

Revista Brasileira de Ciências Mecânicas

Journal of
the Brazilian
Society of
Mechanical Sciences

1

PUBLICAÇÃO DA ABCM - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

VOL. XX - No.1 - MARCH 1998

ISSN 0100-7386

JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Vol. 1, Nº 1 (1979)

Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ciências
Mecânicas
Trimestral

Inclui referências bibliográficas.

1. Mecânica

ISSN-0100-7386

A REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICA

publica trabalhos que cobrem os vários aspectos da
ciência e da tecnologia, em Engenharia Mecânica,
incluindo interfaces com as Engenharias Civil, Elétrica,
Química, Naval, Nuclear, Aeroespacial Alimentos,
Agrícola, Petróleo, Materiais, etc., bem como aplicações
da Física e da Matemática à Mecânica.

INDEXED by Applied Mechanics Reviews
and Engineering Information, Inc.

Publicação da / Published by
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Secretária da ABCM: Ana Lúcia Fróes de Souza
Avenida Rio Branco, 124 18º Andar
20040-001 Rio de Janeiro RJ
Tel.: (021) 221-0438/Fax: (021) 222-7128

Presidente: Carlos Alberto de Almeida
Vice-Presidente: Arthur Palmeira Ripper Neto
Secretário Geral: Hans Ingo Weber
Diretor de Patrimônio: Felipe Bastos de F. Rachid
Secretário: Paulo Batista Gonçalves

Secretária da RBCM: Maria de Fátima Alonso de Souza
UNICAMP - FEM - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel.: (019) 239-8353/Fax: (019) 239-3722

EDITOR:

Leonardo Goldstein Júnior
UNICAMP - FEM - DETF - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel.: (019) 239-3006 Fax: (019) 239-3722

EDITORES ASSOCIADOS:

Agenor de Toledo Fleury

IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas
Divisão de Mecânica e Eleticidade - Agrupamento de Sistemas de Controle
Cidade Universitária - C.P. 7141
01064-970 São Paulo SP
Tel.: (011) 268-2211 Ramal 504 Fax: (011) 869-3353

Angela Ourivio Nieckele

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Marquês de São Vicente, 225 Gávea
22453-900 Rio de Janeiro RJ
Tel.: (021) 239-0719 Fax: (021) 294-9148

Carlos Alberto Carrasco Alterman

UNICAMP - FEM - DE - C.P. 6122
13083-970 Campinas SP
Tel.: (019) 239-8435 Fax: (019) 239-3722

Paulo Elgi Miyagi

Universidade de São Paulo - Escola Politécnica
Departamento de Engenharia Mecânica - Mecatrônica
Avenida Prof. Mello Moraes, 2231
05508-900 São Paulo SP
Tel.: (011) 818-5580 Fax: (011) 818-5471/813-1886

Walter L. Weingaertner

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica - Laboratório de Mecânica de Precisão
Campus Universitário Trindade - C.P. 476
88040-902 Florianópolis SC
Tel.: (048) 231-9395/234-5277 Fax: (048) 234-1519

CORPO EDITORIAL:

Alcir de Faro Orlando (PUC-RJ)
Antonio Francisco Forles (UnB)
Armando Albertazzi Jr. (UFSC)
Altair Rios Neto (INPE)
Benedito Moraes Purqueiro (EESC-USP)
Caio Maric Costa (EMBRACC)
Carlos Alberto de Almeida (PUC RJ)
Carlos Alberto Martin (UFSC)
Clovis Raimundo Maissa (UFSC)
Emanuel Rocha Woiski (UNESP-FEIS)
Francisco Emilio Baccaro Nigro (IPT-SP)
Francisco José Simões (UFPA)
Genesio José Menon (EFEI)
Hans Ingo Weber (UNICAMP)
Henrique Rozenfeld (EESC USP)
Jair Carlos Dutra (UFSC)
João Alzirio Herz de Jornada (UFRGS)
José João de Espingola (UFSC)
Jurandir Ilizo Yanagihara (EP USP)
Lirio Schaefer (UFRGS)
Lourival Boehs (UFSC)
Luis Carlos Sandoval Goes (ITA)
Marcio Ziviani (UFMG)
Moyses Zindeuk (COPPE-UFRJ)
Nisio de Carvalho Lobo Brum (COPPE-UFRJ)
Nivaldo Lemos Cupim (UNICAMP)
Paulo Afonso de Oliveira Sovieiro (ITA)
Rogério Martins Saldanha da Gama (LNCC)
Valder Stellen Jr. (UFU)

REVISTA FINANCIADA COM RECURSOS DO

Programa de Apoio a Publicações Científicas

MCT



CNPq



FINEP

The State of the Art in Turbulence Modelling in Brazil

Atila Pantaleão Silva Freire

Mila R. Avelino and

Luiz Claudio C. Santos

Universidade Federal do Rio de Janeiro

COPPE - Programa de Engenharia Mecânica C.P. 68503

21945-970 Rio de Janeiro, RJ Brasil

Email: atila@serv.com.ufrj.br

Abstract

The present work discusses at length the current status of turbulent research in Brazil. After eight introductory sections on the subject, where some general aspects of the problem are presented, and a brief review of some scientific and engineering approaches is given, the paper strolls over four specific sections, analyzing all work carried out in Brazil in the past twenty five years on turbulence. In fact, the present compilation is restricted to the main events sponsored by the Brazilian Society of Mechanical Sciences. The present review quotes 284 references, presents 6 tables and 16 figures. The paper contents is: Paper Outline, Some Insights, The Traditional Approaches, Some Basic Working Rules, Turbulence Models, One-Point Turbulence Closure Models, Some Other Approaches to Turbulence Modelling, Some Major Achievements, A Bit of History, Statistics, A Personal View, Gallery, Final Remarks, Cited Bibliography and Compiled Bibliography.

Keywords: Turbulence Flow, Turbulence Modelling

Paper Outline

The present review was committed by the Brazilian Society of Mechanical Sciences, ABCM, in order to give a clear picture of the present status of turbulence modelling in Brazil. As a guiding line, the paper was supposed to concentrate on work that appeared in the last five years in the two major Conferences sponsored by the Association: the Brazilian Congress of Mechanical Engineering - COBEM, and the Brazilian National Meeting on Thermal Sciences, ENCIT. The review, if possible, should not be a mere collection of annotated bibliographies, but offer a critical evaluation of the published literature.

All these aspects were in the minds of the present writers when preparing this manuscript. The broad nature of the subject, however, together with its importance and general interest for the public, made the writing a difficult task. Big issues, such as the inclusion of indexed publications, and of publications appearing in vehicles other than those commonly looked up by the mechanical engineering community, had to be tackled in a very positive and quick way. In the end, it was decided to adhere quite stringently to the main guide lines. The only exception had to do with the period of time covered by this review. In order to give a good historic perspective of the subject, it was decided not to impose any bound on the number, and date, of works considered for review here. In adopting this procedure we particularly regret the exclusion of works published by the physical and mathematical societies.

Some Insights

Since we are going to discuss at quite some length the phenomenon of turbulence, perhaps it would be appropriate at this stage to define turbulence. It can be said, in a general manner, that a turbulent flow is a flow which is disordered in time and space. Of course, this definition is vague, lacking a precise mathematical formulation. This, however, is the kind of definition we commonly find in treatises that deal with the subject of turbulence. The flows that are present in nature and technology and which are termed turbulent are very complex, exhibiting fairly different dynamics from one occurrence to another. In applications, the flows may be three-dimensional, or quasi-two-dimensional, or may even have some sort of large scale organized structures. All these features, coupled with the random behaviour of the measured properties of the flow, seem to deem the flow mathematically undefinable. The important property which is required of them is that they should be capable of mixing all transportable quantities much faster than if only molecular processes were involved. To cut short an endless discussion, and after Lesieur (1990), we propose here the following simplified definition of turbulence:

Invited Article. Technical Editor: Leonardo Goldstein Jr.

- A turbulent flow must be unpredictable, in the sense that a small uncertainty as to its knowledge at a given initial time will amplify so as to render impossible a precise deterministic prediction of its evolution;
- It has to satisfy the increased mixing property defined above;
- It must involve a wide range of spatial wave lengths.

Despite, the already mentioned vagueness of the above definition, for fluid dynamicists the word turbulence has a precise meaning. Mathematically, in studying turbulent flows we are trying to solve a problem which is based on the assumption that the instantaneous flow variables satisfy the Navier-Stokes equations. These are a deterministic set of equations which apparently yield solutions with a random nature. Thus, the philosophical issues raised on how statistical theories could be used to describe a phenomenon which is deterministic could never be squarely faced until recently. New ideas and mathematical tools advanced by Ruelle and Takens (1971) and by Feigenbaum (1979) have shown that there are non-linear dynamical systems whose solutions, because of sensitive dependence on initial conditions, exhibit a weak causality and hence apparently random nature. Even the discrete algebraic equation $Z_{n+1} = A Z_n (1 - Z_n)$ demonstrates random solutions whose long time solutions have a critical dependence on vanishingly small changes in the value of parameter A . Because of the dependence of the long term solution on the vanishingly small changes in A , the solutions are non-deterministic. The conclusion is that fluid turbulence is a deterministic problem that evolves with time and space in a very complex fashion due to non-linear interactions.

Although turbulence is a random phenomenon, it is accepted that the flow is completely governed by the Navier-Stokes equations. Considering that a host of numerical schemes exist to deal with systems of non-linear partial differential equations, one should have, in principle, no problem in computing turbulent flows. Actually, this is not the case. The richness of scales that characterizes a turbulent flow imply that, if the flow is to be correctly numerically simulated, all lengths from the large-scale energy containing eddies, to the dissipative scales under which the motion is damped through viscosity, must be resolved.

The dissipation of mechanical energy into heat, however, may be shown through dimensional arguments to occur at very small scales. The dissipative scales are, in fact, given by $\eta = \text{ord} (v^3/\epsilon)^{1/4}$, where ϵ is the overall viscous dissipation per unit mass, and v is the kinematic viscosity. The energy dissipation rate is given by $\epsilon = \text{ord} (u^3/l)$ where u and l are respectively the characteristic velocity and length scales of the largest eddies of a turbulent flow, being, therefore, determined by the geometry of the flow domain. The minimum number of points required in a three dimensional simulation of the flow should then be $N_{\text{length}} = \text{ord} (l^3/\eta^3) = \text{ord} (R_l^{9/4})$, where R_l represents the Reynolds number associated with the large scale eddies. Here, N_{length} represents the number of grid points that the computation or measurement would have to have in order to describe the entire range of scales. In nature and in technological applications, the Reynolds number assumes typically values between 10^6 and 10^8 , which will result in approximately 10^{14} to 10^{18} required grid points.

The minimum temporal resolution is found by dividing the smallest spatial scale by the convective velocity of the largest eddies. Likewise, the ratio between the largest scales and the convective velocity gives the large scale temporal resolution. The result is that the number of required time steps is $N_{\text{time}} = R_l^{3/4}$.

The number of points required to resolve the spectral properties in turbulence is then $N_{\text{total}} = (R_l^{9/4})(R_l^{3/4}) = R_l^3$. This expression shows that an order of magnitude increase in the Reynolds number of the flow will result in a three order of magnitude increase in the number of required computational grid points.

These numbers preclude any direct simulation of flows of practical interest. In fact, even if powerful enough computers were available, the performance of direct simulation of flows at high Reynolds number would be an unfeasible exercise. We realize that firstly by recognizing that the specification of proper initial and boundary conditions on the level of detail required by the smallest dissipative scales is simply not possible. This, unfortunately, in dealing with the Navier-Stokes equations, is a very serious drawback. The non-linear character of the advection terms may give rise to spatial and temporal instabilities in the flow that will excite and amplify the small scales in the motion. The lack of uniqueness of the solution, together with the amplification of the small perturbations on the boundaries of the flow, result in a motion which is apparently random in nature.

The Traditional Approaches

The decomposition of flow field variables into mean and fluctuating components has led to what is now known as the Reynolds-averaged equations. In many engineering and geophysical problems, the

fine details of the flow are really not required, so that often it suffices to have data conveyed by long-time averages. Although the averages were first defined in terms of time averages, further developments have introduced the concepts of space averages and of ensemble averages. The averaged Reynolds equations can simply be derived from the Navier-Stokes equation to which they are very similar, but with additional terms involving the turbulent fluctuations. These additional terms result from the advection terms and may be seen, from a statistical point of view, as second order correlations or moments. Since the practical interest lies usually in the mean properties of the turbulent flow field, the statistical theories try to establish functional relationships between the mean variables of the flow and the fluctuations. This is normally referred to as the "closure" problem in turbulence. The attempt at establishing these functional relationships has been one of the dominant themes of research in turbulence.

Exact equations for the terms involving fluctuations can be derived directly from the Navier-Stokes equations. However, the determination of transport equations for high order correlations always results in the appearance of higher order correlations or moments. We are then faced with the problem of always having more unknowns than equations available for their solution. One way out would be to neglect correlations of some order. Unfortunately, this proves to be unsatisfactory. The reason for this is that despite its apparent random nature, turbulent flows exhibit some degree of "order", which must be captured by the mathematical model. In order to render the system of transport equations closed, we need, therefore, some "closure hypotheses" independent of the physical conservation laws.

Perhaps, we should then now to consider the conditions, or some general principles, to which the closure models should obey.

Some Basic Working Rules

The sheer complexity of the turbulence phenomenon has prevented researchers from achieving a rational closure of the Reynolds-averaged equations. This has motivated the invention of a number of mathematical models based on different principles and rules, and the evolution of certain heuristics which are supposed to help us to conjecture the broad features of turbulent flows without having to appeal to any of those models of doubtful validity. Of course, as these heuristics are deduced from common knowledge and experience, they will always be open to criticism. However, they must be seen as useful rules that have been subjected to a large scrutiny, and that, for this reason, constitute a serviceable body of knowledge for the engineer.

Some years ago, Narasimha (1989) suggested that the accumulated experience with the various types of heuristic rules could be summarized in the form of the five working rules listed in Table 1.

Table 1 The five basic working rules

-
1. As the Reynolds number of any turbulent flow tends to infinity, the fraction of energy contained in the length and time scales directly affected by the viscosity of the fluid becomes vanishingly small; so do the scales themselves, compared to those accounting for the energy.
 2. Any turbulent flow subjected to constant boundary conditions evolves asymptotically to a state independent of all details of its generation save those demanded by overall mass, momentum and energy conservation.
 3. If the equations and boundary conditions governing a turbulent flow admit a self preserving (or equilibrium) solution, the flow asymptotically tends towards that solution.
 4. A turbulent flow may, before reaching equilibrium, attain a mature state in which the different energetic parameters characterizing the flow obey internal relationships, irrespective of the detailed initial conditions as in Rule 2.
 5. Between the viscous and the energetic scales in any turbulent flow exists an overlap domain over which the solutions characterizing the flow in the two corresponding limits must match as the Reynolds number tends to infinity.
-

These rules have been used by engineers for over a long period without any special acknowledgment of them. Rule 4, in particular, is the basis of all handbook charts and correlations, such as, e.g., the Moody diagram for pipe losses. They are, thus, according to Narasimha (1989), "what

comes naturally to workers in turbulence whenever they encounter a totally unfamiliar flow". The rules establish some positions upon which any turbulence model should conform.

At this point we just remind the reader that the working rules have not been deduced from the basic laws of fluid motion and that for this reason they will always remain open to doubt. As a final assessment, we quote Narasimha's very own words when the rules were first presented: "They (the rules) are obviously very useful, being close to reality; but they cannot still be elevated to the status of scientific laws, because the small departures noted from them cannot be dismissed as experimental error, and seem to indicate that the principles are strictly valid only under certain as-yet unstated conditions which would not always be easily obtained."

The most frequently challenged working rules concern the postulated independence from initial conditions, Rules 2 and 4.

Turbulence Models

Turbulence modelling of a certain type has become a widespread subject in academia and industry. The pressing demand for more efficient models, capable of dealing with evermore complex flows, has resulted in the proliferation of different schools of thought, many of them remotely resembling each other. The implication is a continuous growth in the number, complexity and sophistication of models. The presumption that any monograph on the subject should be able to cover all aspects of turbulence modelling is, therefore, not shared by the present authors. Here, we will try to show the failures and the successes of some of the most popular approaches.

The turbulence models can be ensembled, in general, in four classes (Narasimha (1989)).

The Impressionistic Models, that strive to gain insight into the structure and the solution of the problem without any claim to quantitative accuracy in prediction: Examples are the Burgers equation for turbulence, and the Lorenz equation for weather forecast.

The Physical Models, that aim at predicting quantities of interest based on assumptions not inconsistent with the observed or understood physics of the problem, appealing to experimental data for model parameters when necessary. The models of Emmons for boundary-layer transition, of Kutta-Joukowski for the lift of an aerofoil, and of Kolmogorov for the spectrum of turbulence, all fall within this category.

The Rational Models, that investigate the nature of problem and solutions through simpler models derived from more complete systems by some limiting process. The Burgers model for weak shocks, the Newtonian model for hypersonic flows and the rapid distortion of turbulence are all rational models.

The Ad Hoc Models, that provide estimates of quantities of interest without insistence that all assumptions be physically or mathematically justified in detail. The Boussinesq eddy viscosity model, the mixing length model, the $\kappa - \epsilon$ differential model, these are all Ad Hoc models.

The models that serve industry are all Ad Hoc Models. In particular, gradient transport models have become very popular over the years. The appeal of an attractive blend of simplicity and acceptable predictive ability has stimulated a continued development of these models. In the next section, we discuss these models in detail.

One-Point Turbulence Closure Models

One-point closure models were developed in order to model inhomogeneous flows in practical applications. Starting from the Reynolds-averaged equations, they aim at establishing functional relationships between the turbulent fluctuations, through their second-order moments at the same point in space, and the mean flow variables. This can be made in several ways. The simplest of the possibilities is to introduce an algebraic relationship.

Using the notion that the collective interaction of eddies can be represented by an increase in the coefficient of viscosity, Boussinesq postulated the second-order moments to be proportional to the local mean rate of strain through an "eddy viscosity", ν_t . This notion is a direct translation of Newton's viscosity law to turbulent flows. Since turbulence is a property of the flow, the eddy viscosity should be a function of the mean flow parameters. For three-dimensional flows, it should even be a vectorial quantity.

Despite the boldness of this assumption, clear even to the earliest workers in turbulence, the eddy viscosity hypothesis has received critical attention over the last 120 years. Turbulence models have become more and more sophisticated but the usefulness of the eddy viscosity concept is still large.

However, as pointed out by Bradbury (1997), the idea that turbulent stresses are strongly dependent on local strain rates (whatever model for v_i is used) implies that the length scale of the turbulence is smaller than the scale of the velocity local gradient - this scale is typically of the order of the flow width. However, even casual observation of flow visualization shows that the main turbulent structures are of the same order as the fluid width. It is, therefore, amazing that proportionality relations involving only stresses and strain rate work so well.

Of course, the concept of eddy viscosity is phenomenological, having no mathematical basis. The result is that a constitutive relationship for v_i still needs to be constructed.

The eddy viscosity can be expressed algebraically in terms of quantities derived from algebraic or differential equations. Depending on the nature and on the number of equations used, a classification for the eddy viscosity models follows.

Zero-equation or algebraic models. These models use an algebraic expression for the definition of v_i . Typical examples are the mixing-length concept of Prandtl, the Cebeci Model and the Baldwin-Lomax Model.

One-equation models. These models employ a single transport differential equation which has to be solved for the fluctuating field. An extra algebraic expression is normally also required for the complete specification of the flow. Examples of one-equation models are the models of Bradshaw, of Nee and Kovasnay, of Johnson and King and of Goldstein.

Two-equation models. These models use two transport equations for the description of the fluctuating field. Examples are the κ/ϵ model, the κ/ω model, the κ/Ω model, the κ/τ model, and many others.

So far, the simplest prescription for the second-moments has been achieved through the algebraic models. These models are built on an analogy between the randomizing effects of the turbulent eddies on the mean flow, and the corresponding random molecular motion in a gas. The implication is that the "turbulent viscosity" can be seen as formed from a product of the density of the fluid, of a local characteristic length, l , and of a local characteristic velocity, u_c . The analogy with the kinetic theory of gases is clear; however, in a turbulent flow, both the characteristic parameters must be expected to vary locally with the flow.

The mixing length theory assumes the fluctuations in both directions to have the same order of magnitude, and these to be proportional to the distance from which discrete "lumps of fluid" are fetched, times the local mean velocity gradient. This hypothesis reduces our closure problem to the determination of the characteristic length of the flow, that is, of the mixing length. For simple boundary layer flows, l can be assumed to be proportional to the distance from the wall. For free turbulent flows, l can be assumed to be proportional to the width of the turbulent region. The list is not exhaustive. Here, it suffices to say that every class of flow has its particular formulation of the mixing length.

The mixing length concept works quite well for a class of problems, but suffers from all the problems inherent to the eddy viscosity hypothesis. In particular, in complex flows, it may be impossible to specify any form for the mixing-length. In general, the model has shown to be appropriate for two-dimensional flows with mild pressure gradients and mild curvature. No flow separation or rotation effects are allowed in these models. In addition, the algebraic models are useful for two-dimensional shock-separated boundary layers with weak shocks, and in computing three dimensional boundary layers with small cross flow. In fact, several authors have sought extensions of the algebraic eddy viscosity model to three dimensional flows (see, for example, Rotta(1979)). The success, however, has been very limited.

We draw our curtains on the mixing length model by pointing out to the reader that this model assumes the flow to be isotropic, and takes no account of processes of convection or diffusion of turbulence.

In the one-equation models, a transport equation is used to compute the second-order moments. This can be made in two ways. Through the specification of a single characteristic parameter that can be used to represent the fluctuating field, or, alternatively, relating the characteristic velocity in the eddy viscosity model to a turbulent property. In the latter approach, the characteristic length still has to be determined through an algebraic equation.

Almost all one-equation models use the turbulent kinetic energy, κ , as the reference parameter. An exact equation can be derived for κ through some simple algebraic manipulation of the Navier-Stokes equations. This equation, however, presents some turbulent correlations which have to be modelled. The diffusion and the production terms are modelled as gradient transport terms. The dissipation term, obtained through a local isotropy assumption, is defined in terms of an algebraic equation that involves the fluid density, the turbulent kinetic energy and the length scale.

In practice, very little advance of this type of models over the zero-equation models exists. The fact that the characteristic length scale still has to be fixed by empirical arguments imports to these models many of the drawbacks of the algebraic models. The material found in literature, however, clearly supports the idea that $\kappa^{1/2}$ is a better velocity scale than those employed in the algebraic models.

A recent attempt at reviving the one equation models has been made by Johnson and King. They begin with a beforehand assumed eddy viscosity algebraic behaviour which has as its velocity scale the maximum Reynolds stress. Next, the maximum turbulent kinetic energy, κ_m , is supposed to vary very little with the transversal direction so that an ordinary differential equation can be constructed to its prediction. The closure is concluded considering that the ratio of the local kinetic energy to the shear stress is constant. This model is aimed at a very limited class of flows, namely, at two-dimensional separated flows without curvature or rotation. The general results of the model are very good.

The next level of sophistication is to introduce a second transport equation, from which the characteristic length can be calculated. This gives rise to the two-equation models. These models are considered to embody more physics than the previous ones. A list of the various available two-equation models can be found in Launder and Spalding (1972) and more recently in a number of review articles (see, e.g., Lakshminarayana (1986), Wilcox (1988)).

The variables adopted by researchers to determine the length scale vary from one work to another. One may choose as the second variable a parameter associated with the mean frequency of the most energetic motions. That was exactly the original proposal of Kolmogorov (1942). The turbulent energy dissipation rate per unit mass, ϵ , has been preferred by a number of authors. Another very popular choice has been the specific dissipation rate, ω . A transport equation for the length scale itself was derived by Rotta (1951).

The standard two-equation models fail to capture many of the features associated with complex flows. The fact that they are still imprisoned to the eddy viscosity concept makes them very vulnerable when dealing with flows that present curvature, separation, rotation, and three-dimensionality among other effects. The advantages and simplicity of the two-equation models, however, should not be overlooked. These models are much superior to the algebraic and one-equation models in mildly complex flows. Typical successful application of these models are the flows in jets, channels, diffusers, and annulus wall boundary layers without separation.

The weaknesses and shortcomings of these models have been listed by Hanjalic (1994); they are:

- Linear stress-strain relationship through the eddy viscosity hypothesis;
- Scalar character of eddy viscosity;
- Scalar character of turbulence characteristic scales - insensitivity to eddy anisotropy;
- Limitations to define only one time- or length scale of turbulence for characterizing all turbulent interactions;
- Failure to account for all viscous processes governing the behaviour of ϵ or other scale-determining quantities by virtue of the simplistic form of the basic equation for that variable;
- Inadequate incorporation of viscosity damping effects on turbulence structure (low Reynolds number models);
- Inability to mimic the preferentially oriented and geometry-dependent effects of pressure reflection and the eddy-flattening and squeezing mechanisms due to the proximity of solid- or interface surface;
- Frequently inadequate treatment of boundary conditions, in particular at the solid wall.

A logical way of deriving more sophisticated models, of a certain universality, consists in deriving full transport equations for each of the second-order moments directly from the Reynolds-averaged equations. This procedure, inevitably, results that every derived equation involves various correlations among fluctuating quantities which are not exactly determined. These, of course, must be modelled in terms of the mean flow variables, the second-moments themselves, and at least one characteristic time scale. Models of this nature are usually termed Reynolds-stress transport models. According to some authors, these models represent the highest degree of complexity that has been exercised in conventional turbulence modeling.

Additionally, to a more universal description of the turbulence, these models are considered to adhere more rigorously to some modelling principles which are judged by some to be crucial. The first of the principles has to do with the mathematical formalism of the closure problem. Consistency conditions such as dimensional coherence of all terms, tensorial consistency, coordinate-frame and material frame independence, satisfaction of realizability conditions, limiting properties of turbulence, all these are satisfied by the Reynolds-stress models. The second principle is related to the physics of the turbulence. For example, the decreasing influence of higher-order moments upon the mean flow properties is a feature that must be observed in turbulent models.

The Reynolds stress models are reported (Hanjalic (1994)) to provide a superior representation of two-dimensional non-equilibrium flows. They are also supposed to perform better in unsteady and periodic flows and in all situations where the turbulent field exhibits hysteresis as compared with the mean flow field. The models account for the effects of anisotropy, curvature, rotation, three-dimensionality, and hence normally performs better than the two-equation models under these conditions. A shortcoming feature of the models is the need for a scale-determining equation, which grows in importance in pressure dominated flows, or in flows with improperly treated boundary conditions.

For three dimensional flows, the Reynolds-stress models will result in 6 transport equations which must be simultaneously solved together with the equations of motion. This results in 10-12 equations to be solved for the mean flow and turbulence quantities. This is certainly a Herculean task even for present day modern computers. Hence, the order is to simplify the Reynolds stress transport equations. One try is to reduce these equations to algebraic equations. Such models are termed algebraic Reynolds stress models.

The essential idea of these models is that only the convection and diffusion terms contain stress gradients. Thus, if through some alternative procedure, these processes could be modelled by equations not containing stress gradients, then the differential transport equations for the Reynolds stresses would be reduced to algebraic equations. The need for solving turbulent transport equations is not eliminated here; however, the calculated flow variables are now scalars.

A still simpler approach considers the stress transport processes to be completely negligible. This local-equilibrium approximations are used mainly for understanding the physical nature of complex flows. In many cases, they often lead to useful overall models of the stresses.

In fact, many of the ideas that we have been considering in the last paragraphs were advanced quite some time ago. As early as 1940, Chou introduced, in an absolutely original paper, the equations for the second and third moments of the turbulent fluctuations. At the time, he proposed to "close" the equation for the triple velocity correlation by assuming the fourth-order moments to be proportional to the sum of the three products of two double velocity correlations. In addition, further hypotheses on the correlations involving turbulent pressure gradients and velocity fluctuations were needed. These correlations were derived by Chou from a Poisson equation. The equations for vorticity decay were also found and the terms of energy decay were improved.

Essentially, Chou argued that because the Navier-stokes equations are the basic dynamical equations of fluid motion, it does not suffice to consider only the mean turbulent motion. The turbulent fluctuations should be as important as the mean motion and, for this reason, the equations for them should also be considered.

What Chou really achieved was a systematic way of building up differential equations for the velocity correlations for each successive order from the equations of turbulent fluctuations. The problem now lies on the difficulties to be found in solving simultaneously the Reynolds-averaged equations and the equations for the high order moments. The three major difficulties found at the time were:

- The non-linear character of the equations;
- The correlation functions are slowly varying functions of space and time, whereas the fluctuations are all rapidly varying functions of them;
- To mathematically solve the set of non-linear differential equations, an extra physical condition is needed (similarity hypothesis).

These difficulties were finally overcome by Chou (1987) himself by developing the method of successive substitution, to solve the mean motion and velocity fluctuation equations simultaneously.

Other Approaches to Turbulence Modelling

Another method of describing the turbulent fluctuations is the spectral method, first introduced by Taylor (1935, 1938). The introduction of Fourier analysis into the problem leads to some benefits. The differential operators are converted into multipliers, the physics of turbulence is given a relatively simple picture, and the degrees of liberty of the turbulent system are better defined. The use of Fourier analysis is particularly useful when the turbulence is homogeneous, that is, when it is statistically invariant under translation. Unfortunately, the spectral approach does not solve the problem of closure, it just appears in a different form.

Using the spectral approach, several theories were built for the description of turbulent flows. Some are:

- The direct-interaction approximation;
- The quasi-normal theory.

The first approach is analytical and has only given useful results for isotropic, homogeneous, turbulence. The quasi-normal theories, which assume all cumulants above some given order greater than two to vanish, lead to a negative energy spectra. Attempts at fixing this problem have led to considerations that require an extra assumption about time scales that is questionable in the energy containing range. These methods are of narrow application, make a variety of hypotheses whose validity is difficult to assess in physical terms, and, for this reason, will not be considered further here.

Other methods that heavily rely on numerical simulations have been developed more recently. One of them, direct simulation, has received a lot of attention.

The remarkable recent advances in computing power have opened an era of simulation. The application of paralleled codes on computers with efficient networking and large memory capacity has become a very powerful way of computing turbulence. Ideally, we would like to perform computations by solving the complete Navier-Stokes equations. However, due to the resolution restrictions observed in section 2, the calculations are presently restricted to flows with a Reynolds number of the order of 10^4 . Despite the severe limitations imposed by the resolution requirements, direct simulation has proved to be a powerful tool for understanding the physics of turbulence and furnishing data for the development and the improvement of turbulence models. In fact, it is capable of providing data on turbulence that is virtually unobtainable from experiments such as pressure-velocity correlations.

So far, our models for the simulation of complex turbulent flows, have relied on the use of statistical averages for the variables of interest. Another possibility is the use of filters on the same variables. This approach, normally termed large eddy simulation, presents the advantage of naturally introducing the scales of the resolved variables. The result is that, i) in principle, it is simple to prepare the input data for numerical models that are consistent with those scales; ii) the interaction that occurs between numerics and physics in the solution of the equations of motion is very strong, and the use of this approach makes it easier to have a better understanding of this process. The term large eddy simulation is frequently associated in literature with a space filtering operation. The use of time filtering, however, also has been tested; this results in the elimination of highly fluctuating components in time, allowing the use of large time steps in the numerical integration of the motion equations.

Let us now look in more detail at the philosophy of large eddy simulation. The method requires that a filtering operation is applied to the Navier-Stokes equations. Next, the velocity field is decomposed into a large scale velocity and a sub-grid velocity scale. This produces a new problem. The non-linearity of the advective term will now result in four different terms. Indeed, for a general space filtering operation, the classical averaging rules do not apply. Only one of these resulting terms is analogous to the Reynolds stresses. The other terms arise from the fact that, as we have just said, the filtering operation is not idempotent. The subgrid scale modelling problem can then be defined as finding expressions for the subgrid terms as a function of the large scale variables. Actually, the subgrid scale modelling problem is not a well posed problem. In the physical problem, the propagation to the large scales of the uncertainties contained in the subgrid scales will contaminate the former yielding a flow with an unpredictable nature. Now, consider we have constructed a subgrid scale model, and that, therefore, we have at our disposal a closed set of motion equations where everything is expressed in terms of the large scales. Then the simulations conducted with these set of equations will not be able to propagate any disturbances which would generate different flow fields. This implies that a large eddy simulation of turbulence will not faithfully reproduce the large scale evolution from a deterministic point of view, at least for times greater than the predictability time.

In large eddy simulation, the calculated flow must then be interpreted as a different realization of the actual flow. What one would hope to happen is that realization to have the same statistical properties of the real flow and the same spatially organized structures (though, at a different position from the reality).

Based on these concepts, Lesieur (1990) defines what a good large eddy simulation of turbulence should be.

Low grade definition the simulation must predict correctly the statistical properties of turbulence (spectral distributions, turbulent exchange coefficients, et cetera).

High grade definition moreover, the simulation must be able to predict the shape and topology (but not the phase) of the organized vortex structures existing in the flow at the scales of the simulation.

An important question to be asked now is: How small the scale of the resolved motion has to be? We begin to answer by reminding the reader that in high Reynolds number turbulent flow, the smaller the scale of the motion, the more isotropic it becomes, and that, in fact, an "inertial" subrange exists. Thus, if the scale of the large scale motion lies on the inertial subrange, the behaviour of the unresolved

scales could then be assessed by invoking their near isotropic properties. The implication is that the proper master scale to be used in large eddy simulation of turbulence is precisely the grid spacing for isotropic meshes. For anisotropic meshes, a product average or a Euclidean norm can be used.

Some Major Achievements

The classical theories of turbulence have achieved some results in the past which clearly have had a definitive influence in our perception of the problem. Next, we shall discuss some of these successes.

The second-order two-point correlations play a leading part in turbulence theory. We have discussed in some detail in the previous sections the engineering approaches for the one-point correlations. However, if our interest is the underlying structure of the turbulence, we should consider the velocity correlations at two or more points. These fundamental concepts were advanced by Taylor (1935) in a paper where he also introduced the concepts of statistical homogeneity and isotropy. Subsequently, Taylor (1938) introduced the three-dimensional energy spectrum in wavenumber (i.e., the Fourier transform of the two-point correlation in space), an entity whose calculation has become one of the fundamental objectives of turbulence theory. This function measures how much energy is contained between the wave numbers κ and $\kappa + d\kappa$.

The closure problem for isotropic turbulence can be formulated in wave-number space. In this way, when we consider the transport of turbulent energy, this will be in wavenumber rather than configuration space. Large scale structures are associated with small values of κ , whereas small structures are associated with high values of κ . Thus, the transfer of energy will occur from one range of eddy scales to another. This process is known as the "cascade of energy".

The energy balance equation is obtained from the equation for the single-time correlations. This is just the mean motion equation, after some manipulation, specialization to homogeneous turbulence and Fourier transformed. A further specialization to the isotropic case, reduces the spectral tensor to its isotropic form. The trace of the tensor then gives the energy spectrum, E . The resulting equation for E , involves then a production term, a dissipation term, and a transport term. The transport term corresponds to the triple velocity correlations coming from non-linear interactions of the Navier-Stokes equations; this term just redistributes energy in wave number space.

The usual interpretation of the energy balance equation is that the energy in the flow stored at small κ (that is, at large scales) is transferred by the non-linear transport term to large κ (that is, to small scales), where it is dissipated through heat by the action of viscosity. The non-linear term describes conservative processes, namely inertial transfer of energy from one wave number to a neighboring one. Now, from ample experimental evidence, we know that the energy is determined by the lowest wavenumber, that the dissipation rate is determined by the highest wavenumber, and that the two ranges do not overlap even for very low values of the Reynolds number. It follows that the non-linear transport term can be made to dominate over an as large as we like portion of the wavenumber space, by simply increasing the Reynolds number.

The above ideas were formalized by Kolmogorov (1941) in two famous assumptions.

Kolmogorov's first hypothesis of similarity. At very high, but not infinite Reynolds numbers, all the small-scale statistical properties are uniquely and universally determined by the scale, l , the mean energy dissipation rate, ϵ , and the kinematic viscosity, ν .

Kolmogorov's second hypothesis of similarity. In the limit of infinite Reynolds number, all small-scale statistical properties are uniquely and universally determined by the scale, l , and the mean energy dissipation rate, ϵ .

By a simple dimensional argument, the first hypothesis implies that the energy spectrum can be written as: $E(\kappa) = \nu^{5/4} \epsilon^{1/4} f(\kappa l)$, where f is a universal function.

The second hypothesis implies that, in the limit as Reynolds number tends to infinity, $E(\kappa)$ should become independent of the viscosity. This amounts to the energy spectrum assuming the form $E(\kappa) \propto \epsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}$, the famous Kolmogorov's $\kappa^{-5/3}$ law. This law is remarkably well verified experimentally, although the fine-scale motion does not necessarily have the desired degree of isotropy postulated by the author, and the proportionality constant cannot be deduced convincingly by theory.

A second major success of turbulence theory is the theory of Taylor (1921) for the turbulent diffusion of fluid particles. A random process where at any instant the future state of the process is entirely determined by its state at that particular instant and independent of its prehistory is called a Markov process. Alternatively, we say we have a Markov process when the future is independent of the past for a known present. For the turbulent diffusion of fluid particles, this is certainly not the case. In the turbulent motion of a fluid, the motion of the particles is continuous - so is the exchange of transferable quantities - and there is a correlation in time between properties of a fluid particle at

subsequent times. This memory behaviour of turbulent diffusion implies that this process cannot be considered a Markov process. Taylor extended these notions to the turbulent flow diffusion by considering the path of a marked fluid particle during its motion through the flow field.

