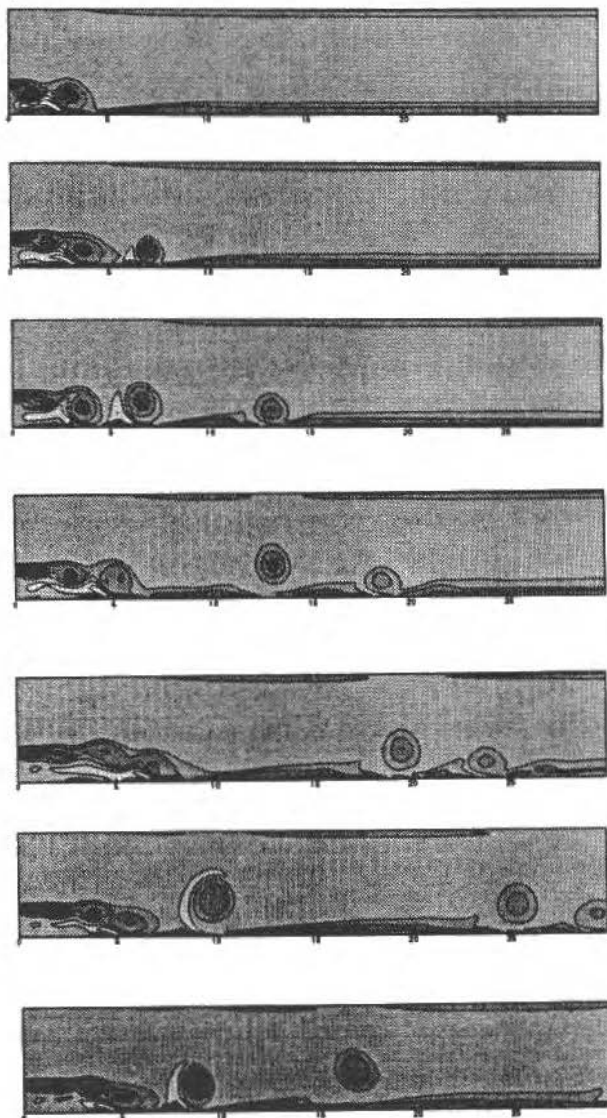


Fig 8 Evolution of the Flowfield Over a Backward-Facing Step. From Top to Bottom the Dimensionless Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, Corresponds to 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75

The upward motion of the large vortices is due to a component of vertical velocity induced by counter-rotating elements that are also shed together with the large coherent structures. The fact that the vortices are raised into the main stream allows for larger convection velocities, because the structure get immersed in regions of flow where the mean velocity is larger. One should remember that our upper boundary condition corresponds to free stream.

In fact, each shedding corresponds to a large amount of negative vorticity together with a corresponding smaller amount of positive vorticity. This is apparent from Fig 8, in which the regions of negative vorticity can be seen as the large, well-defined vortices. The positive vorticity originates at the region between the free rolling shear layer and the corner walls, and its appearance is related to the boundary condition satisfaction at the wall. After the shear layer rolls and forms the vortex, the resulting structure is too big to fit in the corner. Hence, a gap remains, which is filled by a positive-vorticity region of flow. This region grows with time is also finally shed into the main stream. It is interesting to observe that the positive-vorticity elements are also raised into the main stream, due to the inductive action of the negative-vorticity structures (see Fig.8. for $\hat{t} = tu_{fs}/h=65$). Figures 9 and 10 illustrate conclusively the origin of the positive vorticity at the small scale region of he corner. The rolling of the main shear layer creates just downstream of the corner and along the horizontal wall,

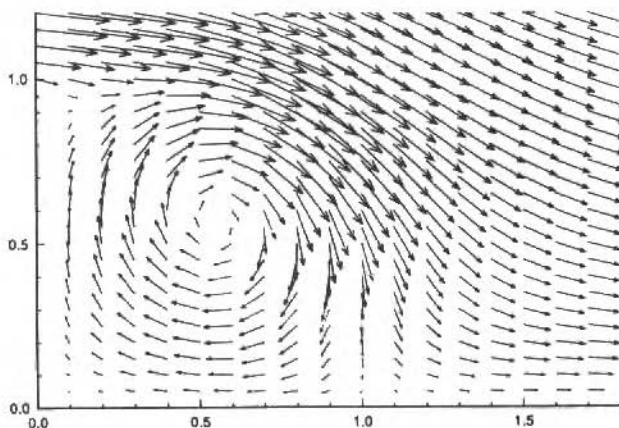


Fig. 9 Flow in the Small Scale Region of the Corner. The Nondimensional Instant of Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, Is Equal to 0.2. Observe the Separation of the Counter Current With the Consequent Formation of a Secondary, but Positive, Vortical Structure.

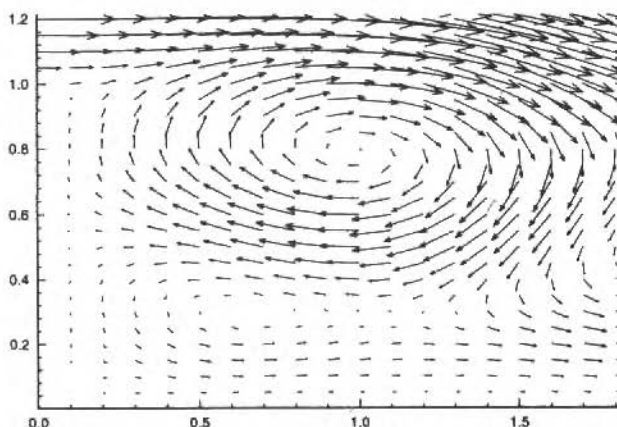


Fig. 10 Flow in the Small Scale Region of the Corner. The Nondimensional Instant of Time, $\hat{t} = tu_{fs}/h$, Is Equal to 15.0. Observe the Growth of the Positive-Vorticity Structure

a counter current, i.e., a current that moves from right to left. Due to the presence of the vertical wall this flow cannot proceed further in a horizontal direction; it separates, giving rise, therefore, to a positive-vorticity structure. Besides, we believe that this mechanism is also, and to a great extent, responsible for the shedding of the negative-vorticity structures - and therefore responsible for the overall shedding mechanism. Observe in Fig. 10 the huge growth of the positive-vorticity region - when compared to Fig. 9. This is a result of mass conservation, because, part of the mass that is "pumped" from the main stream through the negative-vorticity action returns along the horizontal wall. This means that the positive vortex, which borrows as a very small entity just at the corner, grows dramatically in size as the time goes by, and pushes up the big negative-vorticity billow above it in a destabilizing fashion.

An overall picture of the pressure field can be seen in Fig. 11. Depressions (dark gray) correspond to the coherent structures, while high pressure regions (light gray) appear in between. It is instructive to observe how the pressure oscillates in the wake according to the shedding régime. In Fig. 11, together with the pressure distributions (lower figure), we present also the vorticity distribution (upper figure) with the basic aim of "marking" the position of the great vortices. One can also observe in Fig. 8 the appearance of an artificial boundary layer along the upper boundary of the computational domain. This is the result of the reflexive nature of the boundary conditions at this frontier, as we have already pointed out. At present, the method is being corrected in order to avoid this problem.



Fig. 11 Vorticity and Pressure Fields in the Wake of the Step. The Nondimensional Instant of Time, $\hat{t} = t_{fs}/h$, is Equal to 85

Finally, we stress that an overall comparison of the results here presented with similar results of Silveira Neto, Grand and Lesieur (1991) and Silveira Neto et al. (1993) shows that the topology of the present flow is well represented. Moreover, it is also apparent from Fig. 8 that the reattachment length, x_r/h , fluctuates around 7, a value that agrees well with the literature.

Acknowledgements

The present work was partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, under grant number 530109/93-0.

References

- Deardorff, J.W., 1970, "A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Number," *J. Fluid Mech.*, Vol. 41 pp. 453-480.
- Erlacher, G., Hussaini, M.Y., Speziale, C.G., and Zang, T.A., 1987, "Toward the Large-Eddy Simulation of Compressible Turbulent Flows," NASA-CR-178273.
- Ferziger, J.H., 1983, "Higher-Level Simulations in Turbulent Flows," in *Computational Methods for Turbulent, Transonic, and Viscous Flows*, edited by J.A. Essers, Hemisphere Publ. Co., New York.

- Ferziger, J.H., 1990, "Approaches to Turbulent Flow Computation: Applications to Flow over Obstacles," *J. of Wind Eng. and Ind. Aerodynamics*, Vol. 35, pp. 1-19.
- Han, T., Hammond, D.C., Jr., and Sagi, C.J., 1992, "Optimization of Bluff Body for Minimum Drag in Ground Proximity," *AIAA Journal*, Vol. 30, N. 4, pp. 882-889.
- He, J., and Song, C.S., 1992, "Computation of Turbulent Shear Flow over Surface-Mounted Obstacle," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, N. 11, pp. 2282-2297.
- Hucho, W. (editor), *Aerodynamics of Road Vehicles - From Fluid Mechanics to Vehicle Engineering*, 1987, Butterworths, London, chapter 13.
- Kroll, N., and Jain, R.K., 1987, "Solution of Two-Dimensional Euler Equations - Experience with a Finite Volume Code," DFVLR Report FB 87-41, DFVLR Braunschweig, Braunschweig, F.R. of Germany.
- Moin, P., Reynolds, W.C., and Ferziger, J.H., 1978, "Large-Eddy Simulation of Incompressible Turbulent Channel Flow", Rep. TF-12, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, CA.
- Murakami, S., Mochida A., and Hibi, K., 1987, "Three-Dimensional Numerical Simulation of Air Flow Around a Cubic Model by Means of Large Eddy Simulation," *J. of Wind Eng. and Ind. Aerodynamic*, Vol. 25, pp. 291-305.
- Ortega, M.A., and Azevedo, J.L.F., 1995, "A New Explicit Finite Volume Algorithm for Euler Solutions," *Proceedings, Fourth Pan American Congress of Applied Mechanics - PACAM IV*, Vol. III, Buenos Aires, Argentina, pp. 101-106.
- Pullian, T.H., 1986, "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol. 24, N. 12, pp. 1931-1940.
- Silveira Neto, A., Grand, D., and Lesieur, M., 1991, "Simulation Numérique Bidimensionnelle d'un Écoulement Turbulent Stratifié Derrière une Marche," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, N. 8, pp. 1999-2012.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O., and Lesieur, M., 1993, "A Numerical Investigation of the Coherent Vortices in Turbulence behind a Backward-Facing Step," *J. Fluid Mech.*, Vol. 256, pp. 1-25.
- Volpe, G., 1993, "Performance of Compressible Flow Codes at Low Mach Numbers," *AIAA Journal*, Vol. 31, N. 1, pp. 49-56.

Self-Excited Vibrations in Active Hydrodynamic Bearings

Ilmar Ferreira Santos

Rodrigo Nicoletti

Unicamp - Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Mecânica

Departamento de Projeto Mecânico

13085-970 Campinas, SP Brasil

Abstract

The conditions for the occurrence of self-excited vibrations in active tilting-pad journal bearings are investigated. A mechanical model is created to explain such phenomenon. Theoretical and experimental results show that these vibrations are directly related to the non-linearities of hydrodynamic forces and to the reduction of the damping reserve of oil film.

Keywords: Self-Excited Vibrations, Hydrodynamic Bearings, Oil Whip, Hydraulic Control

Introduction

The problem of self-excited vibrations in hydrodynamic bearings is called oil-whip or oil-whirl, or simply rotor instabilities (Muszynska, 1988). When these self-excited vibrations happen in slow rotations, the rotor-bearing system oscillates as a rigid body at a frequency that is nearly half of the rotation frequency. This is called oil-whirl phenomenon. On the other hand, if these self-excited vibrations happen also at very high speeds, the system vibrates normally at its first natural frequency, what characterizes the oil-whip phenomenon. Self-excited vibrations of the system at its second natural frequency is also mentioned in the literature, since this phenomenon is directly related to the reduction of the damping level of the bearing.

The tilting-pad journal bearing is a particular kind of hydrodynamic bearing which presents excellent dynamic characteristics. The first works focusing on the occurrence of self-excited vibrations in these bearings date from 1988, operating passively (Flack, 1988), (Lie, 1989). Self-excited vibrations have also been detected recently, when operating in their active constructive form, that is, with pads mounted on active elements (Santos, 1993). These self-excited vibrations are characterized by the shock of the pads against the bearing box or, more precisely, against the active elements.

The kind of self-excited vibration in study only occurs when the resulting force from the oil film plus the inertia forces of the segment are less than the control force, the segment weight and the membrane spring force of the hydraulic actuator. Since the segment is uncoupled to the actuator and it begins to vibrate, the possibility of shocks against the membrane must be considered (Fig. 1).

This phenomenon, observed experimentally, has the cyclical characteristic of vibration amplitude increasing, shocking, and decreasing of amplitude, and then a new increasing of vibration amplitude until a new shock, as it can be seen in Fig. 1. The energy source for the occurrence of the self-excited vibration comes from the unbalance of the rotor, and the shock is the mechanism of vibrating-energy dissipation, operating in a cyclical way, regulating the vibration amplitude of the segment.

The objective of this work is to create a theoretical model capable of explaining this phenomenon of self-excited vibrations in active tilting-pad journal bearings, which has been experimentally detected during the operation of such bearings under loading (Santos, 1993). This model is based on the dynamics of rigid bodies and on the theory of elastic and inelastic shock. Excitations on the bearing segments and on the rotor arise from hydrodynamic forces, calculated using the Reynolds equation. The control forces are calculated with the help of Hydraulics and the non-linear relations between pressure-flow. With this theoretical model, the physical and mathematical conditions, from which these vibrations arise, are defined.

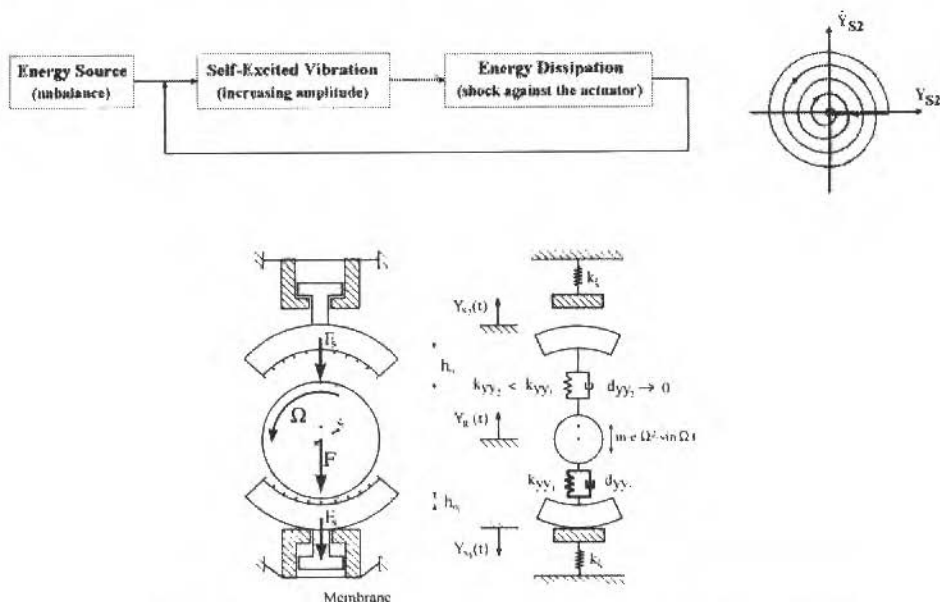


Fig. 1 Mechanism of the Self-Excited Vibrations in Active Hydrodynamic Bearings

Mathematical Model

The first step to the calculation of the hydrodynamic bearing properties (behavior of oil film) is the solution of the Reynolds equation:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + 12\rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

where: $h(x,t)$ is the function thickness of oil film; η is the dynamic oil viscosity; ρ is the oil density; U is the peripheral speed of the rotor and $p(x, z, t)$ is the hydrodynamic pressure.

Considering a flow to be incompressible ($\rho = \text{constant}$) and the oil temperature variation, as a function of its viscosity, negligible, the solution of this equation is obtained by approximating the pressure distribution of the oil film by Tschebyscheff Series (Springer, 1978, 1980).

In the case of bearings with moving pads, the pressure distribution function is integrated along the area of each segment in an iterative way with the rotation and translation movements of the segments, and therefore the force acting on the segments is obtained. By linearizing the hydrodynamic forces resulting between the rotor and the j -th segment, one can state that they follow to the matrix equation below:

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{K}_j \mathbf{z}_j + \mathbf{D}_j \dot{\mathbf{z}}_j \quad \text{where} \quad \mathbf{f}_j = \{ F_\xi F_\eta P_\xi M_\alpha \}_j^T \quad (2)$$

where: F_ξ is the force in the ξ direction on the rotor; F_η is the force in the η direction on the rotor; P_ξ is the Force in the ξ direction on the segment; M_α is the resulting momentum on the segment (see Fig. 2); \mathbf{f}_j is the vector of the hydrodynamic force between the rotor and the j -th segment; \mathbf{z}_j is the displacement vector; $\dot{\mathbf{z}}_j$ is the speed vector, composed by rotor translation movements and translation and rotation movements of the j -th segment.

The stiffness and damping matrixes, \mathbf{K}_j and \mathbf{D}_j , are given by (Santos, 1995):

$$K_j = \begin{bmatrix} k_{\xi\xi} & \frac{-k_{\xi\alpha}}{r_s} & -k_{\xi\xi} & -k_{\xi\alpha} \\ \frac{-k_{\alpha\xi}}{r_s} \left(\frac{k_{\alpha\alpha}}{r_s^2} - \frac{k_0^*}{r_s} \right) & \frac{k_{\alpha\xi}}{r_s} & \frac{k_{\alpha\alpha}}{r_s} & \frac{k_{\alpha\alpha}}{r_s} \\ -k_{\xi\xi} & \frac{k_{\xi\alpha}}{r_s} & (k_{\xi\xi} + K_\xi) & k_{\xi\alpha} \\ -k_{\alpha\xi} & \frac{k_{\alpha\alpha}}{r_s} & k_{\alpha\xi} & k_{\alpha\alpha} \end{bmatrix}_j \quad (3)$$

$$D_i = \begin{bmatrix} d_{\xi\xi} & \frac{-d_{\xi\alpha}}{r_s} & -d_{\xi\xi} & -d_{\xi\alpha} \\ \frac{-d_{\alpha\xi}}{r_s} & \frac{d_{\alpha\alpha}}{r_s^2} & \frac{d_{\alpha\xi}}{r_s} & \frac{d_{\alpha\alpha}}{r_s} \\ -d_{\xi\xi} & \frac{d_{\xi\alpha}}{r_s} & d_{\xi\xi} & d_{\xi\alpha} \\ -d_{\alpha\xi} & \frac{d_{\alpha\alpha}}{r_s} & d_{\alpha\xi} & (k_{\alpha\alpha} + C_\alpha) \end{bmatrix}_j \quad (4)$$

In the equations above, r_s is the sum of the segment radius plus the segment thickness; K_ξ is the coefficient of linear stiffness of the hydraulic actuator membrane; $k_{\xi\xi}$, $d_{\xi\xi}$ are the stiffness and damping coefficients of the oil film related to the translation movement of the segment; $k_{\alpha\alpha}$, $d_{\alpha\alpha}$ are the stiffness and damping coefficients of the oil film related to the angular movements of the segment; $k_{\xi\alpha}$, $d_{\xi\alpha}$, $k_{\alpha\xi}$, $d_{\alpha\xi}$ are the stiffness and damping coefficients for linear and angular coupled movements of the segment.