Considering the displacement of marked fluid particles, Taylor introduced the Lagrangian autocorrelation and the integral time scale. Then, further considering the flow to be homogeneous in space and time, an exact result for the mean square distance traveled by a diffusing marked fluid particle was derived in terms of the Lagrangian correlation coefficient, R_L . The difficulty is that a theoretical solution for R_L cannot be found. Also, experimental measurements of Lagrangian quantities in turbulent flow are difficult to make, so that information about R_L is scarce. Nevertheless, two important results concerning the limiting cases of $t \rightarrow 0$ and of $t \rightarrow \infty$ were enunciated.

Short diffusion times: $R_L = 1$. The distance traveled by the marked particle is equal to its velocity multiplied by the time elapsed. A classical result from Newtonian mechanics. In other words, one can say that, at short diffusion times, the motion of the marked particle is predictable, provided we know the initial conditions; that is, the motion is deterministic.

Long diffusion times. The root mean square particle displacement is proportional to the square root of the time elapsed. This is the same result one would find for the classical random walk of discontinuous movements, where the particle variance is proportional to the square root of the number of steps.

The latter result characterizes the analogy between the gas kinetic theory and the diffusive motion of eddies. Thus, the r.m.s. distance traveled by a fluid particle can be expressed in terms of a diffusion coefficient defined as a function of single-time means and a Lagrangian integral time-scale. The above results, although simple, gave us a deep insight into the nature of turbulent diffusion. Nothing was really solved by the results, as the closure problem still persisted, but some connections and "transforms" of the problem were established.

Another great achievement of the traditional approaches is the universal log-law for the mean velocity distribution in the near wall region. Using the notion that the near wall turbulent flow could be divided into distinct regions, with distinct dominant physical effects, scaling velocities and lengths, Millikan, (1939) resorted to a "matchability" argument to work out a functional relationship for the velocity profile. The resulting logarithmic expression has become one of the great paradigms of turbulence theory. Validated by a huge number of experimental data, the so-called law of the wall has become a bench mark result to which all simulations of wall flow have to conform to. Evidence in favor of the law is, therefore, strong. Some authors, however, have placed the law under a severe scrutiny, claiming the velocity profile to be power-like, and not logarithmic-like!

In fact, the derivation of both laws is equally consistent and rigorous. However, they are based on entirely different assumptions. Both derivations start from similarity and asymptotic considerations. The log-law is obtained from the assumption that for sufficiently large local Reynolds number and sufficiently large flow Reynolds number, the dependence of the velocity gradient on the molecular viscosity disappears completely. In the alternative approach that leads to the power-law, the velocity gradient is assumed to possess a power-type asymptotic behaviour, where the exponent and the multiplying parameter are supposed to depend somehow on the flow Reynolds number. Thus, the velocity gradient dependence on molecular viscosity does not disappear however large the local and the flow Reynolds numbers may be. The form of the power-like scaling law yields a family of curves whose parameter is the Reynolds number. The resulting envelop of curves is shown to be very close to the universal log-law.

The original result, however, has remained unshaken. The fact that the log-law can be obtained from formal asymptotic methods and that it has been shown to apply to a variety of flows, has firmly silenced its critics. In fact, the large body of useful services covered by the law has made it to transcend in importance. The universal laws of friction for smooth and rough pipes are just one of the pungent examples of application of the log-law.

Typical examples of application of the law include cases with wall transpiration, roughness, transfer of heat, compressibility, three-dimensionality, and even separation of flow. Of course, for all of these situations, some modifications need to be made in the original formulation to comply with specific flow requirements. However, the essence of the law and its general form are the same for all cases.

For boundary layer flows, a second universal law was added to our collection of great achievements. In the outer region of the boundary layer the log-law may no longer apply, since the conditions in which it is based are no longer valid. However, experimental evidence has shown that, if we consider as our reference quantities the skin-friction velocity and the boundary layer thickness, a velocity defect similarity relation can be constructed which turns out to be valid for the whole turbulent

part of the boundary layer. This result was suggested by Von Karman to be considered a postulate, the velocity-defect law.

Impressed by the similar behaviour between the flow in the outer region of a boundary layer and the flow in a wake, for both exhibit large scale mixing processes controlled primarily by inertia effects rather than viscous effects, Coles, (1956) proposed a correction function to the classical log-law. The resulting expression, built purely on experimental grounds, includes in its validity domain both the turbulent part of the wall region and the outer region. The equation for the correction function was called by Coles the law of the wake. The actual function may be approximated by an antisymmetrical sine function multiplied by a profile parameter which does not depend on the transversal flow coordinate.

The above list of successes is, of course, not exhaustive. Some other great achievements such as the stability theory for the flow between two rotating cylinders developed by Taylor, (1923), or the boundary layer approximations due to Prandtl, (1904), could easily have been included here. The main feature of the chosen achievements is that they were advanced by exploiting plausible physical arguments through dimensional and similarity analyses.

The reader will be keen in identifying some of the above results with some of the basic working rules advanced in the section *Some Basic Working Rules*.

A Bit of History

The progress in the art of turbulence modelling in Brazil must, in some way or another, be related to the degree of development of its graduate courses in physics, applied mathematics and engineering. This is equivalent to say that turbulence is a contemporary subject in Brazil, still in its infancy and, therefore, in a very incipient state. In fact, the very first graduate engineering course in Brazil was only inaugurated at the Federal University of Rio de Janeiro (UFRJ) in the sixties. In a historical deed, the Chemical Engineering Division of the Institute of Chemistry founded in March of 1963 the Chemical Engineering Graduate Program. This act was a direct result from a previous official visit to the United States of America by Prof. Alberto Luiz Coimbra to study in detail all the aspects of the engineering graduate courses taught at the Universities of Houston, Rice, California (Los Angeles and Berkeley), Stanford, Cal. Tech., Minnesota, M.I.T. and Michigan. The visit, which took place in December of 1960, was sponsored by the Organization of American States, (OAS), and by the Congregation of the Chemical School of the Federal University of Rio de Janeiro. As a follow up to this visit, in August of 1961 the Deans of the Engineering Schools of the Universities of Houston and of Texas came to Rio de Janeiro.

Together with their Brazilian peers, the visiting deans established a preliminary plan for the implementation of a graduate engineering course at the Federal University of Rio de Janeiro that was finally presented in October, 1961, to the Brazilian coordinator of the Alliance for Progress. This plan was made accessible to the community in December of 1961 at a seminar on university reform and on the teaching of engineering organized by the Engineering Club of Rio de Janeiro. As an exercise to a complete implementation of the graduate program, it was decided that short and intensive courses on the subjects of Boundary Layer Theory and Turbulence, Flow in a Porous Medium and Computer Programming would be offered in the months of July and August of 1962. The courses would be jointly sponsored by the OAS, the Brazilian National Research Council (CNPq), the Chemical Institute of UFRJ and the University of Houston (UH), and would be given by the UH lecturers Drs. Abraham E. Dukler and Elliot I. Organick.

This initiative, in fact, was determinant in the definition of the areas of excellence that the graduate courses to be established were this have throughout the sixties. The special care dedicated to fluid mechanics was clear, and that is where this review wants to concentrate on.

The formal inauguration of the Chemical Engineering Program occurred in March, 1963. Still benefiting from financial help from the OAS, and with further aid from the Fulbright Commission and the Rockefeller Foundation, the coordinators of the graduate program invited four American lecturers to, together with six other Brazilian colleagues, provide the initially required teaching and supervision. The four U.S. lecturers were Profs. Donald Katz, Louis Brand, Cornelius John Pings Jr. and Frank M. Tiller. Only two years later, and under the guidance of the Chemical Engineering Program, the Mechanical Engineering Program started functioning. In the years that followed, nine other graduate programs were created giving origin to the Post-Graduate Engineering School of the Federal University of Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ).

The role of those three initial courses on the development of the subjects of fluid mechanics and of heat transfer in Brazil was seminal. Levered by the presence of great scientists on those subjects, the

chemical and mechanical graduate programs became an important center for fluid mechanics and heat transfer studies. Indeed, all twenty four M.Sc.(Magister Scientia) theses that were presented at COPPE/UFRJ from 1964 to 1966 had to do in some way or another with fluid mechanics or heat transfer processes. Only in 1968, and only with the entrance of the graduate programs in Metallurgical, Electrical, Civil, Nuclear, Naval and Manufacturing Engineering, the tide of power started to change.

In a broader sense, as we shall see, the above mentioned facts unfolded in a national level. The cast of great scientists temporarily associated to COPPE/UFRJ was to become a key factor in the development of the sciences of fluid mechanics and of heat transfer in the whole of Brazil. Several examples immediately leap to the mind. The close relation, almost intimate, between COPPE/UFRJ and Houston University through Profs. Coimbra and Tiller prompted several students to go abroad to study with Prof. A. E. Dukler and other Houston lecturers. These students were late to come back to Brazil and, on moving to different institutions, they were ultimately the responsible for the establishment of many other graduate fluid mechanics programs in Brazil. Another notable example was the passage of Prof. Ephraim M. Sparrow, currently an Emeritus Professor at Minnesota University, through COPPE/UFRJ. After spending two years in Brazil, he went on to supervise a large number of Brazilian students over a span of more than twenty years. His impression on the development of fluid mechanics science in Brazil is therefore unquestionable. Indeed, when the Mechanical Engineering Program started, its staff consisted only of four lecturers: Profs. Sparrow and Jacques Louis Mercier, and the assistant lecturers Théo F. C. Silva and Francisco N. de Farias. As Prof. Mercier left after a span of one year, the role of turning the graduate program in mechanical engineering into a success was left almost entirely to Prof. Sparrow.

In the next sections we will try to establish a firm connection between all the above facts and the present state of turbulence research in Brazil. Here, just for the sake of future reference, we will quote a number of selected theses. They are:

- Gileno A. Barreto, "Hot-wire Anemometer - Construction and Calibration", M.Sc. Thesis, 1964.
- Ralf Gielow, "The Graetz-Nusselt Problem for a Turbulent Flow", M.Sc. Thesis, 1965.
- João S. D'Ávila, "Solutions of the Boundary Layer Equations for a Turbulent Flow", M.Sc. Thesis, 1968.
- Arno Bollmann, "Study of a Turbulent Jet in a Highly Turbulent Environment", M.Sc. Thesis, 1969.
- José Augusto F. Gouvêa, "Heat Transfer in Turbulent Flows", M.Sc. Thesis, 1969.
- Carlos E. Lopes, "Turbulence in the Vicinity of Fluid Interfaces", M.Sc. Thesis, 1970.

These examples were chosen to illustrate the state of turbulence research in Brazil by the end of the sixties. They, by no means, represent the totality of work done in turbulence at that time. Note, however, that any of the above titles could be perfectly valid titles for theses to be presented in the past few years.

The growth in the engineering sciences in Brazil provided by the consolidation of several graduate courses quickly started pressing for the creation of an appropriate forum where discussions of scientific interest were to take place. As a result, several symposia and conferences were to have birth in the late sixties, early seventies.

For the mechanical engineering community, the landmark was the creation of the Brazilian Congress of Mechanical Engineering. Aiming at discussing the problems - in a broad sense - related to mechanical engineering in Brazil, a small group of twelve researchers assembled in Florianópolis, Santa Catarina, for the First Brazilian Symposium on Mechanical Engineering. The Symposium was held in 1971 and produced twelve technical papers. Since then, and at every two years, the Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM) has been staged on a regular basis; it is, unquestionably, the most important conference in Brazil on Mechanical Engineering. In its latest edition, the astonishing number of 631 papers were presented.

By 1986 the area of thermosciences had achieved such a degree of development in Brazil that the creation of an event uniquely devoted to it was a must. A new conference was then organized which was to be termed the Brazilian National Meeting on Thermal Sciences (ENCIT). The conference, which is held every two years, became an immediate success. In the last event, held in Florianópolis, Santa Catarina, 331 papers were presented.

Statistics

Before we make any critical comment on the existing literature on turbulent flow, let us first work out the statistics of the past COBEM's and ENCIT's. On compiling all relevant work to this review we

have tried as much as possible to include all material of interest. Hence, the orientation was to consider every possible contribution to the subject. As such, all papers that dealt with turbulence in one way or another were considered.

The key to abbreviations is shown in Table 2. Table 3 shows the details of all the events covered by

Table 2 Key to abbreviations

Aero.	=	Aeronautics
Comb.	=	Combustion
TurbMach.	=	Turbomachines
Int.Flow	=	Internal Flow
Heat Exch.	=	Heat Exchangers
E.F.M.	=	Environmental Fluid Mechanics
Ind.Proc.	=	Industrial Processes
Instr.	=	Instrumentation
M.-Phase	=	Multi-Phase Flow
Hot-W.	=	Hot-Wire Anemometry
Visual.	=	Flow Visualization

the present review. A comparison between the total number of published work and the number of papers on turbulence can be drawn from this table and Table 4. Note that the papers on turbulence account for roughly 10% of the total contribution to the ENCIT's. Concerning the COBEM's, about 5%

Table 3 ABCM conferences

Conference	Date, Organizing Committee	No. Papers
COBEM-1971	19-24/Nov, Prof. C.E. Stemmer/SC	12
COBEM-1973	5-7/Nov, COPPE/UFRJ	85
COBEM-1975	9-11/Dec, COPPE/UFRJ	106
COBEM-1977	12-14/Dec, CT/UFSC	133
COBEM-1979	12-15/Dec, UNICAMP	169
COBEM-1981	15-18/Dec, PUC/Rio	162
COBEM-1983	13-16/Dec, UFU/MG	197
COBEM-1985	10-13/Dec, ITA/SP	239
ENCIT-1986	10-12/Dec, PUC/Rio	61
COBEM-1987	7-11/Dec, DEM/UFSC	443
ENCIT-1988	6-8/Dec, INPE,CTA	94
COBEM-1989	5-8/Dec, PEM/COPPE/UFRJ	350
ENCIT-1990	10-12/Dec, DEM/UFSC	216
COBEM-1991	11-13/Dec, IPT,UNESP,UNICAMP,USP	401
ENCIT-1992	1-4/Dec, PUC/Rio	189
COBEM-1993	7-10/Dec, DEM/UnB/DF	521
ENCIT-1994	7-9/Dec, EPUSP,IPT/SP	137
COBEM-1995	12-15/Dec, UFMG,PUC/MG,CEFET/MG	631
ENCIT-1996	11-14/Nov, DEM/UFSC	331

of the contributed papers were related to turbulence.

Table 4 classifies all gathered literature according to the area of application. A classification of all theoretical work according to the type of adopted turbulence model or problem methodology is presented in Table 5. The experimental works are classified in Table 6.

Table 4 Work motivation

	Aero.	Comb.	TurbMach.	Int.Flow	Heat Exch.	E.F.M.
1973						2
1975					1	
1977			1	1		
1979	1			2		
1981				2		
1983					1	
1985				2		
1986				3	1	
1987	3			2	2	

(continued)

1988	2		1			1
1989	4		1			2
1990	5	1	1	2	3	1
1991	6	3		4	1	4
1992	5	1		2		2
1993	3	3	2	1		1
1994	2	2	1	1		2
1995		1		1	2	1
1996	8	6	2	5	2	4

	Fundamental	Ind.Proc.	Instr.	M.-Phase	Total
1973	1			1	4
1975	4				5
1977	7	1			10
1979	4				7
1981			1		3
1983	3	3			7
1985	5				7
1986	5				9
1987	3				10
1988	2			2	8
1989	9	1		5	22
1990	6			2	21
1991	2		1	1	18
1992	6		2		18
1993	8	1		1	20
1994	5	1			14
1995	10	1			16
1996	5	12			44

Table 5 Turbulence Models

	Eddy Viscosity Models			Algebraic	Stress	Models
	0 Eq.	1. Eq.	2. Eq.	Classic	RNG	Generic
1973						
1975		1	1			
1977	1		3			
1979	1	1	1			
1981	1		1			
1983						
1985	1		1			
1986	1		1			
1987	1		3			
1988	1		1			
1989			4			
1990	1		6	1		
1991	5		4			
1992	2		3	2		
1993	2		5			
1994	1	1	6			
1995	1		4			
1996	1		14	2	1	

	Transition	Asymp. Tech.	Vortex Meth.	Other	Total
1973				1	1
1975		1			3
1977		2			6
1979		2			5
1981					2
1983		1			1

(continued)

1985			1	2	5
1986		1	1		4
1987					4
1988		1		1	4
1989		4		3	11
1990	3	7			18
1991	1	6			16
1992	1	2	2		12
1993	4	4		1	16
1994	1		1	2	12
1995		6		2	13
1996	3	6	1	4	32

Table 6 Experimental works

	Hot-W.	Optical	Pitot Tube	Visual	Other	Total
1973	1		1	1		3
1975	1		1			2
1977	3	1				4
1979	1		1			2
1981	1					1
1983	2	1	3		1	7
1985	2					2
1986	4		1		2	7
1987	1		4	2		7
1988	1		2		1	4
1989	2	4	4		1	11
1990			2		1	3
1991	1			1	2	4
1992	2		3		1	6
1993		1	1		2	4
1994					2	2
1995	1	1	1			3
1996	3		4	1	5	13

A Personal View

Let us now make a critical evaluation of all the work listed in the previous section.

The number of produced works that touch on turbulent flow is, as fully demonstrated by Table 2, not negligible. In fact, we are sure that those numbers will surprise most people. In particular, in the last ENCIT forty five papers on turbulence were presented. This figure would justify in its own right the realization of a conference only devoted to turbulence. Here, we remind the reader that a large, worldwide, conference on turbulence would attract about one hundred papers. Of course, one may argue that the number corresponding to ENCIT'96 cannot be taken as a general trend for the number of published works. However, even the average number of published works over the last eight years, twenty two, is not bad at all.

The distribution of the works according to their area of interest, Table 3, shows that Aeronautics and Fundamental Studies are still the leading scorers. Examples of works on Internal Flows, Heat Exchangers, Combustion or Turbomachinery, are very few. The areas of Instrumentation and Multiphase Flows are almost barely touched.

The true picture of the turbulence research carried out in Brazil by the mechanical engineers and scientists, however, is provided by Table 4. The striking feature there is the overwhelming majority of works on the two-equation modelling of turbulence and on similarity and asymptotic methods. The number of works in any of these two classes is even larger than the number of works that employ algebraic turbulence models. No work was found on the direct numerical simulation of flows. Only one work was found on large eddy simulation, and two on Reynolds stress modelling.

The compilation of all experimental work on turbulence is shown in Table 5. The numbers are extremely timid. They show that no tradition exists in Brazil for the performance of experimental studies on turbulent flows. In particular, the hot-wire anemometry technique, so important for the measurement of turbulent flow properties, is shown to be very incipient in Brazil.

The performance of good, reliable and accurate experiments is however crucial for the development of the science of turbulence. As we saw before, the models that serve industry are all Ad Hoc models. We have also seen that most of the work carried out in Brazil makes use of two-equation differential models and that these models are vulnerable to a series of weaknesses and shortcomings. Unfortunately, these difficulties must always be overcome on an individual basis through new modelling procedures resulting from new experimental observations.

In fact, as observed by Prof. L. J. S. Bradbury in a personal communication to the present authors, the bound between the available data and the available turbulence models is very tight. Indeed, as vastly demonstrated by common experience, the progress in turbulence modelling is directly fastened to the progress in turbulence measurement techniques. Thus, according to Bradbury: "When only mean velocity measurements were available, only integral theories satisfying overall momentum conservation could be formulated. A small number of disposable constants were needed but agreement with experiments was poor outside the data set. With turbulent measurements, differential models could be developed which satisfied local momentum conservation. As better measurements became available, models satisfying an enlarging hierarchy of conservation relationships were developed with an enlarging hierarchy of disposable constants. In no case are the models rational models - they are all, to a greater or lesser extent, empirical, and modelling is really a sophisticated way of "curve fitting" to the experimental data. The number of disposable constants in Reynolds stress models is large and they are adjusted to give the best fit to the largest set of experimental data".

In relation to the large number of theoretical work on two-equation differential models and, particularly, on numerical techniques, we must acknowledge this to be related to type of training that the Brazilian scientists received in their undergraduate and graduate courses. In fact, the increasing lack of training on experimental techniques and on the fundamental aspects of turbulence is a worldwide trend that is only being repeated in Brazil. The pressing demand for publications, the absolute shortage of money for research, the computer revolution, all these are factors that conspire against the establishment of experimental programs and time consuming fundamental studies. Researchers these days have become more practical, choosing as their research lines topics which can be developed at a certain pace and with the minimum of trouble; this will assure them a profitable career.

The aggravating circumstance for the Brazilian case is that we have never had any tradition on these issues and, as a result, nothing really was built in the past in those lines. The competence of Brazilian researchers to implement turbulence models for a variety of flow situations is undoubtedly high. In the literature reviewing process several examples of very complex problem geometries were found. Despite a clear dominance of numerical methods that involve finite differences and finite volumes, quite a number of works were found on finite elements, vortex dynamics, integral methods, the generalized integral transform technique, integral methods, and many others.

The number of works which resort to perturbation techniques is also significative. These techniques have a long history of service to fluid mechanics, dating back to Prandtl (1904) and the derivation of the boundary layer theory. The law of the wall, is perhaps the soundest case of application of singular perturbation methods to turbulent flow. In recent times, in the past editions of COBEM's and ENCIT's, extensions of the law for more complex flow situations have been sought with success. Such diverse effects as flow transpiration, flow compressibility, transfer of heat at the wall, surface roughness, shock wave interaction, flow separation, or a combination of all these factors, have been incorporated to the classical formulation yielding a set of useful expressions for the local velocity and temperature profiles, and for the skin-friction coefficient and the local Stanton number.

The tradition on theoretical fluid mechanics in Brazil has certainly its roots on the early graduate courses set out in the sixties. At that time, and by virtue of the strong mathematical character of the first fluid dynamicists, in particular Prof. Coimbra, the emphasis had always been on the development of the fundamental aspects of problems. Experimental investigations were always rare. It is, therefore, only natural to expect this trend to be reflected in the past publications appearing in COBEM and in ENCIT. In fact, since the early editions of COBEM some very interesting theoretical works on turbulent flow were present. The years of 1975 and of 1977 were clearly vintage years for works on turbulence. All five works presented in 1975 and all ten works presented in 1977 were top quality. In the years to follow some great works were continuously been added to ABCM's archive.

This brings us to a paradox. Despite the superior quality of work that was being generated, few people managed to continue in the system producing quality work. In reality, many vanished after a few

years. In more recent times, this has become a worrying pattern. Researchers with a very good academic record, who performed very good research work in their Ph.D. courses, simply do not seem capable of following it up in their careers. The consequence is that, despite a continued entrance of new people into the fluid dynamics community, the number of published works remains nearly constant in the last eight years. The reasons for this phenomenon are unknown to the present authors. Maybe researchers are carrying out more applied studies, which take them away from their original specialization field; maybe their academic loads become too heavy or the struggle for financial aid is tough and unrewarding. The number of feasible explanations is high and academic at this stage. The important point to notice is that a lot of well educated scientists are not surviving in the present system and that something must be done.

Gallery

This section was thought as to provide the reader with a brief but faithful view of the type of studies carried out on turbulence in Brazil in the last twenty five years, illustrating the past achievements through pictures and graphs taken directly from the original works. The expectation is that the selection will be representative enough to cover all aspects discussed in previous sections. In this sense, the main body of work is concentrated on asymptotic techniques and on two-equation differential models.

The first ABCM Conference with full proceedings was the 1973 COBEM. In that occasion, only a single work was presented on the subject of turbulence. The work, due to Gaspareto and Giorgetti, was a very interesting attempt at developing hot-wire probes for the measurement of water flow properties. The wires were coated with epoxy, yielding an alternative method for the use of hot films. The description of the main aspects of the problem, including the whole probe production process and the calibration process was, unfortunately, very short and incomplete, what makes it virtually impossible to reproduce the author's results. In taking the measurements a DISA 55D01 anemometer unit was used. Graphs for the flow mean velocity in the wake behind a cylinder were presented for two different Reynolds numbers. Typical measured velocity profiles are shown in Fig. 1, which is here reproduced in its totality. In fact, in reproducing all figures, we have decided to keep the original captions.

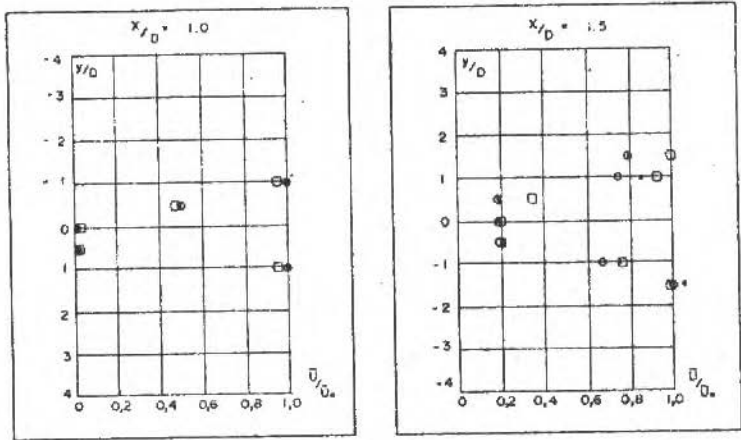


FIGURA 3.7 PERFIL DE VELOCIDADES NA ESTEIRA $Re_D = 1025$
SONDAS: • FILME; ○ FIO 13 μm ; □ FIO 3 μm

Fig. 1 Hot-wire results of Gaspareto and Giorgetti.

The next COBEM presented some high quality work. The return to Brazil of several research students who had gone abroad for their Ph.D. degrees brought back some innovating ideas. All works present in the 1975 proceedings were, in fact, to have far reaching influence in the development of turbulent research in Brazil. In view of the statistics we have seen before, we are obliged to mention here the work of Carajilescov. In his work, an one-equation differential model was used to describe the details of the flow through a triangular array of rods with different aspect ratios and Reynolds number.

The calculations were in reasonable agreement with the experimental data of other authors, allowing the author to make a good assessment of any existing secondary flow. Results for the shear stress distribution are shown in Fig. 2.

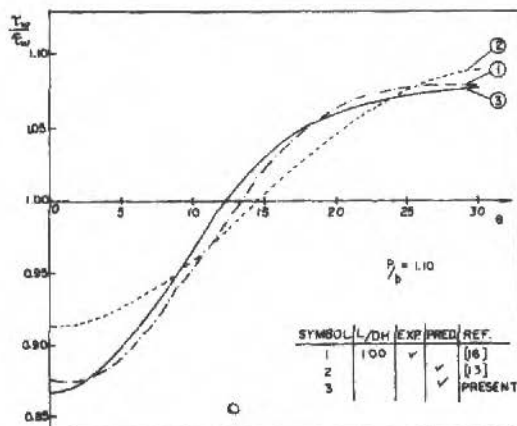


Fig. 3. Wall Shear Stress Distribution

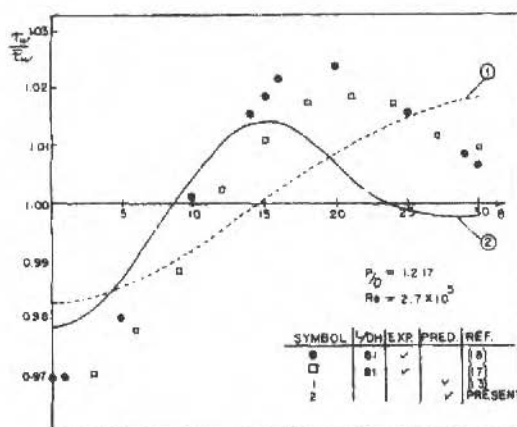


Fig. 4. Wall Shear Stress Distribution

Fig. 2 Results of carajileskov.

The year of 1977 was also very good for works on turbulence. Therefore, the task of selecting a representative reference of all works published was really difficult. The works of Militzer, Pimenta, Alves, Pereira Filho, Alvim Filho and of Menon, all resulted from their graduate dissertations. The works of Crabb and of Nickel were top quality, but had no participation, direct or indirect, of brazilians. From a historical perspective, it is the judgment of the present authors that perhaps the article with the most relevant result was the work of Pimenta. His experiments were part of a great collective effort of the Heat and Mass Transfer Group at Stanford University to assess the properties of transpired turbulent boundary layers, and the new data he gathered for flow over a rough an porous wall became reference work. Some of his data for the local skin-friction coefficient and for the Stanton number are shown in Fig. 3.

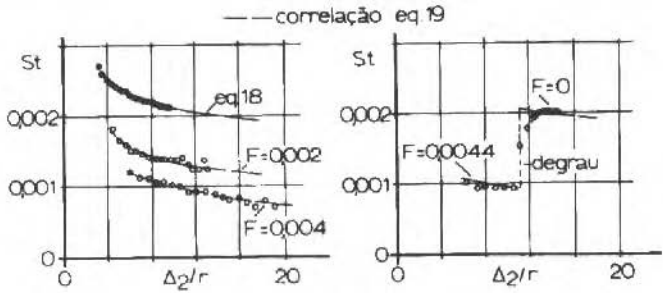


Fig. 4 Números de Stanton com injeção

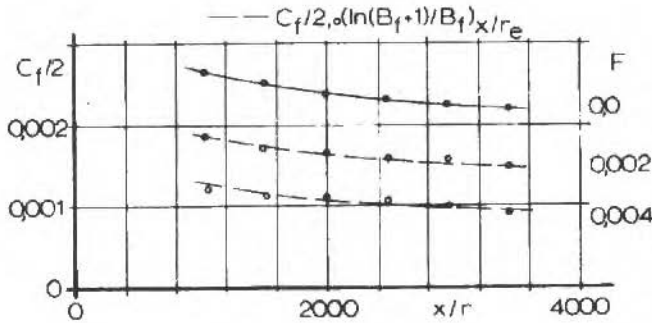


Fig.5 Coeficiente de atrito com injeção

Fig. 3 The experimental results of Pimenta.

The next COBEM did not bring any great news. Compared with the previous conferences, the results presented did not show any significant change. Seven works were published in the proceedings. A very interesting one was the experimental work of Ferreira on turbulent thermal convection in a horizontal layer between parallel plates. The work illustrates the various possible configurations for the thermal convection process, comparing the data of several authors, including his own. Fig. 4 shows the flow configurations tackled in this work. Results for the high order moments were presented.

The year of 1981 showed a sharp decline in the number of works on turbulence. Only three works were published that year. From these, the most interesting one was the work of Frota and Moffat. In this work, a triple hot-wire system was developed to measure the instantaneous values of the velocity components. The technique allowed the measurement of the turbulent properties of complex turbulent three-dimensional flows with the use of a single probe. According to the authors, both the mean velocity profiles and the turbulent shear stresses could be measured with an accuracy of 1.4% and 3% respectively, provided the probe axis had a maximum misalignment of 20° with the flow direction. The paper is reasonably detailed but the results are poorly presented. The figures and graphs have a small size and for this reason are difficult to reproduce.

In the next COBEM we had a singular fact; all published works on turbulence were experimental works. Besides, and more importantly, five of the seven presented works were fully developed in Brazil, two of them dealing with the difficult subject of hydrodynamic stability. To illustrate that vintage year for experimental work we show here graphs for the critical Taylor number and the critical Reynolds number obtained, respectively by Purquerio and by Santana et al., for two different flow geometries: the flow of a Newtonian fluid in the interior of two concentric rotating cylinders and the flow of a non-Newtonian fluid in a capillar reometer.

QUADRO I
CONVECÇÃO TÉRMICA TURBULENTA ENTRE PLACAS PLANAS

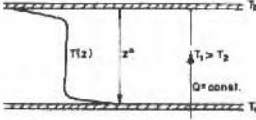
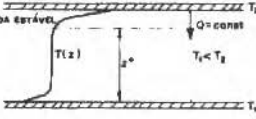
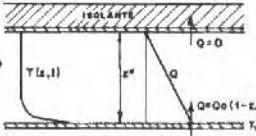
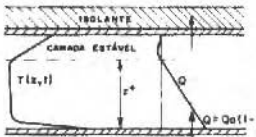
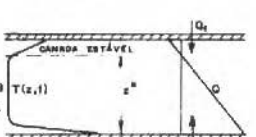
DENOMINAÇÃO	CONFIGURAÇÃO	ESTUDO EXPERIMENTAL
CONVECÇÃO DE RAYLEIGH		Deardorff e Willis 1967
ÁGUA SOBRE GELO		Adrian 1972 e 1975
CONVECÇÃO NÃO PENETRATIVA		Ferreira 1978
CONVECÇÃO PENETRATIVA		Willis e Deardorff 1974
CONVECÇÃO PENETRATIVA SOB CAMADA ESTÁVEL		Ainda por realizar

Fig. 4 Possible flow configurations for turbulent thermal convection in a horizontal layer between parallel plates (after Ferreira).

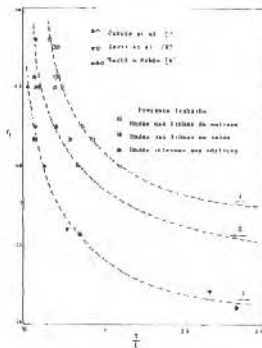


Figura 3 - Variação do nº de Taylor para o estabelecimento das instabilidades, com a relação entre os raios.

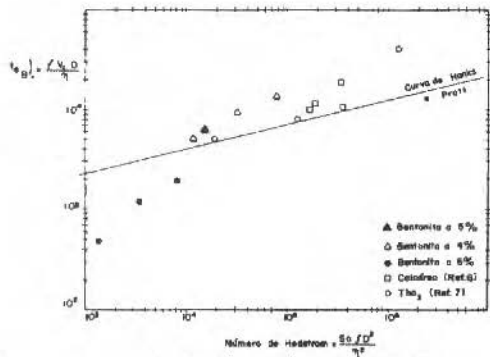


FIGURA 4 - ANÁLISE DO MÉTODO DE HANKS E PRATT

Fig. 5 The transition results of Purquerio and of Santana et al.

The following conference had the same number of published works, seven. From these, the most important were the two experimental works of Leite et al. on plane turbulent jets. In these works, the organized motion in the near field of a turbulent plane jet under periodic controlled acoustic excitations were investigated visually and quantitatively through smoke-wire and hot-wire techniques. The Strouhal number was made to vary from 0.15 to 0.60 and the time-dependent excitation from 0.5% to 49%. The main conclusion was that the fundamental component attains a maximum value for Strouhal = 0.18 at $x/H = 4.0$ along the centerline. Flow visualization results obtained through the smoke-wire technique are shown in Fig. 6.

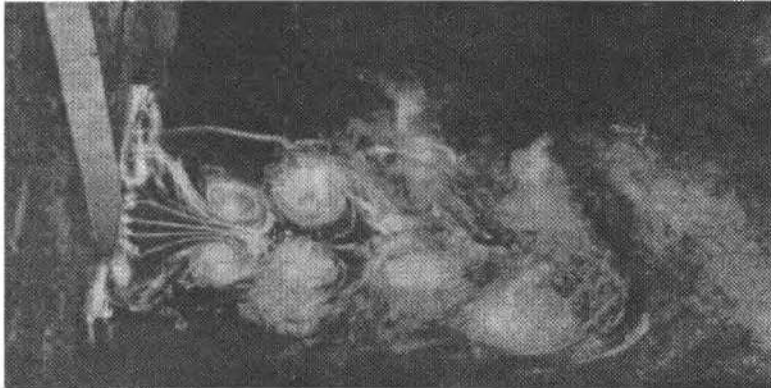


Fig. 6 Organized motion in the near field of a turbulent plane jet.

The year of 1986 inaugurated the ENCIT's. In all, nine papers on turbulence were presented in this conference. The works were about average, reflecting mainly the work carried out in Brazil at that time; the meeting had only one foreign entry. In fact, most works were just a small departure of former works that were being studied for many years; some for more than ten years. The work of Pimenta and Alvim Filho studied the mixing flow provoked by the interaction of two confined axisymmetric jets. Several graphs were presented with the axial distribution of static pressures and the transversal profiles of the averaged velocities and turbulent intensities. Figure 7 shows some of the data.

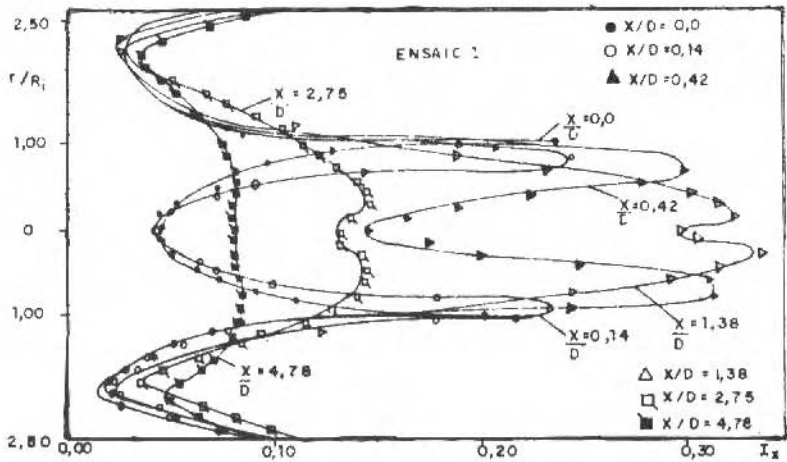


Figura 8 - Perfis de Intensidade de Turbulência

Fig. 7 The experimental data of Pimenta and Alvim Filho

The 1987 COBEM section on turbulent flow had only three articles. From those, the only one worth of a note was the work of Leite and Scofano. By this time, Leite had a very comprehensive oeuvre on

plane turbulent jets, certainly one of the most important in the history of events sponsored by ABCM. For this year, no figures will be presented.

The 1988 ENCIT had no particular section on turbulence. Even so, eight works on the subject were presented that year. Embarking on a trend that was to dominate the studies on turbulence in Brazil in the coming years, the turbulent flow in a compressor was investigated by Deschamps, Ferreira and Prata through a two-equation differential model. The limitation in paper length resulted in a very concise article where many aspects of the analysis could not be explained in detail. For example, only graphs of the pressure distribution were presented. These graphs are shown in Fig. 8. In the years to come these authors were to publish many other interesting papers on the subject.

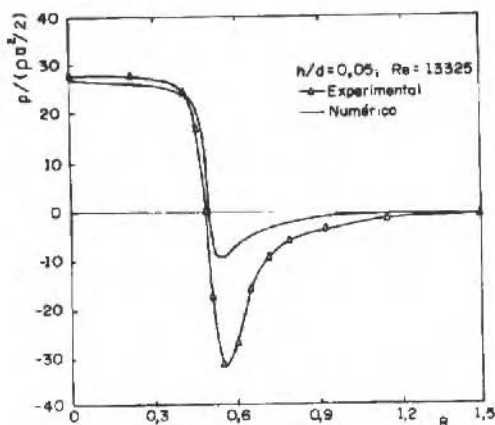


Fig. 6 - Comparação entre resultados numérico e experimental; $h/d=0,05$, $Re=13.325$.

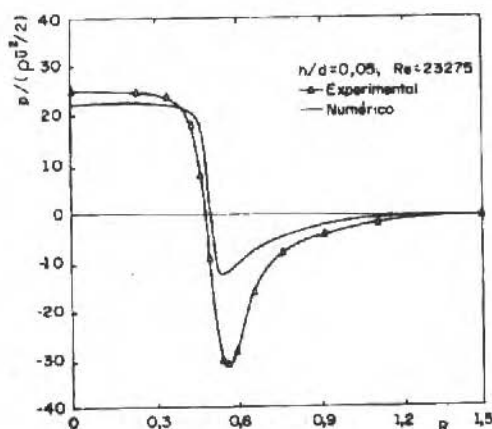


Fig. 7 - Comparação entre resultados numérico e experimental; $h/d=0,05$, $Re=23.275$.

Fig. 8 The results of Deschamps et alii.

The tenth COBEM presented a very good selection of works on turbulence. The highlight here was the large number of works, nine, devoted to the fundamental aspects of the problem. Half of the twenty two articles were on experimental techniques; five on two-equation differential models. The most important contribution to turbulence in this meeting was given by the twin works of Coelho on the modelling of turbulent jets in cross flow. Some of his results are reproduced in Fig. 9.

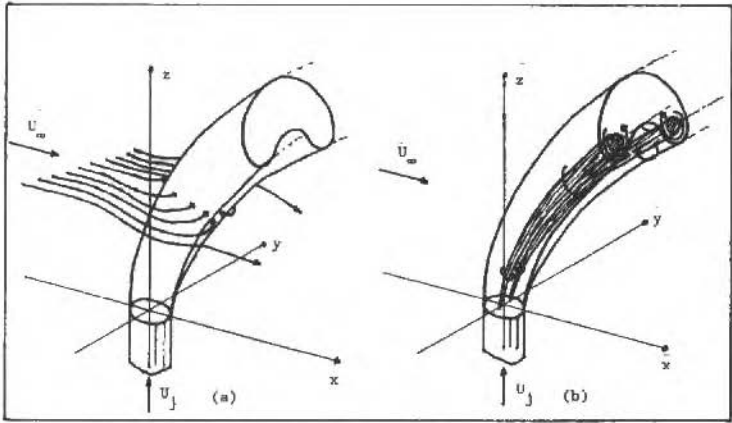


FIGURE 2.2: Models for a jet in a cross-flow: (a) entraining surface; (b) vortex pair.

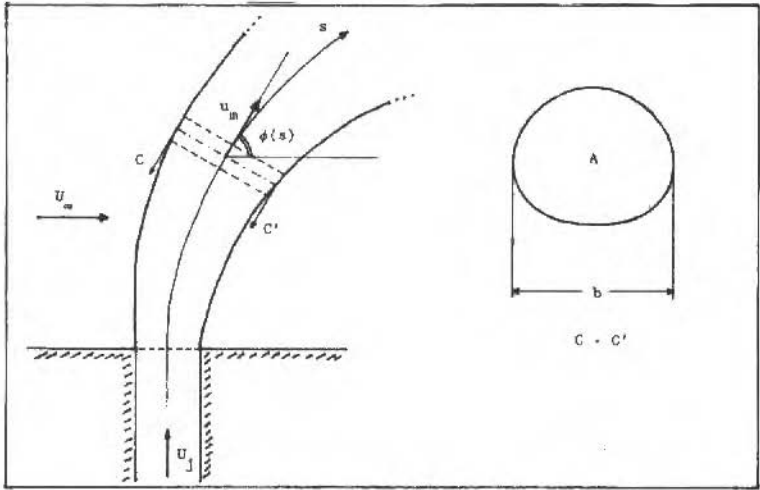


FIGURE 2.3: Nomenclature for an element of the jet.

Fig. 9 The flow configuration of a turbulent jet in cross flow.

The major conclusion reached by Coelho was that turbulent entrainment and the transport of the transversal component of vorticity have a strong influence on the dynamics of the mixing layer in the initial region of the jet. Further considerations on the formation of the wake behind the jet led to two main conclusions: 1) The deflection of the jet in the near field of these flows is mainly due to entrainment rather than to pressure drag. 2) The transversal component of vorticity has a strong influence on the formation of the pair of trailing vortices, inducing a rapid transference of transversal vorticity into the pair of vortices which is being formed.

In 1990, the third ENCIT had two specific sections on turbulent flow. The biggest contingent of papers this time was on asymptotic techniques applied to turbulent flow. The emphasis on the implementation aspects of numerical methods to turbulent flow was also high. The sad news here was the small number of experimental works. The simulation of incompressible 2D and 3D turbulent flows by a finite element method performed by Brasil Jr. et al. through the κ - ϵ model is presented in Fig. 10. Two cases were presented in the paper: turbulent backward facing step and annular turbulent jet. Only the former case is shown here.

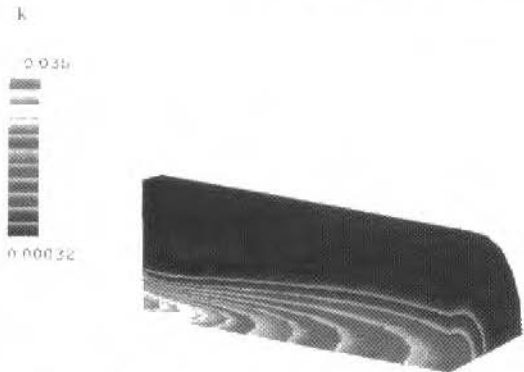


Fig. 10 The results of Brasil Jr for the turbulent kinetic energy levels.

The 1991 COBEM section on boundary layer theory and turbulence had twelve papers. A very interesting work, however, was presented in the section on thermal convection, vaporization and condensation. The work, due to Yanagihara and Torii, studied the influence of an array of longitudinal vortices generated by half-delta wings on the heat transfer of laminar boundary layers. Hot-wire velocity measurements and heat transfer experiments were carried out to evaluate the mechanism of heat transfer increase. The main conclusion was that arrays of counter rotating longitudinal vortices present better heat transfer characteristics than co-rotating arrays. Some of the results found by the authors are shown in Fig. 11.

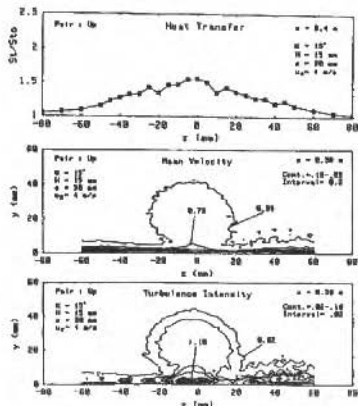


Figure 7 Heat transfer results and velocity contours for a pair with the common flow up at $x = 0.4$ m

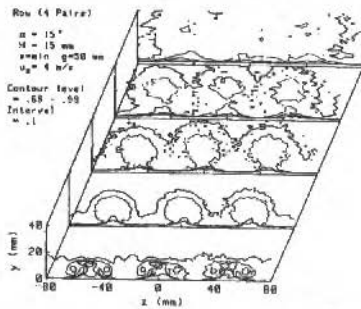


Figure 8 Streamwise velocity contours for an array of counter-rotating vortices ($\alpha = 15^\circ$, and $g = 50$ mm)

Fig. 11 Experimental results of Yanagihara and Torii.

The IV ENCIT was not a very good meeting for κ - ϵ modellers; only three works on two-equation differential models were presented from a total of eighteen works. The selected reference for this compilation, however, deals with the κ - ϵ model applied to a three-dimensional turbulent swirling flow in a rectangular duct of large aspect ratio. The results, obtained by Nogueira and Nieckele, show the effects of the Reynolds number and of the swirl intensity in the flow field, as shown in Fig. 12.

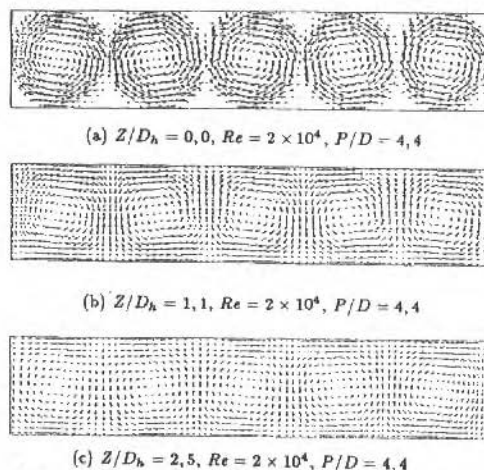


Figura 5. Desenvolvimento das Velocidades Transversais

Fig. 12 The numerical predictions of Nogueira and Nieckele.

The 1993 COBEM showed a relative balance among the several entries for the sections on turbulent flow. One of the most interesting works was surely the numerical predictions of Kobayashi and Pereira for the flow over a two-dimensional hill covered with vegetation. The equations of motion were solved with the aid of an extended κ - ϵ turbulence model which included terms due to the drag caused by the plant canopy. Typical results for the kinetic turbulent energy are shown in Fig. 13.

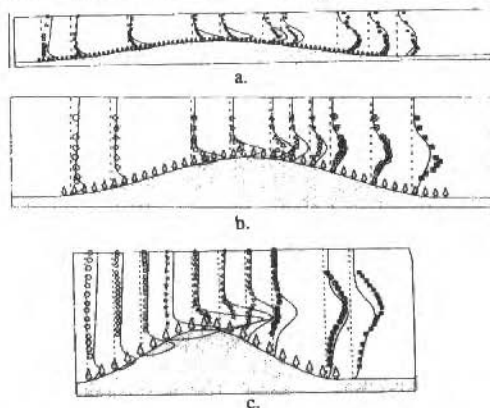


Figura 5. Previsões de Perfis de energia cinética turbulenta k com $C_D=0,8$ e $C_{4e} = 1,95$ e resultados experimentais para as três geometrias.

Fig. 13 The numerical predictions of Kobayashi and Pereira.

The year of 1994 was very quiet. The works on turbulence were again dominated by numerically oriented studies, with a clear prevalence of two-equation models. To illustrate this fact, we quote here the article of Vasconcellos and Maliska. Over the years Maliska realized an important work on the

development of procedures for the computation of fluid mechanics. The next figure gives the reader a glimpse of his work. The paper performs a numerical study of the turbulent flow in a bifurcating channel using a multidomain procedure.

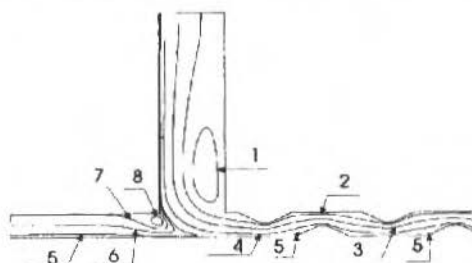


Figure 9: Streamlines for the second geometry

Number	Streamlines 1 st case	Streamlines 2 nd case
1	$1.743 \cdot 10^{-2}$	$-1.079 \cdot 10^0$
2	$-7.276 \cdot 10^{-3}$	$-8.797 \cdot 10^{-1}$
4	$4.864 \cdot 10^{-2}$	$-1.487 \cdot 10^{-1}$
3	$5.920 \cdot 10^{-2}$	$-5.310 \cdot 10^{-1}$
5	$-2.502 \cdot 10^{-1}$	$6.527 \cdot 10^{-3}$
6	$5.451 \cdot 10^{-1}$	$2.814 \cdot 10^{-3}$
7	$-8.607 \cdot 10^{-1}$	$5.092 \cdot 10^{-3}$
8	$-1.035 \cdot 10^0$	$6.675 \cdot 10^{-3}$

Table 2: Streamlines - Fig. 5 and Fig. 9

Fig. 14 The numerical predictions of Vasconcellos and Maliska.

The XIII COBEM had 33 entries on turbulent flow. Despite the large number of possible candidates for our representative article, the choice here was obvious. In fact, the only work on large eddy simulation in the history of COBEM's and ENCIT's to date was published in this event. Pinho and Silveira Neto performed the simulation of a turbulent flow in a rectangular cavity using the sub-grid Smagorinsky isotropic model and the MacCormack compressible discretization method. The paper presents pictures of the calculated flow, showing the temporal evolution of the vorticity field. The main results are shown in Fig. 15.

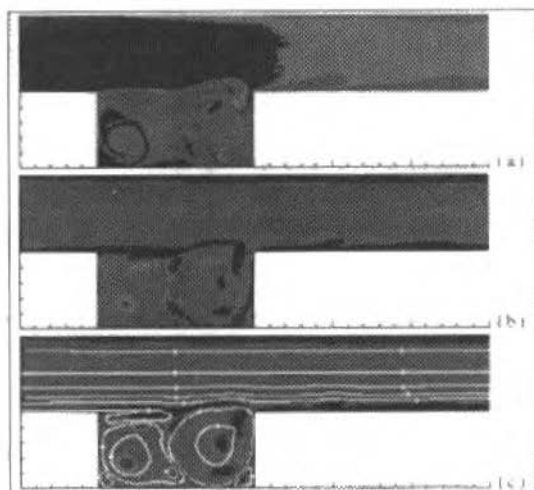


Fig. 15 The large eddy simulation of Pinho and Silveira Neto.

In 1996, forty five articles on turbulent flow were published in the ENCIT proceedings. From these, fourteen articles dealt with two-equation differential models; a obvious majority. The pick of a representative paper became then, again, very difficult. One of the articles that really called the attention of the present authors was the article of Queiroz et al. on the dispersion of contaminants released in an environment with a known dispersive capacity. Different formulations for the diffusivity tensor were tested which were numerically solved. The results were compared with an exact analytical solution and with solutions provided by classical integral methods. Results for the local concentration profiles are shown in Fig. 16.

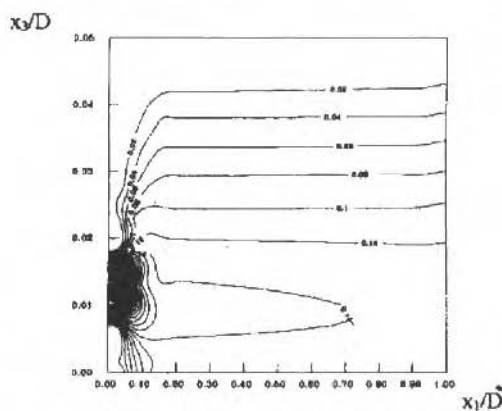


figura 5 - Caso II, solução numérica.

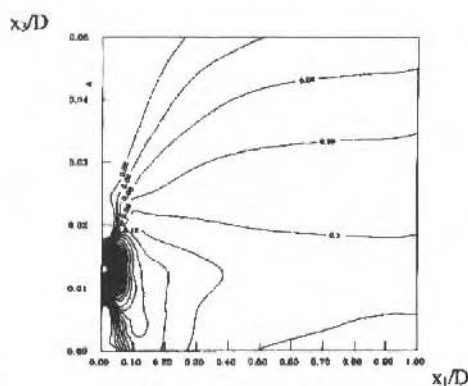


Figura 6 - Caso II, modelagem gaussiana correspondente à classe B.

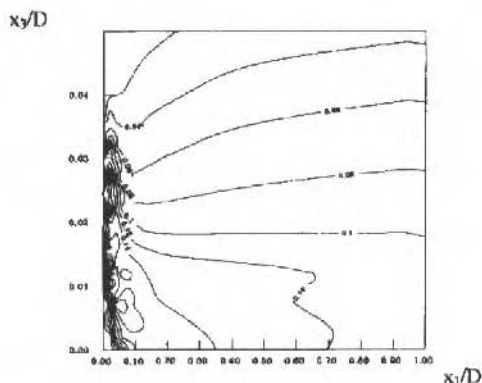


Figura 7 - Caso II, solução exata

Fig. 16 The experimental results of Queiroz.

The feeling of the present authors is that the "turbulence" community has still much to mature. The high quality of the works presented in the first editions of COBEM were in part due to the foreign supervision of most works. As the number of papers increased and the authors were left to carry out their own research, the quality started to suffer. The number of people active in turbulence is still very small and the nuclei of most work generated in Brazil easily identified. It is true that the recent progresses have been remarkable; however, much still remains to be done.

Final remarks

The purpose of this work was left clear at its outset: to give a picture of the present status of turbulence modelling in Brazil. The strategy for doing this was also clear. We started with a tour on the

subject, aiming at giving the reader a view over most approaches to turbulence modelling. Next, after a short historical recollection, we presented a detailed statistics of all past COBEM's and ENCIT's in what concerns turbulence. The critical evaluation of this statistics was left to a separated section. We must emphatically point out that every opinion expressed in this work is the responsibility solely of its authors. The Brazilian Society of Mechanical Sciences holds no responsibility for any judgment or conclusion upheld here.

During the collection of the relevant material, the authors tried to be as careful as possible so as to avoid the omission of any related work. The task of reviewing all proceedings, however, was very difficult and time consuming and this may have caused some references not to be spotted, for which we apologize in advance.

The present personal view on the subject of turbulence must not be taken here as conclusive. The authors are surely biased by their own experiences on the field, so that further views on the subject must be sought by the interested reader.

The general conclusion is that experimental and fundamental studies on turbulent flow must be stimulated in the future. Also, the mechanical engineering community must seek closer links with the physics community.

Bibliography generation. There are many ways for formatting bibliographies. The present work has made extensive use of the LATEX system and the companion program BIBTEX written by Oren Patashnik. Basically, three .bib files were prepared: class.bib, encit.bib and cobem.bib. These can be obtained directly from the authors.

Acknowledgments. In writing this work the authors have been strongly influenced by many ideas of Profs. Leslie Bradbury and Roddam Narasimha; fruitful discussions on the subject have challenged the authors to always re-think every fundamental aspect of the problem, forcing them to carefully consider every single word laid here; this has left an indelible mark on the final format of the present work.

In the references' compilation process we benefited from a valuable help from Mr. Eduardo Nunes.

The work was financially supported by the Brazilian National Research Council (CNPq) through the Research Grant No 350183/93-7.

Cited Literature

The cited literature constitutes only a small portion of the texts on the subject, relevant to the present review. Due to lack of space, we have decided to include here only those references essential to a complete understanding of the text. They form a very short tour on the world of turbulence, being a small representation of the main lines of thought on the subject.

References

- Bradbury, L.J.S., 1997, Personal Communication.
- Chou, P.Y., 1940, "On an Extension of Reynolds' Method of Finding Apparent Stress and the Nature of Turbulence", Chinese J. Physics, pp.1-53.
- Chou, P.Y., 1987, "On the Theory of Turbulence for Incompressible Fluid", Sci. Sinica, V. 4, pp.369-380.
- Coles, D., 1956, "The Law of the Wake in Turbulent Boundary Layers", J. Fluid Mechanics, V. 1, pp.191-226.
- Feigenbaum, M., 1979, "Qualitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations", J. Statist. Phys., V. 21, pp.669-706.
- Hanjalic, K., 1994, "Advanced Turbulence Closure Models: a View of Current Status and Future Prospects", Int. J. Heat and Fluid Flow, V. 15, No. 3, pp.178-203.
- Kolmogorov, A.N., 1941, "The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Number", Dokl. Akad. Nauk. SSSR, V. 30, pp.9-13.
- Kolmogorov, A.N., 1942, "The Equation of Turbulent Motion in an Incompressible Viscous Fluid", Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. Vol. VI (1-2), pp.56-58.
- Lakshminarayana, B., 1986, "Turbulence Modelling for Complex Shear Flows", AIAA J., V. 24, No 12, pp.1900-1917.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1972, "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press.
- Lesieur, M., 1990, "Turbulence in Fluids", Kluwer Academic Publishers.
- Millikan, C.B., 1939, "A Critical Discussion of Turbulent Flow in Channels and Tubes", 5th Int. Conf. on Applied Mechanics, J. Wiley, NY.

- Narasimha, R., 1989, "Turbulence at the Cross Road: The Utility and Drawbacks of the Traditional Approaches", National Aeronautical Laboratory Internal Report No PD DU 8902.
- Prandtl, L., 1904, "Über Flüssigkeitsbewegung Bei Sehr Kleiner Reibung", Verhandlungen IIIr Intern. Math. Kongress, Heidelberg, pp.484-491.
- Rotta, J.C., 1951, "Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz", Z. Phys., V. 129, p.547.
- Rotta, J.C., 1979, "A Family of Turbulence Models for Tree-Dimensional Shear Layers, Turbulent Shear Flow", V. II, Springer Verlag, NY.
- Ruelle, D. and Takens, F., 1971, "On the Nature of Turbulence", Comm. Math. Phys., V. 30., p.167.
- Taylor, G.I., 1921, "Diffusion by Continuous Movements", Proc. Lond. Math. Soc., V. 20, p.196.
- Taylor, G.I., 1923, "Stability of a Viscous Liquid Contained Between Two Rotating Cylinders", Phil. Trans. Roy. Soc. A, V. 223, pp. 289-343.
- Taylor, G.I., 1935, "Statistical Theory of Turbulence", 1-4, Proc. Roy. Soc. A, V. 151, pp.421.
- Taylor, G.I., 1938, "The Spectrum of Turbulence", Proc. Roy. Soc. A, V. 164, pp. 369-380.
- Wilcox, D.C., 1988, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models", AIAA J., V. 26, No 11, pp.1299-1310.

Compiled Literature

In opposition to the previous section, here we tried as much as possible to consider the largest number of eligible references. For this reason, the compiled literature was gathered considering all works that had anything to do with turbulence. This criterion led to a huge amount of work, forcing the authors to look at every paper on an individual basis. We firmly believe that only a very small fraction of all possible entries may have escaped from us. In this sense we are sure the present collection of articles is really representative of the work made in Brazil in turbulence.

- Almeida, S. C. A. and Zindeluk, M., 1993, "Estudo da Resposta de um Escoamento Turbulento Excitado Acusticamente", XII COBEM, pp. 937-940.
- Al-Sahan, M. A. and Abdelmessih, A. H., 1987, "Flow Regimes Development in Two-Phase Critical Flow of Water Inside Horizontal Tubes", IX COBEM, pp. 133-136.
- Alves, V. F. A., Alpay, S. A., and Nicoll, W. B., 1977, "Analysis of a Three-Dimensional Turbulent Bounded Jet", IV COBEM, pp. 443-458.
- Alvim Filho, G. F., 1977, "Mistura de um Jato Livre com um Meio em Movimento com a Hipótese de Número de Schmidt Turbulento Constante", IV COBEM, pp. 487-502.
- Amarante, J. C. A. and Leite, C. A. F. T., 1991, "The Influence of Plane Jet Turbulence on the Boundary-Layer Formation Around an Airfoil", XI COBEM, pp. 221-224.
- Amarante, J. C. A. and Russo, J. A. C., 1992, "Modelagem Algébrica da Turbulência na Solução de Equações da Camada Limite", IV ENCIT, pp. 593-596.
- Amorim, J. C. C., 1993, "Laminar-Turbulent Boundary Layer Transition on Turbomachine Blades", XII COBEM, pp. 1037-1040.
- Amorim, J. C. C., 1992, "Numerical Treatment of the Three-Dimensional Boundary-Layer Equations", IV ENCIT, pp. 613-616.
- Andrade, P. H., Nakagawa, E. Y., and Bannwart, A. C., 1996, "Air-Water and Air-Xanthan Gum Void Fraction in Upward Co-Corrente Slug Flow Through Inclined Annuli", VI ENCIT, pp. 1327-1332.
- Anoy, N. A. R., 1979, "Comportamento de Escoamento Subsônico Através de Telas", V COBEM, pp. 438-447.
- Araújo, A., 1995, "Técnicas de Filtragem Aplicada ao Transporte Fluido Turbulento em Corpos d'água Geofísicos", XIII COBEM.
- Araújo, P. M. S., 1991, "A Semi Analytical Determination of the Friction Factor for Turbulent Flow Through Concentric Annuli", XI COBEM, pp. 433-436.
- Araújo, P. M. S. and Vargas, A. S., 1985, "Análise do Campo de Difusividade Térmica Turbulenta no Escoamento de Ar entre Placas Planas", VIII COBEM, pp. 141-144.
- Araújo, Z. A., Araújo, M. R. O. P., Silva, M. N., and Hirata, M. H., 1992, "Análise do Escoamento em Torno de Cilindros de Seções Retangulares", IV ENCIT, pp. 9-12.
- Aroussi, A. and Hatem, A. B., 1995, "Development of a White Light PIV System", XIII COBEM.
- Auracher, H. and Marroquin, A., 1989, "A Miniaturized Optical Sensor for Local Measurements in Two-Phase Flow", X COBEM, pp. 13-16.
- Avelino, M. R., Su, J., and Silva Freire, A. P., 1996, "A Consistent Asymptotic Solution for the $K - \epsilon$ Equations for Transpired Boundary Layer Flows", VI ENCIT, pp. 1839-1843.
- Awruch, A. M. and Freitas, C. B., 1985, "Sobre a Simulação da Circulação em Regime Transiente com Modelos Tridimensionais usando Elementos Finitos", VIII COBEM, pp. 165-168.

- Azevedo, A. G., Leite, C. A. F. T., and Frota, M. N., 1986, "Time dependent acoustic perturbation on plane turbulent air jet: effects on the mean flow". I ENCIT, pp. 247-250.
- Azevedo, J. L. F., 1988, "Aerodynamic Flow Simulation Using a Finite Difference Method". II ENCIT, pp. 3-6.
- Barroeta, C., Reyes, R., Lacoa, U., and Campo, A., 1996, "A New Nusselt Number Correlation for Turbulent Forced Convection in Pipes Exposed to Convective Environments", VI ENCIT, pp. 693-698.
- Basso, E. and Azevedo, J. L. F., 1996, "Análise Numérica de Escoamentos em Grades Lineares de Perfis para Vários Regimes de Velocidade", VI ENCIT, pp. 49-54.
- Bastos, J. L. F., 1996, "CIRNAT-A Code for One and Two-Phase Natural Circulation", VI ENCIT, pp. 1725-1730.
- Bello, J. B., Ramirez, N. E., and Saez, A. E., 1995, "Turbulent Flow of Slurries Through Horizontal Pipes", XIII COBEM.
- Berger, C. and Soviero, P. A. O., 1986, "Evolução de esteiras turbilhonares - A instabilidade de Kelvin-Helmholtz", I ENCIT, pp. 179-182.
- Biage, M. and Alades, I. F., 1996, "Uma Solução Assintótica para o Estudo da Transição de um Escoamento Gás-Líquido a Contra-Corrente para Co-Corrente", VI ENCIT, pp. 1321-1326.
- Blanco, R. L. D. and Möller, S. V., 1992, "Avaliação do Tempo de Resposta em Microtermopares para Medições em Turbulência", IV ENCIT, pp. 275-278.
- Blanco, R. L. D. and Möller, S. V., 1996, "Estudo Experimental da Variância da Temperatura em Tubos Inclinados com Promotores de Turbulência Internos", VI ENCIT, pp. 663-668.
- Bordalo, S. N., Ferziger, J. H., and Kline, S. J., 1995, "Modelo Zonal para Camada Limite Sujeita a Gradiente de Pressão e Curvatura", XIII COBEM.
- Bordalo, S. N., Ferziger, J. H., Kline, S. J., Avva, R. K., and S. K-L, Tzuoo, 1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", X COBEM, pp. 41-44.
- Bordalo, S. N. and Saboya, F. E. M., 1995, "Determinação Experimental dos Coeficientes de Perda de Carga em Traçadores de Calor de Tubos Circulares e Elípticos Aletados", XIII COBEM.
- Bortolus, M. V. and Giovannini, A., 1995, "Predição Numérica de Transferência Térmica Parietais em Escoamentos Turbulentos Complexos", XIII COBEM.
- Bottoni, M. and Sengpiel, W., 1990, "On Modelling, Mathematical Analysis and Numerical treatment Of Three-Dimensional Transient Two-Phase Coolant flow in Engineering Systems", III ENCIT.
- Bourguignon, E., Michou, Y., and Gokalp, I., 1996, "Burning Rate and Turbulent Burning Velocity of Premixed Turbulent Flames in Stagnation Flows", VI ENCIT, pp. 271-274.
- Braga, S. L. and M. F. E., 1987, "Coeficientes de Transporte em Dutos Triangulares", IX COBEM, pp. 33-36.
- Braga, S. L. and Saboya, F. E. M., 1986, "Troca de calor e perda de carga em dutos triangulares em regimes laminar e turbulento", I ENCIT, pp. 207-210.
- Brasil Jr., A. C. P., 1994, "Modelling Turbulent Flow Inside Tropical Forests", V ENCIT, pp. 113-116.
- Brasil Jr., A. C. P., 1990, "Simulation of Incompressible 2D and 3D Turbulent flows by Finite Element Method", III ENCIT, pp. 427-432.
- Calla, C., Brasil Jr., A. C. P., and Sousa, A. J., 1996, "Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Pendular", VI ENCIT, pp. 1821-1826.
- Camozzato, G. G., Souza, R., Silva, A. J. S., and Silva Freire, A. P., 1996, "The Turbulence of Mixing of Iron Particles in Water Systems", VI ENCIT, pp. 1369-1374.
- Camozzato, G. G. and Silva Freire, A. P., 1996, "The Law of the Wall for Two-Phase Solid-Liquid Systems", VI ENCIT, pp. 1851-1855.
- Campo, A. and Abdel Rahman, M., 1993, "Turbulent heat Transport of Liquid Jets Impinging on the Bottom Surface of a Vertical Circular Cavity", XII COBEM, pp. 1017-1020.
- Carajilescov, P., 1990, "Modelo de Mistura Turbulenta Transversal em Escoamento Axial em Feixes de Varetas", III ENCIT, pp. 283-285.
- Carajilescov, P., 1975, "Turbulent Axial Flow in a Bare Rod Bundle: Analytical Study", III COBEM, pp. 269-282.
- Carbonel, C., Galeão, A. C. N., and Loula, A. D., 1996, "A Finite Element Model Based on the Spug Method for Shallow Water Waves", VI ENCIT, pp. 389-394.
- Cardoso, S., 1991, "Análise das Perdas de Calor Durante a Compressão em uma Câmara de Turbulência", XI COBEM, pp. 341-344.
- Catalano, F. M., 1995, "The Aerodynamic Characteristics of a Smooth Wing at Low Reynolds Number under Effect of a Pulser Propeller", XIII COBEM.
- Catalano, F. M., 1989, "Avaliação Experimental da Influência do Escapamento entre Duas Telas de 'Nylon' no Amortecimento das Variações de Velocidade", X COBEM, pp. 109-111.
- Catalano, F. M. and Maunsell, M. G., 1995, "A Proposal for a Wind Tunnel for Testing Full Scale Road Vehicles", XIII COBEM.
- Cerqueira, S. A. A. G., 1993, "Evaporação em Película no Interior de Tubos Verticais", XII COBEM, pp. 689-692.
- Chen, T. C. H. and Majeski, J., 1991, "Fluid Dynamic Consideration of Surface Indentation", XI COBEM, pp. 437-440.

- Cintra Filho, J. S., 1981, "Modelos Axissimétricos na Descrição do Campo de Flutuações da Temperatura e no Cálculo da Difusividade Térmica Turbulenta", VI COBEM, pp. 253-262.
- Coelho, S. L. V., 1989, "The Effects of Transverse Shear on Turbulent Jets in Cross Flows: an Asymptotic Analysis", X COBEM, pp. 89-92.
- Coelho, S. L. V., 1989, "On the Modeling of Turbulent Jets in Cross Flows", X COBEM, pp. 93-96.
- Couto, H. S., Carvalho Jr., J. A., and Bastos Neto, D., 1996, "Distribuição de Gotas Formadas por Jatos Múltiplos não Coplanares", VI ENCIT, pp. 237-242.
- Crabb, D., Durao, D. F. G., and Whitelaw, J. H., 1977, "Velocity Characteristics in the Vicinity of a Two-Dimensional Rib", IV COBEM, pp. 415-429.
- Cremasco, M. A. and Maciel Filho, R., 1995, "Modelo Para o Escoamento do Ar em Ciclones", XIII COBEM.
- Cruz, D. O. A. and Silva Freire, A. P., 1992, "A Separation Criterion for the Turbulent Boundary Layer", IV ENCIT, pp. 623-626.
- Cruz, D. O. A. and Silva Freire, A. P., 1996, "The Stanton Number Equation Near a Separation Point", VI ENCIT, pp. 1863-1867.
- Cruz, D. O. A. and Silva Freire, A. P., 1995, "The Thermal Turbulent Boundary Layer Near a Separation Point PartII: Law of the Wall Formulation", XIII COBEM.
- Cruz, G. M. M., 1990, "Modelagem da Equação de Transporte de Escoamentos Turbulentos para Variancia da Flutuação de Temperatura", III ENCIT, pp. 267-270.
- Cunha, F. R. and Hinch, E. J., 1996, "Hydrodynamic Self-Dispersion of Sedimenting Non-Brownian Spheres", VI ENCIT, pp. 1375-1380.
- Cunha, P. M. and Saboya, F. E. M., 1990, "Desenvolvimento Hidrodinâmico e Perda de Carga em Configurações Circulares Lisas e Aletadas", III ENCIT, pp. 155-157.
- Cunha Neto, J. A. B. and Bollmann, A., 1983, "Perdas de Carga em Escoamentos Laterais", VII COBEM, pp. 257-267.
- Deschamps, C. J., 1995, "Reynolds Stress Modelling of Flow Through I. C. Engine Inlet Ports", XIII COBEM.
- Deschamps, C. J., Ferreira, R. T. S., and Prata, A. T., 1988, "Aplicação do Modelo K - ϵ para o Escoamento Turbulento em Válvulas de Compressores", II ENCIT, pp. 259-262.
- Deschamps, C. J., Prata, A. T., and Ferreira, R. T. S., 1989, "Modelagem de um Escoamento Turbulento em Presença de Estagnação, Recirculação, Aceleração e Gradientes de Pressão Adversos", X COBEM, pp. 57-60.
- Deschamps, C. J. and Watkins, A. P., 1994, "Modelling of Turbulent Flow Through Intake Systems of Internal Combustion Engines - Large Valve Lifts", V ENCIT, pp. 121-124.
- Duarte, L. G. C. and Azevedo, L. F. A., 1994, "Transferência de Massa para Jatos Espiralados Incidentes", V ENCIT, pp. 105-108.
- Dutra, A. S., Parise, J. A. R., and Souza Mendes, P. R., 1986, "Transport coefficients for laminar and turbulent flow through a four-cusp", I ENCIT, pp. 107-110.
- Echaniz, V., Lodi, S., Brizuela, E., and Bilger, R. W., 1996, "Numerical Simulation of Turbulent Diffusion Flames Using a 4-Step Mechanism", VI ENCIT, pp. 293-298.
- Endres, L. A. M. and Möller, S. V., 1996, "Flutuações de Pressão Nas Paredes de um Banco de Tubos com Escoamento Turbulento", VI ENCIT, pp. 865-870.
- Endres, L. A. M., Silva, C., and Möller, S. V., 1995, "Análise Espectral da Flutuação de Pressão nas Paredes de um Banco de Tubos em Escoamento Turbulento", XIII COBEM.
- Favier, D., Maresca, C., and Pous, F., 1989, "Vortex Interaction on Oscillating Airfoil: Experimental and Numerical Investigation", X COBEM, pp. 105-107.
- Fernandez y Fernandez, E. and Braga, C. V. M., 1990, "Lei da Interface em Escoamentos Turbulentos e Estratificados de Líquido-Gás", III ENCIT, pp. 541-546.
- Fernandez y Fernandez, E. and Braga, C. V. M., 1989, "Transferência Térmica Turbulenta na Vizinhança da Interface de um Escoamento Estratificado", X COBEM, pp. 335-337.
- Fernandez y Fernandez, E. and Carajilescov, P., 1986, "Coeficiente Local de Transfêrencia de Calor para Escoamento Turbulento em Feixe de Barras", I ENCIT, pp. 103-106.
- Fernandez y Fernandez, E. and Carajilescov, P., 1983, "Medidas da Tensão de Cisalhamento Local em um Feixe de Barras com Espaçadores Helicoidais", VII COBEM, pp. 227-236.
- Ferreira, R. T. S., 1979, "Convecção Térmica Turbulenta entre Placas Planas e Horizontais: Comparação de Resultados", V COBEM, pp. 371-380.
- Ferreira, V. C. S. and Pereira Filho, H. V., 1979, "Escoamento Turbulento sobre Superfícies Curvas", V COBEM, pp. 275-284.
- Ferreira, V. C. S. and Venzon, M. C. P., 1995, "Orifice Plate Behaviour in Two Phase Flow Air-Water", XIII COBEM.
- Fico Jr., N. G. and Ortega, M. A., 1991, "Numerical Calculation of the Flowfield in the Flap Region of a Transonic wind Tunnel Test Section", XI COBEM, pp. 201-204.