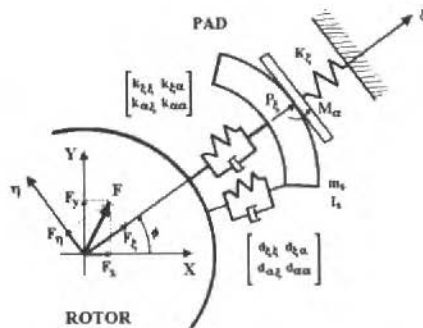


Fig. 2 Reference Systems Adopted - Inertial and Auxillar

The theoretical-experimental investigation of this work is conducted with the help of a test rig composed by a rotor-lever system operating in an active tilting-pad journal bearing at one end, as shown in Fig. 3.

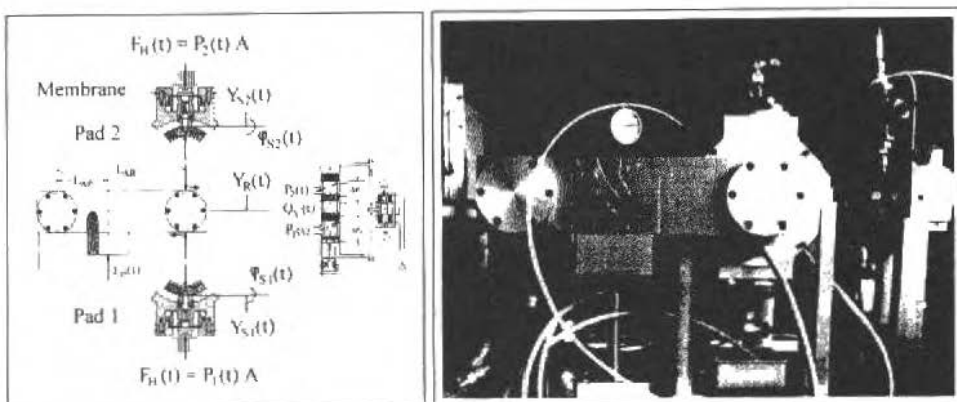


Fig. 3 Model of the Test Rig where Active Bearings are Tested

The active tilting pad journal bearing shown possesses only two active pads arranged in the vertical direction. These pads are attached to the chamber system without hindering the tilting motion. The chamber system is constructed with one membrane per chamber and connected to a servo valve and a proportional valve. Displacement sensors mounted in the pads allow the measurement of the relative displacement between the center of the rotor and the pads.

For the tilting pad journal bearing under discussion the cross coupling coefficients of damping and stiffness can be neglected (Glienicke, 1987). In the design of the test rig, this information was taken in account and, for this reason the experimental analysis can be carried out only in one direction. The motions of the center of the rotor is constrained in the horizontal direction by means of the lever system. With this lever system one permits rotor motions only in the vertical direction. The rotor-lever system is excited with help of a piezoactuator and its movements in the vertical direction are controlled through the active tilting pad journal bearing.

The model adopted for the hydrodynamic bearing of four segments, being two segments passive and two active, can be seen in Fig. 3, where Y_R , Y_{S1} , Y_{S2} are the absolute displacements of the rotor, segment 1, and segment 2 positioned in the vertical direction. Ψ_{S1} , Ψ_{S2} and are the absolute angular displacements of segments 1 and 2, measured in the inertial system.

Thus, by defining:

$$z_j = \{\xi_R \eta_R \xi_S \alpha_S\}_j^T \equiv \{Y_R X_R Y_S \alpha_S\}_j^T \quad (5)$$

one can obtain a system of equations for the rotor-bearing system as follows:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + f(t) \quad (6)$$

where x is the state vector, defined by:

$$x(t) = \{Y_R Y_{S1} Y_{S2} \Psi_{S1} \Psi_{S2} \dot{Y}_R \dot{Y}_{S1} \dot{Y}_{S2} \dot{\Psi}_{S1} \dot{\Psi}_{S2} Q_V \dot{Q}_V P_1 P_2\}^T \quad (7)$$

f is the excitation vector, defined by:

$$f(t) = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ f_p(t) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ K_V \omega_V^2 \ 0 \ 0\}^T \quad (8)$$

and A is the state matrix of the system, given by:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{L_{AR}^2}{I_A} k_{0*} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} k_{yy1} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} k_{yy2} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} k_{y\varphi1} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} k_{y\varphi2} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} d_{0*} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} d_{yy1} \\
 \frac{1}{m_s} k_{yy1} & -\frac{1}{m_s} k_{*1} & 0 & -\frac{1}{m_s} k_{y\varphi1} & 0 & \frac{1}{m_s} d_{yy1} & \frac{1}{m_s} d_{yy1} \\
 \frac{1}{m_s} k_{yy2} & 0 & -\frac{1}{m_s} k_{*2} & 0 & -\frac{1}{m_s} k_{y\varphi2} & \frac{1}{m_s} d_{yy2} & 0 \\
 \frac{1}{I_s} k_{\varphi y1} & -\frac{1}{I_s} k_{\varphi y1} & 0 & -\frac{1}{I_s} k_{\varphi\varphi1} & 0 & \frac{1}{I_s} d_{\varphi y1} & -\frac{1}{I_s} d_{\varphi y1} \\
 \frac{1}{I_s} k_{\varphi y2} & 0 & -\frac{1}{I_s} k_{\varphi y2} & 0 & -\frac{1}{I_s} k_{\varphi\varphi2} & \frac{1}{I_s} d_{\varphi y2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_K}{V_{LO}} A \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{L_{AR}^2}{I_A} d_{yy2} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} d_{y\varphi1} & \frac{L_{AR}^2}{I_A} d_{y\varphi2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{1}{m_s} d_{y\varphi1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_s} A & 0 \\
 -\frac{1}{m_s} d_{yy2} & 0 & -\frac{1}{m_s} d_{y\varphi2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_s} A \\
 0 & \frac{1}{I_s} d_{\varphi\varphi1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{I_s} d_{\varphi y2} & 0 & \frac{1}{I_s} d_{\varphi\varphi2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\omega_V^2 & -2\xi_V \omega_V & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_K}{V_{LO}} & 0 & \frac{\beta_K}{V_{LO}} K_{PQ} & \frac{\beta_K}{V_{LO}} K_{PQ} \\
 \frac{\beta_K}{V_{LO}} A & 0 & 0 & \frac{\beta_K}{V_{LO}} & 0 & \frac{\beta_K}{V_{LO}} K_{PQ} & -\frac{\beta_K}{V_{LO}} K_{PQ}
 \end{bmatrix} \quad (9)$$

When the rotor, due to a static loading (F_y), is impelled in the opposite direction of segment 2 in such a way that the oil film thickness between the rotor and this segment becomes larger, the hydrodynamic pressure is reduced. When this loading is excessively high for the operating conditions of the bearing, the hydrodynamic pressure between the segment 2 and the rotor achieve values near to zero; see pressure distribution over pad number 2 (Fig. 4).

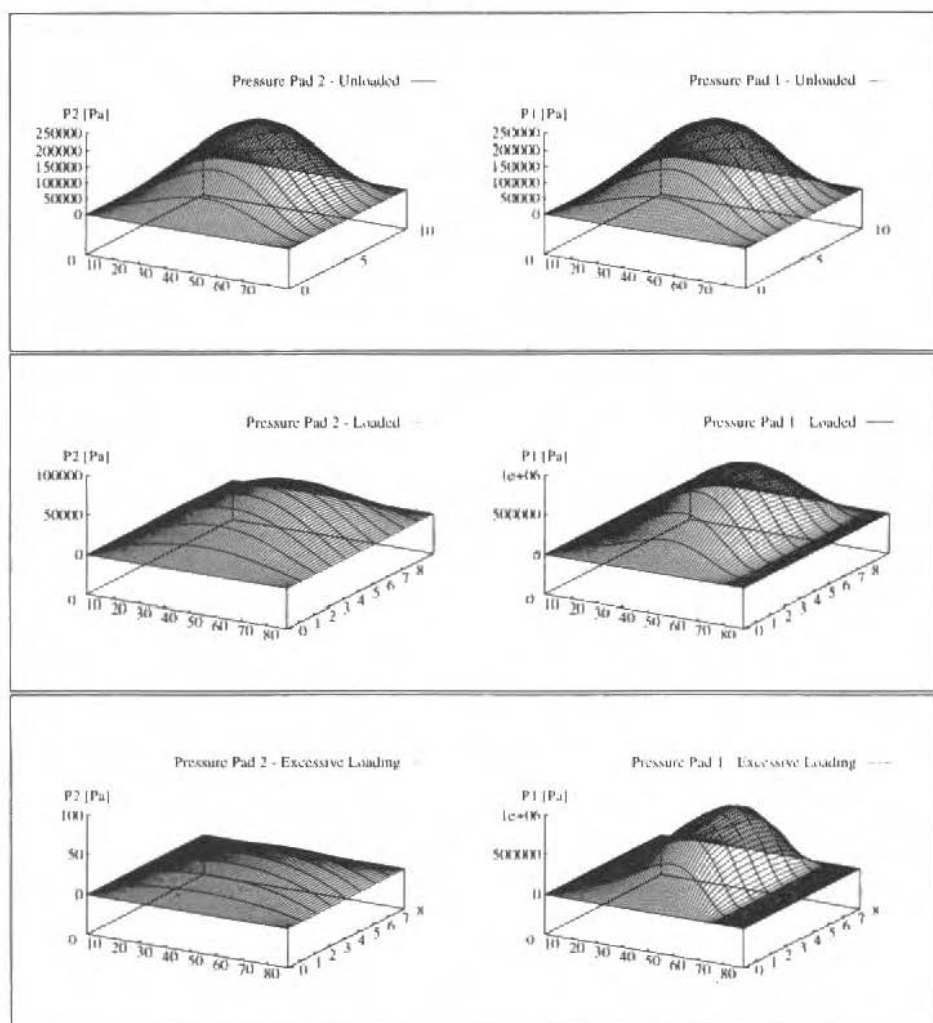


Fig. 4 Pressure Profile over the Vertical Pads for Three Different Static Loadings: (a) Unloaded; (b) Loaded; (c) Excessive Loading

Thus, the resulting hydrodynamic force that acts on the segment decreases to such an extent that this force cannot balance the other forces acting on the segment. If this happens, the segment is no longer pressured against its support and then supports itself only on the oil film (case of vertical segments). In this situation, the segment-oil film system can be considered a mass-spring system, being excited by external sine-shaped force, originated from the rotor rotation (unbalance). Consequently, the segment starts to vibrate (see Fig. 1).

Based on the affirmative that the self-excited vibrations in rotor-systems using tilting pad journal bearings have a direct relation to the non-linearities of the hydrodynamic forces and to the reduction of the oil film damping (Santos, 1993), the stiffness and damping coefficients are important factors in

such kind of analysis. The stiffness (k_{yy}) and damping (d_{yy}) oil film coefficients, that depends on the pressure profile over the pads, are directly related to the bearing operating conditions: initial radial gap (h_0); static loading over the rotor (F_y) and rotor rotation (Ω).

Therefore, with the objective of predicting the occurrence of the self-excited vibrations, the *Damping Factor* ξ_i for the i -th pad-oil film system is defined. This adimensional factor is a function of the bearing operating conditions, $\xi = f(h_0, F_y, \Omega)$, and is given by:

$$\xi_i = \frac{d_{\xi\xi i}}{\sqrt{4 \cdot m_{S_i} \cdot k_{\xi\xi i}}} \quad (10)$$

where m_{S_i} is the mass of the i -th pad; $k_{\xi\xi i}$, $d_{\xi\xi i}$ are the stiffness and damping coefficients of the oil film under the i -th pad.

Theoretical Results

Recent investigations indicate that the self-excited vibrations are able to appear in bearings whose operating conditions leads to a low damping factor (under 0,1). Thus, it is possible to predict the appearance of the phenomenon if the bearing operating conditions are known. Considering these facts, and searching for an easier way of preventing such self-excited vibrations, the *Behavior Diagrams* were created.

The behavior diagrams are three-dimensional graphics showing the relations among the radial gap (h_0), static loading over the rotor (F_y) and the damping factor (ξ) at a given rotor speed (Ω), in such a way that the self-excited vibration occurrence can be predicted.

Using a segment radius $R_S = 0,04987$ m and a hydraulic control pressure of 1.10^5 Pa, and considering the static loadings in the direction of the segment 1, it was possible to construct the behavior diagrams for detecting vibrations of the pad 2 (Fig. 5).

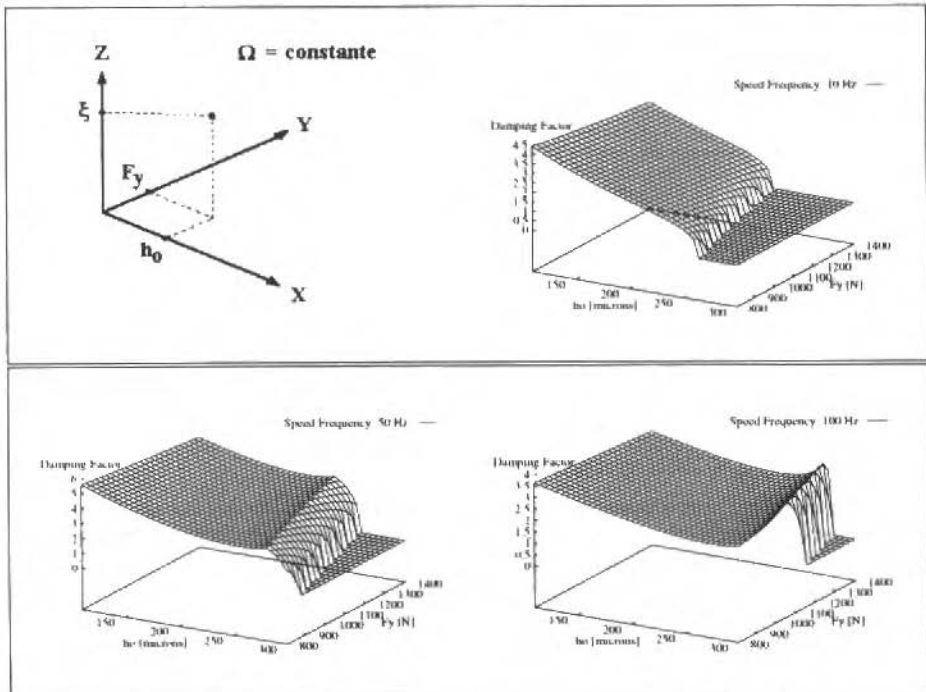


Fig. 5 Behavior Diagrams for the Segment 2 of the Active Hydrodynamic Bearing - Speed Frequencies of 10, 50 and 100 Hz

Taking to account that the self-excited vibrations occur for damping factors ξ lower than 0,1, the flat areas in the behavior diagrams are the bearing operating conditions susceptible to this phenomenon.

Choosing a bearing operating condition inside one of these flat areas in the behavior diagrams, it was possible to simulate the vibration of the pads of the bearing in time domain. Transforming to the frequency domain one can built a waterfall diagram, as is illustrated in Fig. 6 for the pad 2.

One can see that the main vibrational frequency shown in Fig. 6 is nearly half of the rotational frequency, a characteristic of the phenomenon of self-excited vibrations in active hydrodynamic tilting pad journal bearings.

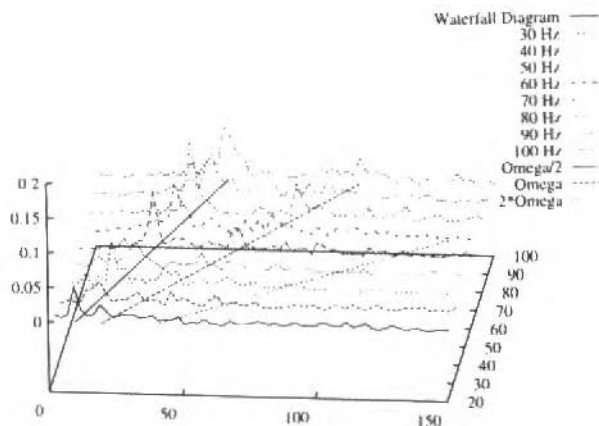


Fig. 6 Waterfall Diagram for the Theoretical Self-Excited Vibrations of the Segment 2

Experimental Results

Figure 7 displays some experimental results showing the self-excited vibration phenomenon in active tilting-pad journal bearings both in time and frequency domains (see waterfall diagrams). These results have been obtained with sensors mounted directly on the bearing pads, that is, measuring the relative displacements between the segments and the rotor. While the vibration amplitudes of the inferior segment (pressured by the rotor) keeps low, case (b), the superior segment increases its vibration until $t = 1,5$ approximately, when it shocks against the hydraulic actuator membrane and reduces its vibration amplitude from the shock, $t \geq 2$ s in case (a). Curves (c) e (d) show the same for different rotation speeds Ω .

If the oil film pressure is recovered, because of the reduction of the static loading and a new positioning of the rotor or because of the raising of the control pressure of the hydraulic actuators, it is possible to reduce or even dismiss these self-excited vibrations in the bearing pads. Figure 8 shows the disappearing of these vibrations when the hydraulic control pressure is altered from 4 bar to 12 bar.

Conclusions

These self-excited vibrations are directly related to the non-linearities of the hydrodynamic forces and to the reduction of the damping reserve of oil film. These two items occur simultaneously when there is a very large loading acting on the rotor and a relatively large radial gap arising from elastic deformation of the membranes which build the hydraulic actuator. An increase in the bearing damping through the use of active elements adapted to its pads can result in the reduction or elimination of these self-excited vibrations, as shown in this work, theoretically and experimentally.

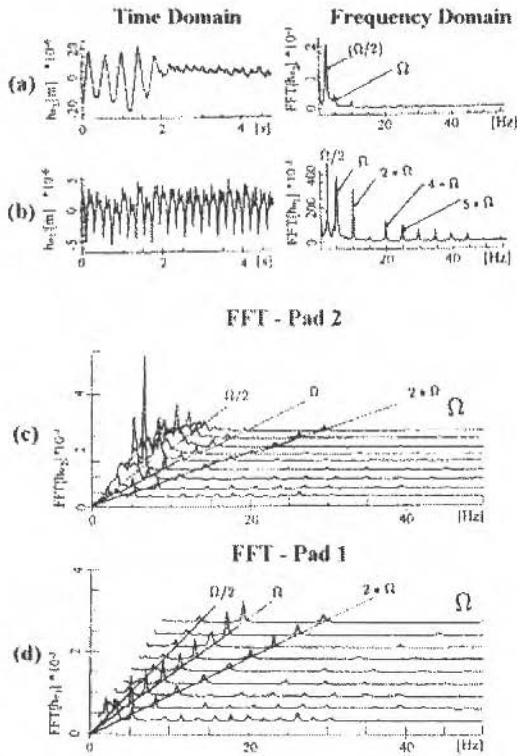


Fig. 7 Self-Excited Vibrations in Active Tilting-Pad Journal Bearings - Experimental Measurements in Time

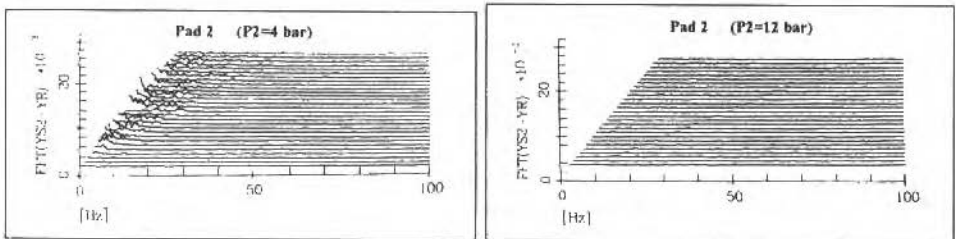


Fig. 8 Disappearance of Self-Excited Vibrations when Radial Gap is Reduced, with the Increase in Hydraulic Pressures in the Chambers: (a) $P_1 = P_2 = 4 \text{ bar}$. (b) $P_1 = P_2 = 12 \text{ bar}$ - Experimental Results

References

- Flack, R. D. and Zuck, C. J., 1988, "Experiments on the Stability of Two Flexible Rotor in Tilting Pad Journal Bearing", Vol.31, N.2, pp.251 to 257, Tribology Trans.
- Glienicke, J., 1987, "Stabilitätsprobleme bei Lagerung schnelllaufender Welle - Berechnung, Konstruktion und Verhalten von Mehrflächen und Kippsegmentlagern", Sem-Nr 111107, Technische Akademie Wuppertal.
- Lie, Y., You-Bai, Z. J. and Damou, Q., 1989, "Experiments on the Destabilizing Factors in Tilting Pad Journal Bearings", vol.22, N.5, pp.329 to 334, Tribology International.

- Muszynska, A., 1988, "The Role of Tangential Forces and Circumferential Flow in Rotor/Bearing/Seal System Stability", The Sixty Annual ROMAC Short Course - "Vibration in Compressors, Turbines and Pumps", Minden, Nevada.
- Santos, I. F., 1993, "Aktive Kippsegmentlagerung - Theorie und Experiment", Reihe 11: Schwingungs-technik, Nr.189, DVI - Fortschritt-Berichte.
- Santos, I. F., 1995, "On the Adjusting of the Dynamic Coefficients of Tilting-Pad Journal Bearings", vol.38, Nr.3, pp.700 to 706, Tribology Transactions.
- Springer, H., 1978, "Zur Berechnung hydrodynamischer Lager mit Hilfe von Tschebyscheff-Polynomen", Band 44, Nr.4, pp.126 to 134, Forsch. Ing.-Wes.
- Springer, H., 1980, "Dynamische Eigenschaften von Gleitlagern mit beweglichen Segmenten", Nr.381, pp.177 to 184, VDI - Berichte.

A Utilização do Teste de Implante Modificado como Forma de Determinação da Suscetibilidade à Trinca de Reaquecimento

Use of the Modified Implant Test as a Manner of Determining Susceptibility to Reheat Cracking

Fábio Martins

Roseana da Exaltação Trevisan

Unicamp - Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Mecânica - C.P. 6122
Departamento de Engenharia de Fabricação
13.082-970 Campinas, SP Brasil

Abstract

Reheat crackings occur, in general, in the heat affected zone of welded joints of high strength low alloy structural steel during post welding stress relief heat treatment (PWHT). The modified implant test showed to be an effective form of evaluating susceptibility to Reheat Cracking. The present work focus on the design and construction of a modified implant test equipment. The equipment is used to test the reheat cracking susceptibility of a high strength low alloy steel. The results showed that the proposed equipment presents good reliability. The tested steel is highly susceptible to reheat cracking.

Keywords: Welding, Reheat Cracking, Modified Implant Test

Resumo

Trincas de reaquecimento podem ocorrer em juntas soldadas de certos metais submetidas a temperaturas elevadas após a soldagem. Um dos métodos de determinação da suscetibilidade à trinca de reaquecimento é o teste de implante modificado. Este trabalho consiste do projeto, construção e aferição de um equipamento para o teste de implante modificado, bem como do teste da suscetibilidade à trinca de reaquecimento de um aço do tipo alta resistência e baixa liga (ARBL). Os resultados obtidos permitem afirmar que o equipamento tem boa confiabilidade e que o aço testado é altamente suscetível à trinca de reaquecimento.

Palavras-chave: Soldagem, Trincas de Reaquecimento, Teste de Implante Modificado

Introdução

Trinca de Reaquecimento é o nome que se dá ao fenômeno do surgimento de falhas intergranulares nas regiões de granulação grosseira da zona afetada pelo calor (ZAC) ou, mais raramente, do metal de solda de uniões soldadas sujeitas à tensões de tração e temperaturas elevadas após a soldagem. A faixa de temperatura na qual costuma ocorrer este problema ainda não é consenso entre seus pesquisadores, porém a maioria admite que existe maior probabilidade de ocorrência entre 500 e 700 °C (Balaguer et al., 1989). Estas temperaturas elevadas podem ser decorrentes de um tratamento térmico de alívio de tensões (TTAT) aplicado após a soldagem ou simplesmente da faixa de temperatura de trabalho do equipamento. As tensões de tração atuantes na junta podem ser devidas aos esforços inerentes à utilização do equipamento ou às tensões residuais decorrentes do processo de soldagem, ou então à associação destes dois tipos de tensão. Este problema atinge determinadas ligas metálicas tais como aços estruturais de alta resistência e baixa liga, aços inoxidáveis austeníticos e superligas a base de Níquel. O fenômeno da trinca de reaquecimento é citado na literatura com vários outros nomes, tais como "stress relief cracking", "creep embrittlement" e "Strain age cracking". (Balaguer et al., 1989; Martins, 1995)

De uma maneira geral, pode-se dizer que a trinca de reaquecimento ocorre quando as tensões atuantes na junta durante o tratamento térmico excedem a ductilidade local do material (Dhooge e Vinckier, 1986). A inabilidade do metal na absorção das tensões é explicada por uma teoria defendida pela maioria dos pesquisadores deste fenômeno (Balaguer et al., 1989; Tamaki e Suzuki, 1983). Segundo eles, esta inabilidade se deve a dois mecanismos independentes que, na maioria das vezes, agem conjuntamente: endurecimento secundário e segregação nos contornos de grão.

O endurecimento secundário, fenômeno também conhecido como endurecimento por solubilização e precipitação, ocorre quando, devido aos rápidos aquecimento e resfriamento localizados característicos do ciclo térmico da soldagem, os carbonetos presentes na matriz metálica se dissociam e ficam presos na matriz em solução supersaturada. Com o pós-aquecimento, os elementos formadores de carbonetos (C, Cr, Mo, V, etc.) se libertam e se recombinaem na forma de plaquetas microscópicas, da ordem de alguns ângstroms, precipitando no interior dos grãos e aumentando-lhes grandemente a dureza. Esse aumento de dureza faz com que os grãos tenham diminuída sua capacidade de deformação e, conseqüentemente, a habilidade de absorver tensões.

A segregação nos contornos de grão é um fenômeno termicamente ativado, cuja cinética é incentivada pela ação de tensão (Misra e Rama Rao, 1992). As impurezas presentes nos metais, principalmente o alumínio e o enxofre, são segregadas do interior para os contornos dos grãos, onde se concentram e tem como efeito a diminuição da resistência mecânica destas regiões.

Resumindo, pode-se dizer que os fatores que levam ao aparecimento das trincas de reauecimento são:

- Composição química, que permita a formação de carbeto e a segregação de impurezas nos contornos de grão.
- Temperatura, que permita o endurecimento secundário e auxilie a segregação nos contornos de grão.
- Tensões de tração atuantes na junta soldada, que favorecerão a segregação nos contornos de grão e ocasionarão a nucleação e a propagação das trincas.

Para se determinar a suscetibilidade de um metal à trinca de reauecimento a literatura cita um grande número de ensaios de laboratório. No entanto, cada usuário procura o tipo de ensaio que mais se adeque às condições de seu laboratório, pois não existe um teste considerado como padrão. O ensaio utilizado neste trabalho foi o Teste de Implante Modificado, que é uma derivação do Teste de Implante, aplicado aos aços para a determinação da suscetibilidade à trinca de hidrogênio. O Teste de Implante Modificado é um método prático de ensaio para a determinação da suscetibilidade dos metais à trinca de reauecimento, e apresenta os seguintes méritos em relação aos outros ensaios citados em literatura (Tamaki e Suzuki, 1983):

- A zona afetada pelo calor é obtida por condições de soldagem real, o que permite a aproximação do caso em estudo com a realidade. A ZAC apresenta variações graduais de tamanho de grão e microestrutura.
- Vários valores de tensão de tração podem ser simulados pela aplicação de carga externa.
- O relaxamento de tensão durante o teste pode ser monitorado em tempo real.
- O ensaio é representativo, utilizando-se poucos corpos de prova, de dimensões reduzidas.

Este trabalho tem como principais objetivos o projeto, a construção e a aferição de um equipamento semi-automatizado para o teste de implante modificado, bem como a determinação da suscetibilidade à trinca de reauecimento de um aço nacional do tipo alta resistência e baixa liga, (ARBL), o SAR 80 T.

Projeto e Construção do Equipamento

O Teste de Implante Modificado necessita de um equipamento especializado para que possa ser satisfatoriamente realizado. O equipamento projetado e construído neste trabalho consiste de 3 sistemas interativos, mostrados de maneira esquemática na Fig. 1:

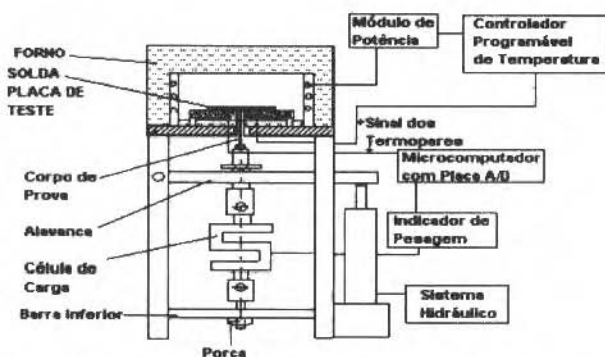


Fig. 1 Equipamento para o Teste de Implante Modificado.

- Sistema de tração, composto por um cilindro hidráulico alimentado por uma bomba hidráulica manual e pela estrutura metálica do equipamento, com a função de tracionar o corpo de prova, simulando um estado de tensões análogo ao verificado em soldas reais.
- Sistema de aquecimento, composto por um forno para tratamento térmico com sistema de controle programável de temperatura, com a função de implementar ciclos térmicos variados de tratamentos térmicos.
- Sistema de monitoramento, composto por uma célula de carga, dois termopares, um indicador de pesagem, uma placa A/D e um microcomputador, com a função de monitorar e adquirir os dados do ensaio (tensão de tração e temperatura) em tempo real.

O sistema de tração foi dimensionado de modo a suportar com folga as solicitações do ensaio, de maneira a se ter uma boa flexibilidade em relação aos níveis de tensão impostos ao corpo de prova. Outra preocupação foi garantir, através de dispositivos, que a carga imposta ao corpo de prova atuasse unicamente no sentido vertical, de modo a ter uma única componente, de tração.

O sistema de aquecimento foi projetado como um sistema de alta eficiência, de modo a garantir grande acuracidade e precisão no tratamento térmico, inclusive permitindo a programação de ciclos térmicos com taxa de aquecimento, tempo de tratamento e taxa de resfriamento. Além disso, outro fator que praticamente obrigou a construção de um forno foi o fato de não existir no mercado um forno aberto e móvel, que pudesse ser colocado sobre o equipamento no momento propício.

O sistema de monitoramento utilizou uma célula de carga acoplada a um indicador digital, de modo a permitir o monitoramento visual e em tempo real do esforço de tração. Utilizou-se também um termopar com o objetivo de monitorar a temperatura independentemente do controlador do forno, como pode ser observado na Fig. 1. Os dois subsistemas de monitoramento, carga e temperatura, foram ligados a um conversor analógico/digital acoplado a um microcomputador de modo a se fazer a aquisição e processamento dos dados de temperatura e de tensão.

Após o projeto, procedeu-se à montagem do equipamento. A estrutura metálica foi construída de aço carbono, devido ao seu baixo custo, boa soldabilidade, usinabilidade e propriedades mecânicas. O forno de tratamento térmico foi montado a partir de uma estrutura metálica em forma de cubo, no qual foram instalados painéis rígidos de material termicamente isolante. A resistência elétrica foi enrolada no diâmetro mais conveniente, de maneira a se obter a potência necessária, fixada no interior do forno e em seguida conectada ao sistema de controle de temperatura.

Procedimento Experimental

Materiais

O material testado neste trabalho foi um aço de alta resistência e baixa liga (ARBL), muito utilizado como aço estrutural para a construção de plataformas marítimas, chassis de caminhões, implementos agrícolas e máquinas de terraplanagem, sendo intensamente submetido à soldagem durante sua utilização. Este aço é denominado pelo fabricante como SAR 80 T, que significa Soldável

de Alta Resistência, com limite de resistência de 80 Kgf/mm^2 . A letra T no final de sua denominação significa temperado, porém o aço utilizado neste trabalho foi temperado e revenido. A Tabela 1 mostra a composição química do aço, em porcentagem em massa, e suas principais propriedades mecânicas.

Tabela 1 Composição Química e Propriedades Mecânicas do Aço SAR 80 T (USIMINAS S.A.)

Composição Química	% Massa
C	0,13
Mn	0,99
Si	0,22
S	0,0063
P	0,029
Ni	0,027
Cu	0,27
Cr	0,55
Mo	0,33
Al \uparrow	0,058
Nb	<0,005
V	0,028
Ti	0,016

Propriedades Mecânicas	
Limite de Escoamento	736 MPa (75,1 Kgf/mm ²)
Limite de Resistência	797 MPa (81,3 Kgf/mm ²)

O material foi usinado na forma de corpos de prova, também chamados de implante, obedecendo a uma geometria bem definida, conforme pode-se ver na Fig. 2, inspirado no corpo de prova utilizado no teste de implante. Conforme se pode ver na figura, os pontos mais importantes do corpo de prova são o diâmetro, que define a seção transversal submetida ao esforço de tração, e o entalhe, que determina a concentração de tensão na região que se deseja estudar, no caso a zona afetada pelo calor da soldagem. Pela importância destes pontos para a repetibilidade dos ensaios e para a confiabilidade do equipamento, adotou-se uma faixa de tolerância para suas dimensões.

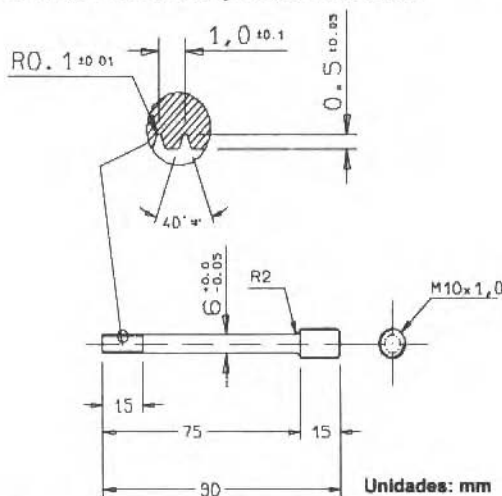


Fig. 2 Corpo de Prova Utilizado no Teste de Implante Modificado (Martins, 1995).

Ensaio

O procedimento de teste de implante modificado consiste de uma rotina de procedimentos bem definida: em primeiro lugar executa-se a limpeza do corpo de prova e da placa de teste. Os corpos de prova eram limpos primeiramente com água e detergente, sendo em seguida submetidos à limpeza por ultra-som em banho de acetona por 3 minutos. As placas de teste eram também lavadas com água e sabão sendo em seguida submetidas a jateamento de areia ao metal quase branco. Este procedimento teve como objetivo garantir que a região a ser soldada estivesse limpa e livre de substâncias contaminantes, principalmente o hidrogênio, que poderiam vir a mascarar os resultados dos testes, por exemplo, causando o aparecimento de trincas de hidrogênio.

Com o objetivo de se obter uma boa repetibilidade no processo de soldagem, utilizou-se o processo MAG automatizado, acoplado-se a tocha a um dispositivo controlador de velocidade, que propiciava uma velocidade constante. Os parâmetros de soldagem foram otimizados de modo a se obter um cordão razoavelmente largo e de boa penetração. Para estes parâmetros foi utilizado o arame AWS E 70 S-6 (1,2 mm). Os parâmetros utilizados estão expressos na Tabela 2.

Tabela 2 Parâmetros de Soldagem Utilizados neste Trabalho

Voltagem	22 V
Corrente	220 A
Velocidade de Soldagem	150 mm/min
Insumo de Calor	1,94 KJ/mm

Após realizados os procedimentos de limpeza do corpo de prova e da placa de teste o corpo de prova era fixado ao sistema de tração do equipamento e em seguida a placa de teste era colocada sobre o corpo de prova, de maneira que o furo da placa se ajustasse ao corpo de prova, conforme pode ser visto com maiores detalhes na Fig. 3. O cilindro hidráulico era então acionado de modo a se induzir uma tensão de tração no sistema entre a barra inferior e os braços da alavanca (vide Fig. 1). Durante o acionamento do cilindro hidráulico o corpo de prova subia e entrava na placa até alcançar o nível de tensão desejado. Este procedimento era repetido várias vezes até que se encontrasse um ponto de ajuste entre o nível de tensão e a altura da extremidade superior do corpo de prova, que deveria ser a mesma da face superior da placa de teste. Este ajuste era feito por meio de uma porca situada na parte inferior do equipamento, conforme pode ser visto na Fig. 1. Uma vez que este ponto de ajuste fosse alcançado, o cordão de solda era depositado sobre a placa de teste, de maneira que o corpo de prova ficasse soldado à placa.

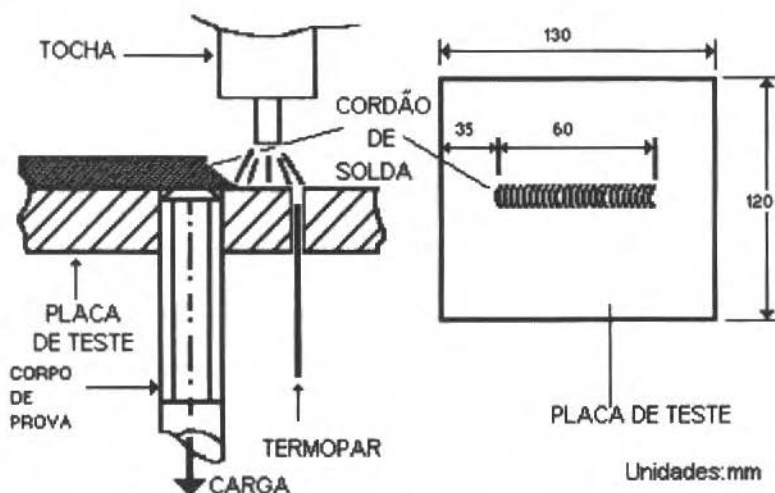


Fig. 3 Ajuste do Corpo de Prova à Placa de Teste e Dimensões da Placa de e do Cordão de Solda utilizados neste Trabalho

Após a deposição do cordão, os termopares eram ajustados nos furos correspondentes da placa, sendo um termopar ligado ao controlador do forno e o outro ligado à placa A/D. Quando a temperatura, monitorada pelos termopares, chegava a 150 °C, o cilindro hidráulico era vagarosamente aliviado de modo que a tensão de tração fosse gradualmente transmitida ao corpo de prova. Devido à acomodação dos componentes móveis do equipamento, sobretudo das pastilhas de cerâmica utilizadas como apoio da placa de teste, ocorria uma queda no valor da tensão de tração quando da transmissão da carga ao corpo de prova. Esta queda era então corrigida pelo ajuste da porca, conforme mostrada na Fig. 1. Quando a temperatura do conjunto placa de teste mais corpo de prova alcançava a temperatura ambiente, o forno era ajustado sobre o equipamento e dava-se início ao tratamento térmico de alívio de tensão. Este tratamento térmico consistiu, neste trabalho, de um aquecimento à razão de 200 °C por hora até que se alcançasse a temperatura de 600 °C, temperatura esta mantida por 20 horas ou até o rompimento do corpo de prova, seguido de um resfriamento à razão também de 200 °C/hora. Este procedimento tem sido adotado pela maioria dos pesquisadores do fenômeno trinca de reaquecimento (Tamaki e Suzuki, 1983; Ferraresi et al., 1983), razão pela qual foi o procedimento adotado neste trabalho, visto não existirem normas sobre o assunto.