- Fico Jr., N. G. C. R., Azevedo, J. L. F., and Ortega, M. A., 1995, "Flow Simulation in the Contraction of a Slotted Transonic Wind Tunnel", XIII COBEM.
- Fico Jr., N. G. C. R., Leite, C. A. F. T., and Frota, M. N., 1986, "Wave length distribution in a shear flow", I ENCIT, pp. 251-254.
- Fico Jr., N. G. C. R. and Ortega, M. A., 1993, "The Influence of the Reentry Flaps High-Speed Diffuser Performance", XII COBEM, pp. 817-820.
- Fouquier, M. J. and Faya, A. J. G., 1988, "Determinação Experimental da Velocidade de um Fluido pela Análise Espectral das Flutuações de Temperatura", II ENCIT, pp. 93-96.
- França, G. A. C., Tedeschi, G., and Lallemand, A., 1995, "Turbulent Incompressible Flow within a Channel with Transpiration: Solution of the Coupled Problem Porous Wall - Main Flow", XIII COBEM.
- Frota, M. N. and Moffat, R. J., 1981, "Advances in Triple Hot-Wire Technique for Measurements of Turbulence Structure", VI COBEM, pp. 273-285.
- Fruman, D. H. and Afialo, S. S., 1989, "Tip Vortex Velocity Distribution and Turbulence Level in Water and Homogeneous Polymer Solutions", X COBEM, pp. 45-48.
- Gaspardo, C. A. and Giorgetti, M. F., 1973, "Medidas na Esteira de um Escoamento Usando uma Sonda Anemométrica de Fio Quente Modificada", II COBEM, pp. 413-426.
- Gaspari, E. F. and Bordalo, S. N., 1996, "Estabilidade do Escoamento Bifásico Anular", VI ENCIT, pp. 1315-1319.
- Gielow, R., Kirmse, D. W., and Fahien, R. W., 1988, "Obtenção de Perfis de Temperatura por Simulação Estocástica do Transporte de Calor em Escoamento Turbulento Cisalhante Anisotrópico entre Placas Paralelas", II ENCIT, pp. 311-314.
- Girardi, R. M., Sousa, F. L., and Câmara, E. F., 1992, "On the Flow Across a Circular Cylinder with Asymmetric Separation Points: an Experimental Approach", IV ENCIT, pp. 1-4.
- Gomes, M. S. P., 1995, "Inertial Effects on the Retention of Particles in the Near Wake of Blunt Obstacles", XIII COBEM.
- Gomes, M. S. P., Azevedo, L. F. A., and Saboya, F. E. M., 1996, "Experimental and Theoretical Investigation on the Performance of a Cooling Tower", VI ENCIT, pp. 741-746.
- Gonçalves, M. A. L., Silva, B. C., and Pedras, M. H. J., 1996, "Slug Measurements in Gas-Oil Pipeline", VI ENCIT, pp. 1417-1421.
- Gouveia, M. C. and Nieckele, A. O., 1992, "Numerical Study of the Inlet Axial Angle of a Two-Stroke Engine During a Scavenging Process", IV ENCIT, pp. 415-418.
- Guedes, V. G., Siqueira, L. P., and Hirata, M. H., 1996, "Força de Arrasto em Corpos Rombudos de Formas Complexas", VI ENCIT, pp. 13-18.
- Guerra, S. E. P., 1989, "Cambios Estructurales Inducidos en Formaciones Vorticiales por Variación de la Geometría y los Parametros Termicos Externos", X COBEM, pp. 33-36.
- Heitor, M. V., Moreira, A. L. N., and Pires, A. C., 1995, "Scalar Fluctuations Characteristics of Jet Diffusion Flames in Mutual Interaction", XIII COBEM.
- Heitor, M. V., Pires, A. C., and Simões, J. P., 1991, "The Thermal Characteristics of Turbulent Hydrocarbon Flames in Mutual Interaction", XI COBEM, pp. 81-84.
- Jucá, P. C. S. and Maliska, C. R., 1996, "Turbulent Water Channel Flows Under Surface Wind Action", VI ENCIT, pp. 383-388.
- Karl, J.-J., Schaeffer, T., Huilier, D., and Burnage, H., 1993, "Dispersion of Polydisperse Spray in a Turbulent Mixed Jet-Grid Flow", XII COBEM, pp. 1041-1044.
- Klick, H. and Hayashi, T., 1992, "Temperature Boundary Layer with Unheated Starting Length", IV ENCIT, pp. 605-608.
- Kobayashi, M. H. and Pereira, J. C. F., 1990, "Cálculo do Escoamento Laminar e Turbulento em Geometrias Complexas Usando Malhas não Defasadas", III ENCIT, pp. 345-350.
- Kobayashi, M. H., Pereira, J. C. F., and Siqueira, M. B. B., 1993, "Estudo Numérico de Escoamentos Turbulentos Sobre e Através de um Modelo de Floresta em Montanhas", XII COBEM, pp. 1085-1088.
- Lage, J. L. and Bejan, A., 1990, "Prandtl Number Effect of Transition in Natural Convection in an Enclosure", III ENCIT, pp. 113-118.
- Lakis, A. A., 1985, "Effects of Random Pressure Fluctuations Induced by Turbulent Flow", VIII COBEM, pp. 133-136.
- Langer, C. A., Prata, A. T., and Ferreira, R. T. S., 1990, "Separação e Bifurcação de Escoamentos em Difusores Radiais", III ENCIT, pp. 357-362.
- Langer, C. A., Prata, A. T., and Ferreira, R. T. S., 1993, "Transferência de Calor em Escoamentos Radiais", XII COBEM, pp. 625-628.
- Laura, D., 1987, "O Cálculo do Escoamento Real em Rotores de Máquinas Hidráulicas", IX COBEM, pp. 319-322.
- Leite, C. A. F. T., 1975, "Waves in a Plane Turbulent Jet", III COBEM, pp. 295-308.

- Leite, C. A. F. T., Amarante, J. C. A., and Junqueira Junior, L., 1988, "Airfoil Boundary Layer Induced by Turbulent Plane Jet", II ENCIT, pp. 236-239.
- Leite, C. A. F. T. and da R. M. Pontes, J., 1989, "Thermodynamics of Coherent Structures in Turbulent Jets", X COBEM, pp. 49-52.
- Leite, C. A. F. T., Frota, M. N., and Azevedo, A. G., 1985, "Shear Layer Turbulence Measurements on a Artificially Exited Plane Air Jet", VIII COBEM, pp. 149-152.
- Leite, C. A. F. T., Frota, M. N., and Fico Jr, N. G. C. R., 1985, "Thermoanemometry Measurements and Coherent Structures in a Turbulent Plane Air Jet", VIII COBEM, pp. 145-148.
- Leite, C. A. F. T. and Pistono, M. H., 1983, "Estudo da Turbulência em Jato Plano Perturbado", VII COBEM, pp. 539-545.
- Leite, C. A. F. T. and Scofano Neto, F., 1987, "Wave Velocity Behaviour in the Centerline of a Plane Turbulent Jet", IX COBEM, pp. 201-203.
- Lemos, M. J. S., 1987, "Engineering Methods for Turbulent Flow Predictions", IX COBEM, pp. 197-200.
- Lemos, M. J. S., 1992, "Predictions of Normal Reynolds Stresses and Transport Coefficients in Interior Sub-Channels of Rod Arrays", IV ENCIT, pp. 627-632.
- Liandrat, J. and Slama, J., 1989, "The Wavelet Transform: a New Tool for Approximation in Fluid Mechanics and Turbulence", X COBEM, pp. 53-56.
- Lima, J. A. and Quaresma, J. N. N., 1995, "Turbulent Forced Convection of Pseudoplastic Fluids within Circular Tubes with Prescribed Wall Heat Flux", XIII COBEM.
- Lima, J. A. S., 1993, "Computação Numérica da Estrutura de Escoamento Jato-Esteira em um Difusor com Rotação", XII COBEM, pp. 1025-1028.
- Liu, C. Y., 1979, "Heat Transfer Coefficient of a Flat Plate with Transition", V COBEM, pp. 430-437.
- Liu, H. T., Padki, M. M., Kakaç, S., Ding, Y., and Cotta, R. M., 1989, "Modeling of Two-Phase Flow Instabilities in a Vertical Upflow Boiling Channel", X COBEM, pp. 347-350.
- Luca, L., Cardone, G., and Carlomagno, G. M., 1992, "Characterization of Hypersonic Flows in Wind Tunnel", IV ENCIT, pp. 251-256.
- Maciel Filho, R. and Lona Batista, L. M. F., 1995, "Modelagem Heterogênea de Regeneradores de Catalisadores de Craqueamento Catalítico", XIII COBEM.
- Mansur, S. S., Vieira, E. D. R., Saito, M., and Esperança, G. A. S., 1996, "Visualização Experimental do Escoamento ao Redor de Cilindros de Base Quadrada Posicionados Transversalmente ao Fluxo Livre", VI ENCIT, pp. 1103-1108.
- Mathur, S., Murthy, J. Y., and Choudhury, D., 1996, "Advances in CFD Software for Heat Transfer and Combustion Calculations", VI ENCIT, pp. 595-600.
- Matida, E. A. and Torii, K., 1994, "Simulações da Deposição de Gotículas e da Transferência de Calor de um Escoamento Disperso e Turbulento de Ar e água em um Tubo Vertical", V ENCIT, pp. 483-487.
- Matsumoto, E. and Lemos, M. J. S., 1990, "Development of an Axi-Symmetric Mixing Layer in a Duct of Constant Cross Section", III ENCIT, pp. 381-386.
- Mattos, B. S., 1996, "Viscous Analysis of Numerically Designed Airfoils for General Utility Aircraft", VI ENCIT, pp. 31-36.
- Maunsell, M. G., 1989, "Experimental and Theoretical Analysis of the Interference Between Propeller, Fuselage and Wing for a Twin Engined Pusher Configuration - Part I Experimental Work", X COBEM, pp. 113-116.
- Maunsell, M. G. and Verderio, L. A., 1992, "Estudo da Interação Entre Asa e Esteira da Hélice por Meio do Método dos Painéis", IV ENCIT, pp. 25-28.
- Medeiros, A. L. R., Simões, F. J., Lima, A. M. N., and Jacobina, C. B., 1996, "Modelagem Aerodinâmica de Turbinas Eólicas de Passo Variável", VI ENCIT, pp. 25-30.
- Medeiros, M. A. F., 1990, "A Camada Limite Térmica Turbulenta com Transpiração", III ENCIT, pp. 323-328.
- Medeiros, M. A. F. and Silva Freire, A. P., 1989, "The Thermal Boundary Layer in an Incompressible Flow", X COBEM, pp. 65-68.
- Medina, E. V., Saez, A. E., and Pironti, F. F., 1996, "Mezclado del Líquido en una Columna de Burbujeo de Tubos Concéntricos en Operación Trifásica", VI ENCIT, pp. 1309-1313.
- Mendonça, M. T., Fernandes, E. C., and Zapparoli, E. L., 1989, "Modelo de Análise de Transferência de Calor entre Gases de Combustão e Palhetas de Turbinas a Gás", X COBEM, pp. 301-304.
- Menezes, J. C. L., Ortega, M. A., and Fico Jr., N. G. C. R., 1994, "Critical Evaluation of Turbulence models for Transonic Flow Over a Symmetrical Airfoil", V ENCIT, pp. 47-50.
- Menezes, J. C. L., Ortega, M. A., and Fico Jr., N. G. C. R., 1994, "Numerical Simulation of Shock-Wave-Turbulent-Boundary Layer Interaction", V ENCIT, pp. 43-47.
- Menon, G. J., 1986, "Escoamento Turbulento em Transferência de Calor e Massa no Interior de Tubos", I ENCIT, pp. 111-114.

- Menon, G. J. and Sielawa, J. T., 1977, "Influência da Transferência de Calor e das Variações das Propriedades de Fluidos no escoamento Turbulento em Tubos", IV COBEM, pp. 431-441.
- Mesquita, A. L. A., 1992, "Preparação, Realização e Controle de Experimentos Utilizando a Anemometria Laser", IV ENCIT, pp. 271-274.
- Militzer, J., Nicoll, W. B., and Alpay, S. A., 1977, "The Dual Plane Turbulent Jet First Part: Experimental Investigation", IV COBEM, pp. 471-486.
- Militzer, J., Nicoll, W. B., and Alpay, S. A., 1977, "The Dual Plane Turbulent Jet: Second Part: Prediction Method", IV COBEM, pp. 385-398.
- Möller, S. V., 1989, "Limitações no Uso de Anemômetros de Fio Quente Duplos para Medições de Turbulência", X COBEM, pp. 217-220.
- Möller, S. V., 1990, "Wall Pressure Fluctuations in Rod Bundles", III ENCIT, pp. 277-281.
- Moraes Jr., P., 1996, "VLS - Aerodinâmica de Decolagem", VI ENCIT, pp. 55-60.
- Moreira Jr., O. and Girardi, R. M., 1996, "Estudo Experimental da Inclinação da Superfície Frontal em Modelos de Ônibus", VI ENCIT, pp. 1-6.
- Moreno, J., Barrientos, A., and Pares, J., 1996, Modelacion de un Combustor de Carbon Pulverizado Usando la Metodologia de Volumen Finitos, VI ENCIT, pp. 231-236.
- Morgenstern Jr. A., 1995, "Supersonic Flow Past Pressure Vent Orifices on Satellite Launcher Vehicles", XIII COBEM.
- Moura, A. B. D., Vilhena, M. T. B., and Degrazia, G. A., 1995, "Solução Analítica para a Dispersão Vertical Turbulenta em uma Camada Limite Estável", XIII COBEM.
- Musafir, R. E., Slama, J. G., Zindeluk, M., and Ferreira, C. R. C., 1983, "Direcionalidade e Propriedades Estatísticas do Ruído de Jatos Turbulentos Subsônicos", VII COBEM, pp. 587-596.
- Nickell, R. A., Strong, A. B., and Nicoll, W. B., 1977, "On the Laminar and Turbulent Taylor Vortex Flow in an Annular Passage with the Inner Cylinder Rotating and with Non-Zero Axial Flow", IV COBEM, pp. 511-528.
- Nicolau, V. P. and Pereira Filho, H. V., 1981, "Modelo Matemático para o Cálculo de Escoamento Turbulento Interno", VI COBEM, pp. 263-271.
- Nieckele, A. O., Abrunhosa, J. D. M., and Ronzani, E. R., 1996, "Simulação Numérica do Escoamento em Degrau com o Modelo de Turbulência $K - \epsilon$ Renormalizado", VI ENCIT, pp. 1809-1814.
- Nieckele, A. O. and M., F. E., 1987, "Transport Coefficients for Pinned Annular Regions", IX COBEM, pp. 37-40.
- Nogueira, A. C. R. and Nieckele, A. O., 1992, "Desenvolvimento de Escoamento Turbulento Espiralado em um Duto Retangular com Grande Razão de Aspecto", IV ENCIT, pp. 601-604.
- Nogueira, E., Brum, N. C. L., and Cotta, R. M., 1990, "Escoamento Anular Gás-Líquido em Dutos Verticais com Líquido Entranhado no Núcleo", III ENCIT, pp. 559-564.
- Oliveira, J. C. and Amon, C. H., 1996, "Evolution of Non-Linear Instabilities in Radial Flows", VI ENCIT, pp. 1803-1807.
- Oliveira, J. C., Prata, A. T., and Langer, C. A., 1993, "Estabilidade Hidrodinâmica em Escoamentos Radiais", XII COBEM, pp. 1021-1024.
- Olivero, M. L., Aguirre-Pe, J., and Padilha, E., 1995, "Concepcion, Diseno, Construction y Calibration de un Ducto de Aire Libre Uniforme", XIII COBEM.
- Oliveski, R. C. and Möller, S., 1995, "Estudo do Desenvolvimento dos Perfis Térmico e Hidrodinâmico em um Duto Circular pelo Método ADI", XIII COBEM.
- Orlando, A. F., 1975, "A Model for the Friction Coefficient in Turbulent Boundary Layer Flows under Adverse Pressure Gradient Conditions, Including wall Blowing and Suction", III COBEM, pp. 283-294.
- Ortiz, J. P. and Toso, J. W., 1991, "O Ressalto Hidráulico Como um Processo Randômico", XI COBEM, pp. 441-444.
- Paglione, P., Girardi, R. M., and Ribeiro, A. G., 1987, Túnel de Vento Supersônico: Uma Análise Teórica e Experimental", IX COBEM, pp. 181-184.
- Papadimitrakakis, Y. A., Hsu, E. Y., and Street, R. L., 1983, "Measurements of the Fluctuating Pressure in the Turbulent Boundary Layer over Progressive, Mechanically Generated Water Waves", VII COBEM, pp. 291-302.
- Parrondo, J. L., Fernandez, J., and Gonzalez, J., 1995, "Fluidelastic Instability Critical Conditions of a Tube Array Subjected to Water Cross-Flow and Comparison with Theoretical Predictions", XIII COBEM.
- Pasinato, H. D. and Nieckele, A. O., 1996, "Tratamento da Turbulência na Região da Parede", VI ENCIT, pp. 1845-1849.
- Passos, J. C., 1989, "The 'Boiling Crisis' in a Subcooled Liquid Flowing in a Vertical Annular Channel", X COBEM, pp. 371-374.
- Pellegrini, C. C., 1990, "Arrasto em Camadas Limite Compressíveis com Adição de Massa - Uma Abordagem Assintótica", III ENCIT, pp. 307-312.

Pellegrini, C. C., 1995, "Novas Expressões para os Parametros da Lei da Esteira em Escoamentos Compressíveis com Injeção", XIII COBEM.

Pellegrini, C. C. and Cruz, D. O. A., 1993, "Uma Análise por Similaridade da Região Externa de Camadas Limite Turbulentas", XII COBEM, pp. 1029-1032.

Pellegrini, C. C. and Cruz, D. O. A., 1996, "Uma Lei de Potência para o Coeficiente de Atrito em Camadas Limite em Equilíbrio, Turbulentas, com Gradientes de Pressão, VI ENCIT, pp. 1857-1862.

Pellegrini, C. C. and Cruz, D. O. A., 1995, "Uma Velocidade Característica para a Região Interna de Camadas Limite Turbulentas com Transpiração", XIII COBEM.

Pereira, J. C. F. and Rocha, J. M. P., 1990, "Numerical Calculation of Heat Transfer in a Turbulent Separated-Reattaching Shear Flow", III ENCIT, pp. 293-299.

Pereira, R. G., Braga Filho, W., and Frota, M. N., 1991, "Regime de Transição Associado ao Escoamento com Obstrução: Avaliação Numérica", XI COBEM, pp. 461-464.

Pereira Filho, D. V. and Pereira Filho, H. V., 1987, "Análise da Camada Limite Térmica Turbulenta", IX COBEM, pp. 193-196.

Pereira Filho, H. V., 1977, "A Mathematical Model of Turbulence for Turbulent Boundary Layers", IV COBEM, pp. 459-469.

Pereira Filho, H. V., 1975, "A Numerical Procedure Using Finite-Difference for the Computation of Turbulent Boundary Layer", III COBEM, pp. 1019-1032.

Pereira Filho, H. V., 1977, "Von Karman's Similarity Hypothesis for Flows over Curved Boundaries", IV COBEM, pp. 503-510.

Pereira Filho, H. V. and Dutra, J. C. C., 1979, "Cálculo da Camada Limite Turbulenta sobre Superfícies Curvas via Viscosidade Turbulenta", V COBEM, pp. 495-502.

Peters, S. and Prata, A. T., 1993, "Bifurcações e Estabilidade de Escoamentos em Expansões Planas", XII COBEM, pp. 833-836.

Pimenta, A. P. and Alvim Filho, G. F., 1986, "Escoamento de mistura de jatos confinados", I ENCIT, pp. 243-246.

Pimenta, A. P., Bruel, P., and Champion, M., 1993, "Numerical Study of Wedge Generated Turbulent Reacting Wake", XII COBEM, pp. 533-536.

Pimenta, M. M., 1979, "A Estrutura de uma Camada Limite sobre uma Parede Rugosa com Injeção e Transferência de calor", V COBEM, pp. 126-135.

Pimenta, M. M., 1977, "O Comportamento Fluido-Dinâmico e Térmico de uma Camada Limite-Turbulenta em Regime Completamente Rugoso com Transpiração", IV COBEM, pp. 399-413.

Pimentel, L. C. G., Nogueira, E., Cotta, R. M., and Kakaç, S., 1996, "Análise Comparativa de Modelos para o Número de Prandtl Turbulento em Convecção Forçada Interna", VI ENCIT, pp. 729-734.

Pinheiro Neto, J. P., Fernandes, E. C., and Zappari, E. L., 1985, "Análise Numérica do Escoamento Turbulento entre Placas Paralelas", VIII COBEM, pp. 137-140.

Pinho, F. A. A. and Silveira Neto, A., 1995, "Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos em Cavidades Retangulares Bidimensionais", XIII COBEM.

Pinto, R. L. U. F. and Bortolus, M. V., 1996, "Um Método Parametrizado para a Determinação da Distribuição de Sustentação Sobre Asas a Partir da Teoria da Linha Sustentadora", VI ENCIT, pp. 37-42.

Pirani, M. J., Almeida, M. S. V., and Manzaneres Filho, N., 1996, "Estudo Comparativo entre Modelos de Turbulência $k - \epsilon$ e o Modelo Algébrico do Tensor de Reynolds para Altos Reutilizando o Método dos Volumes Finitos", VI ENCIT, pp. 1827-1832.

Purquerio, B. M., 1983, "Investigação dos Vórtices de Taylor entre Cilindros Concêntricos Rotativos", VII COBEM, pp. 217-226.

Queiroz, R. S., Falbo, R. A., and Varejão, L. M. C., 1994, "Influência de Ilhas de Calor na Capacidade Dispersiva Atmosférica", V ENCIT, pp. 387-390.

Queiroz, R. S., Vazzoler Jr., H., and Maxsuel, R. Q., 1996, "Comparação entre a Solução Numérica e uma Solução Exata Condicionada da Equação, de Difusão Atmosférica", VI ENCIT, pp. 377-382.

Queiroz Neto, J. C., Martins, A. L., Sá, C. H. M., and Rocha, S. C. S., 1996, "Redução de Arraste em Escoamentos de Fluidos de Perfuração", VI ENCIT, pp. 1435-1440.

Quin, W. R. and Militzer, J., 1986, "Experimental and Numerical Study of a Turbulent Free Square Jet", I ENCIT, pp. 239-242.

Radwan, M. M., Fortes, M., and Gurgel, C. E. P., 1995, "A Finite Element Study of Plane Confined Turbulent Incompressible Jets", XIII COBEM.

Ramos, M. D., Menon, G. J., and Silva, R. J., 1996, "Influência da Altura Efetiva da Pluma em Modelos de Estimativa de Dispersão de Poluentes", VI ENCIT, pp. 371-376.

Reis, A. M., Yanagihara, J. I., and Travelho, J. S., 1996, "Utilização de Termopares para Medição de Velocidade e Temperatura em Escoamentos Turbulentos", VI ENCIT, pp. 1091-1096.

- Reis, N. C. and Santos, J. M., 1995, "Modelagem de Dispersão Atmosférica Através das Equações Fundamentais de Transporte: Análise das Classes de Estabilidade", XIII COBEM.
- Reis, W., Oliveira, C. S. G., and Silveira Neto, A., 1993, "Comportamento Dinâmico de um Jato Incidente sobre Placas Aspersoras - Cenário da Transição à Turbulência", XII COBEM, pp. 1033-1036.
- Rodrigues, J. L. A. F., 1995, "O Efeito das Pequenas Curvaturas nos Escoamentos Turbulentos Parietais", XIII COBEM.
- Rodrigues, J. L. A. F., Brun, G., and Jeandel, D., 1991, "Simulação de Escoamentos Turbulentos Parietais Submetidos a Gradientes Adversos de Pressão: Estudo de Três Leis de Parede", XI COBEM, pp. 445-448.
- Rodrigues, J. L. A. F., Brun, G., and Jeandel, D., 1991, "Um Método de Mínimo Resíduo Adaptado ao Cálculo de Condições de Contorno Não Lineares no Escoamento Turbulento Bidimensional", XI COBEM, pp. 465-468.
- Rodrigues, J. L. A. F. and Vianna, J. N. S., 1993, "Uma Aplicação da Simulação Numérica de Escoamento Turbulento em Geometrias Curvas", XII COBEM, pp. 845-848.
- Roque, C. R. O. L., Hirata, M. H., and Bodstein, G. C. R., 1996, "Simulação do Escoamento ao Redor de um Cilindro Retangular com uma Fresta, Utilizando o Método de Vórtices", VI ENCIT, pp. 7-12.
- Sanchez, M. L., Castro, F., Garicano, A., and Melgar, A., 1995, "Estudio de la Correlacion entre las Fluctuaciones de la Velocidad y el Tamano de Gota en un Chorro Tipo Diesel no Evaporativo", XIII COBEM.
- Santana, C. C., Massarani, G., and Ataide, C., 1983, "Caracterização da Transição de Regimes no Escoamento Não-Newtoniano em Dutos", VII COBEM, pp. 247-255.
- Santos, J. M., Nieckele, A. O., and Azevedo, L. F. A., 1992, "Dispersão de Contaminantes na Atmosfera: Modelagem Através da Solução Numérica das Equações Fundamentais de Transporte", IV ENCIT, pp. 419-422.
- Santos, L. C. C. and Silva Freire, A. P., 1994, "The Effects of Hydrate Formation on the Mean Properties of Bubble Plumes, Including the Prediction of Surface Waves", V ENCIT, pp. 301-304.
- Santos, L. C. C. and Silva Freire, A. P., 1993, "On Round Bubble Plumes Subject to Cross Flow", XII COBEM, pp. 1009-1012.
- Santos, M. B., Saboya, S. M., and Zapparoli, E. L., 1996, "Transformação de Calor no Escoamento Turbulento em Desenvolvimento entre Placas Planas Paralelas", VI ENCIT, pp. 705-710.
- Schulz, H. E., 1990, "Busca de uma Formulação Unificada para o Problema de Transferência", III ENCIT, pp. 271-276.
- Schulz, H. E. and Roma, W. N. L., 1994, "Simulação da Evolução de Traçadores em Escoamentos Turbulentos em Geometrias Retangulares", V ENCIT, pp. 101-104.
- Schulz, H. E. and Schulz, S. A. G., 1991, "Análise de uma Formulação Tentativa para Processos de Transferência em Escoamentos Turbulentos", XI COBEM, pp. 469-472.
- Silva, A. J., 1993, "Análise Assintótica da Transferência de Calor em um Escoamento Turbulento Plenamente Desenvolvido entre Duas Placas Planas", XII COBEM, pp. 1049-1052.
- Silva, M. A. and Godoy, A. L., 1989, "Estudo Experimental da Variação do Campo de Velocidades do Fluido no Ciclone com a Concentração de Sólidos", X COBEM, pp. 351-354.
- Silva, M. C., Miranda, R. F., and Lima, L. C., 1995, "Turbulent Prandtl Number and its Influence on Heat Transfer Estimation", XIII COBEM.
- Silva, M. G. P. and Martins, A. L., 1989, "Estimativa da Perda de Carga no Escoamento Anular Turbulento de Fluidos de Perfuração", X COBEM, pp. 9-12.
- Silva Freire, A. P., 1995, "On Kaplan Limits and the Asymptotic Structure of the Turbulent Boundary Layers", XIII COBEM.
- Silva Freire, A. P., 1989, "A Skin-Friction for Shock-Wave/Turbulent Boundary Layer Interactions", X COBEM, pp. 69-72.
- Silva Freire, A. P., Cruz, D. O. A., and Pellegrini, C. C., 1991, "A Law of the Wall for Compressible Turbulent Boundary Layers with Air Injection and Transfer of Heat", XI COBEM, pp. 457-460.
- Silva Freire, A. P. and Hirata, M. H., 1990, "Analysis of Thermal Turbulent Boundary Layers Over Rough Surfaces", III ENCIT, pp. 313-316.
- Silva Freire, A. P. and Hirata, M. H., 1988, "On the Matching Conditions for Turbulent Boundary Layer Problems with Heat Transfer", II ENCIT, pp. 241-244.
- Silva Freire, A. P. and Terra, G. S., 1991, "A Higher Order Theory for Two-Dimensional Interactions Between Shock-Waves and Turbulent Boundary Layers", XI COBEM, pp. 453-456.
- Silva Jr., H. C. and Carajilescov, P., 1979, "K - ϵ Turbulence Model Applied to Rod Bundle Axial Flows", V COBEM, pp. 456-465.
- Simoens, S. and Ayrault, M., 1993, "Mass Fluxes Determination by Digital Image Processing", XII COBEM, pp. 909-912.
- Siqueira, C. E. R. and Silva, J. S. D., 1991, "Simulação do Escoamento no Interior da Câmara de Combustão do Motor Rotativo Wankel", XI COBEM, pp. 345-348.

- Sobben, S. and Baliga, B. R., 1996, "Turbulent Flow in Periodic Interrupted-Surface Passages", VI ENCIT, pp. 1815-1820.
- Sousa, A. C. M. and Hadjisophocleous, G. V., 1983, "Experimental Investigation of Flow Distribution Downstream a Perforated Plate", VII COBEM, pp. 237-246.
- Souto, M. R., Scofano Neto, F., and Nobre, D. N., 1995, "Análise das Perturbações Aplicadas ao Escoamento de um Meio Granular", XIII COBEM.
- Souza, A. L. and Pimenta, M. M., 1995, "Perda de Carga Durante Escoamento Bifásico de Refrigerantes em Meias Curvas Return Blades", XIII COBEM.
- Souza, R. C., 1988, "Coeficiente de Arraste para Partículas em Suspensão em um Escoamento Turbulento", II ENCIT, pp. 126-127.
- Souza, R. C., 1988, "Velocidade Terminal de Partículas em Suspensão em um Fluxo Turbulento", II ENCIT, pp. 123-125.
- Sovieiro, P. A. O., 1985, "Simulação de Esforços não-Permanentes sobre um Cilindro Circular Submetido a um Escoamento Bidimensional", VIII COBEM, pp. 117-119.
- Soviero, P. A. O., Girardi, R. M., and Azevedo, A. G., 1987, "Desempenho Aerodinâmico de um "Skyship" em Forma de Disco: Teste em Túnel de Vento e Cálculo Teórico", IX COBEM, pp. 169-171.
- Stevens, J. and Webb, B. W., 1992, "Measurements of Flow Structure in the Radial Layer of Impinging Free-Surface Liquid Jets", IV ENCIT, pp. 261-265.
- Su, J., Avelino, M. R., and Silva Freire, A. P., 1995, "A Modified Near-Wall $k - \epsilon$ Turbulence Model for Transpired Turbulent Boundary Layers", XIII COBEM.
- Su, J., Sandim, C. L., and Silva Freire, A. P., 1993, "A Comparative Study of Four Algebraic Turbulence Models for Transpired Turbulent Boundary Layers with an Adaptive Finite Difference Solution Procedure", XII COBEM, pp. 1045-1048.
- Su, J. and Silva Freire, A. P., 1994, "The Response of a Laminar Boundary Layer to Periodic Wall Perturbations", V ENCIT, pp. 297-300.
- Su, J. and Silva Freire, A. P., 1992, "The Response of a Laminar Boundary Layer to Pulse-Type Perturbations", IV ENCIT, pp. 597-600.
- Su, J. and Silva Freire, A. P., 1990, "Spatial Development of Free Shear Layer Instability by a Discrete Vortex Method", III ENCIT, pp. 317-321.
- Teixeira, E. C., 1995, "Comparative Analyses of Flow Characteristics in the Inlet Region of a Contact Tank with the Rearward-Facing Step Flow and the Plane Wall Jet", XIII COBEM.
- Teixeira, E. C. and Shiono, K., 1994, "Characterization of the Turbulent Field Along a Serpentine Chlorine Contact Tank by Means of Physical Modelling", V ENCIT, pp. 117-120.
- Teixeira, M. A. and Gosman, A. D., 1996, "Prediction of Turbulent Flow of Non-Newtonian Fluids in Pipes and Annuli", VI ENCIT, pp. 1599-1603.
- Terra, G. S., Su, J., and Silva Freire, A. P., 1996, "The Asymptotic Structure of the Turbulent Boundary Layer When Subject to an Interacting Shock-Wave", VI ENCIT, pp. 1833-1838.
- Torii, K. and Yanagihara, J. I., 1992, "Heat Transfer and Flow Structure in Laminar Boundary Layers with Vortex Generators", IV ENCIT, pp. 617-620.
- Tourniaire, B., Roche, B., Brun, G., and Escudier, D., 1993, "A Finite Element Code for the Prediction of Premixed and Non-Premixed Turbulent Flames", XII COBEM, pp. 541-543.
- Valarezo, W. O. and Cebeci, T., 1991, "On the Accuracy of Interactive Boundary-Layer and Navier-Stokes Procedures for Single- and Multiblade Flows", XI COBEM, pp. 449-452.
- Vallejo, A. and Trevino, C., 1989, "Convective Cooling of a Thin Flat Plate in Laminar and Turbulent and Turbulent Flows", X COBEM, pp. 629-632.
- Vasconcellos, J. F. V. and Maliska, C. R., 1994, "Numerical Study of the Turbulent Flow in Bifurcating Channel Using a Multidomain Procedure", V ENCIT, pp. 109-112.
- Veras, C. G., Carvalho, J. A., and Saastamoinen, J., 1996, "Effect of Pressure on Single Particle Combustion Rate", VI ENCIT, pp. 225-230.
- Vinagre, H. T. M. and Souza Mendes, P. R., 1990, "Turbulent Convective Heat and Mass Transfer in the Developing Region of Elliptical Ducts", III ENCIT, pp. 287-292.
- Yamane, E., 1975, "Análise Térmica do Escoamento Turbulento de um Fluido Supercrítico", III COBEM, pp. 423-434.
- Yanagihara, J. I. and Torii, H., 1991, "Heat Transfer Augmentation by Longitudinal Vortices", XI COBEM, pp. 1-4.
- Zdravistch, F. and Azevedo, J. L. F., 1990, "Numerical Simulation of High Speed Flows Over Complex Satellite Launchers", III ENCIT, pp. 233-238.
- Zdravistch, F. and Azevedo, J. L. F., 1991, "Simulation of the Interference Region on a Multibody Satellite Launcher", XI COBEM, pp. 205-208.
- Zerbini, E. J., 1992, "Simulação Numérica do Escoamento em Camadas Ciclônicas", IV ENCIT, pp. 609-612.

- Zhang, C. and Sousa, A. C. M., 1987, "Numerical Predictions of Shellside Flow in a Model of a Disc-and-Doughnut Heat Exchanger", IX COBEM, pp. 41-44.
- Zhu, J. X., Mitra, N. K., and Fiebig, M., 1990, "Computation of Three Dimensional Turbulent Flows in a Rectangular Channel with a Built-in Vortex Generator", III ENCIT, pp. 301-306.

Time Frequency Characterisation of Two-Phase Horizontal Air-Water Flow Regimes

Paulo Seleglim Junior

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica
13560-970 São Carlos, SP Brasil

Eric Hervieu

Commissariat à l'Energie Atomique
Service de Thermohydraulique
Laboratoire d'Etudes Fondamentales
38054 Grenoble Cedex 9 France

Antônio Moreira dos Santos

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica
13560-970 São Carlos, SP Brasil

Abstract

The purpose of this work is to characterize the different two-phase air-water horizontal flow regimes jointly in time and frequency. Several tests were performed in an experimental loop which is capable to produce, in a controllable and stable way, the main horizontal flow regimes, that is, stratified smooth, wavy and rugged, intermittent, bubbly and annular. An electrical conductivity probe was specially developed from a basic geometry, composed of two parietal rings. The signals obtained with this probe are strongly correlated to the flow topology. They were then transcribed to the time-frequency plane through the Gabor transform. The results show the ability of the Gabor transform to reveal not only general aspects concerning the configuration of the flow, but also relatively fine details, as the characteristic structure of the segregation interface in stratified flow, and sub-intermittences related to couplings between two dynamic modes in intermittent flow. Beyond the objectives of this work, the results suggest new studies to be performed in future work. In this context, time-frequency analysis shows up as a powerful tool, in special because of the recent establishment of its full theoretical basis, and the development of fast calculus algorithms. The conjunction of these elements will result, certainly, in a more profound knowledge of the phenomenology governing the mechanics of two-phase flows.

Keywords: Two-Phase Flows, Regimes, Characterization, Time-Frequency, Wavelets.