Nos testes realizados o parâmetro variado foi a tensão de tração inicial aplicada imediatamente antes do início do tratamento térmico, chamado neste trabalho de σ_{AS} , e o parâmetro medido foi a tensão de tração atuante no corpo de prova ao final do tratamento térmico, chamado σ_{PTT} . Estes valores permitiram o cálculo do parâmetro R, que mede a relaxação do material durante o tratamento térmico (Tamaki e Suzuki, 1983). O parâmetro R tem a seguinte expressão:

$$R_{600^{\circ}\text{C} - 20\text{h}} = \frac{\sigma_{AS} - \sigma_{PTT}}{\sigma_{AS}} \quad (1)$$

Baseado na teoria da trinca de reaquecimento, pode-se dizer que quanto maior for o valor de R que um material apresentar menor será a sua suscetibilidade a trinca de reaquecimento, pois um maior R representa uma maior capacidade de absorção de tensões e uma menor possibilidade de ocorrência de trincamento.

Resultados e Discussões

Nos testes realizados o maior valor obtido para o parâmetro R foi de aproximadamente 21%, o que caracteriza o material como tendo uma baixa relaxação, o que é provavelmente uma indicação de suscetibilidade à trinca de reaquecimento (Martins, F. et al., 1995). A tabela 3 lista os testes realizados, assim como os respectivos valores de tensão de cada teste e seu resultado.

Tabela 3 Ensaio Realizados com o Aço SAR 80 T

Teste Nº	Carga (Mpa)	Resultado
1	495	Rompeu
2	412,5	Rompeu
3	330	Rompeu
4	247,5	Rompeu
5	185,6	Rompeu
6	165	Rompeu
7	165	Rompeu
8	165	Rompeu
9	144,4	Não Rompeu
10	144,4	Não Rompeu
11	152,6	Não Rompeu
12	156,7	Não Rompeu

Continua

Teste Nº	Carga (Mpa)	Resultado
13	160,9	Não Rompeu
14	162,9	Não Rompeu
15	165	Rompeu
16	162,9	Não Rompeu
17	162,9	Rompeu
18	160,9	Rompeu
19	156,7	Rompeu
20	152,6	Não Rompeu
21	148,5	Rompeu
22	144,4	Rompeu
23	123,7	Não Rompeu
24	136,1	Rompeu
25	127,9	Não Rompeu
26	132	Não Rompeu
27	132	Não Rompeu
28	132	Não Rompeu

Como se pode ver na Tabela 3, os ensaios realizados cobriram uma faixa de valores de tensão entre 495 e 132 MPa (σ_{AS}), partindo-se do valor mais alto, de aproximadamente 60% do limite de resistência do material, para o mais baixo, com o objetivo de se determinar o valor máximo admissível de tensão de tração para o qual o aço não apresenta trinca de reaquecimento para o ciclo térmico de alívio de tensão empregado. Alguns ensaios foram repetidos, tais como os de número 6, 7, 8 e 15, a 165 MPa, 26, 27 e 28, a 132 MPa, 14, 16, e 17, a 162,9 MPa, de modo a se assegurar a confiabilidade do equipamento e garantir a repetibilidade dos ensaios.

Para os ensaios realizados a valores maiores ou iguais a 165 MPa sempre houve o rompimento dos corpos de prova, enquanto que para os ensaios realizados a valores menores ou iguais a 132 MPa o rompimento dos corpos de prova nunca ocorreu.

A Fig. 4 mostra de maneira gráfica alguns dos resultados obtidos em ensaio, onde pode-se ver a curva de temperatura por tempo, referente ao ciclo térmico de alívio de tensão, com as rampas de aquecimento e resfriamento e o patamar de tratamento térmico, e as curvas de tensão por tempo para valores variados de tensão. Também pode-se verificar que, conforme vai se diminuindo os valores de carga de tração imposta ao corpo de prova (σ_{AS}), mais a trinca demora para se manifestar, até que para um determinado valor não mais ocorre o trincamento.

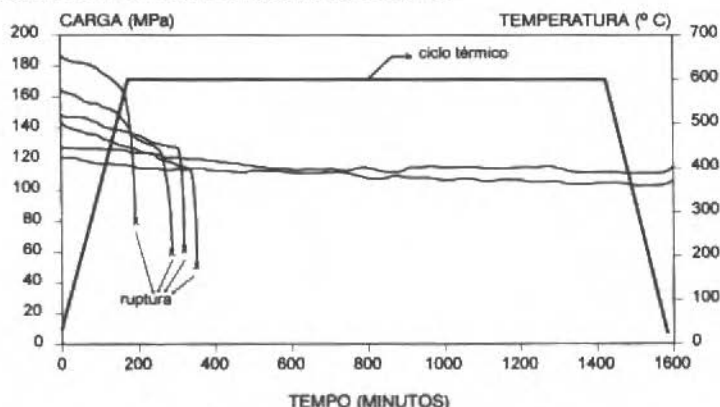


Fig. 4 Curvas de Carga e Temperatura Versus Tempo

Estes valores de tensão maiores que 165 e menores que 132 Mpa revelaram-se valores limites para os quais o comportamento do aço se manteve constante. Entre estes dois valores, verificou-se a existência de uma faixa para os quais o comportamento do aço mostrou-se incerto, ora apresentando rompimento ora não, caracterizando-se como uma faixa de incerteza do material, no que se refere à suscetibilidade a trinca de reaquecimento para as condições de ensaio utilizadas. A Fig. 5 ilustra graficamente o comportamento ambíguo do aço nesta faixa de tensão.

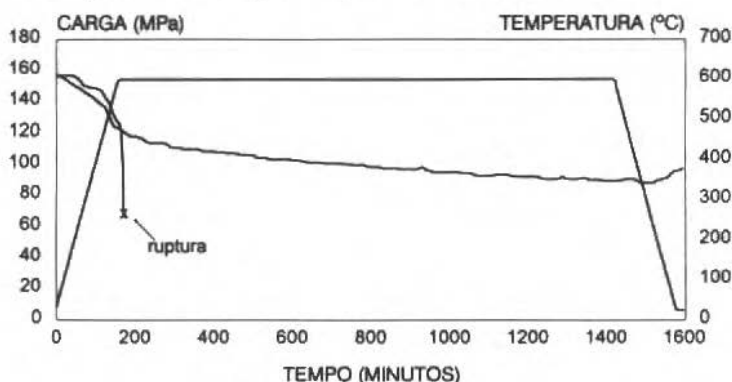


Fig. 5 Curvas Obtidas Dentro da Faixa de Incerteza

Este comportamento do aço na faixa de incerteza pode ser verificado na Tabela 2 pelos ensaios 9, 10 e 22; 12 e 19; 13 e 18; 14, 16 e 17. Considerando-se que foram mantidos fixos tanto quanto possível a geometria do corpo de prova, as condições de soldagem e do ensaio, a única variável a que pode ser atribuído o comportamento do aço dentro da faixa de incerteza é a composição química do aço, que por ser um aço comercial pode ter pequenas heterogeneidades localizadas em sua composição, de maneira que o mesmo aço, em pontos localizados, apresente características e comportamentos distintos. Posteriores análises metalográficas revelaram que mesmo os corpos de prova que não apresentaram trincamento ao serem ensaiados dentro da faixa de incerteza apresentaram trincas, razão pela qual considerou-se, para efeitos de resultados, o valor de 132 MPa como o valor máximo admissível para evitar trincas de reaquecimento, nas condições de ensaio adotadas.

Com o objetivo de assegurar a repetibilidade do ensaio e a confiabilidade do equipamento foram feitas novas repetições dos testes, agora com determinados valores de carga para os quais o comportamento do aço fosse conhecido. Foram feitos, portanto, 4 testes a 165 MPa, que é uma faixa de tensão para a qual sempre se verifica o rompimento do corpo de prova, e 3 testes a 132 MPa, que é um valor de carga para o qual nunca ocorre o rompimento do corpo de prova. A Fig. 6 mostra, de maneira representativa, duas das curvas obtidas a 165 Mpa.

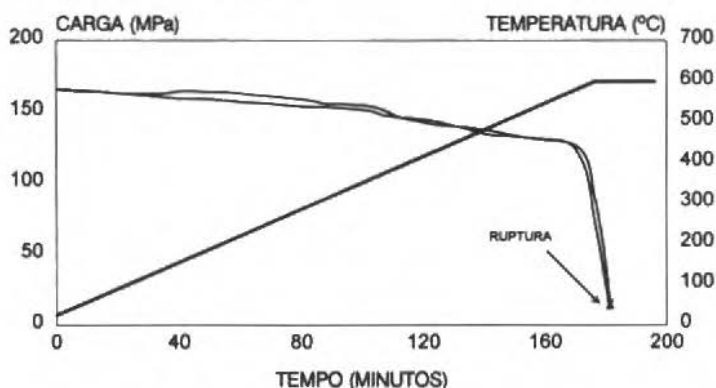


Fig. 6 Curvas de Tensão Versus Tempo para o SAR 80 T a 165 MPa.

A Fig. 6 nos permite avaliar, pelo aspecto coerente das curvas, que não apresentam variação significativa, o grau de repetibilidade do teste e a confiabilidade do equipamento, que alcançou níveis razoáveis, mostrando, portanto, que o equipamento projetado e construído neste trabalho caracteriza-se como um instrumento eficaz e confiável na determinação da suscetibilidade à trinca de reaquecimento.

Conclusões

O equipamento projetado e construído neste trabalho revelou-se eficaz na determinação da suscetibilidade à trinca de reaquecimento, principalmente por fornecer valores numéricos de tensões admissíveis e de relaxação que o material suportaria durante um tratamento térmico de alívio de tensões.

Pela versatilidade e facilidade de operação dos ensaios realizados, este equipamento de teste representa uma alternativa que pode ser facilmente implementada por usuários que necessitem trabalhar com materiais soldados e posteriormente reaquecidos.

O aço SAR 80 T testado neste trabalho mostrou ter alta suscetibilidade à trinca de reaquecimento, sendo suscetível a partir de níveis de tensão superiores à 132 MPa para o ciclo térmico de alívio de tensões adotado. Houve, contudo, um comportamento ambíguo quando testado em uma faixa de solitação entre 165 e 132 MPa, apresentando ou não o rompimento do corpo de prova. Esta faixa de solitação foi chamada, neste trabalho, de faixa de incerteza do material.

Agradecimentos

Os autores gostariam de externar seus agradecimentos aos vários órgãos que contribuíram para a realização deste trabalho:

- À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo financiamento dos materiais e componentes do equipamento.
- Ao CNPq e Capes, pela concessão de bolsas de estudo.
- À USIMINAS pela doação do material testado.

Referências

- Balaguer, J.P., Wang, Z., and Nippes, E.F., abril de 1989 "Stress Relief Cracking of a Copper-Containing HSLA Steel", *Welding Journal*, p 121s-131s.
- Dhooge, A., and Vinckier, A., 1993, "Study of the Phenomenon of Cracking During Stress Relief Heat Treatments in Welded Joints of Quenched and Tempered High Strength Steels". In: 12^o International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Glasgow, Scotland. Proceedings of the 12th International Conference on OMAE, Volume III- Part B: Materials Engineering. Nova Iorque: Publicado pela ASME, 1993. p 631-643.
- Ferraresi, V.A., Gonçalves, R.A., and Scotti, 1993, "A. Avaliação da Susceptibilidade à Trincas de Alívio de Tensões em Aços Estruturais de Baixo Cr e Mo", In: 19^o Encontro Nacional de Tecnologia da Soldagem, Águas de São Pedro, SP. Anais do XIX Encontro Nacional de Tecnologia da Soldagem. São Paulo: Associação Brasileira de Soldagem, p 87-96.
- Martins, F. 1995, "Projeto, Construção e Aferição de um Equipamento para Teste de Trinca de Reaquecimento. Dissertação de Mestrado", Universidade Estadual de Campinas, 111 p.
- Martins, F., Ferraresi, V.A., and Trevisan, R.E. 1995, "Projeto, Construção e Aferição de um Equipamento de Teste de Implante Modificado para o Estudo de Trincas de Reaquecimento", In: 13^o Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica e 2^o Congresso Ibero-americano De Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG, Brasil. Anais do COBEM-CIDIM/95. São Paulo: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 4 páginas (em cd-rom).
- Misra, R.D.K., and Rama Rao, P., 1992, "Grain Boundary Segregation in a Low Alloy Steel Under Tensile Loading Conditions", *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol 40, N^o 6, p 1223-1228.
- Tamaki, K., and Suzuki, J., outubro 1983, "Reheat Cracking Test on High Strength Steels by a Modified Implant Test" (Study of Reheat cracking of Cr-Mo Steels, Report 1) Transaction of the Japan Welding Society, v.14 n.2, p.25-30.
- USIMINAS S.A. Informações fornecidas por carta e fax.1995.

On the Numerical Heat Transfer Based Upon Mixture Theory

Sérgio Frey

Maria Laura Martins-Costa

Universidade Federal Fluminense
Departamento de Engenharia Mecânica
24210-240 Niterói, RJ Brasil

Rogério Martins Saldanha da Gama

LNCC/CNPq - Laboratório Nacional de Computação Científica
22290-160 Rio de Janeiro, RJ Brasil

Abstract

The energy transfer in a newtonian flow through a saturated rigid porous medium is numerically simulated employing finite element and finite difference methodologies. The mechanical model is based on a mixture theory approach, which generates a system of coupled partial equations. Taking advantage of appropriated upwind strategies, the numerical methods employed have generated stable and accurate approximations for both solid and fluid constituent temperatures even for very high Péclet flows. Some two-dimensional computations have been performed simulating the incompressible flow of a fluid through a flat porous channel. Different values for the channel length ($1 \leq L \leq 100$) and a wide range of Péclet number ($1 \leq Pe \leq 10^7$) were considered.

Keywords: Flow Through a Porous Medium, Continuum Mixture Theory Model, Finite Element and Finite Difference Methods.

Introduction

Porous media play an important role in many fields of engineering science, e.g., in soil mechanics and general geomechanics, in the mining industry, in the petroleum industry, in sintering technologies, in biomechanics, etc.

The main subject of the present work is to simulate numerically - via finite element and finite difference methods - the energy transfer in a saturated flow through a rigid porous medium employing a local model. This model was constructed using the continuum mixture theory (Brezzi and Douglas, 1988) in which the mixture is considered as a superposition of continuous constituents each of them occupying its whole volume. Herein a binary mixture is considered, whose constituents stand for the fluid and the porous medium (Martins-Costa et alii, 1991 and 1992); the fluid is assumed newtonian and incompressible; while the porous medium rigid, homogeneous, isotropic and at rest.

Most of the works dealing with heat transfer in porous media describe quantities such as temperature, pressure, concentration and the velocity components as volumetric averages, in order that the heat transfer phenomenon may be described by the classical continuum mechanics approach. These models substitute the balance of linear momentum by Darcy's law with the addition of empirically determined terms - Brinkmann and Forchheimer extensions - to account for inertia and viscous effects and to satisfy the no-slip condition (Bejan, 1987; Vafay and Tien, 1981). Other non-Darcian effects such as variable porosity have deserved attention (Vafay, 1984). Except for a few authors such as (Vafai and Sozen, 1990), the thermal equilibrium hypothesis is assumed so that the balance of energy may be expressed as a single equation, requiring the determination of an effective thermal conductivity.

A difference approach is used in this work, the continuum theory of mixtures - supported by a local theory with thermodynamic consistency - which generalizes the classical continuum mechanics. Since both constituents are continuous, there exist, simultaneously, at each spacial point, two temperatures and two velocities giving rise to energy and momentum generations, providing thermal and dynamical interactions. The model employed generates a differential system of two energy equations (one for each constituent) coupled by an energy generation term - absent in a classical continuum mechanics description.

Numerical Approximation

Numerical simulations of incompressible flows suffers from two major difficulties (Johnson, 1987; Pironneau, 1980). First, finite elements need to compatibilize velocity and pressure subspaces satisfying the Babuska-Brezzi mathematical condition (Babuska, 1973; Brezzi, 1974). The second one, the instability inherent to central discretization schemes, either by Galerkin formulation or by central difference stencil, to approximate high advective dominated flows (Brooks and Hughes, 1982; Hughes and Brooks, 1982; Patankar, 1989).

Simple strategies have been proposed that may overcome most of the limitations found in the Galerkin method when applied to fluid problems (Brezzi and Douglas, 1988; Brezzi and Pitkäranta, 1984, Brooks and Hughes 1982; Hughes and Brooks, 1982; Hughes and Franca, 1987, Hughes et alii, 1986, Hughes et al., 1989). The methodology we are concerned with, recently called stabilized methods, consists of adding mesh-dependent terms to the usual Galerkin formulation, which are functions of the residuals of the Euler-Lagrange equations evaluated elementwise. Since these residuals are satisfied by the exact solutions, consistency is preserved in these methods. The perturbation terms are designed to enhance stability of the original Galerkin formulation without upsetting consistency. Convergence results my derived for a wide family of simple finite element interpolations (see e.g. Franca and Carmo, 1989; Franca and Frey, 1992; Hughes and Franca, 1987; Hughes et alii, 1989).

In this paper, in order to perform the numerical simulations, to different methodologies are employed - the finite element and finite difference ones. A high-advective stable finite element method for forced convection is used, which is built in to inherit the good stability features shown by the stabilized methods introduced for the Stokes problem (Douglas and Wang, 1989; Hughes and Franca, 1987); thereby, there is no need to satisfy the above mentioned Babuska-Brezzi condition. In addition, taking advantage of an improved design of the stability parameter τ Franca et alii, 1992, the employed method remains stable even for very high advective flows Franca and Frey, 1992.

Plus, a finite difference approach with a central difference discretization for the diffusive terms and an upwind scheme for the advective one has been employed (Euvrard, 1987; Patankar, 1989). Some two-dimensional simulations for the forced convection heating of a fluid flowing through a porous channel bounded by two impermeable isothermal flat plates were performed. The numerical results show a very good agreement with the above mentioned finite element simulations employing lagrangean biquadratic elements.

Preliminaries and Some Notation

The problems considered herein are defined on a bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N = 2, 3$, with a polygonal or polyhedral boundary Γ . A partition C_h of $\bar{\Omega}$ into elements consisting of triangles (tetrahedrons in \mathbb{R}^3) or convex quadrilaterals (hexaedrons) is performed in the usual way (Johnson, 1987), (i.e., no overlapping is allowed between any two elements of the partition; the union of all element domains K reproduces $\bar{\Omega}$ and a combination of triangles and quadrilaterals for the two-dimensional case can be accommodated).

In what follows C_k denotes a positive constant independent of physical properties (diffusivity, viscosity, etc...) and independent of any element diameter h_K , $K \in C_h$. As usual, $L^2(\Omega)$ is the space of square-integrable functions in Ω ; (\cdot, \cdot) denotes the L^2 -inner product in Ω and $\|\cdot\|_0$, the $L^2(\Omega)$ -norm. We also employ $(\cdot, \cdot)_K$ and $\|\cdot\|_{0,K}$ to denote the L^2 -inner product and norm in the element domain K , respectively. Also, $H_0^1(\Omega)$ is the Sobolev space of functions with square-integrable value and derivatives in Ω with zero value on the boundary Γ .

For convenience we adopt the following notation

$$R_m(K) = \begin{cases} P_m(K) & \text{if } K \text{ is a triangle or tetrahedron,} \\ Q_m(K) & \text{if } K \text{ is a quadrilateral or hexahedron} \end{cases}$$

where for each integer $m \geq 0$, P_m and Q_m have the usual meaning Pironneau, 1980.

The Mechanical Model

Let us consider a solid-fluid mixture. Assuming a rigid porous matrix, at rest, the mass and momentum balance equations need to be considered only for the fluid constituent (Atkin and Craine, 1976; Williams, 1978).