Introduction

A multiphase fluid can flow according to several topological organizations called flow configurations, regimes or patterns. For instance, the two phases of a gas-liquid mixture can flow horizontally in a dispersed form (bubbly or spray flow) or segregated one from each other (annular and stratified flow). In a fluidized bed, the gas flow through the particulate can be so that the fluidization be homogeneous, bubbly or chaotic, i.e. with the formation of voids without a characteristic form or movement. The problem associated with multiphase systems concerns basically the behaviour of macroscopic parameters, such as pressure drop, thermal exchanges and so on, and their strong correlation with the flow regime, which can change abruptly from one pattern to another. From the industrial application's point of view, the security and longevity of equipment and systems can only be assured when they work according to the flow regime for which they were designed to. This implies not only the capacity to diagnose flow regimes in real time, but also the possibility of a transition between them, in order to counteract to avoid it or to minimise their effects.

A very interesting example of the potential of this know how is the pumping of high viscosity oils, situation in which the required pumping power is considerable if not prohibitive. The use of the core annular flow technique (Oliemans and Ooms, 1986, Duijvestijn, 1991) allows a very significant optimisation. This technique consists in adding water to the oil in a way that the flow pattern results annular, i.e. the water flowing in the external region and the oil flowing in central region of the tube. The pressure drop due to the friction with the walls is the drastically reduced and, consequently, also the required pumping power.

Manuscript received: April 1997. Technical Editor: Leonardo Goldstein Jr.

The problem associated with this technique is related with the stability of the flow regime under normal operation conditions when many kinds of perturbation effects can interact, such as the relief or rapid demand variations. Some empirical techniques have been employed to stabilise the flow regime. Among them, we can evoke the injection of additional (what reduces the useful capacity of the pipeline) or the use of chemical products that reduces the oil's viscosity (what results in higher production costs). It is evident that these solutions are not satisfactory from the operation's as well as from the economic point of view. An efficient way of solving this transport problem, consists in install a certain number of intelligent cells which are capable to detect when the annular pattern is destabilising, and to compensate it by injecting water if the annular film is too thin or removing it if the film is too thick. Thus, it is clear that the development of this technology has as a fundamental prerequisite the automatic diagnostic of flow regimes, as well as their transitions.

These facts motivated the scientific community to develop specific instrumentation techniques adapted to multiphase flows. At the second half of the 70's, several groups were working on the development of internal parameter measuring systems, as the local void fraction probes based on resistivity contrasts (Reimann and John, 1978) or optical contrasts (Delhay, 1983; Danel et al., 1984). Line, area and volume void fractions were also measured by neutrons scattering (Freitas, 1981), photon attenuation and impedance variations (Delhay et al., 1987). More recent methods uses acoustic (Bensler et al., 1991) or chemical techniques (Foucrier, 1996) to measure the interfacial area between the phases of the flow. Other research work can be referred and an exhaustive review can be found in the book of Hewitt et al. (1992).

In what concerns the application of signal analysis techniques, there exists a great number of publications as well. In this context, Hubbard and Dukler (1966) obtained a characterization of several flow regimes based on spectral analysis of pressure signals. One can equally mention the work of Weisman et al. (1979), Vince and Lahey (1982), Matsui (1984), Tutu (1984), Mishima and Ishii (1984), Sekoguchi et al. (1987) among many others. A very detailed review about this theme and, in particular, about diagnostic methods in gas-liquid flows, can be found in Drahos and Cermak (1989). However, if this approach allows the characterization of the flow pattern, the identification of the frontiers between them lacks objectivity (Vince and Lahey, 1982), and many work has been done to try to fulfil this.

In the context of parametric methods applied to the determination of fractal dimensions, we can mention the work by Saether et al. (1990), Dhulesia et al. (1991), Franca et al. (1991) e Lewin et al. (1992). Recently, Giona et al. (1994a, 1994b) proposed the use of diffusional analysis as an adequate regime transition characterization method. An interesting work is the one by Rajkovic et al. (1995), in which the space-time complexity of pressure signals associated with different flow regimes was quantified with the help of the proper orthogonal decomposition. Evolutionary models were also applied to this problem, and an interesting reference is Zhang (1993). In spite of the possibilities opened by these methodologies, they still have to be tested in a sufficiently representative database.

In the scope of non-parametric techniques, time-frequency and time-scale (wavelets) analysis were applied with success to a great variety of scientific and technological problems. Thus, for instance, Sirovich (1987), Argoul et al. (1989), Liandrat et al. (1990), Elyzgaray et al. (1992) and Farge (1992), applied this method in the study of turbulence. In medicine, we can mention the work of Senhadji et al. (1992) — electrocardiogram analysis — and Wood and Barry (1994) — analysis and reconstruction of tomographic images. We can also find publications of immediate industrial interest, among which Archambault (1992) — detection of Diesel engine faults — and Leducq and Schlegel (1992) — predictive maintenance of industrial plants, as well as in economy, physics and numerical calculus.

In what concerns more specifically two-phase fluid mechanics, Hervieu and Leducq (1991) demonstrated the potential of the wavelet transform to characterise vertical flow regimes. Later, Seleglim (1993) proposed an objective indicator for the bubbly to slug transition in vertical flow, based on the quantification of the loss of stationarity through the standard deviation of Ville's instantaneous frequency. The criterion was then validated in different experimental loops, what generated the articles by Seleglim and Hervieu (1994) and Hervieu and Seleglim (1995). Finally, Seleglim (1996) optimised the proposed criterion in the sense of making it universal, *i.e.* independent of the transition and of the analyzed signal, and proposed the use of the time-frequency covariance calculated from the signal's Gabor transform as a new flow regime transition indicator. This last was validated in a experimental loop where all the horizontal flow transitions were detected by the proposed indicator.

This work deals with the problem of characterizing the different gas-water horizontal flow regimes. More specifically, we intend to apply methods of joint time-frequency analysis to signals obtained from a conductivity probe, in order to show the topological organisation of the flow. As demonstrated by the results, this methodology allows the access not only to general aspects of the flow, but also to finer

details such as the topology of the segregation interface in stratified flow or second order intermittence in slug flow. This being, the basic principles of time-frequency analysis will be presented in the next section. In the sequel, we will present the experimental apparatus (the test loop and the probe) and the results. At last, in the conclusions, we will present some suggestions for further developments in this area.

Time-Frequency Analysis

All joint time-frequency (as well as time-scale analysis) starts from the construction of a two variable function capable of identifying the instantaneous spectral composition of a signal. In other words, for a given time this joint function must be strongly concentrated around the frequencies instantaneously present in the signal, as in musical notation for instance. There are many different ways to obtain such kind of joint function. One of them, probably the most classical one, is based on the concept of angle between two functions. With the help of an analysing function $g_{t,\omega}(\cdot)$ well located around an instant t and a frequency ω , the joint function $Px(t, \omega)$ can be defined as the scalar product between $g_{t,\omega}(\cdot)$ and the analysed signal $x(\cdot)$:

$$Px(t, \omega) \triangleq \langle x, g_{t,\omega} \rangle \quad (1)$$

Assuming that the functions that we are dealing with have finite energy, that is, belongs to the Hilbert space, the definition (1) can be written as

$$Px(t, \omega) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g_{t,\omega}^*(\tau) d\tau \quad (2)$$

in which the asterisk indicates the complex conjugation operation.

The short time Fourier transform, or Gabor transform if $g_{t,\omega}(\cdot)$ is a gaussian function, can be obtained by constructing the analysing function from translations in time and frequency of a generating function $g(\cdot)$, that is

$$g_{t,\omega}(\tau) \triangleq g(\tau - t) e^{i\omega\tau} \quad (3)$$

what defines Cohen's class of joint functions (Weyl-Heisenberg group):

$$Px(t, \omega) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g^*(\tau - t) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4)$$

Analogously, the wavelet transform can be obtained by performing affine transformations (translations and dilations) on a generating function (also called mother function). Thus we have

$$g_{t,\omega}(\tau) \triangleq \sqrt{\frac{\omega}{\omega_g}} g\left(\omega \frac{\tau - t}{\omega_g}\right) \quad (5)$$

in which ω_g corresponds to the central frequency of $g(\tau)$. The square root term is necessary to assure that the functions generated by the transformation (5) are L^2 -unitary. Hence, we obtain the definition of the affine class, associated with the affine or "ax+b" group of representations, generated by translations and dilations, that is:

$$Px(t, \omega) \triangleq \sqrt{\frac{\omega}{\omega_g}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g^* \left(\omega \frac{\tau - t}{\omega_g} \right) d\tau \quad (6)$$

We must mention that, rigorously, the wavelet transform generates a time-scale analysis since it is based on affine transformations. However, adopting analysing functions well localised in time as well as in frequency, what means that the product between the essential duration and band is close to the Heisenberg-Gabor's limit, it is possible to define a formal relation between scale and the analysing frequency and, consequently, transcribe the time-scale plane into the time-frequency plane. This being, it is clear that we are implicitly assuming that in definition (5) it has been used a well localised analysing function, as Morlet's wavelet or the progressive version of the Mexican hat for instance.

The Experimental Circuit

As our main objective was to demonstrate the great potential of time-frequency analysis in the study of two-phase flows, and in the characterisation of their regimes in particular, a series of experimental test was performed. The test loop is composed basically of an air and a water injection systems, a mixer, a test section and a separator, as illustrated in Fig. 1. The Plexiglas test is 30 m long and has an internal diameter of 30 mm. Special supports were designed in order to be dynamically neutral and to absorb thermal and mechanical stresses, as well as to allow the inclination of the test section ($\pm 2^\circ$). The instrumentation includes temperature and pressure transducers, electromagnetic and turbine type flowmeters, respectively to measure the water and the air flow rate. Two regulation loops, based on the PID algorithms, assure the possibility to impose, a priori and independently, the temporal variations of the flow rate to be executed during a transient. The tests corresponding to this work were conducted in permanent regime, that is, the flow rates were kept virtually constant during each essay. It is important to say that, in two-phase systems not provided with regulation capabilities, the flow rates tend to oscillate in a coupled way, even in the absence of external perturbation or commands in this sense.

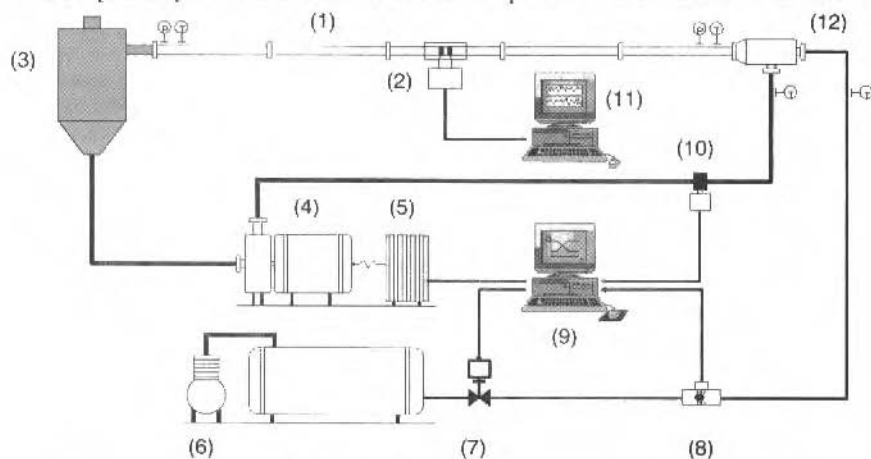


Fig. 1 Experimental loop: (1) test section, (2) conductivity probe, (3) separator, (4) pump, (5) frequency converter, (6) compressor, (7) servo-valve, (8) turbine flowmeter, (9) loop's driver, (10) electromagnetic flowmeter, (11) acquisition system and (12) mixer.

The Conductivity Probe

In this work, we chose to base our analysis in measurements of the instantaneous conductivity of the two-phase fluid, since they are strongly correlated with the instantaneous void fraction and, consequently, with the topology of the flow. However, some conditions for this is to adopt an adequate geometry of the electrodes, as well as to optimise their dimensions (Seleghim and Hervieu, 1997b). The geometry of the probe employed in this work is composed of an excitation and a measurement ring flush mounted in the tube, as indicated in Fig. 2. This configuration has already been used by Asali et

al. (1985) for the measurement of capillary films, and by Andreussi et al. (1988) and Costigan and Whalley et al. (1997) for the measurement of the liquid fraction in gas-liquid flows.

The measuring principle is based on the difference or contrasts in the electrical properties of the constituents phases of the fluid. Under this conditions, the impedance between electrodes is a direct function of the topology of the flow. More specifically, in two-phase flows in which one of the phases is conductive, the impedance may be reduced to a purely resistive term when the excitation occurs at a frequency sufficiently high to the contact impedance due to electrochemical phenomena be negligible, and also low enough to capacitive and electromagnetic effects be virtually absent. In the case of tap water, with typical conductivities of the order of $0.3 \text{ m}\Omega^{-1}$, the appropriate frequency is typically of some kHz. This being, the problem may be described by electrostatic field equations, that is, Poisson's equation:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0 \quad (7)$$

where Φ represents the electric potential and σ the local conductance of the fluid. It is interesting to notice that if the constituent phases are not conductive, as in air-sand flows for instance, the same measuring principle still applies provided we make capacitive measurements. In other terms, in this conditions, the inter-electrode impedance is reduced to a purely capacitive and, consequently, the governing equation is

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \Phi) = 0 \quad (8)$$

where ϵ represents the local permittivity. Nevertheless, in spite of the equations be formally equivalent, the capacitances usually involved are of the order of tenths of pF, requiring then, specific and relatively complex conditioning electronics. An excellent reference in this subject is the article by Huang et al. (1988).

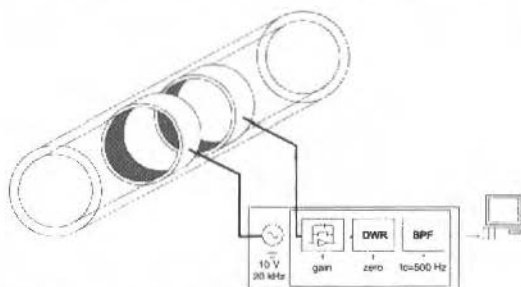


Fig. 2 Conductivity probe: a diagram of its conditioning electronics

Experimental Tests

Several long duration permanent tests were performed for each family of horizontal two-phase flow regimes in the experimental loop described above. The analysed signals correspond to electrical conductivity measurements obtained by means of the conductivity probe, which working principle is schematised in Fig.2. More specifically, for each test, the signal was low-pass filtered to avoid aliasing effects, and subsequently sampled at 20 and 30 Hz up to the maximum memory storage capacity (2^{14} samples). Table 1 below shows in details the test conditions. All volumetric flowrates are referred to atmospheric conditions.

Table 1 Experimental test conditions

Flow Regime	$Q_{air} \text{ (m}^3\text{/h)}$	$Q_{water} \text{ (m}^3\text{/h)}$	Duration (s)
Stratified smooth	10	0.5	546.1
Stratified wavy	30	0.5	546.1
Stratified rugged	60	0.5	556.1
Intermittent	10	5.0	556.1
Bubbly	5.0	50	556.1
Annular	250	2.0	819.2

Results

The results corresponding to the main horizontal air-water flow regimes, as described in the preceding section, will be shown in the sequel. In particular, the conductivity signals expressed in Volts will be presented, as well as their respective normalised Fourier and Gabor transforms (Eq. (3) with an analysing function $g(t)$ of the gaussian type). In order to help the interpretation of the results, we will adopt a classical disposition, which consists in plotting the temporal signal parallel to the time axis of the joint function and, analogously, the amplitude of the signal's Fourier transform parallel to the frequency axis. Thus, in the following figures, the normalised amplitude of the Gabor transform appears coded in grey levels in the central diagram, with black corresponding to 1 and white to 0. The time axis is in seconds and the frequency axis is in Hz. The amplitude of the conductivity signals (horizontal plot) is in Volts and the amplitude of its Fourier transform (vertical plot) is in Vs.

Stratified Flow

In stratified flow the action of gravity predominates over other forces of hydrodynamic nature, and causes a segregation between the liquid and the gas phase. The average liquid film height and the geometry of the interface depends on the physical properties of the constituents and, above all, on the flow rate relation. Thus, three main groups of flow regimes are habitually defined depending on the topology of the segregation interface: stratified smooth, stratified wavy and stratified rugged. These patterns will be discussed in details in the sequel.

Stratified Smooth

Stratified smooth flows are characterised by a segregation interface in which is absent any significant oscillation. Consequently, the conductivity signal is practically constant as we can see in the corresponding plot in Fig. 3 (a typical cc signal). Nevertheless, it is possible to detect the presence of small oscillations of random nature, probably due to fluctuations in the conductivity of the water, or due to imperceptible oscillations of the interface associated with the turbulence in the gas flow ($Re \approx 7000$ - dynamic coupling). These small oscillations are easily identified in the time-frequency diagram since they are responsible for the dispersion of the spectral energy towards higher frequencies. This effect can be observed during almost all the analysed signal segment, but appears in a more pronounced way between $t = 25$ and $t = 50$ seconds.

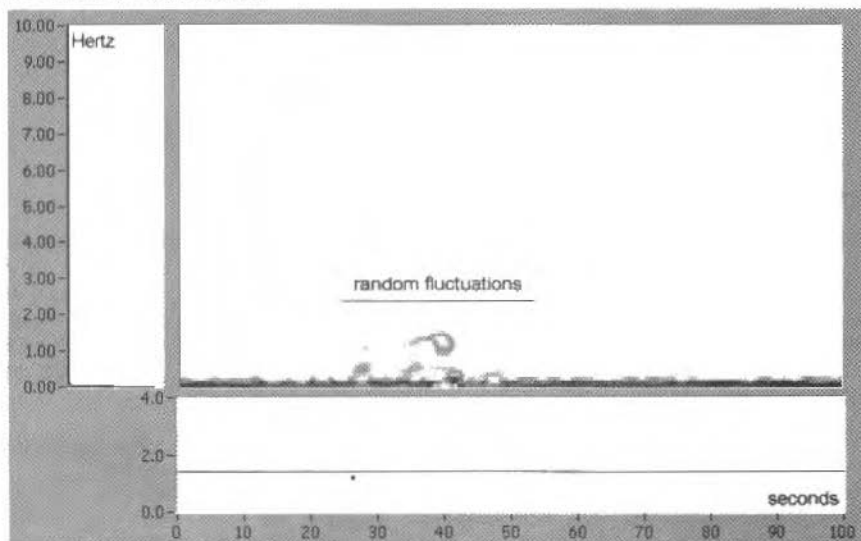


Fig. 3 Stratified smooth flow ($Q_{air} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ e $Q_{water} = 0.5 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The time-frequency diagram reveals fluctuations that may be attributed to the dynamic coupling between the gas and the liquid flow.

Stratified Wavy Flow

Stratified wavy flows are characterized by the presence of regular or coherent oscillations in the segregation interface between the liquid and the gas. The energy for the formation and maintenance of these waves comes, seemingly, from the gas flow. Therefore, the transition between smooth and wavy flows occurs when the air speed is high enough to destabilise the interface, but sufficiently high to produce the Kelvin-Helmholtz instability. It is important to say that the mechanics of the formation of these waves is still not well known. However, it is generally accepted that pressure and tangent forces must overcome viscous dissipation in order to exist coherent waves.

Stratified wavy flows are easily identified in the time-frequency plane due to the oscillations of the segregation interface. More specifically, the coherence of the interface oscillations results in a confinement of the spectral energy a band centred around the average wave passage frequency, that is, approximately 5 Hz, as we can observe in Fig. 4. Another important aspect revealed by the time-frequency diagram is the sub-intermittence. In other words, from the probe's point of view, the interface waves succeed themselves in packets that appears in the time-frequency plane as a succession elongated regions of highly concentrated spectral energy, followed by regions where the energy is more dispersed. This sub-intermittence is probably associated with a dynamic coupling between the air and the water flows, and represents interface relaxation periods in which the exceeding energy is absorbed in the acceleration of the gas flow (Seleglim, 1996).

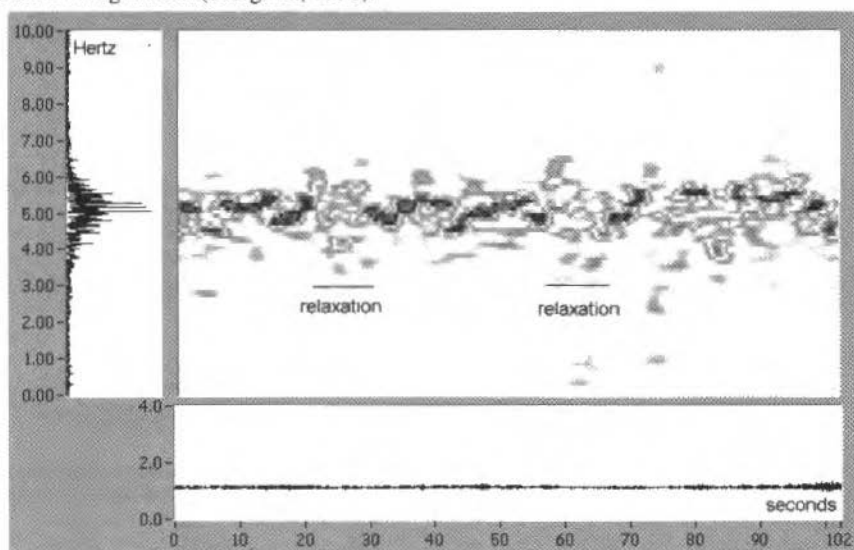


Fig. 4 Stratified wavy flow ($Q_{air} = 30 \text{ m}^3/\text{h}$ e $Q_{water} = 0.5 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The time-frequency diagram reveals relaxation periods probably related with the accelerations of the gas flow.

Stratified Rugged Flow

Starting from a stratified wavy configuration and increasing the air flowrate at constant water flow rate, it is possible to observe a situation in which the superficial waves loose completely their coherence, producing an interface with a rugged aspect. It is important to notice that, in spite of frequently observed in laboratories as well as in industrial plants, the phenomenological causes of this lost of coherence are still unknown. Regarding the transition mechanism, Seleglim and Hervieu (1997a) showed that in a stratified wavy situation, the increase of the air flow rate produces the approximation of the waves without changing their celerity and, consequently, the increase of the passage frequency. This occurs until a certain limit or transition flow rate, when the waves collapse themselves giving place to two soliton waves. These last depart in opposite directions at a celerity greater than the average group velocity associated with the wavy regime. The oscillation comprised within the two solitons have no geometrical coherence, as can be seen in Fig. 5.

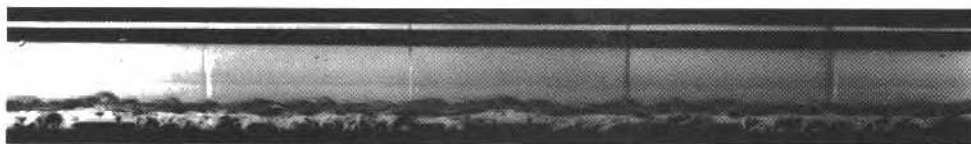


Fig. 5 Picture of the segregation interface in stratified rugged flow ($Q_{\text{air}} = 60 \text{ m}^3/\text{h}$ and $Q_{\text{water}} = 0.5 \text{ m}^3/\text{h}$)

This behaviour is translated in the time-frequency plane by the loss of the energy confinement in the band initially associated with the waving frequency. Consequently, the signal assumes a random like behaviour, as we can observe in the diagram of Fig. 6. We can also notice that the low duration components, associated to the 0-6 Hz band, tend to predominate over the others. This can be attributed to the frequency of passage of solitons, with celerity contrary to the flow sense, that, when superposed to the group velocity, produces spectral components distributed almost uniformly in the corresponding frequency band. In this specific case, it is evident the potential of the time-frequency diagram in revealing subjacent information concerning both the temporal signal and its spectrum.

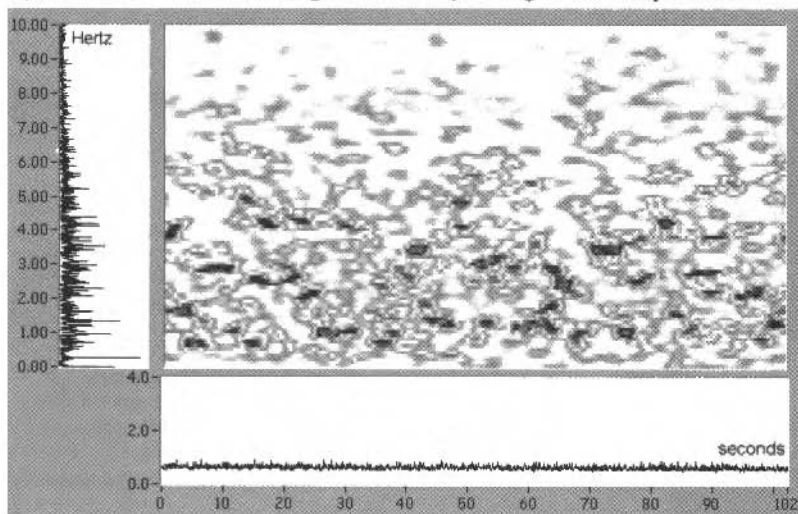


Fig. 6 Stratified rugged flow ($Q_{\text{air}} = 60 \text{ m}^3/\text{h}$ and $Q_{\text{water}} = 0.5 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The approximate uniform dispersion of the spectral energy is a consequence of the random like oscillations of the gas-liquid interface.

Intermittent Flow

Intermittent flow are characterised by the alternated passage of air plugs and water slugs, which can be aerated or not. Consequently the conductivity signal oscillates between a higher and a lower level, associated with the presence of liquid slugs and air plugs respectively. In the last situation the conductivity doesn't drops to zero due to the presence of a liquid film at the bottom of the tube, generated by the segregating action of gravity. In this flow configuration, the average intermittence period depends fundamentally on the ratio between the flow rates, what suggests the existence of subregimes.

Due to its high spectral energy, the component associated with the intermittence appears in a very distinct way, not only in the signal and in its spectrum, but also in the corresponding time-frequency diagram as we can observe in Fig. 7. An important aspect revealed by this time-frequency diagram concerns once more the presence of subintermittences. In fact, we can recognise that the air plugs, as the waves in stratified wavy flow, succeed themselves in bursts or packets followed by brief relaxation periods. This fact is translated in the time-frequency plane by a modulation of the slugging frequency, suggesting a dynamic coupling between two dynamics or energetic modes. This corroborates the idea that horizontal intermittent flow can be interpreted as the alternation between portions of stratified and bubbly flow.

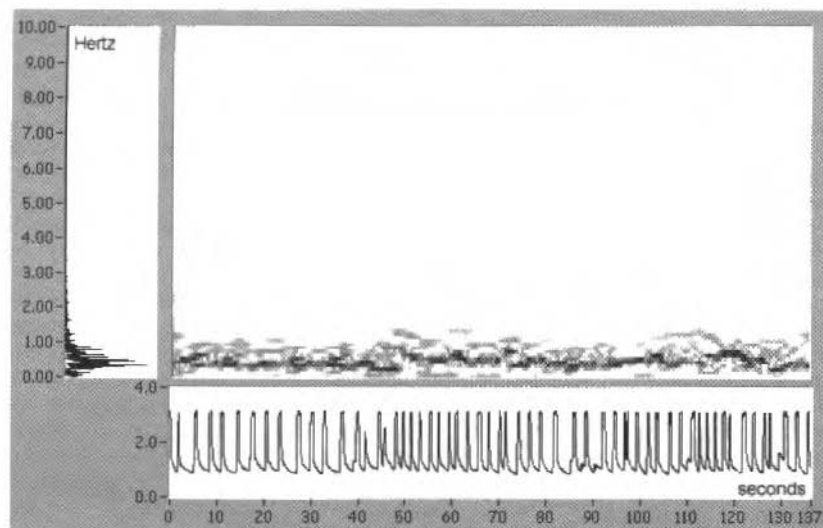


Fig. 7 Intermittent flow ($Q_{air} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ and $Q_{water} = 0.5 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The time-frequency diagram reveals the modulation of the slugging period associated with different holdup zones.

Bubbly Flow

Bubbly flow occurs at high flow velocities, when turbulent fluctuations of the liquid are enough to overcome the forces that maintain the integrity of the air plugs, that is surface tension and buoyancy forces. Therefore, air flows dispersed in small bubbles with an apparent chaotic movement between themselves. As a consequence of that, the conductivity signal is also strongly random and, thus, is characterised in the time-frequency plane by a uniform distribution of the spectral energy, as in the case of white noise. The conductivity signal, its spectrum and the corresponding time-frequency diagram are presented in Fig. 8.

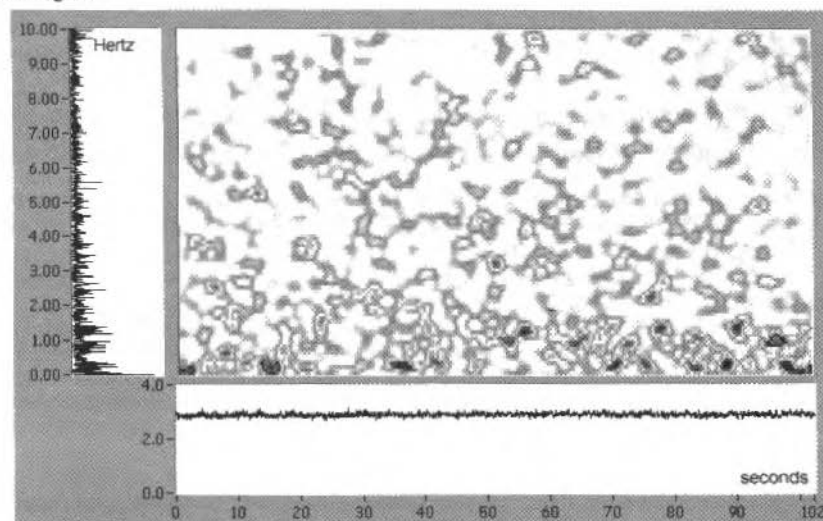


Fig. 8 Bubbly flow ($Q_{air} = 5 \text{ m}^3/\text{h}$ and $Q_{water} = 50 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The relative chaotic movement between the bubbles is translated in the time-frequency plane by an approximate uniform distribution of the spectral energy, as in the case of a pure random signal.

Annular Flow

Annular flow occurs when the gas velocity is sufficiently high to pass through the liquid slugs, forcing the water to flow near the walls of the tube. It is thus a situation proper to high gas flow rates and to segregated phases regime, as in the case of stratified flow. The annular film presents irregular oscillations in general. In specific flow rates, it can also presents aperiodic annular or ring waves formed by the deposition of droplets from the high speed core flow. This was in fact observed in the test presented here.

Figure 9 shows the signals and the corresponding time-frequency diagram concerning the annular flow reproduced in the tests. It is possible to notice the low average conductivity level in this flow regime, which reflects the fact that the annular film is very thin. Another interesting aspect concerns the random nature of the capillary oscillations at the interface between the liquid film and the gas flow. This is effectively the predominating feature in the time-frequency diagram. It is also important to stress that the annular configuration is particularly not favourable to the probe geometry. For instance, the spray flow in the central region of the tube cannot be detected directly, although its important role in the dynamics of the film interface, as observed above. A solution to this problem proposed by Seleglim and Hervieu (1996), consists in segmenting the measurement ring in order to obtain a vector conductivity signal. The price to pay is of course the increase in the number of measurement channels.

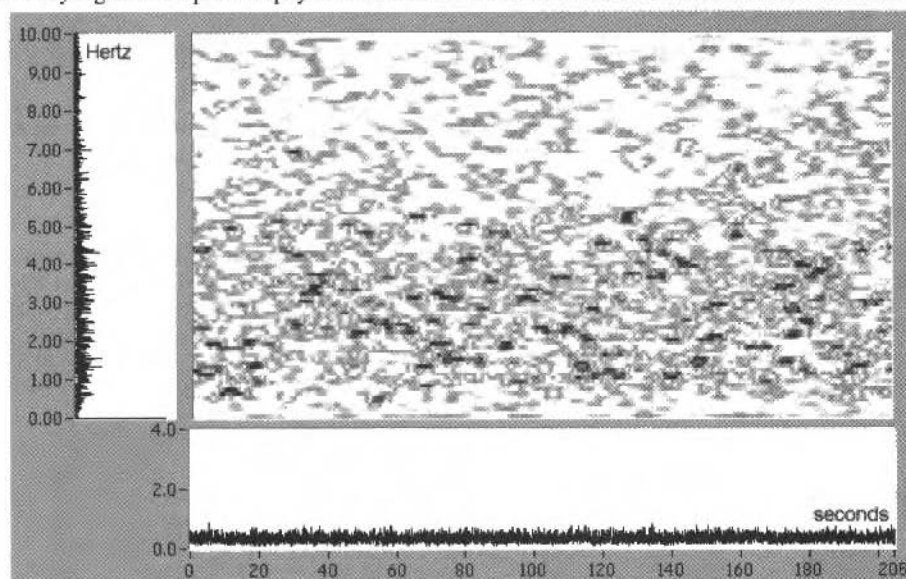


Fig. 9 Annular flow ($Q_{\text{air}} = 250 \text{ m}^3/\text{h}$ and $Q_{\text{water}} = 2.0 \text{ m}^3/\text{h}$, standard conditions). The time-frequency diagram reveals the passage of ring waves associated with the 1 to 5 Hz frequency band.

Conclusions

The main horizontal two-phase flow regimes were characterised by their conductivity signals and the corresponding representations in the time-frequency plane. To do that, several tests were performed in an experimental loop, and a conductivity probe as well as its conditioning electronics were specially designed. In addition to this, algorithms for the calculus of the Gabor transform associated with the conductivity signals provided by the probe were implemented.

The results show clearly the great potential of the time frequency analysis method, not only in revealing general aspects about the flow, but also relative fine details concerning the topology of the constituent phases. Thus for instance, the phenomenology associated with several stratified flows was identified in a very neat way, as well as subintermittences in stratified and intermittent flow. This and some other aspects inferred from the results suggest a series of new studies to be conducted in future work. Among them we stress:

- the development of new two-phase flow models that take into account possible subintermittences and their effects in terms of global parameters (pressure drops, heat exchanges, etc.)
- the specialisation of the probe geometry aiming its application in annular or stratified flows with thin liquid films
- detailed investigation of the transition phenomenology between stratified wavy and stratified rugged flow

For this, as well as for other studies in the mechanics of two-phase flows, time-frequency analysis appears as a great potential tool. And the field is open.

References

- Andreussi P., Di Donfrancesco A. and Messina M., 1988, "An impedance method for the measurement of liquid hold-up in two-phase flow". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 14, No. 6, pp. 777-785.
- Archambault R., 1992, "Application of the use of time-frequency analysis for the detection of faults on diesel engines". *Surveillance Acoustique Vibratoire*, pp. 83-94.
- Argoul F., Arnéodo A., Grasseau G., Gagne Y., Hopfinger E.J. and Frisch U., 1989, "Wavelet analysis of turbulence data reveals the multifractal nature of the Richardson cascade". *Nature*, Vol. 338, pp. 51-53.
- Asali, J.C., Hanratty, T.J. and Andreussi, P., 1985, "Interfacial drag and film height for vertical annular flow". *AIChE J.*, Vol. 31, pp.895-902.
- Bensler, H.P., Delhay, J.M. and Favreau, C., 1991, "Determination of the volumetric interfacial area, volumetric void fraction and Sauter mean diameter in bubbly flow by means of ultrasound attenuation, *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Keffer, J.F., Shah, R.K. and Ganic, E.N. Eds.", Elsevier, pp.1096-1104.
- Costigan G. and Whalley P.B., "Slug flow identification from dynamic void fraction measurements in vertical air-water flows". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 23, No. 2, pp. 263-282.
- Danel, F., Vermeille, H., Guilloud, J.C., Jacquet, A. and Delhay, J.M., 1984, "High-speed multiple spark cameras for gas-liquid two-phase flow studies". *Measuring Techniques in Gas-liquid Flows*, Delhay, J.M. and Cognet, G. Eds., Springer-Verlag, p.67-89.
- Delhay, J.M., 1983, "Two-phase pipe flow", *International Chemical Engineering*, Vol.23, No.3, p.385-410.
- Delhay, J.M., Favreau, C., Saiz-Jabardo, J.M. and Tournaire, A., 1987, "Experimental investigation on the performance of impedance sensors with two and six electrodes for area-averaged void fraction measurements", *ANS Proceedings: National Heat Transfer Conference*.
- Dhulesia H., Bernicot M. and Deheuvels P., 1991, "Statistical analysis and modelling of slug lengths. *International Conference on Multi-Phase Production*", pp. 80-112, Elsevier Science Publishers, A.P. Burns ed.
- Drahos J. and Cermák J., 1989, "Diagnostics of gas-liquid flow patterns in chemical engineering systems". *Chemical Engineering Processes*, Vol. 26, pp. 147-164.
- Duijvesjn P.E.M., 1991, "Restart of oil core-annular flow". *Proceedings of the 5th Int. Conf. Multiphase Production - Cannes - France*, pp. 443-462, A.P. Burns ed.
- Elygaray J., Berkoz G. and Holmes P., 1992, "Wavelet analysis of motion of coherent structures". *Proceedings of the International Conference on "Wavelets and Applications"*, pp. 471-476. Toulouse - France, June 1992. Y. Meyer and S. Roques eds.
- Farge M., 1992, "The continuous wavelet transform of two-dimensional turbulent flows", *Wavelets and Applications*, pp. 275-302. Jones and Bartlett Publishers - Boston, M.B.Ruskai et al. eds.
- Foucrier M., 1996, "Etude d'un mélangeur statique de type nouveau pour écoulements monophasiques et diphasiques". *Institut National Polytechnique de Grenoble - France*, thèse de doctorat.
- Franca F., Acikgoz M., Lahey R.T.Jr. and Clausse A., 1991, "The use of fractal techniques for flow regime identification". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 17, No. 4, pp. 545-552.
- Freitas, R.L., 1981, "Hydrodynamique des écoulements eau-vapeur dans la zone remouillée d'un tube chauffant en reynage", *Thèse de doctorat*, Institut National Polytechnique de Grenoble - France.
- Giona M., Paglianti A. and Soldati A., 1994a, "Diffusional analysis of intermittent flow transitions". *Fractals*, Vol. 2, pp. 256-258.
- Giona M., Paglianti A. and Soldati A., 1994b, "The application of diffusional techniques in time series analysis to identify complex fluid dynamic regimes". *Fractals*, Vol. 2, pp. 503-520
- Hervieu E. and Leducq D., 1991, "The wavelet transform as a diagnostic tool in two-phase flows : characterisation of multiphase flows from wall measurements". *European Two-Phase Flow Group Meeting*, Rome.
- Hervieu E. and Seleglim P. Jr., 1995, "Characterization of gas-liquid two-phase flow pattern transition by analysis of the instantaneous frequency", *Proceedings of the Second International Conference on Multiphase Flow*, FTI-25, Vol. 3, Kyoto, A. Serizawa, T. Fukano and J. Bataille Eds.