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_F \mathbf{v}_F) = 0 \quad (1)$$

$$\rho_F = \varphi \rho$$

$$\varphi \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}_F}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_F) \mathbf{v}_F \right] = -\varphi \nabla p + 2\lambda \varphi^2 \nabla \cdot \mathbf{D}_F - \frac{\varphi^2 \eta}{K} \mathbf{v}_F + \rho \varphi \gamma_h \quad (2)$$

in which the fluid constituent parameters are: ρ_F the mass density, \mathbf{v}_F the velocity and \mathbf{D}_F the symmetrical part of the velocity gradient tensor. The classical parameters are ρ and η the actual fluid density and viscosity, φ the porosity, K the specific permeability, p is the pressure and γ_h the gravitational force. The positive parameter λ accounts for the porous matrix microstructure (Williams, 1978). (It is to be noticed that, since the flow is assumed saturated and the porous matrix isotropic, φ is coincident with the fluid fraction and K is a scalar field).

Energy Equations

The energy balance must be satisfied by each constituent of the mixture (Atkin and Craine, 1976),

$$\rho_i c_i \left[\frac{\partial T_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla T_i \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_i + \mathbf{f}_i + \psi_i + \sigma_i \cdot \mathbf{D}_i \quad (3)$$

where T_i is the i -th constituent temperature, ρ_i its mass density, c_i the specific heat, \mathbf{v}_i the advective velocity, \mathbf{D}_i the symmetrical part of the velocity gradient tensor, σ_i is the partial stress tensor, \mathbf{f}_i and ψ_i are external and internal heat supplies (per unit time and unit volume), respectively, and \mathbf{q}_i is the partial heat flux (per unit time and unit area) associated to the i -th constituent.

Remark

The field ψ_i , called energy generation function, is an internal heat source representing the amount of energy supplied to the i -th constituent, due to its thermal interaction with the remaining constituents of the mixture.

Constitutive laws

The partial heat fluxes associated to both constituents are analogous to the heat flux vector in continuum mechanics (Martins-Costa et alii, 1992):

$$\mathbf{q}_F = -\Lambda k_F \varphi \nabla T_F \quad (4)$$

$$\mathbf{q}_S = -\Lambda k_S (1 - \varphi) \nabla T_S$$

where k_F and k_S are the newtonian fluid and porous matrix thermal conductivities, respectively, and Λ represents a positive scalar parameter, which depends on the internal structure and the Kinematics of the mixture.

The internal generation function, represented by the internal sources ψ_F and ψ_S , takes into account the heat exchanges between the constituents and their relative movements. For a binary solid-fluid mixture, the following relation holds Martins-Costa et alii, 1992:

$$\psi_F = -\psi_S = R(T_S - T_F) \quad (5)$$

where R depends on the thermal properties and velocity fields, $R > 0$, in order that the convective heat transfer is taken into account. The following constitutive hypothesis is assumed (Costa-Mattos et alii, 1993; Martins-Costa et alii, 1992):

$$R = R^* \frac{(1 + \delta |v_F - v_S|_p)}{(1 + \delta |v_{Fm} - v_{Sm}|_p)} \quad (6)$$

where R^* and δ factors take into account the mixture internal structure and thermal properties, the m -index represents average values and $|\cdot|_p$ is the p -norm on \mathbb{R}^n . (In this work, without loss of generality, the solid constituent profile v_S is assumed to be zero.)

Substituting the constitutive Eqs. (4)-(5) into Eq.(3), considering steady-state and neglecting the term $\sigma_F \cdot D_F$, the following differential system is obtained:

$$\begin{aligned} v_F \cdot \nabla T_F - k_F \Delta T_F + \beta (T_F - T_S) &= f_F \\ -k_S \Delta T_S + (T_S - T_F) &= f_S \end{aligned} \quad (7)$$

with the parameters

$$k_F = \frac{\Lambda k_{F\varphi}}{\rho_F c_F} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{R}{\rho_F c_F} \quad (9)$$

$$k_S = \frac{\Lambda k_S (1 - \varphi)}{R} \quad (10)$$

and heat sources redefined as

$$f_F = \frac{f_F}{\rho_F c_F} \quad (11)$$

$$f_S = \frac{f_S}{R} \quad (12)$$

Numerical Modelling

Consider the (homogeneous-Dirichlet) boundary value problem formed by Eqs. (7)-(12): Given functions $f_F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $f_S: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, find the unknown fields $T_F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $T_S: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, such that

$$\begin{aligned} v_F \cdot \nabla T_F - k_F \Delta T_F + \beta (T_F - T_S) &= f_F \quad \text{in } \Omega \\ -k_F \Delta T_F + (T_S - T_F) &= f_S \quad \text{in } \Omega \end{aligned} \quad (13)$$

$$T_F = 0 \quad \text{on } \Gamma$$

$$T_S = 0 \quad \text{on } \Gamma$$

where $v_F(x)$ is the given advective velocity, the thermal porous diffusivities k_F and k_S are defined by Eqs. (8), (10), the coefficient β by Eq.(9) and the prescribed energy supplies f_F and f_S by Eqs. (11)-(12). The results introduced in this section can be extended without any conceptual difficulty to accommodate more general boundary conditions, following e.g. (Hughes et alii, 1989).

A Stabilized Formulation

The T_F and T_S scalar fields are approximated by the following standard finite subspace,

$$W^h = \left\{ w \in H_0^1(\Omega) \mid w|_K \in P_k(K), K \in C_h \right\} \quad (14)$$

The finite element method we wish to consider can be written as: Given functions $f_F: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$ and $f_S: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$, find $(T_F^h, T_S^h) \in W^h \times W^h$ such that

$$B(T_F^h, T_S^h; w, \omega) = F(w, \omega) \quad (w, \omega) \in W^h \times W^h \quad (15)$$

with

$$\begin{aligned} B(T_F, T_S; w, \omega) = & (v_F \cdot \nabla T_F, w) + (k_F \nabla T_F, \nabla w) + (\beta ((T_F - T_S), w) + k_S \nabla T_S, \nabla \omega) \\ & + (T_S - T_F, \omega) + \sum_{K \in C_h} (v_F \cdot \nabla T_F - k_F \Delta T_F + \beta (T_F - T_S), \tau (v_F \cdot \nabla w - k_F \Delta w))^K \end{aligned} \quad (16)$$

and

$$F(w, \omega) = (f_F, w) + \sum_{K \in C_h} (f_F, \tau (v_F \cdot \nabla w - k_F \Delta w))_K + (f_S, \omega) \quad (17)$$

where the stability parameter τ is defined by the following formula set,

$$\tau(x, \overline{Pe}_K) = \frac{h_K}{2|v_F(x)|_p} \xi(\overline{Pe}_K(x)) \quad (18)$$

$$\overline{Pe}_K(x) = \frac{m_k |v_F(x)|_p h_K}{2k_F(x)} \quad (19)$$

$$\xi(\overline{Pe}_K) = \begin{cases} \overline{Pe}_K(x), & 0 \leq \overline{Pe}_K(x) \leq 1 \\ 1, & \overline{Pe}_K(x) \geq 1 \end{cases} \quad (20)$$

$$|v_F(x)|_p = \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^N |v_F^i(x)|^p \right)^{1/p}, & 1 \leq p < \infty \\ \max_{i=1, N} |v_F^i(x)|, & p = \infty \end{cases} \quad (21)$$

$$m_k = \min \left\{ \frac{1}{3}, 2C_k \right\} \quad (22)$$

$$C_k \sum_{K \in C_h} h_K^2 \|\Delta w\|_{0,K}^2 \leq \|\nabla w\|_0^2 \quad w \in W^h \quad (23)$$

with C_k denoting a positive constant independent of diffusivity and of any element diameter h_K , $K \in C_h$.

Remarks

- We are modifying the usual definition of the element Péclet number, by including m_k , which takes into account the effect of the degree of the interpolation used. Its new definition, Eq.(19), may be viewed as a rescaling of the usual element Péclet number, such that, for all interpolations employed, the locally advective dominated flows are given by $\bar{P}e_K(x) > 1$ and the locally diffusive dominated flows are given by $\bar{P}e_K(x) < 1$.
- Besides, it must be noticed that the expression of k_F , Eq. (8), bestow on modified Péclet number definition Eq.(19) a porous connotation since k_F represents the fluid constituent thermal diffusivity taking into account the porous medium.
- The existence of the constant C_K follows from standard inverse estimates (see e.g. Hughes et alii, 1986) and references therein) with h_K being the usual element diameter. As defined the method needs the specific value of such constants. Recently, Harari and Hughes (1992) suggested to modify the usual definition of h_K to

$$h_k = \frac{\sqrt{2} \text{Area}(k)}{\text{Diagonal}(k)} \quad (24)$$

for rectangular elements, so that for biquadratic elements, $C_{k=2} = 1/24$ is obtained independent of the relative size and shape of all rectangles in the partition.

- We may establish error results for the method for proposed in Eqs. (15)-(23) extending the analysis introduced in Franca et alii (1992) for the advection-diffusion model.

The Finite Difference Discretization

The finite difference scheme employed to discretize the system (7)-(12) utilizes a central difference stencil to approximate the diffusive terms $k_i \Delta T_i$ and an upwind scheme (Euvrard, 1987; Patankar, 1989) for the advective one, $\mathbf{v}_F \cdot \nabla T_F$. The discretized form of (7)-(12) may be expressed as:

$$\begin{aligned} a_F T_F^{ij} &= b_F T_F^{i+1,j} + c_F T_F^{i-1,j} + d_F T_F^{i,j+1} + e_F T_F^{i,j-1} + g_F T_S^{ij} + h_F f_F^{ij} \\ a_S T_S^{ij} &= b_S T_S^{i+1,j} + c_S T_S^{i-1,j} + d_S T_S^{i,j+1} + e_S T_S^{i,j-1} + g_S T_F^{ij} + h_S f_S^{ij} \end{aligned} \quad (25)$$

where

$$\begin{aligned} a_F &= (-1)^m \frac{-v_F^x}{\Delta x} + (-1)^p \frac{-v_F^y}{\Delta y} + \frac{2k_F}{\Delta x^2} + \frac{2k_F}{\Delta y^2} + \beta \\ b_F &= \frac{k_F}{\Delta x^2} + m \frac{-v_F^x}{\Delta x} \quad ; \quad c_F = \frac{k_F}{\Delta x^2} - n \frac{-v_F^x}{\Delta x} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 d_F &= \frac{k_F}{\Delta y^2} + \bar{p} \frac{v_F^y}{\Delta y} & ; & \quad e_F = \frac{k_F}{\Delta y^2} - \bar{q} \frac{v_F^y}{\Delta y} \\
 g_F &= \beta & ; & \quad h_F = 1 \\
 a_S &= \frac{2k_S}{\Delta x^2} + \frac{2k_S}{\Delta y^2} + \beta \\
 b_S &= c_S = \frac{k_S}{\Delta x^2} & ; & \quad d_S = e_S = \frac{k_S}{\Delta y^2} \\
 g_S &= \beta & ; & \quad h_S = 1
 \end{aligned} \tag{26}$$

in which $\bar{m} = 1$ and $\bar{n} = 0$ for $v_F^x < 0$; $\bar{m} = 0$ and $\bar{n} = 1$ for $v_F^x > 0$; $\bar{p} = 1$ and $\bar{q} = 0$ for $v_F^y < 0$ and $\bar{p} = 0$ and $\bar{q} = 1$ for $v_F^y > 0$.

Numerical Results

In this section we compute the differential system defined by Eqs. (7)-(12) employing the finite element and finite difference methods discussed in the previous section. For the finite element approximations, it has been employed the lagrangean biquadratic (Q2) interpolations while a linear molecule with upwind strategy was used for the finite difference methodology. The numerical tests performed, in order to simulate engineering situations, are subjected to a wide range of Péclet number.

Flow Through a Flat Porous Channel

Consider a rectangular domain standing for a flat porous channel of aspect ratios $L/H = 2, 20$ and 200 , with L and H denoting, respectively, its length and width. The thermal porous diffusivities are, for the fluid constituent, $k_F = 1, 10^{-3}$ and 10^{-7} and, for the solid one, $k_S = 10$, for the β -coefficient is assumed the value $\beta = 10^{-2}$. The boundary conditions for both solid fluid temperatures are

$$\begin{aligned}
 T_i &= 1 & \text{for } 0 < x < L, y = \pm H/2 \\
 T_i &= 0 & \text{for } x = 0, -H/2 < y < H/2 \\
 T_i &= 1 \text{ or } \nabla T_i \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{for } x = L, -H/2 < y < H/2
 \end{aligned} \tag{27}$$

where \mathbf{n} is the external normal vector (see Fig. 1).

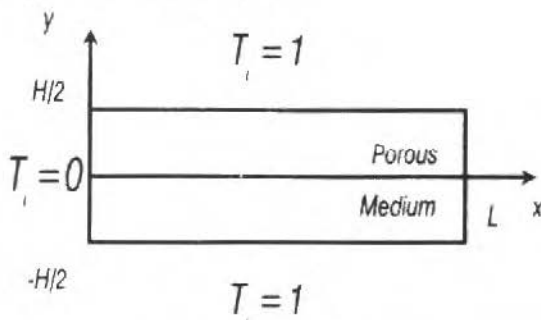


Fig. 1 Flow into a Porous Channel: Problem Statement

Assuming parallel steady-state flow and classical no-slip conditions on the impermeable channel surfaces, the advective velocity profile $v_F = (v_F^x, v_F^y)$ introduced by Saldanha da Gama, (1985) may be expressed as:

$$v_F^x = v_F(y) = P_1 \left[1 - \frac{\cosh(P_2 y)}{\cosh\left(\frac{P_2 H}{2}\right)} \right], \quad v_F^y = 0 \quad (28)$$

with P_1 and P_2 -parameters defined in (Martins Costa et alii, 1992) and $-H/2 < y < H/2$. Taking the centerline velocity as the characteristic flow velocity and fixing the channel width as $H = 0.5$, we have the following porous Péclet numbers:

- for $k_F = 1$, $\overline{Pe}^I = v_F(0)H/k_F = 5 \times 10^{-1}$;
- for $k_F = 10^{-3}$, $\overline{Pe}^{II} = 5 \times 10^{-2}$;
- for $k_F = 10^{-7}$, $\overline{Pe}^{III} = 5 \times 10^{-6}$.

We have constructed uniform meshes for both finite difference and element methods consisting of 13×13 and 21×21 nodal points, respectively. Employing Q2 finite element interpolations, adopting Harari's suggestion Eq. (24) for the element diameter,

$$h_k = \frac{\sqrt{2} \text{ Area}(K)}{\text{Diagonal}(k)} = 6.3246 \times 10^{-2},$$

and since $m_{k-2} = 1/12$ (Harari and Hughes, 1992), we have the following element porous Péclet numbers (Eq. (19)):

- $\overline{Pe}_K^I = 2.6353 \times 10^{-3}$ ($\overline{Pe}_K < 1$, diffusive dominated flow);
- $\overline{Pe}_K^{II} = 2.6353$ ($\overline{Pe}_K > 1$, advective dominated flow);
- $\overline{Pe}_K^{III} = 2.6353 \times 10^4$ ($\overline{Pe}_K > 1$ very high advective dominated flow),

from numerical viewpoint, according to ξ -definition (Eq. (20)).

In Figs. 2 to 7, T_F and T_S -curves represent the finite difference approximations of fluid and solid constituent for different channel geometries and $k_F = 10^{-3}$. Figures 2, 4 and 6 show transverse profiles at $x = L/2$ for aspect ratios $L/H = 2, 20$ and 200 while in Figs. 3, 5 and 7 longitudinal profiles at $y = 0$ for the same ratios are shown. Since very distinct T_F and T_S profiles may be observed in these figures, the classical thermal equilibrium hypothesis (see Martins Costa et alii, 1992) and references therein) would not hold. Increasing the aspect ratio of the channel, both T_F and T_S longitudinal profiles tend to common values at the channel exit, as may be observed by comparing Figs. 3, 5 and 7. Figure 2 also presents a comparison between the two numerical methodologies employed in this work, as it may be seen, the T_S and T_F -curves are almost coincident, even in the boundary-layer regions. The excellent matching among all curves in this figure proves the robustness of the upwind stabilization strategy since the number of nodal points in the finite difference mesh is significantly inferior to that used in the finite element discretization.

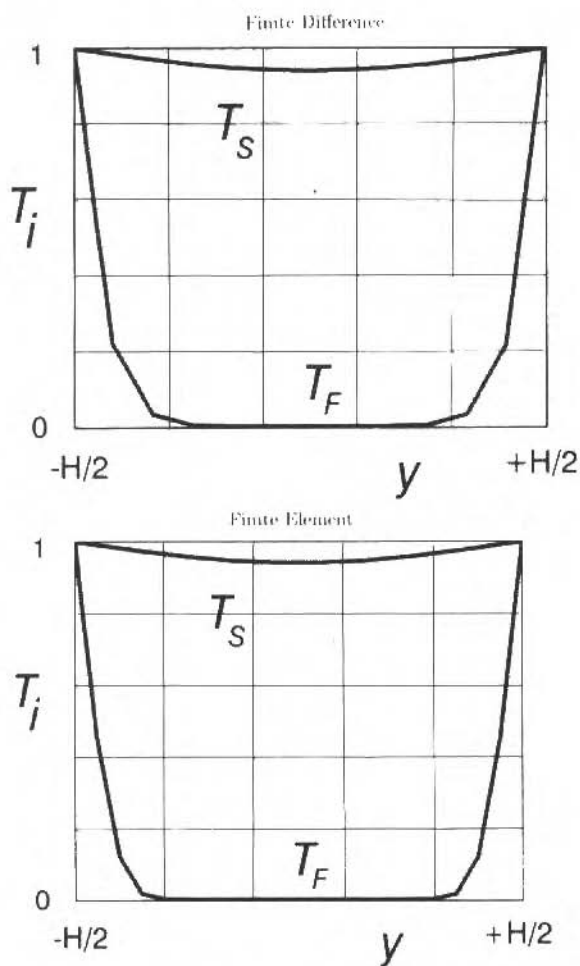


Fig. 2 Flow into a Short Porous Channel: Transversal Profile

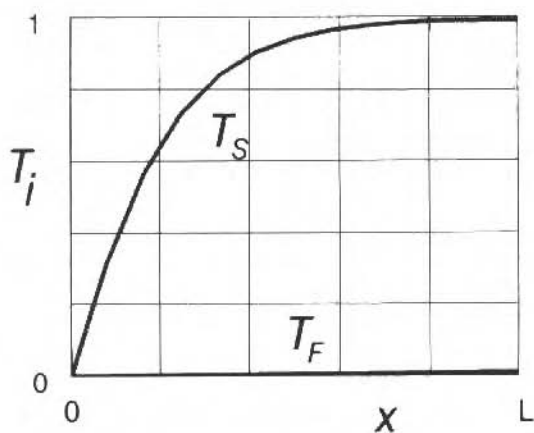


Fig. 3 Flow into a Short Porous Channel: Longitudinal Profile

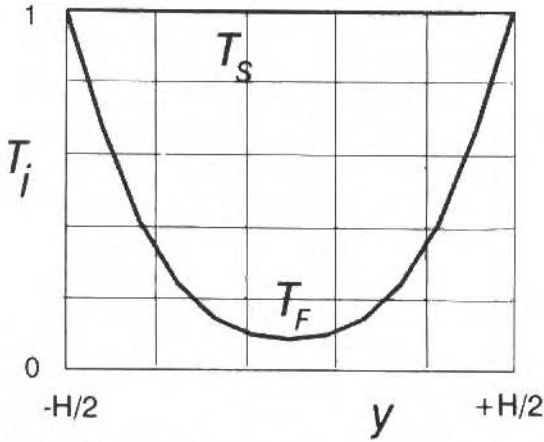


Fig. 4 Flow Into a Large Porous Channel: Transversal Profile

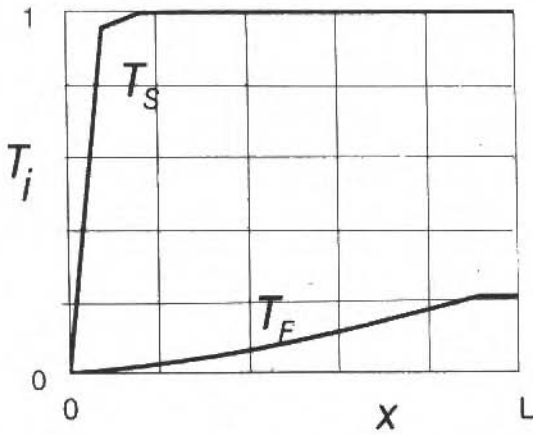


Fig. 5 Flow Into a Large Porous Channel: Longitudinal Profile

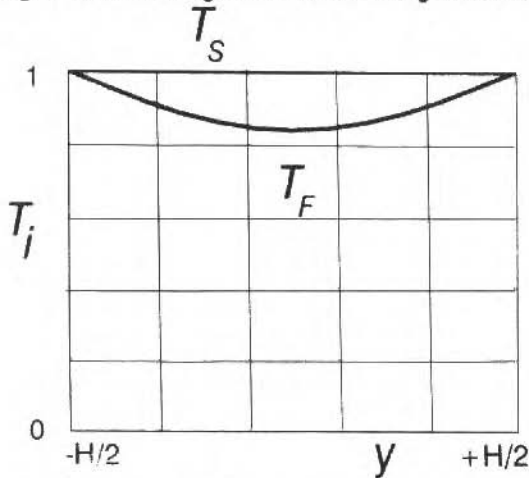


Fig. 6 Flow Into a Very Porous Channel: Transversal Profile.

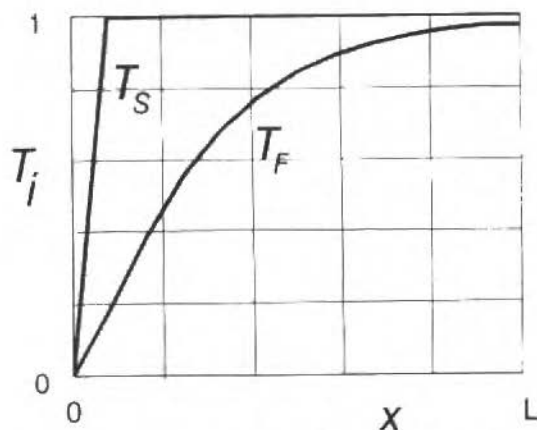


Fig. 7 Flow into a Very Porous Channel: Longitudinal Profile

Figures 8 to 13 illustrate the finite element approximations the stabilized method defined by Eqs.(15)-(23) for a large range of Péclet situations considering a fixed channel geometry, namely $L/H = 2$. The first flow, Figs. 8 and 9, has a porous thermal diffusivity $k_F = 1$ providing a diffusive dominated flow; in Figs. 10 and 11, we have a high advective dominated one, $k_F = 10^{-3}$ while in Figs. 12 and 13 a very high advective flow is shown, since $k_F = 10^{-7}$. In all situations the finite element has computed stable T_F and T_S -surfaces even for the sharpest ones, namely, the T_F -surface for $k_F = 10^{-3}$ and $k_F = 10^{-7}$. In the former, Figs. 10 and 11, we have a global smooth pattern with small oscillation localized in the interior of the boundary layers at channel walls; in the latter, Figs. 12 and 13, an excellent resolution is achieved without oscillations even in the thermal boundary layers.

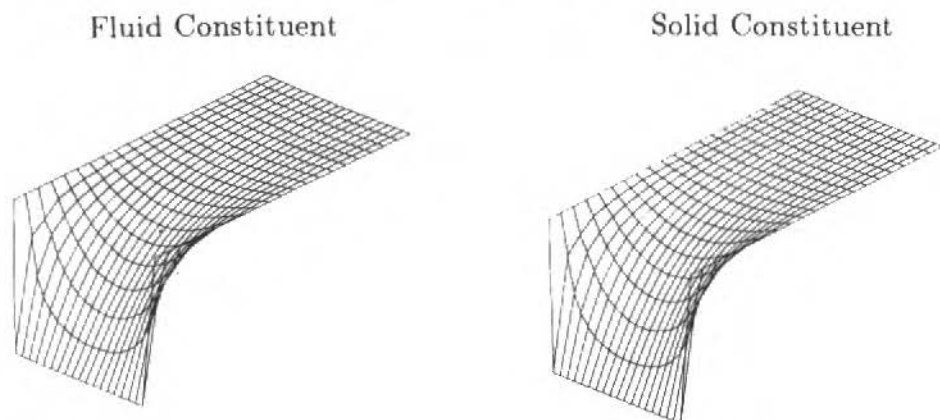


Fig. 8 Temperature Distributions for Low Péclet Flow: Elevation Plots.

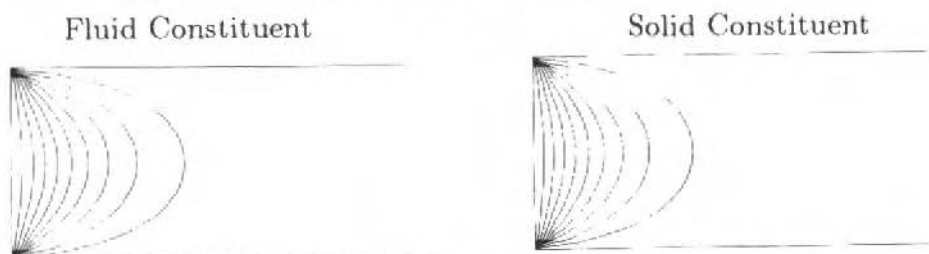
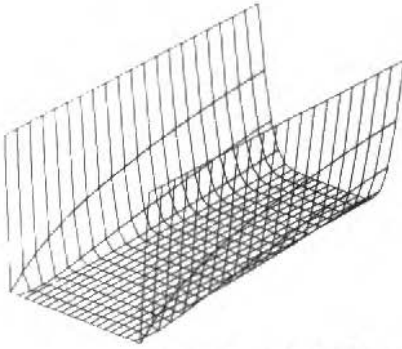
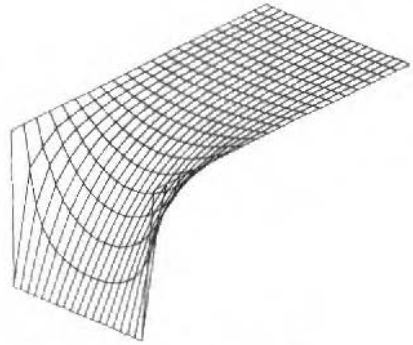


Fig. 9 Temperature Distributions for Low Péclet Flow: Contours.

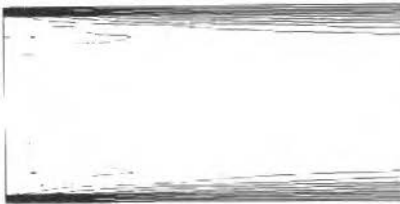
Fluid Constituent



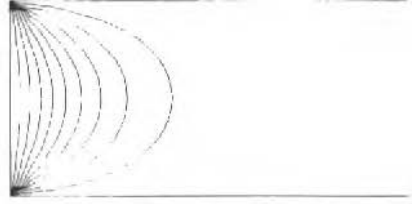
Solid Constituent

**Fig. 10** Temperature Distributions for High Péclet Flow: Elevation Plots.

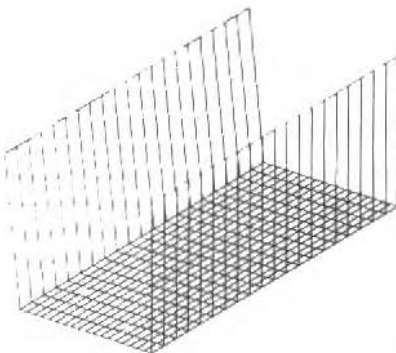
Fluid Constituent



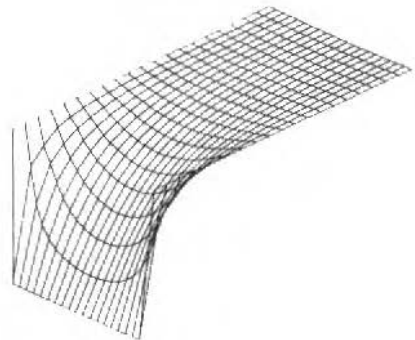
Solid Constituent

**Fig. 11** Temperature Distributions for High Péclet Flow: Contours.

Fluid Constituent



Solid Constituent

**Fig. 12** Temperature Distributions for Very High Péclet Flow: Elevation Plots.

Fluid Constituent

Solid Constituent

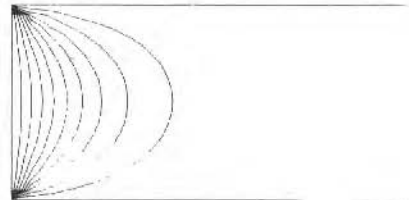


Fig. 13 Temperature Distributions for Very High Péclet Flow: Contours.

In Figs. 14 and 15 elevation plots for $k_p = 10^{-3}$ are shown employing the Galerkin and the stabilized method described in this paper with Dirichlet outflow boundary condition. Since the flow is parallel to the mesh one might conjecture that the Galerkin formulation might work, which was not confirmed here, while the stabilized one points out an excellent pattern with only small oscillations near the channel exit. The poor performance of Galerkin is due to the outflow condition employed that creates an outflow boundary layer which contaminates the Galerkin solution.

Fluid Constituent

Solid Constituent

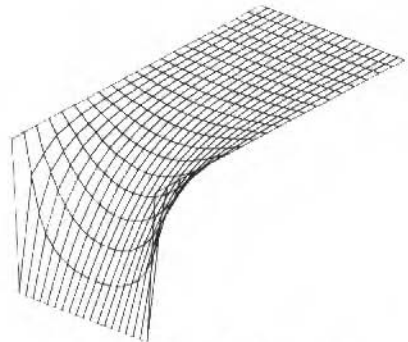
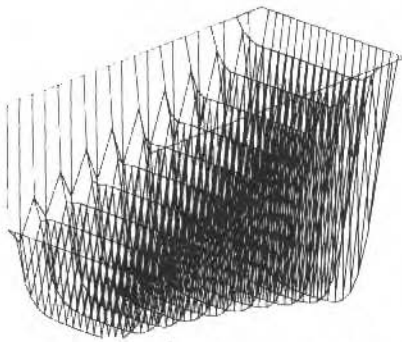


Fig. 14 Galerkin Method with Dirichlet Conditions at the Outlet: Elevation Plots.

Fluid Constituent

Solid Constituent

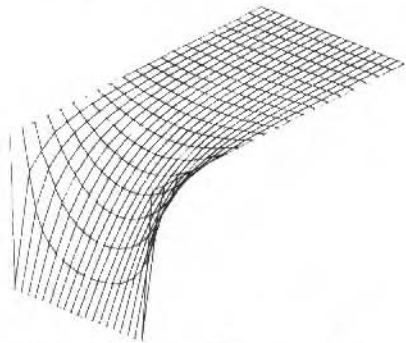
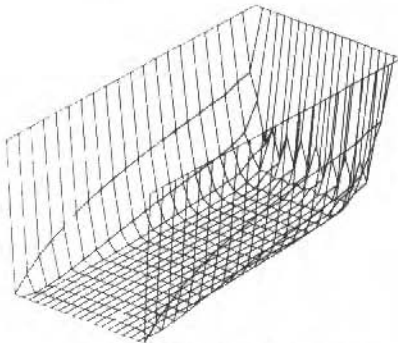


Fig. 15 Stabilized Method with Dirichlet Conditions at the Outlet: Elevation Plots.

Eventually, it is worthy to be marked that all T_F and T_S -distributions shown are plainly smooth indicating that the numerical methods employed were capable to generate stable and accurate temperature approximations even for high Péclet flows, $10^3 \leq Pe_K \leq 10^7$.

Final Remarks

In this work a mechanical modelling for a non classical approach of the energy transfer phenomenon in a flow through a porous channel has been presented. This model, which is based on the continuum theory of mixtures, generates a boundary value problem consisting of two coupled partial equations, one describing the fluid constituent energy balance and the other the solid one. This system was simulated by two numerical methodologies, i.e. finite element and finite difference methods. Both incorporate stabilization strategies in order to simulate advective flows: the latter employs an usual upwind discretization for the advective term while the former uses a stabilized formulation instead of the classical Galerkin method to approximate the variational equations.

The performed tests indicate that both schemes have produced stable approximations for fluid and solid temperature fields. In finite difference figures, it can be observed similar results to the finite element ones for high Péclet flows and short channel geometry. The difference results have shown that as the aspect ratio increases both fluid and solid temperatures tend to thermal equilibrium. For low Péclet regimes, the finite element figures have pointed out thermal equilibrium between both constituents, an expected behavior since the energy source term $\beta(T_F - T_S)$ is not overwhelmed by the advective one in the fluid balance equation. For high and very high Péclet flows, stabilization strategies proved to be essential. The upwind difference and the stabilized finite element formulation were capable to capture accurately smooth thermal boundary-layers near the channel walls (for high Péclet flows) and, for very high Péclet flows, the stabilized formulation simulated a quasi-hyperbolic exact solution. At length, when classical Galerkin and stabilized formulations are subjected to Dirichlet outflow boundary conditions, it can be clearly noted the Galerkin-or-central-difference failures to simulate advective-dominated regime flows.

As a further development of the present work, the influence of the zeroth-order terms $\beta(T_F - T_S)$ and $(T_S - T_F)$ of Eq.(13) in the stability of numerical procedures may be investigated. As these source terms dominate the diffusive and advective ones in system (13), spurious oscillations at boundary-layer regions are to be expected - while outside them temperature approximations will remain stable. This oscillations pattern is based upon the fact that a Galerkin-least-squares formulation enhances stability only on the L^2 -norm, allowing a lack of stability on the H^1 -seminorm. A remedy for this type of shortcoming would be the employment of a Gradient-Galerkin-least-squares method, proposed by Franca and Dutra do Carmo, 1989, to approximate the system (13). This kind of formulation will supply the necessary stability on both L^2 and H^1 - norms.

Acknowledgements

This work has been partially developed at the Laboratory of Applied Mechanics (LMA) of the Universidade Federal Fluminense. The authors wish to thank to CNPq (Proc. 520408/94-2). During its course, the author S. Frey has been partially supported by CNPq (Proc. 510730/930).

References

- Atkin, R.J., and Craine, R.E., 1976, "Continuum Theories of Mixtures. Basic Theory and Historical Development", *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 29, pp. 209-244.
- Babuska, I., 1973, "The Finite Element Method with Lagrange Multipliers", *Numer. Math.*, 20, pp. 179-192.
- Bejan, A., 1987, *Convective Heat Transfer in Porous Media*, Handbook of Single-Phase Convect Heat Transfer, (ed. Karaç, Shad and Aung; Wiley).
- Brezzi, F., 1974, "On the Existence, Uniqueness and Approximation of Saddle-Point Problems Arising from Lagrange Multipliers", *RAIRO/Ser. Rouge*, 8, pp. 129-151.
- Brezzi, F., and Douglas, J., 1988, "Stabilized Mixed Methods for Stokes Problem", *Numer. Math.*, 53, pp. 225-236.

- Brezzi, F., and Pitkäranta J., 1984, "On the Stabilization of Finite Element Approximations of the Stokes Problem", in: W. Hackbusch, ed. (Viewig, Wiesbaden), Efficient Solutions of Elliptic Systems, Notes on Numerical Fluid Mechanics, 10, pp. 11-19.
- Brooks, A. N., and Hughes, T.J.R., 1982, "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convective Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 32, pp. 199-259.
- Douglas, J., and Wang, J., 1989, "An Absolutely Stabilized Finite Element Method for the Stokes Problem", *Math. Comp.*, pp. 495-508.
- Euvrard, D., 1987, *Résolution Numérique des Équations aux Dérivées Partielles* Masson, Paris.
- Franca, L. P., and Dutra do Carmo, E. G., 1989, "The Galerkin-Gradient-Least-Squares Method", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 74, pp. 41-54.
- Franca, L. P., and Frey, S., 1992, "Stabilized Finite Element Methods: II. The Incompressible Navier-Stokes Equations", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 99, 209-233.
- Franca, L. P., Frey, S., and Hughes, T. J. R., 1992, "Stabilized Finite Element Methods: I. Application to the Advective-Diffusive Model", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 95, pp. 253-276.
- Harari, I., and Hughes, T. J. R., 1992, "What are C and h ? : Inequalities for the Analysis and Design of Finite Element Methods", *Comput. Methods Appl. Engrg.* 97, 157-192.
- Hughes, T. J. R., and Brooks, A. N., 1982 "A Theoretical Framework for Petrov-Galerkin Methods with Discontinuous Weighting Functions: Applications to the Streamline Upwind Produced", in: Gallagher, R. H., Carey, G. F., Oden, J. T., and Zienkiewicz, O. C., eds. (Wiley, Chichester), *Finite Element in Fluids*, IV, pp. 46-65.
- Hughes, T. J. R., and Franca, L. P., 1987, "A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamics: VII. The Stokes problem with various well-posed boundary conditions", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 65, 85-96.
- Hughes, T. J. R., Franca, L. P., and Balestra, M., 1986, "A New Finite Element Formulation for Computation Fluid Dynamics: V. Circumventing the Babuska-Brezzi Condition: A Stable Petrov-Galerkin Formulation of the Stokes Problem Accomodating Equal-Order Interpolations", *Comput. Methods Appl., Mech. Engrg.*, 59, pp. 85-99.
- Hughes, T. J. R., Franca, L. P., and Hulbert, G. M., 1989, "A New Finitw Element Formulation for Computaional Fluid Dynamics: VIII. The Galerkin-Least-Squares Method for Advective-Diffusive Equations, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 73, pp. 173-189.
- Johnson, C., 1987, *Numerical Solution of Parcial Differential Equations by the Finite Element Method*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Martins-Costa, M. L., Sampaio, R., and Saldanha da Gama R., 1991, "An Algorithm for Simulating the Energy Transfer Process in a Moving Solid-Fluid Mixture, *J. Braz. Soc. Mech. Sc.* Vol. 13, no 4, pp. 337-359.
- Martins-Costa, M. L., Sampaio, R., and Saldanha da Gama, R., 1992, "Modelling and Simulation of Energy Transfer in a Saturated Flow Through a Porous Medium, *Appl. Math. Model.*, Vol. 16, no11, pp. 589-597.
- Mattos, H. C., Martins-Costa, M. L., Sampaio, R., and Gama, R. S., 1993, "A Thermodynamically Consistent Constitutive Theory for a Rigid Solid-Stokesian Fluid Mixture", *Mech. Research Comm.*, 20/3, pp. 243-249.
- Patankar, S. V., 1989, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, John Wiley, New York.
- Pironneau, O., 1980, *Finite Element Methods for Fluids*, Hemisphere Publishing, New York.
- Saldanha da Gama, R., 1985, "Modelling for Flow Through Porous Media", D.Sc. Thesis (PUC/Rio, Brazil) (in portuguese).
- Vafai, K., 1984, "Convective Flow and Heat Transfer in Variable-Porosity Media", *J. Fluid Mech.*, 147, pp. 223-259.
- Vafai, K., and Sozen, M., 1990, "Analysis of Energy and Momentum Transport for Fluid Flow Through a Porous Bed", *J. Heat Transfer*, 112, pp. 690-699.
- Vafai, K., and Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24, pp. 195-203.
- Williams, W. O., 1978, "Constitutive Equations for a Flow of an Incompressible Viscous Fluid Through a Porous Medium", *Quart. Appl. Math.*, 36, pp. 255-267.