- Hewitt, G.F., Delhaye, J.M. and Zuber, N. Eds., 1992, "Multiphase Science and Technology", CRC Press.
- Huang S.M., Stott A.L., Green R.G. and Beck M.S., 1988, "Electronic transducers for industrial measurement of low value capacitances". *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 21, pp. 242-250.
- Hubbard M.G. and Dukler A.E., 1966, "The characterisation of flow regimes for horizontal two-phase flow". *Proc. Heat Transfer and Fluid Mach. Institute. Stanford University Press* - M.A. Saad and J.A. Moller eds.
- Leducq D. and Schlegel R., 1992, "Apports de l'analyse par ondelettes en surveillance et diagnostic sur installations industrielles". *Proceedings of the International Conference on "Wavelets and Applications"*, pp. 627-634. Toulouse - France, June 1992. Y. Meyer and S. Roques eds.
- Lewin D.R., Faigon M., Fuchs A. and Semiat R., 1992, "Modelling and control of two-phase systems". *Computational Chemical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 5149-5146.
- Liandrat J. and Moret-Bailly F., 1990, "The wavelet transform: some applications to fluid dynamics and turbulence". *European Journal of Mechanics B: Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-19.
- Matsui G., 1984, "Identification of flow regimes in vertical gas-liquid two-phase flow using differential pressure fluctuations". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 10, N°6, pp. 711-720.
- Mishima K. and Ishii M., 1984, "Flow regime transition criteria for upward two-phase flow in vertical tubes". *Int. Journal on Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, No. 5, pp. 723-737.
- Oliemans R.V.A. and Ooms G., 1986, "Core-annular flow of oil and water through a pipeline". *Multiphase Science and Technology*, Vol. 2, pp. 427-476, G.F. Hewitt, J.M. Delhaye and N. Zuber eds.
- Rajkovic M., Riznic J.R. and M. Ishii, 1995, "Spatiotemporal analysis of multiphase flows: the state of the art." *Proceedings of the 2nd International Conference on Multiphase Flows*, Vol. 4, p. AV-1. April 3-7, Kyoto - Japan, A. Serizawa, T. Fukano and J. Bataille Eds.
- Reimann, J. and John, H., 1978, "Measurements of the phase distribution in horizontal air-water and air-steam flow", *CNSI Specialists Meeting on Transient Two-Phase Flows*, June, Paris - France, p.12-14.
- Saether G., Bendiksen K., Muller J. and Froland E., 1990, "The Fractal Statistics of Liquid Slug Lengths". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 16, No. 6, pp. 1117-1126.
- Sekoguchi K., Inoue K. and Imasaka T., 1987, "Void signal analysis and gas-liquid two-phase flow regime determination by a statistical pattern recognition method". *JSME International Journal*, Vol. 30, No. 266, pp. 1266-1273.
- Seleghim P. Jr., 1993, "Analyse temps-fréquence appliquée aux écoulements diphasiques", *Mémoire de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- Seleghim P. Jr., 1996, "Caractérisation des changements de configuration d'un écoulement diphasique horizontal par l'application de méthodes d'analyse temps-fréquence". *Institut National Polytechnique de Grenoble - France, thèse de doctorat*.
- Seleghim P. Jr and Hervieu E., 1994, "Caractérisation des changements de configuration des écoulements diphasiques gaz-liquide par analyse de la fréquence instantanée". *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Paris*, t. 319, Série II, pp. 611-616.
- Seleghim P. Jr. and Hervieu E., 1997a, "An objective indicator for two-phase flow pattern transition. *International Journal on Multiphase Flow*". *Submetido para publicação*.
- Seleghim P. Jr. and Hervieu E., 1997b, "Direct imaging of two-phase flows by means of conductivity measurements". *Measurements Science and Technology*, *submetido para publicação*.
- Senhadji L., Carraut G. and Bellanger J.J., 1992, "Détection et cartographie multi-échelles en EEG. , Wavelet analysis of motion of coherent structures". *Proceedings of the International Conference on "Wavelets and Applications"*, pp. 609-614. Toulouse - France, June 1992, Y. Meyer and S. Roques eds.
- Sirovich L., 1987, "Turbulence and the dynamics of coherent structures. part III: dynamics and scaling". *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. XLV, No. 3, pp. 583-590.
- Tutu N.K., 1984, "Pressure drop fluctuations and bubble-slug transition in a vertical two-phase air-water flow". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 10, No. 2, pp. 211-216.
- Vince M.A. and Lahey R.T. Jr., 1982, "On the development of an objective flow regime indicator". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 8, No. 2, pp. 93-124.
- Weisman J., Duncan D., Gibson J. and Crawford T., 1979, "Effects of fluid properties and pipe diameter on two-phase flow patterns in horizontal lines". *International Journal on Multiphase Flow*, Vol. 5, pp. 437-462.
- Wood J.C. and Barry D.T., 1994, "Linear signal synthesis using the Radon-Wigner transform". *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 8, pp. 2105-2111.
- Zhang Z., 1993, "Entropy characteristics of the two-phase flow instability". *Proceedings of the 6th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics*, Vol. 1, pp. 286-290. October 5-8, Grenoble - France.

Inverse Problem for Estimating the Heat Flux to a Non-Newtonian Fluid in a Parallel Plate Channel

H. A. Machado

Helcio . R. B. Orlande

Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ
COPPE - Programa de Engenharia Mecânica C.P. 68503
21945-970 Rio de Janeiro, RJ Brasil

Abstract

In this paper we use the Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation in order to estimate the transient wall heat flux to a Power-Law fluid in a parallel plate channel. Simulated transient temperature measurements of a single temperature sensor are used in the inverse analysis. The effects on the solution of sensor position, power-law index and random measurement errors are examined.

Keywords: *Non-Newtonian Fluid, Parallel Plate Channel, Inverse Problem, Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation.*

Introduction

The *Direct Convection Heat Transfer Problem*, involving hydrodynamically developed forced flow in a parallel plate channel, is concerned with the determination of the temperature field of the fluid inside the channel. The initial, entrance and boundary conditions, as well as the fluid physical properties are required, so that such direct problem is well-posed, that is, its solution satisfies the requirements of existence, uniqueness and continuous dependence on given conditions (stability). On the other hand, an *Inverse Convection Heat Transfer Problem* is concerned with the estimation of at least one of the quantities required for the well-posedness of the direct problem. Inverse problems are mathematically classified as ill-posed. Although the existence of a solution of an inverse problem can be assured by physical reasoning, it usually does not satisfy the requirements of uniqueness and stability.

The papers available in the literature on the solution of inverse convection problems have generally dealt with internal forced convection of Newtonian fluids (Huang and Ozisik, 1992, Raghunath, 1993, Bokar and Ozisik, 1995, Machado and Orlande, 1997), with few exceptions (Li et al., 1995, Machado and Orlande, 1996, Zabarar and Yang, 1997). In this paper, we study the solution of an inverse problem involving the flow of a non-Newtonian fluid in a parallel plate channel. The unknown transient wall heat flux, which is supposed to be uniform along the channel, is estimated by using the transient temperature measurements of a sensor located inside the channel. The fluid flow is considered to be laminar and hydrodynamically developed, while the fluid is assumed to follow the generalized constitutive equation for the shear stress with the viscosity function given by the Power Law (Bird et al., 1960).

For the solution of the present inverse problem, we use the *Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation*. This is a powerful and straightforward iterative method, which can be applied to function and parameter estimations, as well as to linear and non-linear inverse problems (Jarny et al., 1991; Huang and Ozisik, 1992; Alifanov, 1994; Bokar and Ozisik, 1995; Dantas and Orlande, 1996; Machado and Orlande, 1996, 1997, and Orlande et al., 1997).

We use simulated measurements in order to assess the accuracy of the conjugate gradient method with adjoint equation, as applied to the solution of the present inverse problem. The effect of the position of the temperature sensor on the solution is examined in order to design optimized experiments for fluids with different power-law indexes. Some computational aspects of the solution of the present inverse problem are also addressed on the paper.

Direct Problem

The physical problem considered here is the laminar hydrodynamically developed flow between parallel plates of a non-Newtonian fluid with constant properties. The inlet temperature is maintained at a constant value T_0 . The plates are subjected to a transient heat flux, as illustrated in Fig. 1.

Manuscript received: October 1996. Technical Editor: Angela Ourivio Nieckele. Presented at the 1996 ENCIT - Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences/6th LATCYM - Latin American Congress of Heat and Mass Transfer, Florianópolis, SC, Brazil.

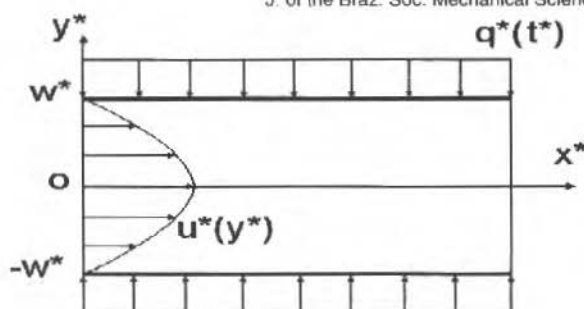


Fig. 1 - Physical Problem

By taking into account the symmetry with respect to the x-axis and neglecting conduction along the flow direction, the mathematical formulation of this problem in dimensionless form is given by:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \text{in} \quad 0 < y < 1, x > 0, t > 0 \quad (1.a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{at} \quad y = 0, x > 0, t > 0 \quad (1.b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = q(t) \quad \text{at} \quad y = 1, x > 0, t > 0 \quad (1.c)$$

$$T = 0 \quad \text{at} \quad x = 0, 0 < y < 1, t > 0 \quad (1.d)$$

$$T = 0 \quad \text{for} \quad t = 0, 0 < y < 1, x > 0 \quad (1.e)$$

where the following dimensionless groups are introduced:

Nomenclature

d = direction of descent given by Eq. (5.b)
 J = functional defined by Eq. (4)
 J' = gradient of the functional given by Eq. (14)
 n = power-law index
 q(t) = wall heat flux
 S = number of sensors
 T = temperature
 t = time variable
 t_f = duration of the experiment

u(y) = velocity profile given by Eq. (2.e)
 x, y = spatial variables
 x_t = length of the channel test-section
 Y = measured temperature

Greeks:

ΔT = sensitivity function, solution of the sensitivity problem (6)
 β = search step size given by Eq. (7.b)

ε = tolerance for the stopping criterion obtained with Eq. (16)
 γ = conjugation coefficient given by Eq. (5.c)
 λ = Lagrange Multiplier, solution of the adjoint problem (10)

Subscripts:

i = refers to the sensor number

Superscripts:

k = number of iterations
 * = dimensional quantities

$$y = \frac{y^*}{w^*}; \quad x = \frac{\alpha^* x^*}{u_m^* w^{*2}}; \quad T = \frac{T^* - T_o^*}{\frac{q_o^* w^*}{k^*}}; \quad t = \frac{\alpha^*}{w^{*2}} t^*; \quad (2.a-d)$$

α^* and k^* are the fluid thermal diffusivity and conductivity, respectively, w^* is the channel half-width, u_m^* is the mean fluid velocity and q_o^* is a constant with units of heat flux. The wall heat flux is written as

$$q^*(t^*) = q_o^* q(t) \quad (2.e)$$

where $q(t)$ is a dimensionless function of t . The superscript “*” above denotes dimensional variables.

The fluid is assumed to follow the generalized constitutive equation for the shear stress, with the viscosity function given by the Power Law model. It can be written as (Bird, 1960):

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (3.a)$$

where τ is the shear stress, K is the fluid consistency, $\dot{\gamma}$ is the strain rate and n is the flow index. The dimensionless velocity $u(y)$ is given by (Bird, 1960)

$$u(y) = \frac{u^*(y^*)}{u_m^*} = \left(\frac{1+2n}{1+n} \right) \left[1 - \left(\frac{y^*}{w^*} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3.b)$$

The *direct problem* given by Eqs. (1) is concerned with the determination of the temperature field of the fluid inside the channel, when the boundary heat flux $q(t)$ at $y = 1$ is known.

Inverse Problem

For the *inverse problem*, the heat flux $q(t)$ at $y = 1$ is regarded as unknown and is to be estimated by using the transient readings of S temperature sensors located inside the channel. The readings are taken up to a final time t_f and the sensors are located within the length of the test section x_f .

The solution of such inverse problem is obtained by minimizing the following functional,

$$J[q(t)] = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{i=1}^S \{T[x_i, y_i, t; q(t)] - Y_i(t)\}^2 dt \quad (4)$$

where Y_i is the measured temperature at the sensor location (x_i, y_i) inside the channel and $T[x_i, y_i, t; q(t)]$ is the estimated temperature at the same location. Such estimated temperature is obtained from the solution of the direct problem given by Eqs. (1), by using an estimate for the unknown heat flux $q(t)$.

The minimization of the functional given by Eq. (4) is obtained by utilizing the conjugate gradient method, as described next.

Conjugate Gradient Method of Minimization

The iterative algorithm of the conjugate gradient method, as applied to the estimation of the unknown heat flux $q(t)$ is given by (Jarny et al., 1991, and Alifanov, 1994):

$$q^{k+1}(t) = q^k(t) - \beta^k d^k(t) \quad (5.a)$$

where the superscript "k" denotes the number of iterations.

The direction of descent $d^k(t)$ is obtained as a conjugation of the gradient direction and of the previous direction of descent as:

$$d^k(t) = J'[q^k(t)] + \gamma^k d^{k-1}(t) \quad (5.b)$$

where the conjugation coefficient is obtained from the Fletcher-Reeves expression (Alifanov, 1994):

$$\gamma^k = \frac{\int_{x=0}^{x_f} \int_{t=0}^{t_f} \{J'[q^k(t)]\}^2 dt dx}{\int_{x=0}^{x_f} \int_{t=0}^{t_f} \{J'[q^{k-1}(t)]\}^2 dt dx} \quad \text{for } k = 1, 2, 3, \quad \text{with } \gamma^0 = 0 \quad (5.c)$$

In order to implement the iterative algorithm given by Eqs. (5), we need to develop expressions for the search step size β^k and for the gradient direction $J'[q^k(t)]$ by making use of two auxiliary problems, known as the *sensitivity problem* and *adjoint problem*, respectively.

Sensitivity Problem and Search Step Size

The sensitivity problem is obtained by assuming that the heat flux $q(t)$ is perturbed by an amount $\Delta q(t)$. Such perturbation in the heat flux causes a perturbation $\Delta T(x, y, t)$ in the temperature $T(x, y, t)$. By substituting $T(x, y, t)$ by $T(x, y, t) + \Delta T(x, y, t)$ and $q(t)$ by $q(t) + \Delta q(t)$ in the direct problem given by Eqs. (1), and by subtracting from the resulting expressions the original direct problem, we obtain the following sensitivity problem for the determination of the sensitivity function $\Delta T(x, y, t)$:

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + u(y) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} \quad \text{in } 0 < y < l, x > 0, t > 0 \quad (6.a)$$

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 0, x > 0, t > 0 \quad (6.b)$$

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial y} = \Delta q(t) \quad \text{at } y = l, x > 0, t > 0 \quad (6.c)$$

$$\Delta T = 0 \quad \text{at } x = 0, 0 < y < l, t > 0 \quad (6.d)$$

$$\Delta T = 0 \quad \text{for } t = 0, \text{ in } 0 < y < l, x > 0 \quad (6.e)$$

An expression for the search step size β^k is obtained by minimizing the functional given by Eq. (4) with respect to β^k , that is,

$$\min_{\beta^k} J[q^{k+1}(t)] = \min_{\beta^k} \int_{t=0}^{t_f} \sum_{i=1}^S [T(x_i, y_i, t; q^k - \beta^k d^k) - Y_i(t)]^2 dt \quad (7.a)$$

By linearizing the estimated temperature $T(x_i, y_i, t; q^k - \beta^k d^k)$ and performing the minimization above, we obtain the search step size as:

$$\beta^k = \frac{\int_{t=0}^{t_f} \sum_{i=1}^S (T_i - Y_i) \Delta T_i(d^k) dt}{\int_{t=0}^{t_f} \sum_{i=1}^S [\Delta T_i(d^k)]^2 dt} \quad (7.b)$$

where $\Delta T_i(d^k)$ is the solution of the sensitivity problem at the sensor position (x_i, y_i) , obtained from Eqs. (6) by setting $\Delta q(t) = d^k(t)$.

Adjoint Problem and the Gradient Equation

In order to obtain the adjoint problem, we multiply the differential Eq. (1.a) of the direct problem by the *Lagrange multiplier* $\lambda(x, y, t)$ and integrate over the time and space domains. The resulting expression is then added to Eq. (4) to obtain the following extended functional:

$$J[q(t)] = \int_{t=0}^{t_f} \int_{x=0}^{x_f} \int_{y=0}^1 \left\{ \sum_{i=1}^S [T(x_i, y_i, t) - Y_i(t)]^2 \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) + \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \lambda(x, y, t) \right\} dy dx dt \quad (8)$$

where $\delta(\bullet)$ is the Dirac delta function.

We assume that the extended functional given by Eq. (8) is perturbed by an amount $\Delta J[q(t)]$, when the heat flux $q(t)$ is perturbed by $\Delta q(t)$. An expression for the variation $\Delta J[q(t)]$ is obtained by substituting $J[q(t)]$ by $J[q(t)] + \Delta J[q(t)]$ and $T(x, y, t)$ by $T(x, y, t) + \Delta T(x, y, t)$ in Eq. (8), and by subtracting the original Eq. (8) from the resulting expression. After neglecting second order terms we obtain,

$$\Delta J[q(t)] = \int_{t=0}^{t_f} \int_{x=0}^{x_f} \int_{y=0}^1 \left\{ \sum_{i=1}^S [2(T - Y) \Delta T] \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) + \left[\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + u(y) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} - \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} \right] \lambda(x, y, t) \right\} dy dx dt \quad (9)$$

The three terms involving derivatives inside brackets above are integrated by parts with respect to t , x and y , respectively. The boundary and initial conditions of the sensitivity problem, Eqs. (6.b-e), are substituted into the resulting expression, which is then allowed to go to zero. The vanishing of the integral terms containing $\Delta T(x, y, t)$ results in the following adjoint problem for the determination of the Lagrange Multiplier $\lambda(x, y, t)$:

$$-\frac{\partial \lambda}{\partial t} - u(y) \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + 2 \sum_{i=1}^S (T - Y) \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) = 0$$

$$\text{in } 0 < y < 1, 0 < x < x_f, 0 < t < t_f \quad (10.a)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 0, \quad 0 < x < x_f, \quad 0 < t < t_f \quad (10.b)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 1, \quad 0 < x < x_f, \quad 0 < t < t_f \quad (10.c)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{at } x = x_f, \quad 0 < y < 1, \quad 0 < t < t_f \quad (10.d)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{for } t = t_f, \quad 0 < y < 1, \quad 0 < x < x_f \quad (10.e)$$

Finally, in this limiting process, the following integral term is left:

$$\Delta J[q(t)] = - \int_{t=0}^{t_f} \int_{x=0}^{x_f} \lambda(x, 1, t) dx \Delta q(t) dt \quad (11)$$

By assuming that $q(t)$ belongs to the space of square integrable functions in $0 < t < t_f$, that is,

$$\int_{t=0}^{t_f} [q(t)]^2 dt < \infty \quad (12)$$

we can write (Alifanov, 1994)

$$\Delta J[q(t)] = \int_{t=0}^{t_f} J'[q(t)] \Delta q(t) dt \quad (13)$$

By comparing Eqs. (11) and (13), we obtain the following expression for the gradient of the functional

$$J'[q(t)] = - \int_{x=0}^{x_f} \lambda(x, 1, t) dx \quad (14)$$

After developing expressions for the search step size β^k and for the gradient direction $J'[q(t)]$, we can implement the iterative algorithm of the conjugate gradient method given by Eqs. (5), until a stopping criterion based on the discrepancy principle described below is satisfied.

Stopping Criterion

We stop the iterative procedure of the conjugate gradient method when the functional given by Eq. (4) becomes sufficiently small, that is,

$$J[q^{k+1}(t)] < \varepsilon \quad (15)$$

If the measurements are assumed to be free of experimental errors, we can specify ε as a relative small number. However, actual measured data contain experimental errors, which will introduce oscillations in the inverse problem solution, as the estimated temperatures approach those measured. Such difficulty can be alleviated by utilizing the Discrepancy Principle (Alifanov, 1994) to stop the iterative process, where we assume that the inverse problem solution is sufficiently accurate when the

difference between estimated and measured temperatures is less than the standard deviation (σ) of the measurements. Thus, the value of the tolerance ε is obtained from Eq. (4) as

$$\varepsilon = S\sigma^2 t_f \quad (16)$$

Computational Algorithm

Suppose available an estimate $q^k(t)$ for the unknown heat flux $q(t)$ at iteration k . Thus:

STEP 1: Solve the direct problem given by Eqs. (1) to obtain the estimated temperatures $T(x, y, t)$;

STEP 2: Check the stopping criterion given by Eq. (15). Continue if not satisfied;

STEP 3: Solve the adjoint problem given by Eqs. (10) to obtain the Lagrange Multiplier $\lambda(x, y, t)$;

STEP 4: Compute the gradient of the functional $J[q^k(t)]$ from Eq. (14);

STEP 5: Compute the conjugation coefficient γ^k from Eq. (5.c) and then the direction of descent $d^k(t)$ from Eq. (5.b);

STEP 6: Solve the sensitivity problem given by Eqs. (6) to obtain $\Delta T(x, y, t)$ by setting $\Delta q(t) = d^k(t)$;

STEP 7: Compute the search step size β^k from Eq. (7.b);

STEP 8: Compute the new estimate $q^{k+1}(t)$ from Eq. (5.a) and go to step 1.

Results and Discussion

For the results presented below, we have taken the dimensionless final time and length of test-section respectively as $t_f = 0.08$ and $x_f = 8 \times 10^{-4}$. For the flow of a solution of pulp of paper in water at 4% ($n = 0.575$) (Bird, 1960), at the mean velocity $u_m^* = 0.0105$ m/s, through a channel of half-width $w^* = 0.02$ m, such dimensionless values correspond to $x_f^* = 0.10$ m and $t_f^* = 200$ s.

The direct, sensitivity and adjoint problems were solved with finite-differences by using an upwind discretization for the convection term and an implicit discretization in time. The domain was discretized with 101×81 points in the x and y directions, respectively, while 41 time steps were used in the time domain. Such number of points were chosen by comparing the results obtained with the direct problem for a constant heat flux, $q(t) = 1$, with benchmark results available in the literature for the local Nusselt number (Cotta and Ozisik, 1986). The agreement between the two solutions was better than 1%.

The linear system resulting from the discretization was solved iteratively by using Gauss-Seidel's method with SOR and red-black reordering (Ortega, 1988). Such approach allowed for the vectorization of the computer code on vector-supercomputers and resulted in a speedup of approximately nine times over a scalar version of the same code, on the CRAY J90 at COPPE/UF RJ.

By examining Eqs. (10.e) and (14), we notice that the gradient of the functional is null for the final time t_f . Thus, the initial guess used for $q(t_f)$ is not changed by the iterative procedure of the conjugate gradient method. In order to avoid such difficulty, we have used as initial guess at the final time the exact value for $q(t)$, which is assumed to be known a priori. A null heat flux was used as initial guess for other times. We loose no generality with such an approach since we can choose a sufficiently large final time, so that the initial guess has no influence on the solution in the time domain of interest.

We use transient simulated measurements of a single sensor in order to assess the accuracy of the present approach of estimating the unknown wall heat flux $q(t)$. The simulated temperature measurements are obtained from the solution of the direct problem for a specified function $q(t)$. The temperatures computed in this manner are considered to be errorless, and the simulated measured data is given by:

$$Y = Y_{ex} + \alpha \sigma \quad (17)$$

where Y_{ex} is the solution of the direct problem; α is a random variable with normal distribution, zero mean and unitary standard deviation; and σ is the standard deviation of the measurements.

By examining the accuracy of the inverse problem solution, we can estimate the optimum location for the single sensor used in the inverse analysis. Figure 2 shows a comparison of the inverse problem solutions for errorless measurements ($\sigma = 0$) obtained with the sensor located at five different locations and for $n = 0.575$. The step function was chosen for this comparison because discontinuous functions are the most difficult to be recovered by an inverse analysis. We can notice in Fig. 2 that accurate

solutions can be obtained with the sensor at the five different locations tested. We present in Table 1 the RMS error for such solutions. The RMS error is computed as

$$e_{RMS} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N [q_{ex}(t_i) - q_{est}(t_i)]^2} \quad (18)$$

where N is number of measurements used in the inverse analysis, while $q_{ex}(t_i)$ and $q_{est}(t_i)$ are the exact and estimated heat fluxes, respectively. Table 1 shows that the sensor location $x/x_f = 0.8$ and $y = 0.95$ is the best among those tested. The solution deteriorates as the sensor is moved away from the boundary $y = 1$ or towards the channel inlet, that is, to regions near the edge of the thermal boundary layer, where the measurements are less affected by the wall heat flux.

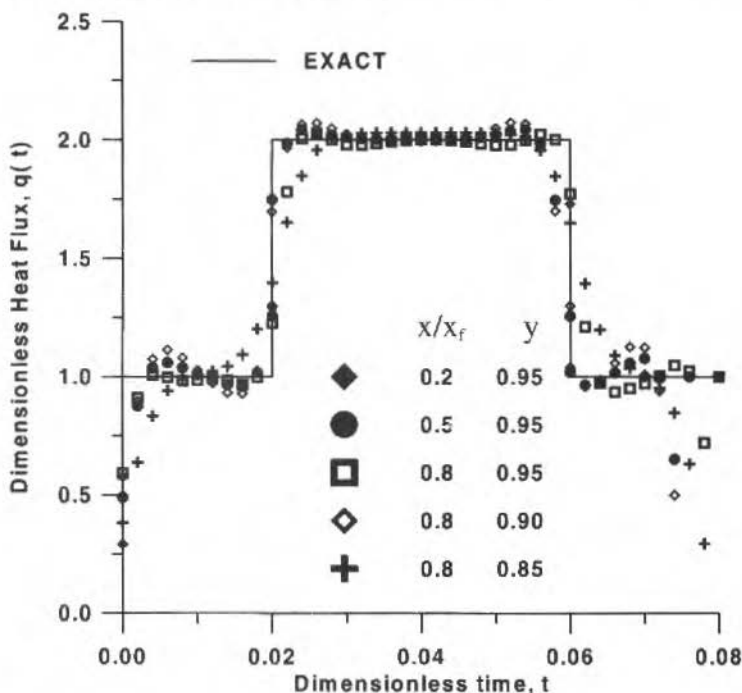


Fig. 2 Effect of sensor position on the solution for errorless measurements ($\sigma = 0$) and $n=0.575$.

Table 1 RMS error (e_{RMS}) for different sensor locations

Sensor Location		e_{RMS}
x/x_f	y	
0.2	0.95	0.0276
0.5	0.95	0.0168
0.8	0.95	0.0114
0.8	0.90	0.0221
0.8	0.85	0.0469

Figure 3 shows the results for different power-law indexes obtained with errorless measurements ($\sigma = 0$) for a sensor located at $x/x_f = 0.8$ and $y = 0.95$. It can be noticed in this figure that accurate results were obtained, irrespective of the power-law index of the fluid inside the channel, including the case of $n=1$ (Newtonian fluid).

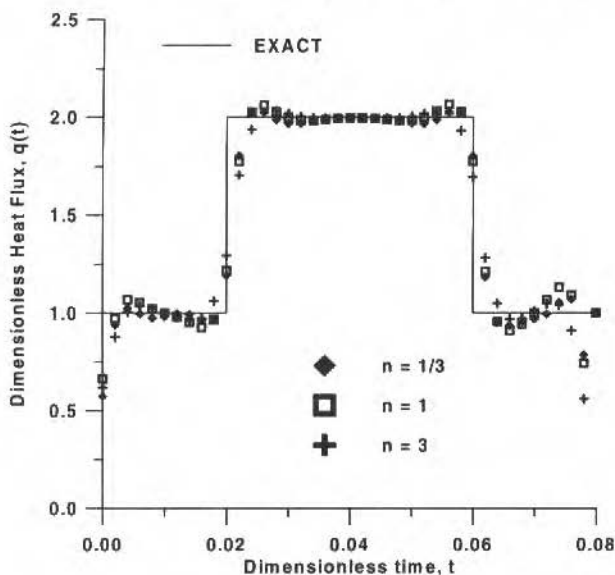


Fig. 3 Effect of the power-law index on the solution for errorless measurements ($\sigma = 0$).

Figures 4-6 show the results for a sine, triangular and step variation of the transient heat flux, respectively, for measurements with different levels of errors, including $\sigma = 0$, $\sigma = 0.01 T_{max}$ and $\sigma = 0.05 T_{max}$ where T_{max} is the maximum temperature measured by the sensor. The sensor was located at $x/x_f = 0.8$ and $y = 0.95$. The power-law index was taken as $n = 0.575$. These figures show that the present approach is capable of recovering functions with sharp corners and discontinuities. Also, the inverse problem solution appears to be stable with respect to measurement errors. Note in these figures that the inverse problem solution is reasonably accurate, even for large measurement errors involving a standard deviation $\sigma = 0.05 T_{max}$.

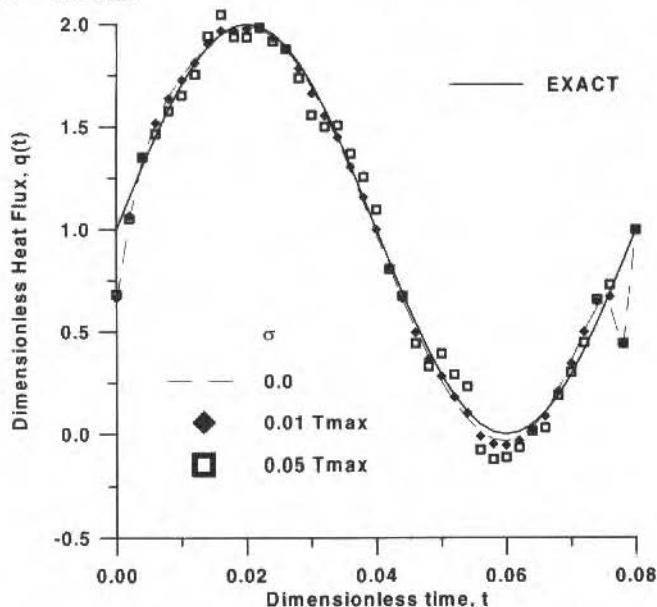


Fig. 4 Inverse problem solution for different levels of measurement error. Sine variation for $q(t)$.

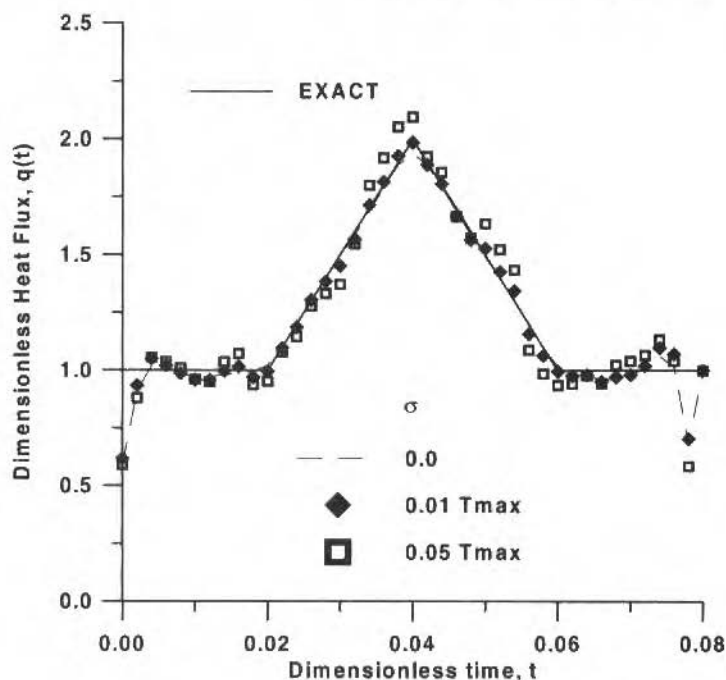


Fig. 5 Inverse problem solution for different levels of measurement error. Triangular variation for $q(t)$.

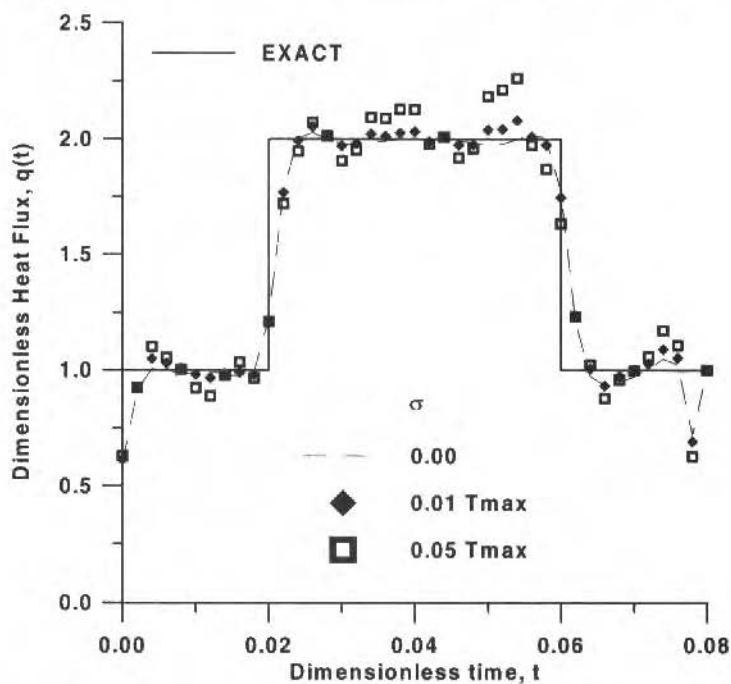


Fig. 6 Inverse problem solution for different levels of measurement error. Step variation for $q(t)$.

Conclusions

The inverse problem of estimating the timewise variation of the wall heat flux to a non-Newtonian fluid in a parallel plate channel, was solved by using the conjugate gradient method with adjoint equation for function estimation.

We have used in the inverse analysis the measurements of a single sensor. Five different locations were tested for such sensor, by examining the accuracy of the inverse problem solution obtained with simulated measurements. Among those tested, the location $x/x_f = 0.8$ and $y = 0.95$ yielded the most accurate results and was then used throughout the paper.

The inverse problem solution appears to be insensitive to the power-law index of the fluid flowing in the channel. Also, the present function estimation approach is stable with respect to random measurement errors, even for functional forms containing sharp corners and discontinuities, which are the most difficult to be recovered by an inverse analysis.

Acknowledgements

The CPU time for this work has been provided by CESUP-UFRGS and NACAD-COPPE-UFRJ.

References

- Alifanov, O.M., 1994, "Inverse Heat Transfer Problems", Springer-Verlag, Berlin.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N., 1960, "Transport Phenomena", John Wiley&Sons, New York.
- Bokar, J. C., and Ozisik, M. N., 1995, "An Inverse Analysis for Estimating the Time-Varying Inlet Temperature in Laminar Flow inside a Parallel Plate Duct", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.38, No.1, pp. 39-45.
- Cotta, R. M. and Ozisik, M. N., 1986, "Laminar Forced Convection to Non-Newtonian Fluids in Ducts with Prescribed Wall Heat Flux", *International Comm. of Heat & Mass Transfer*, Vol. 13, No. 3, May, June.
- Dantas, L. B. and Orlande, H. R. B., 1996, "A Function Estimation Approach for Determining Temperature-Dependent Thermophysical Properties", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 3, pp.261-279.
- Huang, C. H., Ozisik, M. N., 1992, "Inverse Problem of Determining Unknown Wall Heat Flux in Laminar Flow Through a Parallel Plate Duct", *Numerical Heat Transfer, Part a*, Vol. 21, pp. 55-70.
- Jarny, Y., Ozisik, M. N. and Bardon, J.P., 1991, "A General Optimization Method using Adjoint Equation for solving Multidimensional Inverse Heat Conduction", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 11, pp. 2911-2919.
- Li, Z. R., Prud'homme, M and Nguyen, T. H., 1995, "A Numerical Solution for the Inverse Natural-Convection Problem", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 28, pp. 307-321.
- Machado, H. A., and Orlande, H. R. B., 1996, "Estimation of the Timewise and Spacewise Variation of the Wall Heat Flux to a Non-Newtonian Fluid in a Parallel Plate Channel", *Proceedings of the International Symposium on Transient Convective Heat Transfer*, Cesme, Turkey, pp.587-596.
- Machado, H. A., Orlande, H. R. B., 1997, "Inverse Analysis of Estimating the Timewise and Spacewise Variation of the Wall Heat Flux in a Parallel Plate Channel", *Int. Journal for Numerical Methods in Heat & Fluid Flow*, in press.
- Orlande, H. R. B., Colaço M. and Malta, A., 1997, "Estimation of the Heat Transfer Coefficient in the Spray Cooling of Continuously Cast Slabs", in *Inverse Problems in Heat Transfer and Fluid Flow Vol. 2*, G. S. Dulikravich and K. A. Woodbury (editors), ASME Proceedings of the 32nd National Heat Transfer Conference, pp. 109-116.
- Ortega, J. M., 1988, "Introduction to Parallel and Vector Solution of Linear System", Plenum Press, New York.
- Raghunath, R., 1993, "Determining Entrance Conditions From Downstream Measurements", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 173-183.
- Zabaras, N. and Yang, G. Z., 1997, "A Functional Optimization Formulation and Implementation of an Inverse Natural Convection Problem", *Comput. Methods Appl. Engrg.*, Vol. 144, pp. 245-274.