Optimal Rendezvous Maneuvers for Space Vehicles

Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado

INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Divisão de Mecânica Espacial e Controle
12227-010 São José dos Campos, SP Brasil

Abstract

This paper considers the problem of optimal rendezvous maneuvers between two space vehicles. The rendezvous is a space maneuver where a spacecraft, called the chaser, has to be transferred from its initial orbit to a final orbit where it has to reach and follow a second spacecraft, called the target. In the present research those two spacecrafts are supposed to be in Keplerian orbits around the Earth. Those two orbits can be coplanar or fully three-dimensional. The control available to perform this maneuver is the application of two impulses (instantaneous change in the velocity of the spacecraft) to the chaser vehicle.

Keywords: Astrodynamics, Orbital Maneuvers, Rendezvous, Space Dynamics.

Introduction

To solve the problem of optimal rendezvous maneuvers described above, two types of maneuvers are simulated: the planar ones, where the chaser and the target vehicles are in orbits that belong to the same plane, and the three-dimensional ones, where the chaser and the target vehicles are in orbits that belong to different planes.

The initial conditions to solve this problem are: the orbits of the target and the chaser, including the information required to specify their positions in the orbits (the true anomaly or any other equivalent quantity) and the maximum time of flight for the maneuver. The solution that is searched is the transfer orbit that satisfy all the initial conditions and that require the minimum total impulse (the addition of the magnitudes of the two impulses applied). To obtain the solution of this problem, the Lambert Problem associated with each particular transfer is formulated and solved. The Lambert Problem can be defined as the problem of finding a Keplerian orbit that passes by two given points and that requires a specified time of flight for a spacecraft to travel between those two given points. This problem is solved using the algorithm developed by Gooding (1990). With the solutions given by this routine, it is possible to calculate the magnitude of both impulses that have to be applied. Several test cases (planar and non-planar) are solved to verify the algorithm developed. The total impulse required is then plotted as a function of the time specified for the transfer. Single and multi-revolution maneuvers are simulated. With those plots it is possible to choose transfer orbits that can satisfy both requirements of minimization of fuel expenditure and constraints on the time for the duration of the maneuver. This problem can be used also to solve the problem of optimal transfers between two given orbits. All that we have to do is to allow the time to increase with no upper limit. Then, after some time, the transfer orbit with minimum fuel consumption in this situation will also be the optimal transfer orbit between the two given orbits.

Nomenclature

a = semi-major axis	Δt = duration of the transfer	z = final point
e = eccentricity	ΔV = impulse for the transfer	c = "chaser"
i = inclination	ω = argument of the periape	f = final time, position or velocity
K = integer number of orbits	Ω = argument of the ascending node	i = initial velocity or position
P = point in the orbit	Subscripts	t = "target"
r = position	0 = initial time	$-$ = vector
T = time of the passage by the periape		
t = time		

Review of the Literature

There are many papers in the literature that study the Rendezvous problem. Usually they work on particular cases of this problem, involving circular or almost circular orbits. The control to be applied to the spacecraft is usually a fixed number of impulses. The time for the maneuver is usually fixed in advance, to reduce the flexibility of the maneuver. Some of the most important papers are: McCue (1963) that obtained some results for the two-impulse maneuver between elliptic and inclined orbits; Prussing (1969) that studied the four-impulse time-fixed maneuvers between almost circular orbits; Prussing (1970) that extended this previous work to the two- and three-impulses time-fixed maneuver between almost circular orbits; Gross and Prussing (1974) that studied the multi-impulse time-fixed maneuver and then Prussing & Chiu (1986) that also studied the multi-impulse time-fixed between circular orbits.

Definition of the Problem

In this section, the problem and the method of solution used is clearly defined. Fig. 1 shows a sketch of the maneuver. A spacecraft called chaser is in an initial Keplerian orbit. The objective of the maneuver is to move this spacecraft from its initial orbit to a transfer orbit that intercepts a second spacecraft, called the target, that is in a second (final) Keplerian orbit. From the moment of the interception the chaser has to follow the same trajectory of the target. That is the maneuver called "Rendezvous."

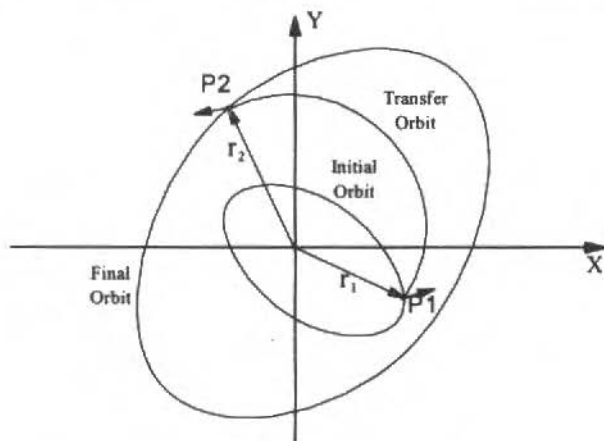


Fig. 1 Scheme of the Transfer

There are many alternatives to solve this problem, as shown in the previous section. For the present research, the model assumed for the control of the chaser is a bi-impulsive thrust, where the first impulse is applied at a time t_0 , in a such way that the chaser and the target will meet at the time t_f ; and the second impulse is applied at the time t_f , to put the chaser in the same orbit of the target. Fig. 1 shows an example of a direct single revolution transfer, where the chaser meets the target before making a complete revolution around the attracting body. Transfers where one or more revolutions are completed by the chaser before meeting with the target are also possible and are considered in the present paper. The question that is considered here is how (magnitude and direction) and when to perform those two impulses to obtain the maneuver that has the minimum fuel consumption (minimum total ΔV). To answer this question, the following procedure was developed. The initial and final orbits are given, as an input of the procedure. The information on the position of the spacecrafts in their orbits (the true anomaly or some equivalent quantity) is also required and given. Then, the following parameters are specified: the initial time t_0 of the maneuver, a value for the lower limit for the transfer time ($t_f - t_0$), a value for the upper limit for the transfer time, a value for the increment of the transfer time, the number of revolutions of the chaser before meeting the target. With those parameters, an algorithm with the following steps is applied:

- i) The lower limit for the transfer time is taken as the transfer time Δt ;
- ii) The Cartesian elements of the chaser at the initial time of the maneuver t_0 are calculated, using two-body celestial mechanics. This position is called r_i and this velocity v_i ;
- iii) The Cartesian elements of the target at the final time of the maneuver $t_f = t_0 + \Delta t$ is calculated, using two-body celestial mechanics. This position is called r_f and this velocity v_f ;
- iv) A value for the integer number of revolutions K of the chaser (number of complete orbits that the chaser makes during the maneuver) is assumed. Then, with $r_i, v_i, r_f, v_f, \Delta t$ and K all the input data to solve the Lambert Problem is available. The original Lambert Problem is one of the most important and popular topics in celestial mechanics. Several important authors worked on it, trying to find better ways to solve the numerical difficulties involved (Breakwell et al. 1961; Battin, 1965 and 1968; Lancaster et al. 1966; Lancaster and Blanchard, 1969; Herrick, 1971; Prussing, 1979; Sun and Vinh, 1983; Taff and Randall, 1985; Gooding, 1990). It can be defined as: "A Keplerian orbit, about a given gravitational center of force is to be found connecting two given points (P_1 and P_2) in a given time Δt ." The solution of the Lambert Problem gives the transfer orbit, the transfer time and the ΔV required. The Lambert Problem may have none, one or two solutions;
- v) Then, a step of time is added to the transfer time and the algorithm goes back to the step ii, with the new transfer time Δt .

This procedure is repeated until the upper limit for the transfer time is reached. It is also assumed several values for the number K of revolutions of the chaser.

Results

To study the optimal Rendezvous maneuvers several simulations were performed, using the algorithm described in the last section. All the values are expressed in canonical units, except for the angles, that are expressed in degrees. The canonical units are dimensionless. In the first case it is simulated a very simple example, where the maneuver is planar and the two orbits are circular. Then, the input data are:

$$a_c = 1.0; e_c = 0.0; i_c = 0.0; \Omega_c = 0.0; \omega_c = 0.0; T_c = 0.0;$$

$$a_t = 3.0; e_t = 0.0; i_t = 0.0; \Omega_t = 0.0; \omega_t = 0.0; T_t = 0.0;$$

The nomenclature used here and in the rest of this paper is: a = semi-major axis, e = eccentricity, i = inclination of the orbit, Ω = argument of the ascending node, ω = argument of the periapee, T is the time of the passage by the periapee. The subscript "c" stands for the orbit of the chaser and the subscript "t" stands for the orbit of the target.

The transfer time is constrained to the interval $0.1 < \Delta t < 120$ and the step of time is 1.0. It is assumed the following values for the number of integer orbits K to be completed by the chaser before the encounter with the target: 0, 1, 2, 3, 7. Figure 2 shows the results obtained for this case: total ΔV vs. transfer time for each value of K .

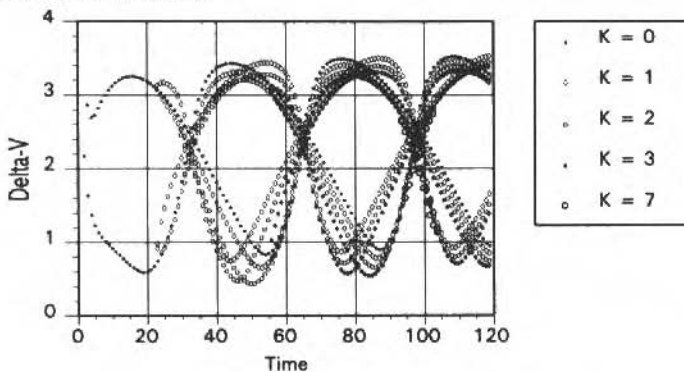


Fig. 2 ΔV vs. Transfer Time for the First Maneuver

For the second maneuver, a more generic case of a planar maneuver is used. The two orbits are:

$$a_c = 1.0; e_c = 0.2; i_c = 0.0; \Omega_c = 0.0; \omega_c = 0.0; T_c = 0.0;$$

$$a_t = 3.0; e_t = 0.4; i_t = 0.0; \Omega_t = 0.0; \omega_t = 30.0^\circ; T_t = 0.0;$$

The transfer time is also constrained to the interval $0.1 < \Delta t < 120$ and the step of time is 1.0. It is assumed the following values for the integer number of orbits K to be completed by the chaser before the encounter with the target: 0, 1, 2, 3. Figure 3 shows the results obtained for this case: total ΔV vs. transfer time for each value of K .

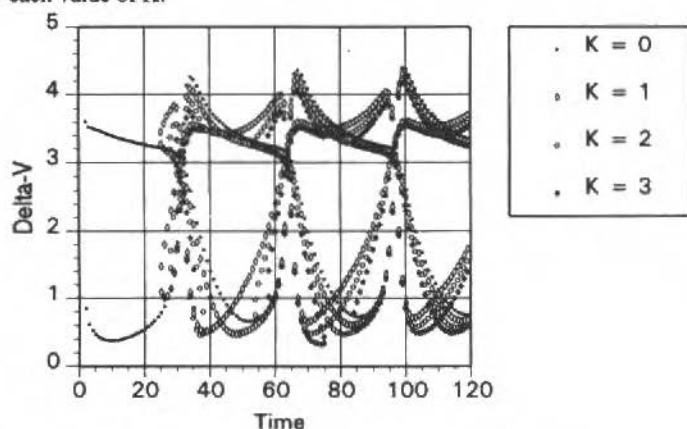


Fig. 3 ΔV vs. Transfer Time for the Second Maneuver.

For the third maneuver two non-coplanar orbits are used. The two orbits are:

$$a_c = 1.0; e_c = 0.0; i_c = 0.0; \Omega_c = 0.0; \omega_c = 0.0; T_c = 0.0;$$

$$a_t = 3.0; e_t = 0.0; i_t = 30.0^\circ; \Omega_t = 0.0; \omega_t = 45.0^\circ; T_t = 0.0;$$

The transfer time is also constrained to the interval $0.1 < \Delta t < 120$ and the step of time is 1.0. It is assumed the following values for the integer number of orbits K to be completed by the chaser before the encounter with the target: 0, 1, 2, 3. Figure 4 shows the results obtained for this case: total ΔV vs. transfer time for each value of K .

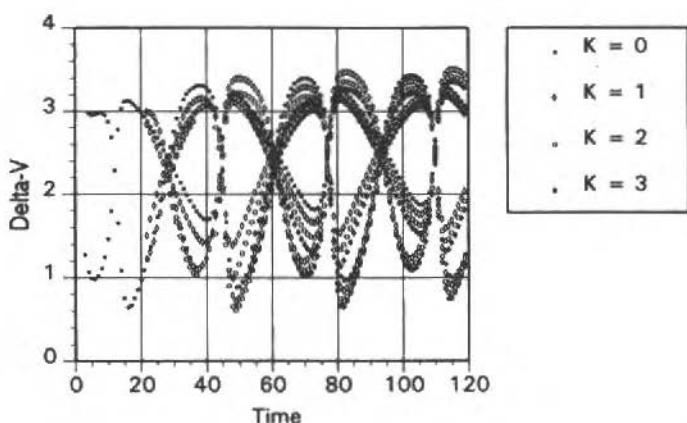


Fig. 4 ΔV vs. Transfer Time for the Third Maneuver.

There are several conclusions that come from those simulations. First of all, it is possible to see that the solutions appear in pairs (two values of ΔV for a given transfer time). There is one pair for the maneuvers where $K = 0$ and two pairs for the maneuvers where $K \geq 1$. The values for the ΔV for a

given family of transfer orbits oscillate with the increase of the transfer time. The first minimum of each family is usually the global minimum, what means that, after the best geometry for the maneuver is achieved, any extra time added for the maneuver does not generate a reduction in the fuel consumed. Another characteristic visible in those plots is that when K increases, the beginning of the curve shift to the right. This result is expected, because when revolutions are added to the maneuver, the minimum time required to get a solution has to increase.

Conclusions

An algorithm to solve the optimal Rendezvous maneuver (in terms of minimum consumption of fuel) with two impulses was derived and used for several maneuvers. This algorithm was explained in details and it includes single and multi-revolution transfers. Then, several cases using planar and non-planar maneuvers were solved. Several figures showed the fuel consumed vs. time for the transfer. Those results are important to mission designers, because they can find the optimal solution for a maneuver with a given pair of orbits for the chaser and for the target and a given transfer time.

References

- Battin, R.H., 1965, *Astronautical Guidance*, McGraw-Hill, New York, NY.
- Battin, R.H., 1968, "A New Solution for Lambert's Problem", *Proceedings of the XIX International Astronautical Congress*, Vol. 2, pp. 131-150, Oxford.
- Breakwell, J.V., Gillespie, R.W., and Ross, S., 1961, "Researches in Interplanetary Transfer", *Journal of American Rocket Society*, Vol. 31, pp. 201-208.
- Gooding, R.H., 1990, "A Procedure for the Solution of Lambert's Orbital Boundary-Value Problem", *Celestial Mechanics*, Vol. 48, pp. 145-165.
- Gross, L.R., and Prussing, J.E., 1974, "Optimal Multiple-Impulse Direct Ascent Fixed-Time Rendezvous", *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 7, pp. 885-889.
- Herrick, S., 1971, *Astrodynamics*, Van Nostrand Reinhold, London.
- Lancaster. E.R. and Blanchard, R.C., 1969, "A Unified form of Lambert's Theorem", Technical Note D-5368, NASA, USA.
- Lancaster, E.R., Blanchard, R.C., and Devaney, R.A., 1966, "A Note on Lambert's Theorem", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 3, pp. 1436-1438.
- McCue, G.A., 1963, "Optimum Two-Impulse Orbital Transfer and Rendezvous Between Inclined Elliptical Orbits", *AIAA Journal*, Vol 1, No. 8, pp. 1865-1872.
- Prussing, J.E., 1969, "Optimal Four-Impulse Fixed-Time Rendezvous in the Vicinity of a Circular Orbit", *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 5, pp. 928-935.
- Prussing, J.E., 1970, "Optimal Two- and Three-Impulse Fixed-Time Rendezvous in the Vicinity of a Circular Orbit", *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 7, pp. 1221-1228.
- Prussing, J.E., 1979, "Geometrical Interpretation of the Angles α and β in Lambert's Problem", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 2, pp. 442-443.
- Prussing, J.E., and Chiu, J.H., 1986, "Optimal Multiple-Impulse Time-Fixed Rendezvous Between Circular Orbits", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 1, pp. 17-22.
- Sun, F.T., and Vinh, N.X., 1983, "Lambertian Invariance and Application to the Problem of Optimal Fixed-Time Impulsive Orbital Transfer", *Acta Astronautica*, Vol. 10, pp. 319-330.
- Taff, L.G., and Randall, P.M.S., 1985, "Two Locations, Two Times, and the Element Set", *Celestial Mechanics*, Vol. 37, pp. 149-159.

Abstracts

Marczak, R. J., "Analytical Integration of Membrane-Bending Coupling Terms in Non-Linear Boundary Element Analysis of Mindlin-Reissner Plates", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 218-226.

This paper describes an analytical approach for the integration of the membrane-bending coupling terms that arise in geometrically non-linear boundary element analysis of plates. The integration is performed in two different ways: using a form of Stokes's theorem and subdividing a quadrangular cell into four triangular subcells mapped by a local polar coordinate system. In the former case, a cancelation of the convective term occurs. Numerical results are presented in order to verify the effectiveness of the schemes.

Keywords: Plates, Boundary Element Method, Membrane Coupling Terms

Diniz, A. E., and Pigari, A., "Monitoring the Tool Wear in the Turning Process using Acoustic Emission", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 227-238 (In Portuguese).

The purpose of this work is to study the behavior of the acoustic emission (AE) signal as the cutting tool wears up to the end of its life, aiming the automatic definition of the moment to change the tool. Several turning experiments were carried out in both, finish and rough conditions, using coated carbide tools. The AE signal was acquired during the experiments and, after suitable conditioning, was stored in the computer. A discussion about the use of the mean RMS acoustic emission signal as a parameter in the evaluation of the tool condition was also done. The results were graphically plotted and analyzed. It was concluded that the AE signal is strongly influenced by the tool wear and that the cutting conditions are very important, since the signal shows a very different behavior between finish and rough turning. The main conclusion of this work is that AE monitoring is a very good way to establish the moment to change the tool, since the mean RMS of the signal shows a sharp increase close to the end of tool life in finish turning and a decrease, also close to the end of tool life, in rough turning operations. So, a criterion to the determination of the moment to change the cutting tool was established, based on the change of the AE curve slope during the tool life.

Keywords: Machine Monitoring, Acoustic Emission, Turning

Ribeiro, J. F. F., Medeiros, C. A., Ribeiro, C. M., and Oliveira, M. M. B., "Selection and Assignment of Machines", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 239-247 (In Portuguese).

In this paper a two phase method is presented for selection of machines to be kept on the shop floor and assignment of parts to be manufactured to these machines. In the first phase a set of feasible solutions to a knapsack problem is identified by dynamic programming or a heuristic procedure. In the second phase an assignment problem is solved by implicit enumeration technique or a greedy algorithm. The proposed method is written in Turbo-Pascal and runs on a micro-computer.

Keywords: Job Shop Production, Planning, Optimization, Assignment of Machines

Ortega, M. A., and Azevedo, J. L. F., "The Wake Behind a Backward-Facing Step - A Numerical Study", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 248-262.