Numerical Simulation of Three Dimensional Compressible Flows Using Finite Elements with Mixed Structured-Unstructured Meshes

Paulo Roberto de Freitas Teixeira
Armando Miguel Awruch

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil
90035-190 Porto Alegre, RS Brasil

Maria Angela Vaz dos Santos

Fundação Universidade do Rio Grande
Departamento de Materiais e Construção
96201-900 Rio Grande, RS Brasil

Abstract

An algorithm to numerically simulate 3-D compressible flows is presented in this work. The flow domain is discretized using the finite element method (FEM) with four nodes linear tetrahedra elements employing mixed structured-unstructured meshes. The governing equations for non viscous fluids (Euler equations) and viscous fluids (Navier-Stokes equations) are considered. Time integration is performed using the explicit two step Taylor-Galerkin scheme. An artificial viscosity model is included in order to obtain numerical stabilization. Facilities arising from vectorial processors existing in modern supercomputers are also used. The results obtained in this work show a good agreement with those ones presented by other authors.

Keywords: Three Dimensional Compressible Flows, Numerical Simulation, Finite Elements

Introduction

Computational Fluid Dynamics (CFD) has become a subject of increasing importance in the last three decades. The rapid rate of developments in computer technology and improvements in the quality of numerical algorithms are the main factors underlying the flowering of CFD. Other reasons such as the potential of CFD to deal with "real word" phenomena that cannot be reproduced adequately by physical model tests, and the fact that CFD is becoming more economical with respect to experimental works as time goes by, have also contributed to this tendency.

Even though Finite Differences and Finite Volumes have been traditionally employed in CFD, the Finite Element Method (FEM) has become an efficient alternative technique to analyze Fluid Dynamics problems, since Zienkiewicz and Cheung (1965) published their first work in this field.

The success of the finite element method in Structural Mechanics (Zienkiewicz and Taylor, 1989, 1991) was later extended to Fluid Mechanics. This associated to its ability to deal with arbitrarily mixed subdomains (of fluid and solids), converts this technique into a versatile computational tool also capable of analyzing fluid-structure interaction problems (Santos and Awruch, 1995).

The main objectives of this work are the development of the finite element formulation and application of a numerical algorithm to simulate three-dimensional compressible flows. Facilities given by vectorial processors existing in modern supercomputers will be employed. Four noded tetrahedra elements are used for space discretization because they are very suitable in problems with complex geometries or involving strong shocks and high gradients of the field variables and are also very propitious for code vectorization. Time integration is accomplished using the explicit two step Taylor-Galerkin scheme (Donea, 1984; Löhner, Morgan and Zienkiewicz, 1984) in which the governing equations are expanded in time by Taylor series. Space discretization is carried out using the classical Bubnov-Galerkin scheme. This approach may be interpreted as the finite element version of the Lax-Wendroff scheme used in finite differences (Richtmeyer and Morton, 1967).

In order to stabilize numerically the solution in the presence of strong shocks, it is necessary to add numerical damping to the flow solver. Two main possibilities may be employed: the flux corrected transport methods (FCT), as presented by Löhner (1988), and the artificial viscosity model, as given by Argyris et.al. (1989). In this work, the last alternative is adopted because of its simplicity and efficiency in terms of CPU time.

Finally, it is shown that when adaptive meshes are not used, it is convenient to employ a mixed structured-unstructured mesh in order to obtain reliable results. Previous works using mixed structured-

Manuscript received: March 1997. Technical Editor: Leonardo Goldstein Jr.

Numerical Formulation

The governing equations

In an Eulerian description the system of partial differential equations governing fluid dynamics problems is given by

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1,2,3) \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (i, j=1,2,3) \text{ in } \Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \epsilon v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (v_j p) \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{ij} v_j) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (i, j=1,2,3) \text{ in } \Omega \quad (3)$$

where v_i are the fluid velocity components, ρ is the specific mass, p is the thermodynamic pressure, σ_{ij} are the components of the viscous stress tensor, T is the temperature, ϵ is the total specific energy, k_{ij} are the thermal conductivity tensor components, δ_{ij} is the Kroenecker delta, and Ω is the domain. x_i and t are the spatial and time coordinates respectively.

For a newtonian fluid, the viscous stress components are given by

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (i, j, k = 1,2,3) \quad (4)$$

where μ and λ are the shear and the volumetric viscosities respectively.

The state equation can be written as

Nomenclature

C_p = pressure coefficient	$\bar{t}$ = dimensionless time coordinate	$\bar{\epsilon}$ = dimensionless total specific energy
C_p = specific heat coefficient at constant pressure	T = temperature	$\gamma = C_p/C_v$
C_v = specific heat coefficient at constant volume	$\mathbf{v}_i$ = fluid velocity vector components	λ = volumetric viscosity
$\mathbf{F}_i$ = matrix of flow variables	$\bar{\mathbf{v}}_i$ = dimensionless fluid velocity vector components	μ = shear viscosity
k_{ij} = components of the thermal conductivity tensor	$\mathbf{V}$ = vector of field variables	σ_{ij} = components of the viscous stress tensor
p = thermodynamical pressure	x_i = spatial coordinates	ρ = specific mass
$\bar{p}$ = dimensionless thermodynamical pressure	$\bar{x}_i$ = dimensionless spatial coordinates	$\bar{\rho}$ = dimensionless specific mass
t = time coordinate	ϵ = total specific energy	

$$p \doteq (\gamma - 1) \rho \left(\varepsilon - \frac{1}{2} v_i v_i \right) \quad (i=1,2,3) \quad (5)$$

where $\gamma = C_p/C_v$; C_p and C_v are the specific heat coefficients at constant pressure and volume respectively.

The temperature is related to the independent field variables by the following expression:

$$T = \frac{1}{C_v} \left(\varepsilon - \frac{1}{2} v_i v_i \right) \quad (i=1,2,3) \quad (6)$$

Equations (1) to (6), together with the initial and boundary conditions, uniquely define the problem. The governing equations may be written in matrix form as

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1,2,3) \text{ in } \Omega \quad (7)$$

where $F_i = F_{iA} + F_{iD}$ and

$$V = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ \rho v_3 \\ \rho \varepsilon \end{Bmatrix} \quad F_{iA} = \begin{Bmatrix} \rho v_i \\ \rho v_1 v_i + p \delta_{i1} \\ \rho v_2 v_i + p \delta_{i2} \\ \rho v_3 v_i + p \delta_{i3} \\ v_i (\rho \varepsilon + p) \end{Bmatrix} \quad F_{iD} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\sigma_{1i} \\ -\sigma_{2i} \\ -\sigma_{3i} \\ -\sigma_{ij} v_j - k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

In expression (8), V contains the field variables and F_i the respective flow variables (F_{iA} contains convective and pressure terms and F_{iD} the viscous terms).

The motion of a non viscous compressible fluid is governed by Eqs. (1), (2) and (3), without the diffusive terms F_{iD} .

The algorithm of this work uses dimensionless variables given by

$$\bar{t} = \frac{t}{x_{ref}/v_{ref}} \quad (9)$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_i}{x_{ref}} \quad (10)$$

$$\bar{v}_i = \frac{v_i}{v_{ref}} \quad (11)$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \quad (12)$$

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho_{ref} v_{ref}^2} \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{v_{ref}^2} \quad (14)$$

where x_{ref} , v_{ref} , ρ_{ref} are arbitrary reference values of x_i , v_i and ρ respectively.

The Explicit Two Step Taylor-Galerkin Method

The Taylor-Galerkin method consists in the application of the classical Bubnov-Galerkin technique, after the expansion in time by Taylor series of the governing equations (Donea, 1984). The two step Taylor-Galerkin scheme (Löhner, Morgan and Zienkiewicz, 1984) is applied in this work. In the first step, values of the field variables V are computed at time $t_{n+1/2}$ ($t+\Delta t/2$), taking values of V at t_n and expanding Eq. (7) in Taylor series, resulting in

$$V^{n+1/2} = V^n - \frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial F_i^n}{\partial x_i} \quad (i=1,2,3) \quad (15)$$

where Δt is the adopted time interval.

Flux and field variables are approximated by

$$V^n \equiv \sum_j V_j^n N_j; \quad F_i^n \equiv \sum_j F_{ij}^n N_j; \quad V^{n+1/2} \equiv \sum_E V_E^{n+1/2} P_E \quad (16)$$

with $i=1,2,3$ and $j=1,2,3,4$. In (16), N_j is the shape function associated to node j and P_E is a constant function associated with element E .

The application of the Bubnov-Galerkin method to (15), results in

$$\Omega_E V_E^{n+1/2} = \sum_j \left(\int_{\Omega_E} N_j P_E d\Omega \right) V_j^n - \frac{1}{2} \Delta t \sum_j \left(\int_{\Omega_E} \frac{\partial N_j}{\partial x_i} d\Omega \right) F_{ij}^n$$

$$i=1,2,3; \quad j=1,2,3,4 \quad (17)$$

where Ω_E is the volume of element E .

In the second step, V^{n+1} (V at time t_{n+1}) is determined by expanding Eq. (7) in Taylor series, obtaining the following expression

$$V^{n+1} = V^n - \Delta t \frac{\partial F_i^{n+1/2}}{\partial x_i} \quad (i=1,2,3) \quad (18)$$

The following approximations are used, for the variables involved in (18):

$$V^{n+1} \cong \sum_j V_j^{n+1} N_j ; \quad F_i^{n+1/2} \cong \sum_E F_E^{n+1/2} P_E ; \quad V^{n+1/2} \cong \sum_E V_E^{n+1/2} P_E$$

$$i=1,2,3 \quad e \quad j=1,2,3,4 \quad (19)$$

Applying the Bubnov-Galerkin method to (18), with the approximation given in the Eq. (19), nodal values of V^{n+1} are obtained by solving

$$M V^{n+1} = M V^n + R + S \quad (20)$$

where

$$M = \sum_j \left(\int_{\Omega_E} N_k N_j d\Omega \right) \quad (21)$$

$$R = \Delta t \sum_E \left(\int_{\Omega_E} \frac{\partial N_k}{\partial x_i} P_E d\Omega \right) F_{iE}^{n+1/2} \quad (22)$$

$$S = - \Delta t \sum_E \left(\int_{\Gamma_E} l_i N_k P_E d\Gamma \right) F_{iE}^{n+1/2} \quad (23)$$

with $i=1,2,3$ and $j=1,2,3,4$. In expression (23), the surface Γ_E is the boundary surface of the volume Ω_E and l_i is the component of the outward normal vector to Γ_E in the x_i coordinate direction.

The values of $F_{iE}^{n+1/2}$ in expressions (22) and (23) are calculated with values of $V_E^{n+1/2}$, obtained in the first step. For the surface integral in expression (23), the following approximation is used (Argyris, Doltsinis and Friz, 1989):

$$F_{iS}^{n+1/2} = F_{iS}^n + F_i^{n+1/2} - F_i^n \quad (i=1,2,3), \quad (24)$$

where index "S" is referred to boundary values of the field variables.

Equation (20) is solved explicitly using an iterative scheme, as proposed by Argyris, Doltsinis and Friz (1989). The final expression is

$$M_L V_{k+j}^{n+1} = M V^n + R + S - (M - M_L) V_k^{n+1} \quad (25)$$

where index k indicates the iteration number, and M_L the lumped mass matrix.

Since an explicit scheme was adopted, the Courant stability condition must be satisfied and, consequently, the local time interval Δt_k for element E must be less or equal with respect to a critical value given by

$$\Delta t_E \leq \frac{\beta h_E}{\max_E (|\vec{v}| + c)} \quad (26)$$

where $\vec{v}$ is the fluid velocity, c is the velocity of sound propagation, h_e is a characteristic dimension of element E and β is a safety factor.

Boundary Conditions and Artificial Viscosity

In non viscous fluids, rigid bodies do not allow flow velocities normal to the body, and this condition must be considered in vector V at $t=0$. Consequently, normal components of the velocity vectors are eliminated in the iterative process described before. In the case of a viscous flow over a body, the medium sticks to the surface of the body and the normal and tangential velocity components must be suppressed. In addition, the temperature value on the surface of the body is required and provides a Dirichlet condition for the total specific energy ϵ via expression (6), but the conservation quantity $p\epsilon$ is still a variable.

In problems where a clear distinction can be made between inflow and outflow boundary conditions (as is the case when the entire boundary is in supersonic regime, for example) the conservation variables can be prescribed at the inflow boundary in accordance with the far-field values, whereas they are left free to vary at the outflow boundary. Where the distinction between inflow and outflow is not possible, characteristic boundary conditions can be applied for both viscous and non viscous flows. In the case of viscous flows, it is assumed that the flow is free of viscous effects in the far-field. The procedure to determine the number of Dirichlet boundary conditions is presented in the next section.

In order to stabilize the solution numerically, specially in the presence of strong shocks, it is necessary to add numerical damping to the flow solver. As was mentioned before, an artificial viscosity model, as proposed by Argyris et al. (1989), is used due to its simplicity and efficiency in terms of CPU time. An artificial viscosity is added to the non-smoothed solution, as follows

$$V_{smooth}^{n+1} = V_{n+1} + M_L^{-1} D \quad (27)$$

where V_{smooth}^{n+1} and V_{n+1} are the smoothed and non-smoothed solution at t_{n+1} , respectively.

The vector D is given by

$$D = \sum_E C_{FL} C_{SE} [M - M_L]_E V_E^n \quad (28)$$

where E is an index referred to a specific element, C_{FL} is the local Courant number, C is a constant specified by the user, S_E is a coefficient of pressure distribution, computed as a mean value of nodal values S , of the element and defined by the expression

$$S_i = \sum_E \frac{[M - M_L]_E^p}{|(M - M_L)_E p|_i} \quad (29)$$

The constant C in expression (28) must be carefully specified, in order to avoid interferences of the artificial and physical viscosities. However, small variations of this constant ($5 < C < 15$) do not modify significantly the obtained results.

Procedure to Determine the Number of Dirichlet Boundary Conditions. Characteristic Relations

Euler equations may be written in compact form as

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1,2,3), \quad (30)$$

where $\mathbf{V}$ contains the conservation variables and $\mathbf{F}_i$ the flux components, which are linear and homogeneous functions of $\mathbf{V}$.

Applying Euler's theorem for homogeneous functions, $\mathbf{F}_i$ may be written as

$$\mathbf{F}_i = \frac{d\mathbf{F}_i}{d\mathbf{V}} \mathbf{V} = \mathbf{A}_i \mathbf{V} \quad (31)$$

or, considering the normal direction

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_i \bar{\mathbf{n}} = \mathbf{A}_i \bar{\mathbf{n}} \mathbf{V} = \mathbf{A}_n \mathbf{V} \quad (i=1,2,3) \quad (32)$$

where $\bar{\mathbf{n}}$ is the outward normal vector to the boundary surface.

Matrix $\mathbf{A}_n$ can be transformed into a diagonal form, as indicated below

$$\mathbf{L} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A}_n \mathbf{S} = [\lambda_i] \quad (33)$$

where λ_i is a complete set of real eigenvalues, given by

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{n}} = v_n; \lambda_4 = \lambda_1 + c; \lambda_5 = \lambda_1 - c \quad (34)$$

In (34), v_n is the normal component of the velocity and c is the local velocity of sound propagation.

The transformation matrix $\mathbf{S}$ may be written as a product of two matrices (Hughes and Tezduyar, 1984)

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (35)$$

For the 3-D case, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ and their inverses are given by

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_1 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & \rho & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{1}{2}v^2 & \rho v_1 & \rho v_2 & \rho v_3 & \frac{1}{\gamma} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_1}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_2}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ -\frac{v_3}{\rho} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma v^2 & -\gamma v_1 & -\gamma v_2 & -\gamma v_3 & \gamma \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$R = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & \frac{\rho}{\sqrt{2}c} & \frac{\rho}{\sqrt{2}c} \\ 0 & -k_3 & k_2 & \frac{k_1}{\sqrt{2}} & -\frac{k_1}{\sqrt{2}} \\ k_3 & 0 & -k_1 & \frac{k_2}{\sqrt{2}} & -\frac{k_2}{\sqrt{2}} \\ -k_2 & k_1 & 0 & \frac{k_3}{\sqrt{2}} & -\frac{k_3}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\rho c}{\sqrt{2}} & \frac{\rho c}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & k_3 & -k_2 & -\frac{k_1}{c^2} \\ k_2 & -k_3 & 0 & k_1 & -\frac{k_2}{c^2} \\ k_3 & k_2 & -k_1 & 0 & -\frac{k_3}{c^2} \\ 0 & \frac{k_1}{\sqrt{2}} & \frac{k_2}{\sqrt{2}} & \frac{k_3}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}\rho c} \\ 0 & -\frac{k_1}{\sqrt{2}} & -\frac{k_2}{\sqrt{2}} & -\frac{k_3}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}\rho c} \end{bmatrix} \quad (39)$$

where $\bar{\gamma} = \gamma - 1$, $v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2$ and $\{k_j\} \in \mathbb{R}^3$ are components of a unit vector $\bar{k}$ equal to the outward normal vector $\bar{n}$.

Separating positive and negative eigenvalues, matrix L may be written as

$$L = L^+ + L^- = \frac{1}{2} [L + |L|] + \frac{1}{2} [L - |L|] \quad (40)$$

Splitting A_n , using expression (33), results in

$$A_n = S L S^{-1} = S [L^+ + L^-] S^{-1} = A_n^+ + A_n^- \quad (41)$$

with

$$A_n^\pm = S L^\pm S^{-1} \quad (42)$$

Substituting (41) in (32), the normal flux vector can be written as

$$F_n = A_n^+ V + A_n^- V_\infty \quad (43)$$

Application of (43) to the normal flux in the boundary integral indicates that information leading the flow domain is determined as a result of computations (first term in the right hand side of (43)), while information propagating into the flow domain is prescribed according to the far field conditions (last term in the right hand side of (43)).

Numerical Applications

Supersonic Flow Past a Sphere

A supersonic flow (with Mach=8.15) of a non viscous compressible fluid past a sphere was considered. Only a quarter of the sphere was taken into account due to geometrical symmetry.

The normal component of the velocity was suppressed at the surface of the sphere and at the planes of symmetry.

The far-field flow has the following dimensionless properties:

$$\bar{\rho}_{\infty} = 1.4, \quad \bar{\mathbf{v}}_{\infty} = (8.15, 0, 0), \quad \bar{e}_{\infty} = 34.9970$$

These values were adopted as initial conditions, except at the surface of the sphere, where the velocity vector must be tangent to this surface.

Three types of meshes were used: (a) A structured mesh with 12420 nodes and 61740 elements; (b) an unstructured mesh with 15761 nodes and 83000 elements; (c) a mixed structured-unstructured mesh with 11086 nodes and 52732 elements.

The structured mesh is shown in Fig. 1. The domain is contained between two spherical surfaces with dimensionless radius 1.0 and 11.5 respectively and the planes of symmetry xy and xz. The dimensionless time step is $\Delta t = 6.0 \times 10^{-5}$ and a damping constant $C=5.0$ was used in expression (28). Steady state was reached for $\bar{t} = 2.4$.

Values of the dimensionless specific mass obtained in the present work and those obtained by Argyris, Doltisins and Friz (1989) are shown in Figs. 2 and 3, respectively.

It can be observed some differences in the results obtained by Argyris, Doltisins and Friz (1989) and those obtained in the present work, where a structured mesh was used. Differences are more significant at the points of confluence of all regions in which the mesh was divided, and also in the proximities of these points.

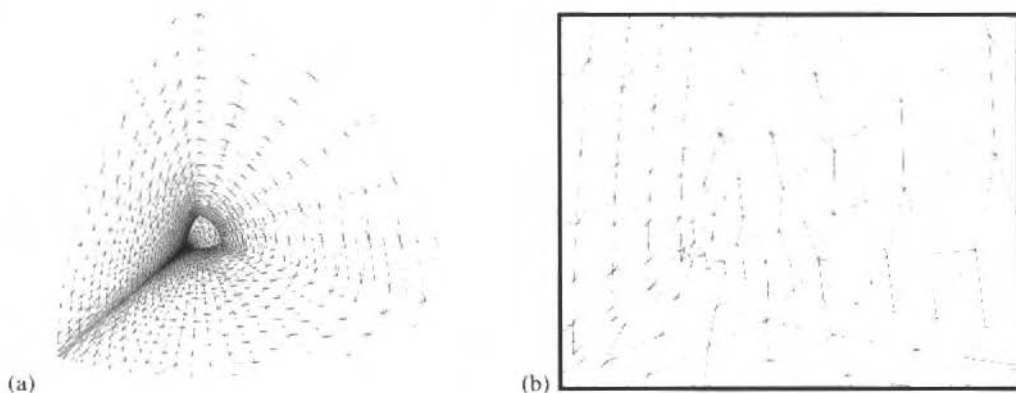


Fig. 1 Structured mesh to analyze the flow around a sphere. (a) General view; (b) Detail of the frontal region

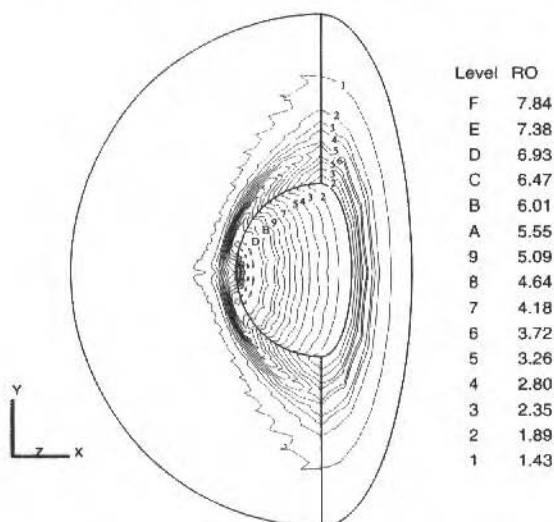


Fig. 2 Values of the dimensionless specific mass obtained with a structured mesh

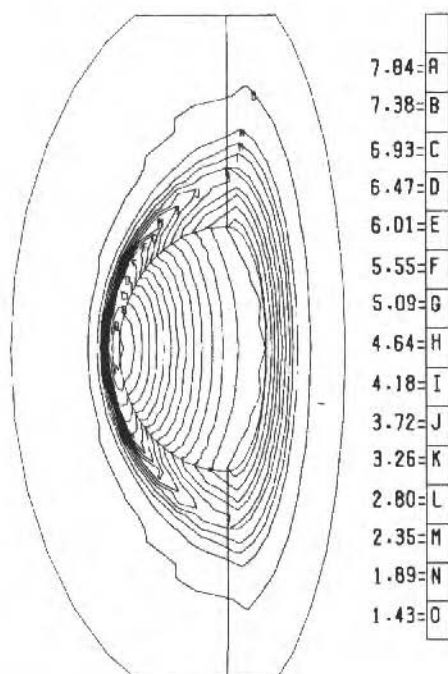


Fig. 3 Values of the dimensionless specific mass obtained by Argyris, Doltsinis and Friz (1989)

The unstructured mesh is shown in Fig. 4. The domain is contained between two spherical surfaces with dimensionless radius 1.0 and 11.45, respectively, and the planes of symmetry xy and xz . The

values of the dimensionless time-step and of the damping constant were $\bar{\Delta}t = 2.0 \times 10^{-4}$ and $C = 10.0$ respectively.

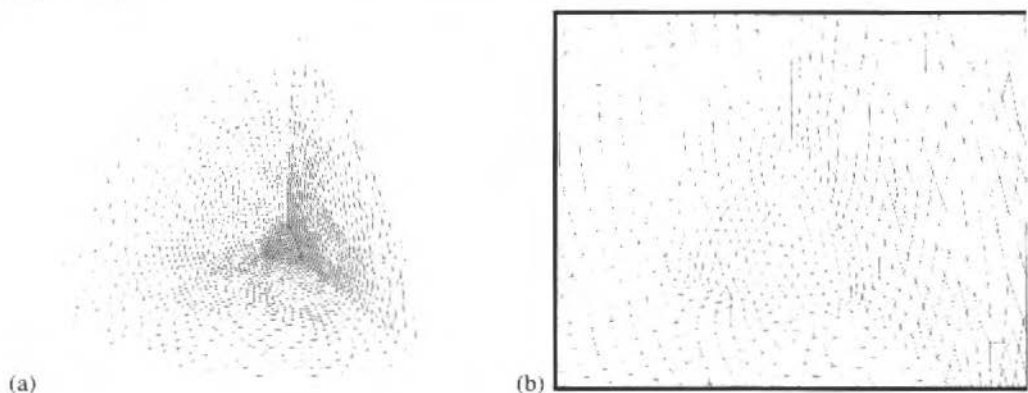


Fig. 4 Unstructured mesh used to analyze the flow around a sphere. (a) General view; (b) Detail of the frontal region

Values of the dimensionless specific mass obtained in this work are shown in Fig. 5. They are similar to those obtained by Argyris et al. (1989), but with some spurious oscillations.

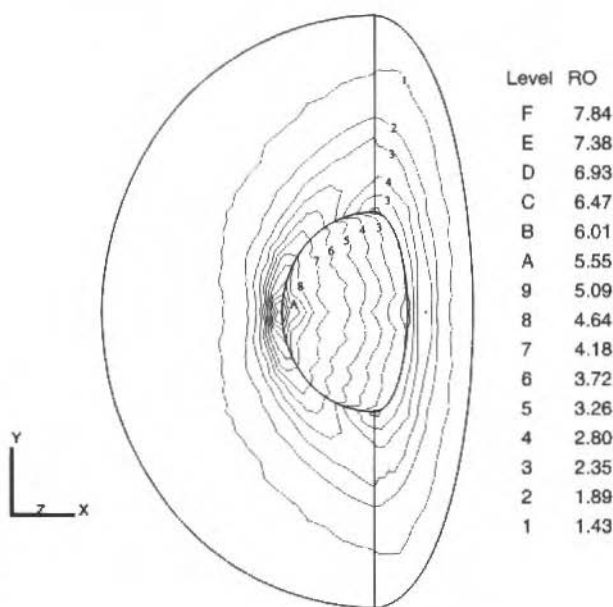


Fig. 5 Values of the dimensionless specific mass obtained with an unstructured mesh

Figure 6 presents the structured-unstructured mesh. The domain is contained between two spherical surfaces with dimensionless radius 1.0 and 11.5 respectively and the planes of symmetry xy and xz . The unstructured part of the mesh is localized in the proximities of the confluence of the regions in which the mesh was divided. It was adopted a dimensionless time step $\bar{\Delta}t = 6.0 \times 10^{-5}$ and a damping constant $C = 10.0$ was used in expression (28).

Results for the dimensionless specific mass, Mach number, and dimensionless pressure are shown in Fig. 7.

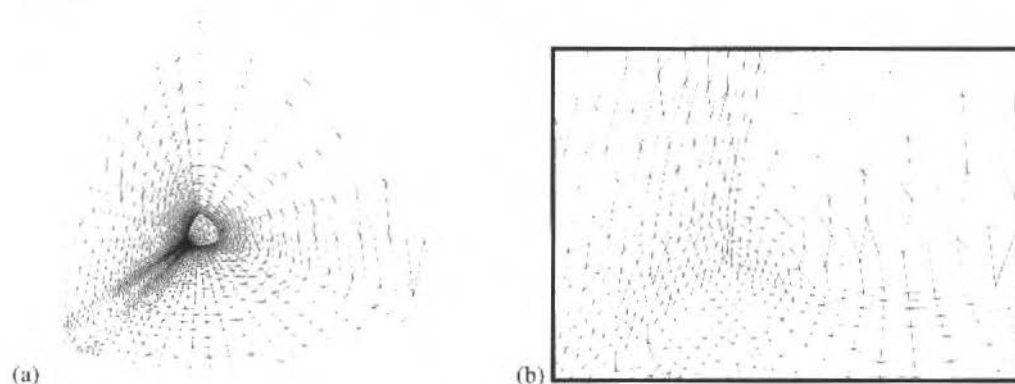


Fig. 6 Mixed structured-unstructured mesh to analyze the flow around a sphere. (a) General view; (b) Detail of the frontal region

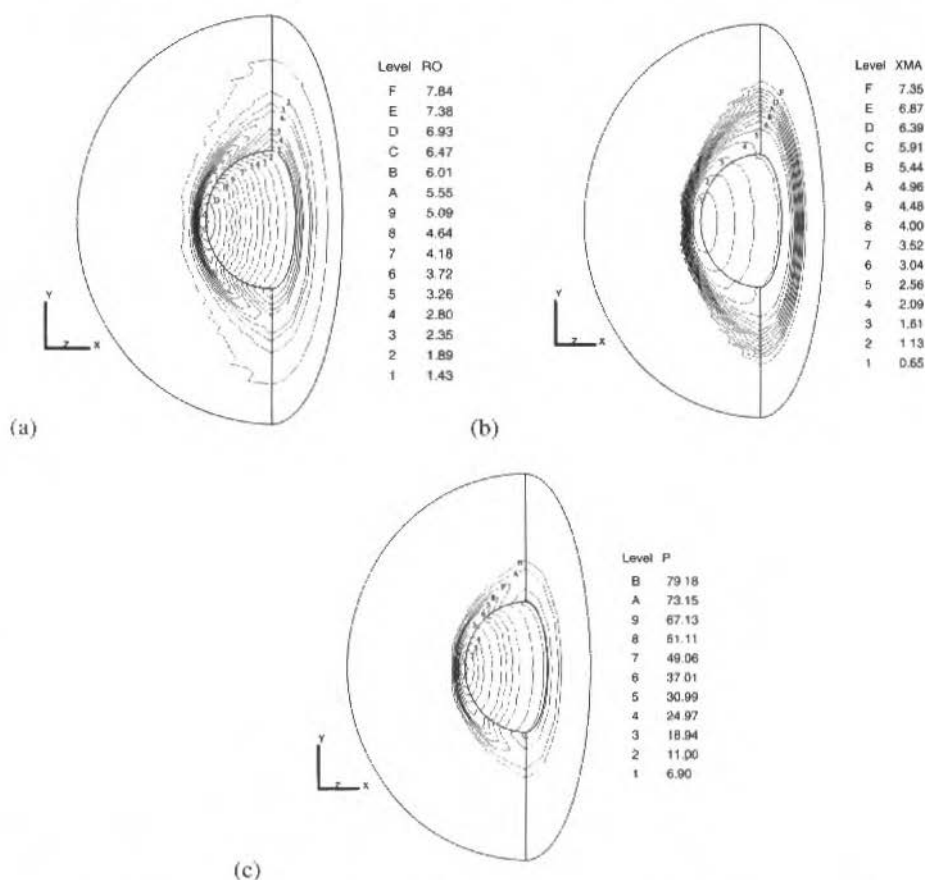


Fig. 7 Example of the supersonic flow with Mach=8.15 around a sphere. (a) Dimensionless specific mass values; (b) Mach number values; (c) dimensionless pressure values

The results obtained with this mesh are similar to those obtained by Argyris et al. (1989). Problems existing with completely structured or completely unstructured meshes were eliminated. The performance for this case, using the supercomputer CRAY YMP-2E of the CESUP/UFRGS was 128 Mflops.

Flow Past an Hemispherical Cylinder

A supersonic flow (Mach=1.5) of a viscous compressible fluid ($Re=1.386 \times 10^6$) past a hemispherical cylinder with zero angle of attack was considered. Only a quarter of the body was taken into account due to axial symmetry.

A mixed structured-unstructured mesh with 14606 nodes and 72242 elements was used. Exponential variations of the elements dimension in radial direction were employed to capture viscous effects near the body surface. The mesh is shown in Fig.8.

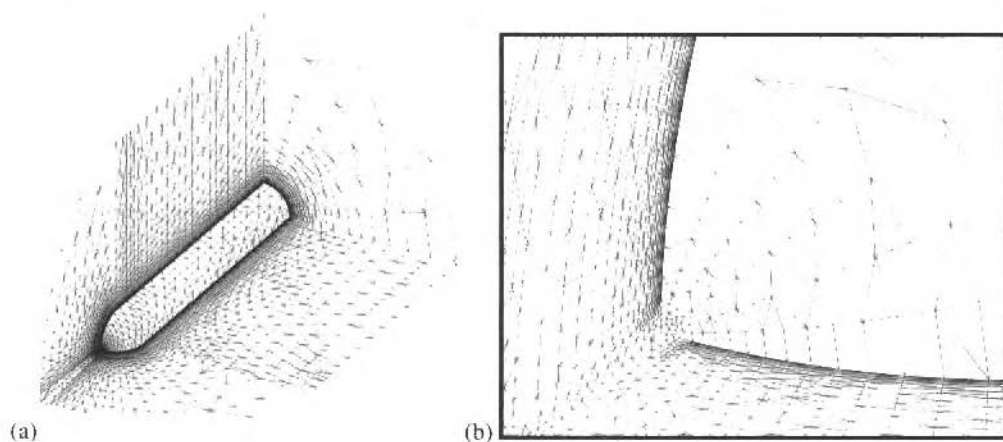


Fig. 8 Mesh for hemispherical cylinder. (a) General view; (b) Detail of the frontal region

At the planes of symmetry, the normal component of the velocity was suppressed, and at the body surface the three velocity components and the normal pressure gradient were prescribed as being equal to zero, assuming that an adiabatic process occurs.

The far-field flow has the following dimensionless properties:

$$\bar{\rho}_{\infty} = 1.4, \quad \bar{\mathbf{v}}_{\infty} = (1.5, 0, 0), \quad \bar{E}_{\infty} = 2.9107$$

These values were taken as initial conditions, excepting for points on the body surfaces, where the velocity components are equal to zero.

A dimensionless time step $\Delta t = 3.0 \times 10^{-5}$ and a damping constant $C=10.0$ were adopted.

Results for steady state are shown in Fig. 9. Values of the pressure coefficient c_p (Fig. 9a), of the Mach number (Fig. 9b) and of the dimensionless specific mass (Fig. 9c) are presented. The pressure coefficient is given by

$$c_p = \frac{2}{\gamma M_{\infty}^2} \left(\frac{p}{p_{\infty}} - 1 \right) \quad (44)$$

These figures show a well-defined shock in front of the hemispherical cylinder. The main reason for such a success is the fine mesh used in this region.

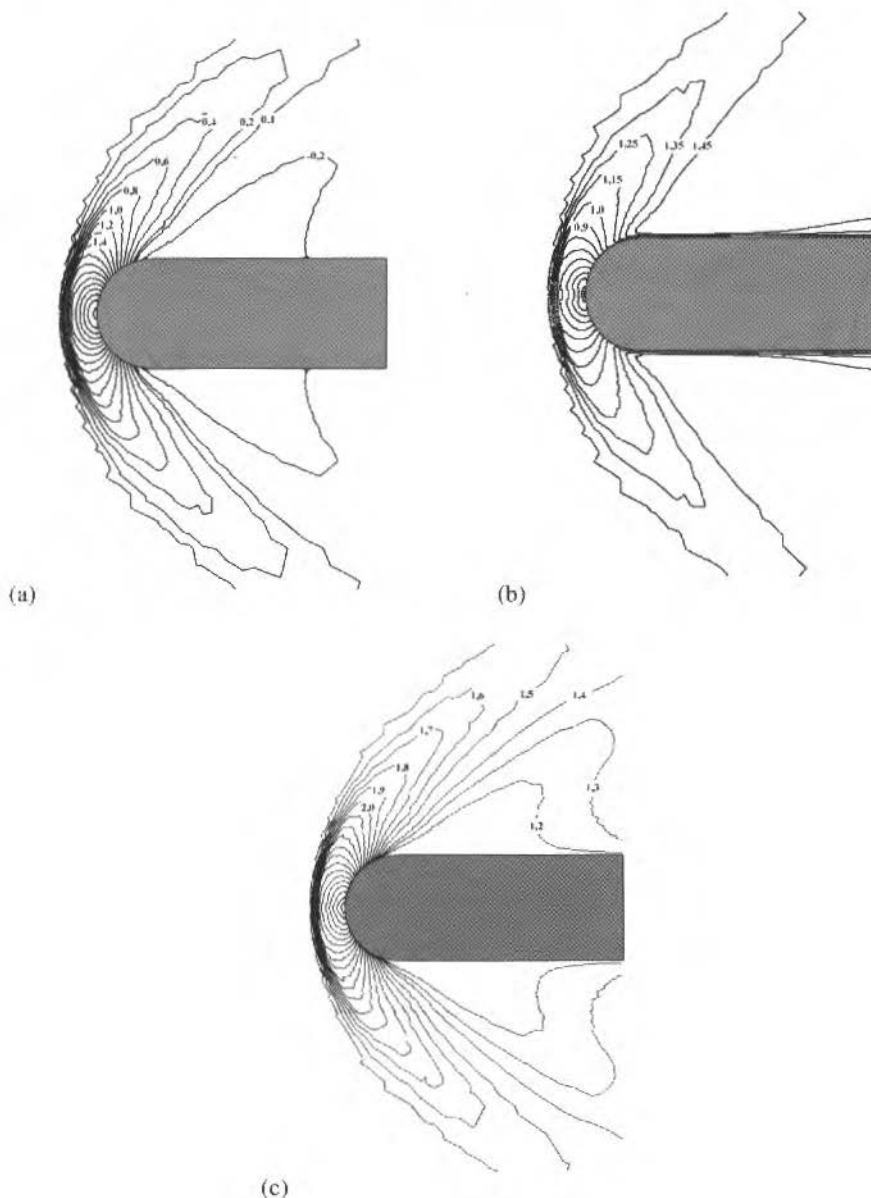


Fig. 9 Results for the hemispherical cylinder using a mixed structured-unstructured mesh.