Numerical prediction of an external turbulent flow along a backward-facing step is obtained by means of large eddy simulation together with the use of Smagorinsky's subgrid-scale turbulence model. A very simple and fast finite volume scheme which incorporates a 3-stage, second order Runge-Kutta time-stepping and a simplified artificial dissipation method is applied. The results for a two-dimensional, incompressible flow will be reported herein. The main topological features of the flow at the beginning and along the subsequent movement of the fluid for a representative interval of time are presented and properly commented.

Keywords: Step Flow, Turbulence, Large Eddy Simulation

Santos, I. F., and Nicoletti, R., "Self-Excited Vibrations in Active Hydrodynamic Bearings", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 263-272.

The conditions for the occurrence of self-excited vibrations in active tilting-pad journal bearings are investigated. A mechanical model is created to explain such phenomenon. Theoretical and experimental results show that these vibrations are directly related to the non-linearities of hydrodynamic forces and to the reduction of the damping reserve of oil film.

Keywords: Self-Excited Vibrations, Hydrodynamic Bearings, Oil Whip, Hydraulic Control

Martins, F., and Trevisan, R. E., "Use of the Modified Implant Test as a Manner of Determining Susceptibility to Reheat Cracking", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 273-281 (In Portuguese).

Reheat crackings occur, in general, in the heat affected zone of welded joints of high strength low alloy structural steel during post welding stress relief heat treatment (PWHT). The modified implant test showed to be an effective form of evaluating susceptibility to PWHT. The present work focus on the design and construction of a modified implant test equipment. The equipment is used to test the reheat cracking susceptibility of a high strength low alloy steel. The results showed that the proposed equipment presents good reliability. The tested steel is highly susceptible to reheat cracking.

Keywords: Welding, Reheat Cracking, Modified Implant Test

Frey, S., Martins-Costa, M. L., and Gama, R. M. S., "On the Numerical Heat Transfer Based Upon Mixture Theory", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 282-296.

The energy transfer in a newtonian flow through a saturated rigid porous medium is numerically simulated employing finite element and finite difference methodologies. The mechanical model is based on a mixture theory approach, which generates a system of coupled partial equations. Taking advantage of appropriated upwind strategies, the numerical methods employed have generated stable and accurate approximations for both solid and fluid constituent temperatures even for very high Péclet flows. Some two-dimensional computations have been performed simulating the incompressible flow of a fluid through a flat porous channel. Different values for the channel length ($1 \leq L \leq 100$) and a wide range of Péclet number ($1 \leq Pe \leq 10^7$) were considered.

Keywords: Flow Through a Porous Medium, Continuum Mixture Theory Model, Finite Element and Finite Difference Methods.

Prado, A. F. B. A., "Optimal Rendezvous Maneuvers for Space Vehicles", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences - Vol. 18, No. 3, pp 297-301.

This paper considers the problem of optimal rendezvous maneuvers between two space vehicles. The rendezvous is a space maneuver where a spacecraft, called the chaser, has to be transferred from its initial orbit to a final orbit where it has to reach and follow a second spacecraft, called the target. In the present research those two spacecrafts are supposed to be in Keplerian orbits around the Earth. Those two orbits can be coplanar or fully three-dimensional. The control available to perform this maneuver is the application of two impulses (instantaneous change in the velocity of the spacecraft) to the chaser vehicle.

Keywords: Astrodynamics, Orbital Maneuvers, Rendezvous, Space Dynamics.

Note for Contributors: Articles on Disk

- Authors are encouraged to submit final accepted manuscripts on disk, using text editors for Windows or Frame Maker.
- The disk must be marked with the paper identification number and software used. Two copies of the printout should be included.

FORMULÁRIO DE AFILIAÇÃO

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

Av. Rio Branco, 124 - 18º andar - 20040-001 Rio de Janeiro - RJ

Tel.: (021) 221-0438 - Fax.: (021) 222-7128

e-mail: abcmalfs@omega.lncc.br

CGC 83.431.593/0001-78

INDIVIDUAL

Por favor, preencha os dois lados do formulário.

Nome _____

Endereço Residencial _____

CEP _____ Cidade _____ Estado _____

País _____ Tel.: () _____ Fax: () _____

E-mail _____

Empresa _____

Dept./Divisão _____ Posição _____

Endereço Comercial _____

CEP _____ Cidade _____ Estado _____

País _____ Tel.: () _____ Fax: () _____

E-mail _____

Candidato-me a: Admissão Mudança de Categoria
Na categoria de: Sócio efetivo Sócio Aspirante

Solicito enviar correspondência para o seguinte endereço:

Comercial Residencial

Data _____ Assinatura _____

Para uso da ABCM

Aprovado _____ Data _____ Sócio nº _____

FORMAÇÃO E EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

Por favor, liste em ordem cronológica os dados completos de sua formação e experiência profissional. A falta desses dados impedirá o processo de admissão. Obrigado.

FORMAÇÃO ACADÊMICA

Graduação - Área _____ Anos _____ a _____
 Instituição _____ País _____

Mestrado - Área _____ Anos _____ a _____
 Instituição _____ País _____

Doutorado - Área _____ Anos _____ a _____
 Instituição _____ País _____

Outro - Área _____ Anos _____ a _____
 Instituição _____ País _____

EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

Empresa _____ Anos _____ a _____
 Natureza da atividade _____ Posição _____

Empresa _____ Anos _____ a _____
 Natureza da atividade _____ Posição _____

Empresa _____ Anos _____ a _____
 Natureza da atividade _____ Posição _____

Indique até um máximo de 8 áreas de acordo com os códigos numéricos do Anexo.

Áreas de Especialização _____

Aplicação _____

Comentários _____

Área de Especialização

Especifique no Formulário de Afiliação os códigos numéricos das suas Áreas de Especialização e de Aplicação (verso).

- 1000 Fundamentos e Métodos Básicos em Mecânica Teórica e Aplicada**
 1010 Mecânica do Contínuo
 1110 Método dos Elementos Finitos
 1120 Método dos Elementos de Contorno
 1130 Métodos Assintóticos
 1140 Método das Diferenças Finitas
 1150 Outro Métodos em Mec. Computacional
 1210 Métodos Estocásticos e Estatísticos
 1310 Modelagem
 1410 Fundamentos de Análise Experimental
 1510 Metrologia
 1610 Gerência de Projetos
- 2000 Dinâmica e Vibrações**
 2110 Cinemática e Dinâmica
 2210 Vibrações de Sólidos - Fundamentos
 2310 Vibrações - Elementos de Estruturas
 2320 Vibrações - Estruturas
 2330 Propagação de Ondas em Sólidos
 2340 Impacto em Sólidos
 2350 Identificação de Parâmetros
 2420 Propagação de Ondas em Fluidos
 2510 Interação Fluido-Estrutura
 2610 Astronáutica - Mec. Celeste e Orbital
 2710 Explosão e Balística
 2810 Acústica
- 3000 Controle e Otimização**
 3110 Projeto e Teoria de Sistemas Mecânicos
 3210 Sistemas de Controle Ótimo
 3220 Sistemas de Controle Adaptativo
 3230 Aplicações em Sistemas e Controle
 3310 Robótica
 3410 Otimização de Sistemas e Processos
- 4000 Materiais**
 4110 Biomateriais
 4120 Materiais Metálicos
 4130 Materiais Cerâmicos
 4140 Materiais Poliméricos
 4150 Materiais Conjugados
 4210 Conformação Mecânica
 4300 Caracterização e Controle Microestrutural
 4410 Comp. Mecânico dos Materiais
 4420 Comp. Mec. Mat. - Baixas Temperaturas
 4430 Comp. Mec. Mat. - Altas Temperaturas
 4440 Comp. Mec. Mat. - Carregamto. Variável
 4450 Comp. Mec. Mat. - Carregamto. Dinâm.
 4500 Mecanismos de Fratura
 4600 Mecânica da Fratura
 4710 Ensaios Destrutivos
 4720 Ensaios Não-Destrutivos
 4800 Corrosão
- 5000 Mecânica dos Sólidos**
 5010 Elasticidade Linear
 5020 Elasticidade Não-Linear
 5030 Viscoelasticidade
 5040 Plasticidade
 5050 Visco-Plasticidade
 5060 Mecânica dos Materiais Conjugados
 5070 Mecânica dos Meios Porosos
 5110 Reologia
 5210 Cabos, Hastas e Vigas
 5220 Membranas, Placas e Cascas
 5230 Estruturas - Geral
 5240 Estruturas - Contato com o Solo
 5250 Estruturas - Submersas/Semi-submersas
 5260 Estruturas - Móveis
 5270 Estruturas - Vasos e Contenção
 5310 Mecânica dos Solos - Básico
 5320 Mecânica dos Solos - Aplicações
 5330 Mecânica das Rochas
- 5410 Efeitos Eletro-Magnéticos em M. Sólidos
 5420 Efeitos Térmicos em M. dos Sólidos
 5510 Estabilidade de Estruturas
 5520 Comportamento após a Flambagem
 5530 Estados Limites e Cargas de Colapso
 5540 Acomodação e Acúmulo de Dano
 5610 Mecânica de Fratura
 5650 Tribologia
 5655 Atrito e Desgaste
 5710 Componentes de Máquinas
 5720 Acoplamentos e Juntas Não-Soldadas
 5800 Análise Experimental de Tensões
- 6000 Mecânica dos Fluidos**
 6010 Reologia
 6110 Hidráulica
 6210 escoamento Incompressível
 6220 escoamento Compressível
 6230 escoamento Rarefeito
 6240 escoamento em Meios Porosos
 6250 Magneto-Hidrodinâmica e Plasma
 6270 escoamento Multifásico
 6310 Camada Limite - Contorno Sólido
 6320 Camada Limite - Contorno Livre
 6410 escoamento Interno - Dutos, Canais, etc.
 6430 escoamento com Superfície Livre
 6510 Estabilidade de escoamento
 6520 Turbulência
 6530 Hidrodinâmica - Veículo de Estrut. Naval
 6540 Aerodinâmica
 6610 Mec. Fluidos - Aplicações em Máquinas
 6650 Lubrificação
 6710 Transientes em Fluidos
 6810 Téc. Expertal. e Visualização escoamento
- 7000 Termociências**
 7010 Termodinâmica
 7110 Transp. de Calor - Convec. Monofásica
 7120 Transp. de Calor - Convec. Bifásica
 7130 Transp. de Calor - Condução
 7140 Transp. de Calor - Radiação/Mod. Comb
 7150 Transp. de Calor - Dispositivos/Sistemas
 7210 Termodinâmica dos Sólidos
 7310 Transporte de Massa
 7410 Combustão
 7420 Combustão em Leito Fluidizado
 7510 Acionadores e Dispositivos de Propulsão
- 8000 Geociências**
 8010 Micromerlitos
 8110 Meios Porosos
 8210 Geomecânica
 8310 Mecânica dos Abalos Sísmicos
 8410 Hidrologia, Oceanografia, Meteorologia
- 9000 Energia e Meio Ambiente**
 9110 Combustíveis Fósseis
 9120 Sistemas Nucleares - Fissão
 9125 Sistemas Nucleares - Fusão
 9130 Sistemas Geotérmicos
 9140 Sistemas Solares
 9150 Sistemas Eólicos
 9160 Sistemas de Energia Oceânica
 9210 Armazenamento de Energia
 9220 Distribuição de Energia
 9310 Mecânica dos Fluidos Ambiental
 9410 Mecânica de Dispositivos de Armazenamento de Resíduo
- 10000 Biociências**
 10110 Biomecânica
 10210 Ergonomia
 10310 Reabilitação
 10410 Mecânica nos Esportes

Áreas de Aplicação

Exemplo: um especialista em Mecânica dos Flúidos (família 6000) atuando na área de Turbulência (6520), deverá escolher a Área de Aplicação 350, se estiver trabalhando em Propulsão.

- 010 Acústica e Controle de Ruído
- 020 Aplicações em Biociências
- 030 CAD
- 040 CAM
- 050 Componentes de Máquinas
- 060 Controle Ambiental
- 070 Controle de Qualidade
- 080 Criogenia
- 090 Engenharia e Física de Reatores

- 100 Engenharia de Petróleo
- 110 Engenharia Oceanográfica
- 120 Equipamentos de Processos
- 130 Equipamentos Industriais
- 140 Fontes Alternativas de Energia
- 150 Forjamento
- 160 Fundição
- 170 Garantia de Qualidade
- 180 Indústria Têxtil e Tecnologia Correlata
- 190 Inspeção e Certificação

- 200 Instalações Industriais
- 210 Instrumentação
- 220 Lubrificação Industrial
- 230 Mancais e Rolamentos
- 240 Máquinas Ferramentas
- 250 Máquinas de Fluxo
- 260 Máquinas Motrizes
- 270 Mecânica Fina
- 280 Metalurgia Geral e Beneficiamento de Minério
- 290 Metrologia

- 300 Mineração e Metalurgia Extrativa
- 310 Óptica
- 320 Pontes e Barragens
- 330 Processos de Fabricação
- 340 Projeto de Estruturas
- 350 Propulsão
- 360 Prospecção e Propulsão
- 370 Servo Mecanismos e Controle
- 380 Siderurgia
- 390 Sistemas Hidráulicos

- 400 Sistemas Pneumáticos
- 410 Soldagem
- 420 Solicitações Acidentais - Efeitos de Vento, Sismo, Explosão, Fogo e Inundação
- 430 Tecnologia de Alimentos
- 440 Tecnologia Mineral
- 450 Transporte (excluído veículos)
- 460 Transmissão de Energia
- 470 Tratamento Térmico e Termoquímico
- 480 Tubulações Industriais e Nucleares
- 490 Usinas Hidrelétricas

- 500 Usinas Termoeletricas
- 510 Vácuo
- 520 Vasos de Pressão, Trocadores de Calor e Equipamentos Pesados
- 530 Veículos - Terrestres, Espaciais e Marítimos

SCOPE AND POLICY

• The purpose of the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences is to publish papers of permanent interest dealing with research, development and design related to science and technology in Mechanical Engineering, encompassing interfaces with Civil, Electrical, Chemical, Naval, Nuclear, Agricultural, Materials, Petroleum, Aerospace, Food, System Engineering, etc., as well as with Physics and Applied Mathematics.

• The Journal publishes Full-Length Papers, Review Papers and Letters to the Editor. Authors must agree not to publish elsewhere a paper submitted to and accepted by the Journal. Exception can be made for papers previously published in proceedings of conferences. In this case it should be cited as a footnote on the title page. Copies of the conference referees reviews should be also included. Review articles should constitute a critical appraisal of published information

• The decision of acceptance for publication lies with the Editors and is based on the recommendations of at least two ad hoc reviewers, and of the Editorial Board, if necessary.

SUBMISSION

• Manuscripts and all the correspondence should be sent to the Editor or, alternatively, to the appropriate Associate Editor.

• Four (4) copies of the manuscript are required. The author should submit the original figures, which will be returned if the paper is not accepted after the review process.

• Manuscripts should be submitted in English or Portuguese. Spanish will also be considered.

• A manuscript submitted for publication should be accompanied by a cover letter containing the full name(s) of author(s), mailing addresses, the author for contact, including phone and fax number, and, if the authors so wish, the names of up to five persons who could act as referees.

FORMAT

• Manuscripts should begin with the title, including the English title, the abstract and up to five key words. If the paper's language is not English, an extended summary of about 500 words should be included. The manuscript should not contain the author(s) name(s).

• In research papers, sufficient information should be provided in the text or by referring to papers in generally available Journals to permit the work to be repeated.

• Manuscripts should be typed double-spaced, on one side of the page, using A-4 sized paper, with 2 cm margins. The pages should be numbered and not to exceed 24 pages, including tables and figures. The lead author of a RBCM paper which exceeds the standard length of pages will be assessed a excess page charge.

• All symbols should be defined in the text. A separate nomenclature section should list, in alphabetical order, the symbols used in the text and their definitions. The Greek symbols follow the English symbols, and are followed by the subscripts and superscripts. Each dimensional symbol must have SI (Metric) units mentioned at the end. In addition, English units may be included parenthetically. Dimensionless groups and coefficients must be so indicated as dimensionless after their definition.

• Uncertainties should be specified for experimental and numerical results.

• Figures and Tables should be referred in consecutive arabic numerals. They should have a caption and be placed as close as possible to the text first reference.

• Line drawings should be prepared on tracing paper or vellum, using India ink; line work must be even and black. Laser print output is acceptable. The drawings with technical data/results should have a boundary on all four sides with scale indicators (tick marks) on all four sides. The legend for the data symbols should be put in the figure as well as labels for each curve wherever possible.

• Illustrations should not be larger than 12 x 17 cm. Lettering should be large enough to be clearly legible (1.5-2.0 mm)

• Photographs must be glossy prints.

ILLUSTRATIONS AND TABLES

REFERENCES

• References should be cited in the text by giving the last name of the author(s) and the year of publication of the reference: either "Recent work (Smith and Jones, 1985) ..." or "Recently Smith and Jones (1985) With four or more names, use the form "Smith et al.(1985)" in the text. When two or more references would have the same text identification, distinguish them by appending "a", "b", etc., to the year of publication.

• Acceptable references include: journal articles, dissertations, published conference proceedings, numbered paper preprints from conferences, books, submitted articles if the journal is identified, and private communications.

• References should be listed in alphabetical order, according to the last name of the first author, at the end of paper. Some sample references follow:

Bordalo, S.N., Ferziger, J.H. and Kline, S.J., 1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", Proceedings, 10th ABCM - Mechanical Engineering Conference, Vol. 1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 41-44.

Clark, J.A., 1986, Private Communication, University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Coimbra, A.L., 1978, "Lessons of Continuum Mechanics", Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brazil.

Kandlikar S.G. and Shah, R.K., 1989, "Asymptotic Effectiveness - NTU Formulas for Multiphase Plate Heat Exchangers", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 314-321.

McCormack, R.W., 1988, "On the Development of Efficient Algorithms for Three Dimensional Fluid Flow", Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 10, pp. 323-346.

Silva, L.H.M., 1988, "New Integral Formulation for Problems in Mechanics", (in portuguese), Ph.D. Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

Sparrow, E.M., 1980a, "Forced-Convection Heat Transfer in a Duct Having Spanwise-Periodic Rectangular Protuberances", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 3, pp. 149-167.

Sparrow, E.M., 1980b, "Fluid-to-Fluid Conjugate Heat Transfer for a Vertical Pipe-Internal Forced Convection and External Natural Convection", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 402-407.

VOL. XVIII - No. 3 - SEPTEMBER 1996

Plate Analysis

- Analytical Integration of Membrane-Bending Coupling Terms in Non-Linear Boundary Element Analysis of Mindlin-Reissner Plates Rogério J. Marczak 218

Machining

- Monitoring the Tool Wear in the Turning Process Using Acoustic Emission (In Portuguese) Anselmo Eduardo Diniz and Almir Pigari 227

Job Shop Production Planning

- Selection and Assignment of Machines (In Portuguese) José Francisco Ferreira Ribeiro, Carlos Antonio de Medeiros, Cassilda Maria Ribeiro and Marcio Mattos Borges de Oliveira 239

Turbulence

- The Wake Behind a Backward-Facing Step - A Numerical Study Marcos Aurélio Ortega and João Luiz Figueiras de Azevedo 248

Vibration

- Self-Excited Vibrations in Active Hydrodynamic Bearings Ilmar Ferreira Santos and Rodrigo Nicoletti 263

Welding

- Use of Modified Implant Test as a Manner of Determining Susceptibility to Reheat Cracking (In Portuguese) Fábio Martins and Roseana da Exaltação Trevisan 273

Heat Transfer in Porous Media

- On the Numerical Heat Transfer Based Upon Mixture Theory Space Dynamics Sérgio Frey, Maria Laura Martins-Costa and Rogério M. Saldanha da Gama 282

Space Dynamics

- Optimal Rendezvous Maneuvers for Space Vehicles Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado 297

Abstracts - Vol. 18 - No. 3 - September 1996

302