(a) Pressure coefficient values; (b) Mach number values; (c) Dimensionless specific mass values

Figure 10 shows results obtained by Azevedo (1988) for the same problem using finite differences. In this work, grid lines run in the longitudinal, normal and circumferential directions, and 50, 40 and 20 grid points are used, respectively in these directions. Because of the coarseness of the grid, the results do not show a well-defined shock.

Figure 11 presents values of the residue along the time for the specific mass. These values were computed considering the node with larger difference between values of the specific mass at time t and $t+\Delta t$.

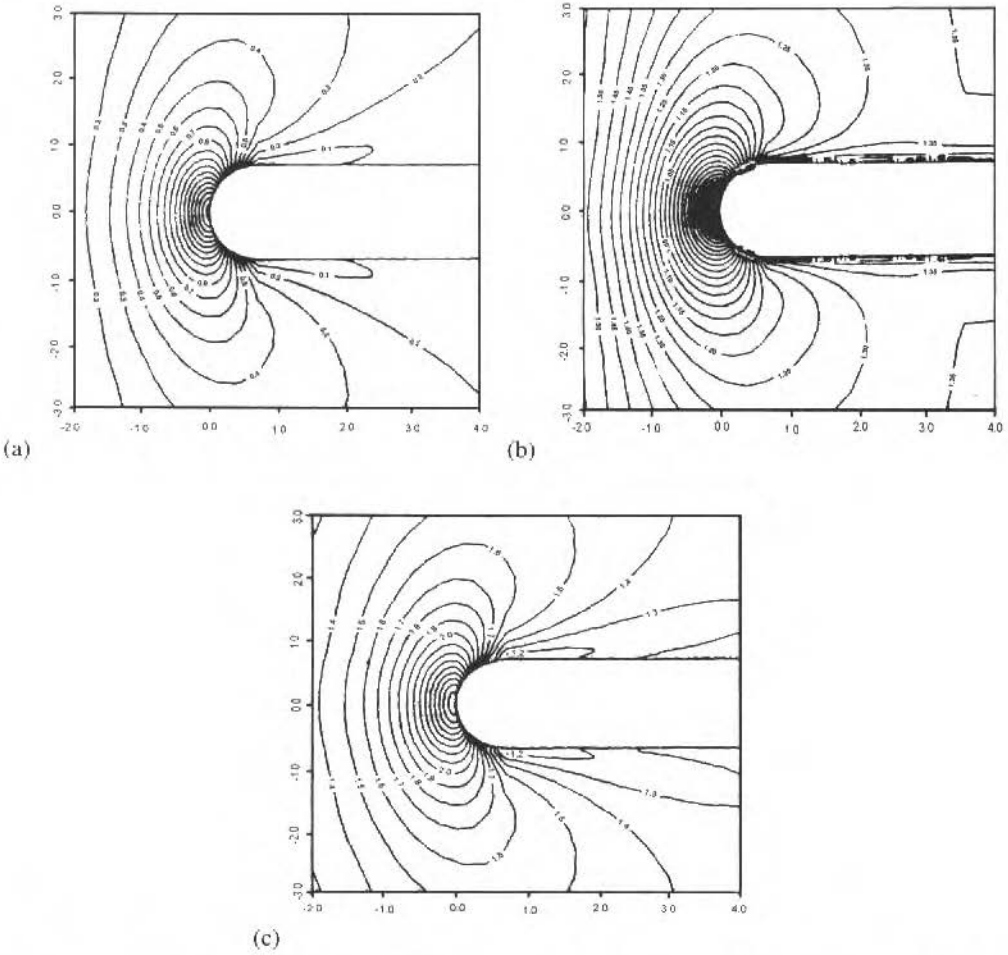


Fig. 10 Results for the hemispherical cylinder obtained by Azevedo (1988). (a) Pressure coefficient values; (b) Mach number values; (c) Dimensionless specific mass values

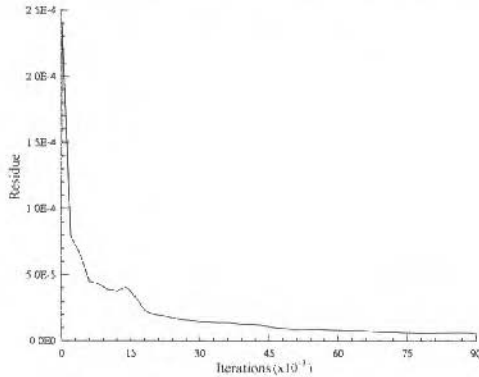


Fig. 11 Residue for the specific mass along the time

The behaviour of the pressure coefficient, the Mach number and the dimensionless specific mass along the stagnation line is presented in Fig. 12.

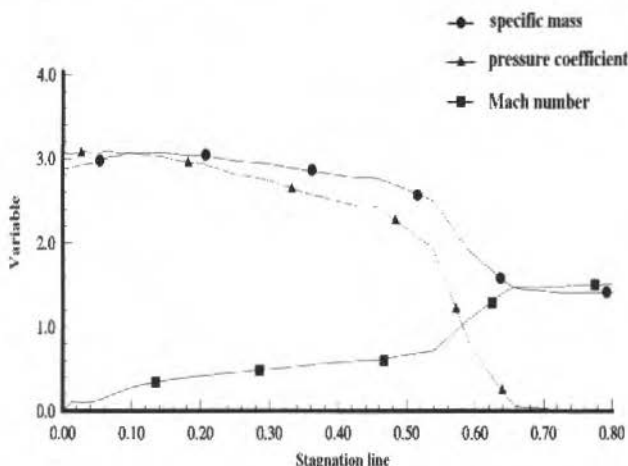


Fig. 12 Variations of the pressure coefficient, the Mach number and the dimensionless specific mass along the stagnation line

It was also obtained a shock standoff dimensionless distance equal to 0.60 and the same value was obtained by Hsieh (1977). This is very close to the value of 0.57, obtained by Azevedo (1988).

The performance of the vectorized code for this case was similar to that obtained for the first example.

Conclusions

Good results were obtained for supersonic flows past a sphere and an hemispheric cylinder with a non viscous and a viscous fluid respectively. Our experience with 2-D flows shows that this algorithm may be used in a wide range of Mach numbers, including subsonic and transonic flows (Santos and Awruch, 1995).

Good performance was also obtained in terms of CPU time for both examples with the vectorized code (the performance was around 128Mflops), but some improvements may be still implemented.

The stability condition, arising from the explicit nature of the algorithm, leads to a very small critical time step. In order to improve the computer process time, it is important to take variable time intervals as function of finite element dimensions, creating different subdomains.

The finite element mesh is a crucial stage for this type of problems. Totally structured and totally unstructured meshes give sometimes significant distortions in the final results (for different reasons and in different regions), specially for flows around bluff bodies. Such distortions can be eliminated using adequately mixed structured-unstructured meshes, as was shown in this work. The use of adaptive meshes will probably eliminate this drawback. This aspect is now being studied, together with other features such as moving meshes based in a mixed Eulerian-Lagrangian description.

Acknowledgement

The authors wish to thank CNPq and CAPES for the financial support.

References

- Argyris J., Doltsinis I.S. and Friz H., 1989, "Hermes Space Shuttle: Exploration of Reentry Aerodynamics", Computer Methods Applied Mechanics and Engineering, Vol. 73, pp.1-51

- Azevedo J.L.F., 1988, "Transonic Aeroelastic Analysis of Launch Vehicle Configurations", Ph.D. Thesis, Stanford University, USA
- Donea J., 1984, "A Taylor-Galerkin Method for Convective Transport Problem", *International Journal Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, pp.101-119
- Hsieh T., 1977, "An Investigation of Separated Flows About a Hemisphere-Cylinder at Incidence in the Mach Number Range from 0.6 to 1.5", AIAA paper 77-179, AIAA 15th Aerospace Sciences Meeting, Los Angeles, Calif.
- Hughes T.J.R. and Tezduyar T.E., 1984, "Finite Element Methods for First-Order Hyperbolic Systems With Particular Emphasis on the Compressible Euler Equations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 45, pp.217-284
- Löhner R., 1988, "Finite Element Flux Corrected Transport (FEM-FCT) for the Euler and Navier-Stokes Equations", *Finite Elements in Fluids* (Ed. By Gallagher, R. et al.), Vol. 7, ch.6, pp. 105-121
- Löhner R., Morgan K. and Zienkiewicz O.C., 1984, "The Solution of Linear Hyperbolic Equation Systems by the Finite Element Method", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 4, pp.1043-1063
- Nakahashi K. and Obayashi S., 1987, "FDM-FEM Approach for Viscous Flow Computations Over Multiple Bodies", AIAA, paper 87-0604
- Richtmeyer R.D. and Morton K.W., 1967, "Difference Methods for Initial Value Problems", Interscience, New York
- Santos M.A.V. and Awruch, A.M., 1995, "Numerical Analysis of Compressible Fluids and Elastic Structures Interactions", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 48, No. 11, part 2, pp. 195-202
- Weatherill N.P., 1990, "Mixed Structured-Unstructured Meshes for Aerodynamics Flow Simulations", *The Aeronautical Journal*, 94-934, pp. 111-123
- Zienkiewicz O.C. and Cheung Y.K., 1965, "Finite Element Method in the Solution of Field Problems", *The Engineer*, Vol. 24, pp.507-510
- Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., 1989, "The Finite Element Method. v. I: Basic Formulation and Linear Problems", Mc Graw Hill, Berkshire, UK. (4 Ed.)
- Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., 1991, "The Finite Element Method. v. II: Solid and Fluid Mechanics. Dynamics and Non Linearity", Mc Graw Hill, Berkshire, UK (4 Ed.)

Simulação Numérica de Trocadores de Calor Multitubulares Equipados com Fitas Helicoidais Externamente aos Tubos

Numerical Simulation of Multitubular Heat Exchangers Equipped with Twisted Tapes Outside the Tubes

Sérgio Said Mansur

Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
Departamento de Engenharia Mecânica
15385-000 Ilha Solteira, SP Brasil

Pierre Mercier

Commissariat à l'Energie Atomique
Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble
Groupement pour la Recherche sur les Echangeurs Thermiques
38000 Grenoble France

Abstract

Classical shell-and-tube heat exchangers are usually equipped with segmental baffles. These baffles serve two basic functions: (a) they provide tube supports, thereby preventing or reducing mechanical problems, such as sagging or vibration; (b) they direct the fluid flow over the tubes so as to introduce a cross-flow component, thereby increasing the heat transfer. Segmented baffles have several sources of performance loss, some due to various leakage flows and others caused by stagnation zones. A new concept of longitudinal flow heat exchanger – based on placing twisted tapes along the tube bundle subchannels – was developed to mitigate drawbacks of other types of tubular heat exchangers. In this paper, a numerical model has been implemented in order to simulate the thermal-hydraulic feature of tubular heat exchangers equipped either with segmental baffles or with subchannel twisted tapes. The tube bundle has been described by means of an equivalent porous medium type model, allowing a macroscopic description of the shell-side flow. The basic equations – continuity, momentum and energy – have been solved by using the finite volume method. Typical numerical results have been compared with experimental data, reaching a very good agreement. A comparative analysis of different types of heat exchangers has been carried out, revealing the satisfactory thermal-hydraulic efficiency level of the twisted tapes heat exchangers.

Keywords: Heat Exchanger, Shell and Tubes, Twisted Tapes, Finite Volume Method, Flow Visualization.

Resumo

Este trabalho propõe um modelo numérico para estudar o comportamento térmico e hidráulico de trocadores de calor multitubulares, incluindo um novo tipo de aparelho munido de fitas helicoidais externamente aos tubos. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são resolvidas através do método dos volumes finitos. O feixe tubular é representado por um modelo do tipo meio poroso equivalente, permitindo uma descrição macroscópica do escoamento no interior do aparelho. A boa qualidade dos resultados da simulação pôde ser comprovada através de várias comparações com dados experimentais. Uma análise comparativa entre diferentes configurações de aparelhos colocou em evidência o desempenho satisfatório dos trocadores de calor equipados de fitas helicoidais, em relação aos modelos convencionais dotados de chicanas segmentadas.

Palavras-chave: Trocador de Calor, Casco-Tubos, Fita Helicoidal, Método dos Volumes Finitos, Visualização de Escoamentos.

Introdução

Dentre os diferentes tipos de trocadores de calor, a configuração casco-tubos é, ainda hoje, a mais extensamente utilizada nas aplicações industriais. Para intensificar o coeficiente de troca de calor externamente aos tubos e, ao mesmo tempo, oferecer suporte mecânico ao feixe tubular, a maioria destes trocadores são equipados de chicanas segmentadas, que conduzem o fluido a um percurso perpendicular aos tubos. Apesar da presença das chicanas, o escoamento no interior do casco pode induzir vibrações significativas no feixe, comprometendo a segurança e a vida útil do aparelho. A solução clássica para este gênero de problema consiste na redução do espaçamento entre as chicanas, aumentando, assim, a rigidez do conjunto. Esta alternativa contribui, ainda, para intensificar o

Manuscript received: March 1997. Technical Editor: Angela Ourivio Niecke

coeficiente de transferência de calor exteriormente aos tubos. Em contrapartida, as perdas de pressão também sofrem aumento substancial, podendo ultrapassar os limites considerados admissíveis.

Configurações alternativas de trocadores tubulares têm sido desenvolvidas, com o propósito de paliar os inconvenientes oriundos da utilização de chicanas segmentadas neste tipo de aparelho. A principal delas, conhecida na literatura internacional como *rodbaffle*, foi estudada por diversos autores – Small e Young (1979), Hessealgreaves (1988), Taborek (1989) e Gentry (1990), dentre outros – e vem sendo utilizada em trocadores de calor de grande porte, sobretudo na indústria do petróleo. O presente trabalho faz parte integrante de um estudo mais amplo sobre o emprego de fitas helicoidais rígidas (*twisted tapes*) em trocadores de calor multitubulares, posicionadas, pela primeira vez, do lado externo dos tubos.

Inseridas nos subcanais da maneira como ilustra a Fig. 1, estas fitas modificam radicalmente o conceito de estrutura de sustentação tubular, eliminando, de maneira eficaz, as principais causas de vibração do feixe. Do ponto de vista termohidráulico, esta nova concepção de estrutura torna o escoamento globalmente longitudinal na quase totalidade do comprimento do casco, evitando más distribuições do fluxo e o aparecimento das múltiplas zonas de estagnação inerentes aos trocadores munidos de chicanas segmentares. Além disso, as fitas helicoidais atuam como promotores de turbulência, favorecendo os processos de transferência de calor e massa no interior da carcaça.

Este trabalho apresenta um modelo matemático implementado para simular o comportamento térmico e hidráulico de trocadores de calor tubulares, equipados de fitas helicoidais ou de chicanas segmentadas. Os resultados numéricos, obtidos pelo método dos volumes finitos, são comparados com informações experimentais obtidas num trocador de calor protótipo.

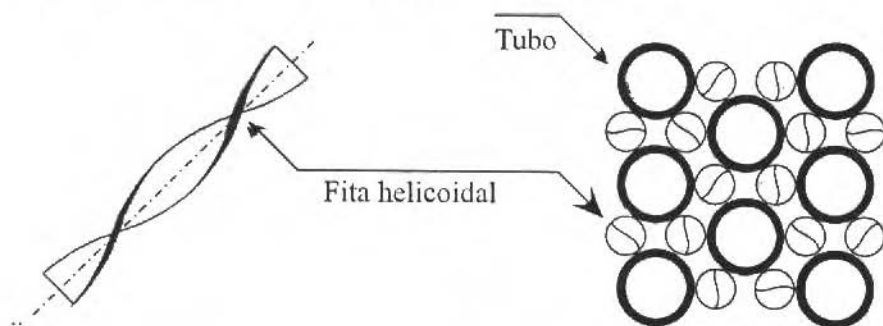


Fig. 1 Feixe tubular em arranjo triangular munido de fitas helicoidais (*twisted tapes*) externamente aos tubos.

Nomenclatura

$\bar{D}$ = Tensor taxa de deformação	x, y, z = Eixos coordenados	η = Eficiência Termohidráulica
A = Área	u = Vetor velocidade	
C = Concentração	U = Velocidade média espacial	Subscritos
e_j = Base covariante ortogonal	V = Volume	C = Convecção
F = Força externa	Símbolos gregos	D = Difusão
h = Coeficiente de convecção	φ = Propriedade transportável	E = Entrada
k = Condutividade térmica	α = Coeficiente de difusão	F = Fluido
P = Pressão	ρ = Massa específica	H = Coef. convecção
R = Resistência hidráulica	ζ = Porosidade superficial	P = Queda de pressão
S = Termo fonte generalizado	γ = Porosidade volumétrica	S = Sólido, saída
T = Temperatura	μ = Viscosidade dinâmica	T = Total, temperatura
t = Tempo	ϕ = Potência térmica	O = Externo
u, v, w = Componentes da velocidade	ε = Eficiência térm. ou hidráulica	I = Interno
		X = Máximo
		φ = Propr. Transp.
		ϕ = Potência térmica

Modelo Numérico

Equações Básicas

De maneira geral, o funcionamento térmico e hidráulico de trocadores de calor pode ser bem representado pelas equações de conservação – massa, quantidade de movimento e energia –, escritas para escoamento incompressível e sem dissipação viscosa de um fluido newtoniano. Estas equações podem ser colocadas na seguinte forma geral:

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho \phi \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{J}_\phi = \rho S_\phi \quad (1)$$

A variável ϕ pode designar as componentes u , v e w da velocidade, ou um escalar qualquer transportável pelo escoamento – como a temperatura ou a concentração, por exemplo. S_ϕ representa o termo fonte generalizado, responsável pela geração ou destruição da grandeza ϕ . Os dois últimos termos do primeiro membro traduzem, respectivamente, os fluxos convectivo e difusivo da quantidade ϕ . Considerando-se, adicionalmente, regime de convecção forçada e propriedades físicas do fluido constantes, os diferentes elementos da equação acima assumem a forma apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 Elementos da equação geral de transporte – Equação (1)

Princípio de Conservação	ϕ	J_ϕ	S_ϕ
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento	u, v ou w	$-\mu \overline{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_i$	$-\nabla P + \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_i + \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_i$
Energia	T	$-k \nabla T$	0

Com as condições limites e iniciais particulares de cada caso analisado, a Eq. (1) constitui um sistema determinado que, devido à forte não-linearidade de seus termos convectivos, deve ser resolvido numericamente. Uma dificuldade adicional surge, entretanto, quando da resolução destas equações no interior de geometrias complexas. No caso específico de trocadores multitubulares, a representação completa e detalhada do feixe de tubos no domínio de cálculo exigiria a adoção de malhas irregulares e particularmente refinadas, ainda incompatíveis com a capacidade da maioria dos atuais computadores. Um modelamento complementar do escoamento torna-se, pois, indispensável.

Meio Poroso Equivalente

Dois tipos principais de modelos aparecem na literatura – Sha *et al.*, (1978) e Sha (1980) –, permitindo representar as características essenciais do escoamento através do feixe tubular.

No primeiro deles – o método dos subcanais – as malhas são definidas diretamente pela configuração geométrica do feixe tubular e o escoamento na direção longitudinal dos tubos é explicitamente considerado como preferencial. Assim, as equações de quantidade de movimento transversais e axiais não são tratadas com o mesmo rigor, o que limita a aplicação da técnica a alguns tipos bem específicos de aparelhos.

O segundo método – proposto originalmente por Patankar e Spalding (1974) e discutido em detalhes por Sha (1986) –, permite uma descrição macroscópica do escoamento, através do modelamento do feixe como um meio poroso equivalente. Esta forma de abordagem, adotada no contexto deste trabalho, resulta diretamente das equações de conservação, sem nenhuma outra hipótese além de uma distribuição uniforme das grandezas físicas do escoamento dentro de cada malha.

Em linhas gerais, o método baseia-se nos conceitos de porosidade volumétrica e superficial, definidas como a fração do volume, ou da área total de cada malha, ocupada pelo fluido, ou oferecida à sua passagem. Matematicamente, pode-se escrever:

$$\gamma = \frac{V_F}{V_S + V_F} = \frac{V_F}{V_T} \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{A_F}{A_S + A_F} = \frac{A_F}{A_T} \quad (3)$$

As propriedades extensivas do escoamento, assim como as velocidades nas fronteiras dos volumes elementares, são ponderadas pelas porosidades correspondentes, calculadas através das expressões acima. As interações termohidráulicas entre o fluido e as estruturas sólidas presentes no escoamento são representadas por leis constitutivas, obtidas experimentalmente por Hessealgreaves *et al.*, (1993) em estudos precedentes e introduzidas no programa computacional sob a forma de correlações.

Do ponto de vista do escoamento interno, os tubos são considerados como canais paralelos alimentados por coletores posicionados em suas extremidades, no interior dos quais a pressão e a temperatura são consideradas constantes. O acoplamento térmico entre os dois fluidos – interno e externo – é realizado a partir do cálculo do fluxo de calor e do número de tubos posicionados dentro de cada malha.

Método de Solução

No contexto deste trabalho, utilizou-se o programa de termohidráulica industrial Trio-VF[®], desenvolvido pelo *Commissariat à l'Energie Atomique – CEA*, França, onde as equações que descrevem o escoamento são discretizadas no espaço $\mathcal{R}^3$ pelo método dos volumes finitos. O domínio de cálculo é, pois, dividido em malhas – volumes de controle ou células elementares – e as equações locais de conservação são integradas em cada volume de controle, resultando em equações macroscópicas de balanço. Com o auxílio do teorema de Gauss, as integrais de volume são transformadas em integrais de superfície, dando origem a um conjunto de equações, cuja formulação discreta constitui a base do método dos volumes finitos.

O algoritmo de solução baseia-se no método Sola, desenvolvido no *Los Alamos Scientific Laboratory* da Universidade da Califórnia. De acordo com Hirt *et al.*, (1975 e 1976), trata-se de um método principalmente explícito, que incorpora um certo grau de implicidade, notadamente em pressão. A equação de conservação da massa é combinada com o divergente da equação da quantidade de movimento, gerando uma equação de Poisson para a pressão. As equações de transporte para quantidades escalares, bem como os termos difusivo, convectivo e fonte da equação de quantidade de movimento, são discretizadas explicitamente, enquanto a equação de Poisson é discretizada de maneira implícita. Resulta daí, um sistema linear para a pressão no tempo $t + \Delta t$, dado por:

$$A^n \cdot P^{t+\Delta t} = B^n \quad (4)$$

no qual a matriz A^n contém apenas informações geométricas e deve ser invertida uma única vez, no início dos cálculos. O segundo membro, por sua vez, contém as velocidades e o termo fonte, avaliados no instante precedente. A solução deste sistema é realizada pelo método direto de Choleski.

A discretização temporal explícita impõe uma limitação no passo de tempo, baseada nas constantes de tempo de transporte convectivo e difusivo sobre o sistema de malhas definido. A condição geral de estabilidade se escreve:

$$\Delta t \leq \left(\frac{l}{\Delta t_C} + \frac{l}{\Delta t_D} \right)^{-1} \quad (5)$$

onde os passos de tempo de convecção e de difusão são dados, respectivamente, por:

$$\Delta t_C \leq \left\{ \max_{\Omega} \left(\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + \frac{|w|}{\Delta z} \right) \right\}^{-1} \quad (6)$$

$$\Delta t_D \leq \frac{1}{2} \left\{ \max_{\Omega} \left(\frac{\alpha}{\Delta x^2} + \frac{\alpha}{\Delta y^2} + \frac{\alpha}{\Delta z^2} \right) \right\}^{-1} \quad (7)$$

com a função $\max_{\Omega}(\dots)$ designando o valor máximo assumido pelo seu argumento no interior do domínio de cálculo. A variável α , por sua vez, representa o coeficiente de difusão de massa, de quantidade de movimento ou de energia, conforme o caso considerado.

O cálculo se desenvolve sequencialmente, de acordo as seguintes etapas: (a) determinação e incremento do novo passo de tempo; (b) resolução do sistema linear de pressão e cálculo da pressão no novo instante; (c) cálculo do campo de velocidades, a partir da equação da quantidade de movimento; (e) teste de convergência: finalização dos cálculos ou retorno ao passo inicial.

Em regime de convecção forçada – situação encontrada em todos os casos analisados no âmbito deste trabalho – as equações do movimento são desacopladas da equação de transporte de quantidades escalares. Assim sendo, campos de temperatura ou de concentração podem ser determinados após a obtenção do regime hidráulico permanente, visto que, nesta condição, é usual considerar-se que tais variáveis não exerçam influência significativa sobre o movimento do fluido. Em outras palavras, a temperatura e a concentração podem ser encarados como escalares passivos, transportados pelo campo de velocidades previamente estabelecido, através dos mecanismos de convecção e difusão.

Malhas e Condições de Contorno

A presente simulação refere-se a um trocador de calor de seção transversal quadrada, dentro do qual se posiciona um feixe de tubos em arranjo triangular. A geometria pouco convencional desta carcaça mostrou-se necessária por dois motivos básicos: em primeiro lugar, para permitir a simulação bidimensional do problema e, em segundo, para facilitar a visualização experimental do escoamento no interior do aparelho – Mansur (1993), cujos resultados se prestaram, dentre outras coisas, à validação do modelo numérico.

Um sistema bidimensional de malhas irregulares, com resolução 89^2 no plano xz, foi empregado na discretização do domínio de cálculo. Como mostra a Fig. 2, as malhas se mostram mais refinadas nas regiões de entrada e saída do aparelho, onde as velocidades são fortemente inclinadas em relação ao eixo z, bem como nas proximidades das paredes longitudinais da carcaça, para assegurar uma boa representação do escoamento no espaço compreendido entre o feixe tubular e a carcaça.

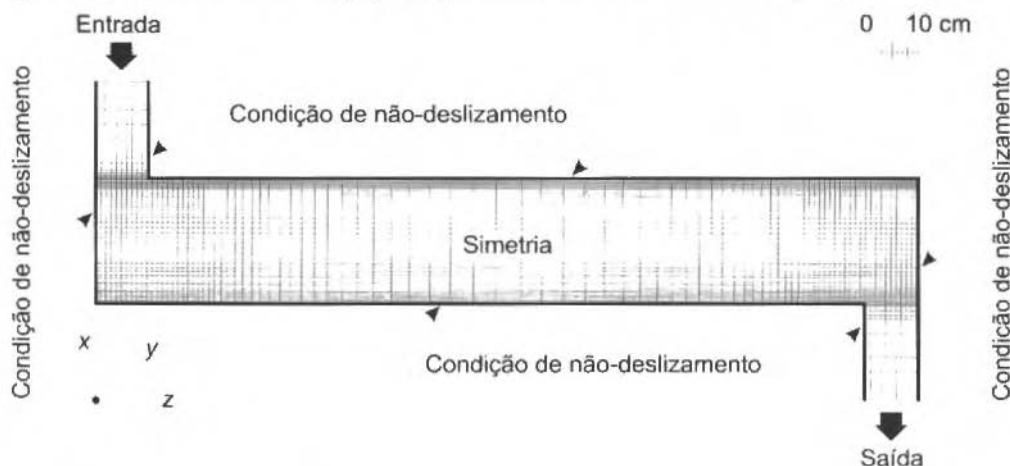
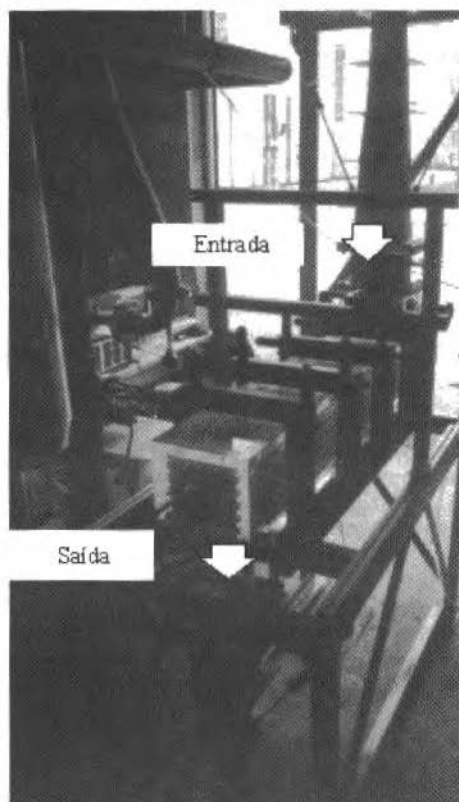


Fig. 2 Domínio de cálculo: dimensões básicas, sistema de malhas e condições de contorno

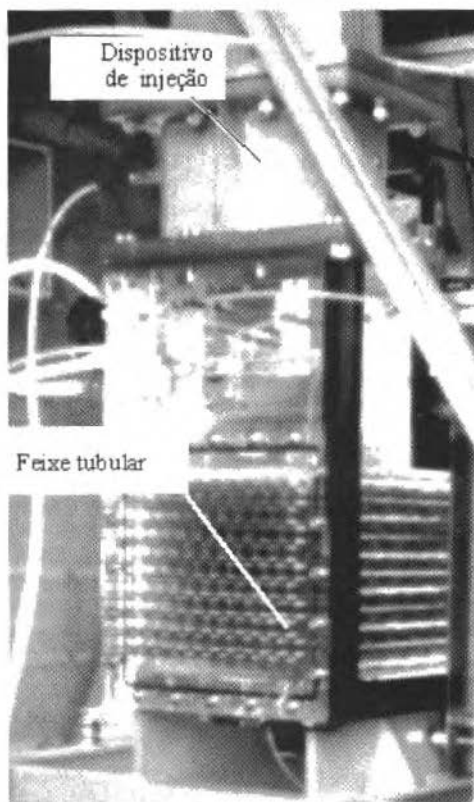
Em consonância com o dispositivo experimental da Fig. 3, a carcaça é constituída de paredes aderentes, impermeáveis e adiabáticas. A velocidade e a temperatura na entrada, assim como a pressão na saída, são impostas como condições de contorno. As duas faces perpendiculares à direção y são

consideradas como planos de simetria, o que equivale a desconsiderar o efeito das paredes laterais da carcaça sobre o escoamento.

A Tabela 2 apresenta os principais dados de entrada que alimentam o programa de simulação, incluindo os valores correspondentes às condições de contorno acima discriminadas. As propriedades físicas de ambos os fluidos, que percorrem o aparelho em contra-corrente, são consideradas constantes durante a realização dos cálculos.



(a) Vista de Conjunto



(b) Região de Entrada

Fig. 3 Dispositivo experimental

Tabela 2 Propriedades físicas e condições de contorno utilizadas na simulação

Escoamento	Variável	Valor	Unidade
Interno aos Tubos	- Velocidade média na seção de passagem	2.2	m.s^{-1}
	- Temperatura média na entrada	100	$^{\circ}\text{C}$
	- Massa específica	965	kg.m^{-3}
	- Viscosidade dinâmica	$3,2 \cdot 10^{-4}$	N.s.m^{-2}
	- Condutividade térmica	0,675	$\text{W.m}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}$
	- Calor específico a pressão constante	4204	$\text{J.kg}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}$
Externo aos Tubos	- Velocidade média na seção de entrada	0,09 a 0,7	m.s^{-1}
	- Temperatura média na seção de entrada	20	$^{\circ}\text{C}$
	- Massa específica	998	kg.m^{-3}
	- Viscosidade dinâmica	$0,8 \cdot 10^{-3}$	N.s.m^{-2}
	- Condutividade térmica	0,614	$\text{W.m}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}$
	- Calor específico a pressão constante	4182	$\text{J.kg}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}$

Resultados e Discussão

Conforme mostra a Fig. 4, quatro diferentes versões de um mesmo aparelho são abordadas na presente análise. As configurações FH-100 e FH-075 designam os trocadores de calor cujas fitas helicoidais ocupam, respectivamente, 100 e 75% do comprimento total dos tubos. As configurações FH-000 e CH-006, por sua vez, correspondem aos aparelhos desprovidos de fitas helicoidais e os munidos de chicanas segmentares clássicas, respectivamente. Estas duas últimas configurações constituem elementos de referência para a análise das eficiências termohidráulicas dos trocadores equipados de fitas helicoidais.

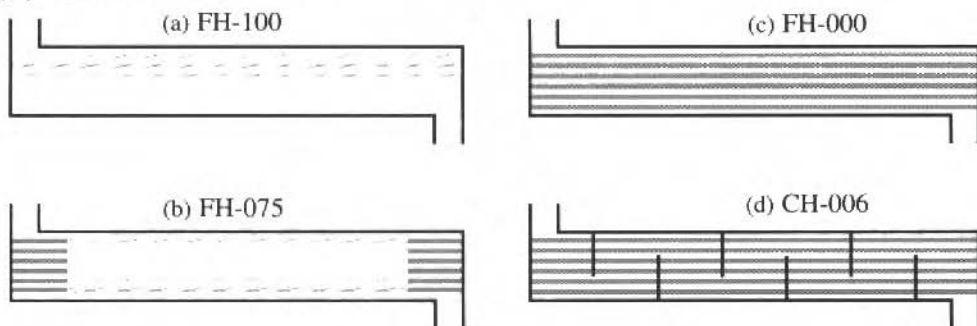


Fig. 4 Configurações geométricas dos trocadores de calor multitubulares estudados numericamente

Num primeiro momento, a fim de validar o modelo elaborado e introduzido no programa de simulação, medidas de pressão foram efetuadas em diversos pontos do protótipo representado na Fig. 3, construindo para permitir o ensaio hidráulico das configurações FH-100, FH-075 e FH-000.

A Figura 5 estabelece uma comparação entre dados numéricos e experimentais, referentes à diferença de pressão entre os bocais de alimentação e de restituição, para três das quatro diferentes configurações abordadas neste estudo. As linhas contínua e tracejada foram ajustadas sobre o conjunto dos dados experimentais previamente obtidos, através do método dos mínimos quadrados. A excelente concordância dos resultados reflete a boa qualidade do modelo implementado. Nos casos mais desfavoráveis, as perdas de pressão calculadas são superestimadas em menos de 5%, quando comparadas aos seus correspondentes valores experimentais.

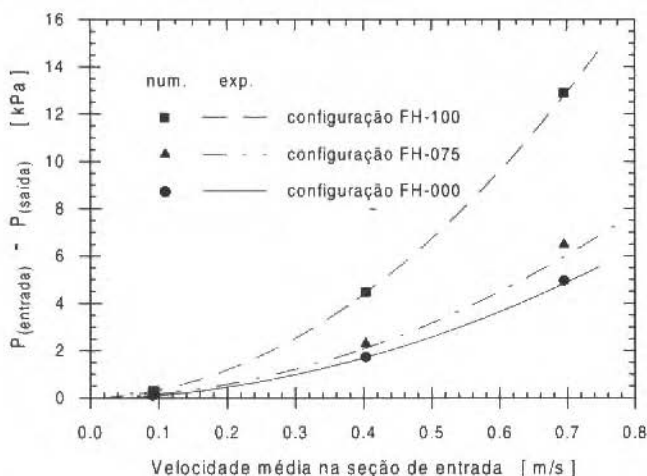


Fig. 5 Diferença de pressão entre as extremidades do trocador de calor no escoamento externo aos tubos: comparação entre resultados numéricos e experimentais

É interessante observar que a utilização de fitas helicoidais longas – configuração FH-100 – produz um aumento substancial das perdas de pressão dentro do aparelho, relativamente às configurações FH-

000 e FH-075. Conclui-se daí que, do ponto de vista puramente hidráulico, a presença de fitas helicoidais nas regiões de entrada e de saída da carcaça podem comprometer seriamente o desempenho do trocador de calor. Por outro lado, o comportamento hidráulico dos aparelhos representados pelas configurações FH-075 e FH-000 são bastante próximos, revelando que, num trocador munido de fitas helicoidais, a maior parte das perdas de carga se dá nas regiões de entrada e saída, onde as velocidades apresentam forte componente perpendicular ao feixe de tubos. Assim, recomenda-se que o uso de fitas helicoidais fique, na medida do possível, restrito apenas à zona central do aparelho, onde o escoamento é predominantemente longitudinal.

A boa qualidade do modelo numérico fica ainda mais evidente mediante a comparação entre as informações qualitativas da Fig. 6.

A visualização deste escoamento em laboratório – Fig. 6(a) – foi realizada através da injeção de corante líquido na entrada do protótipo. Imagens sucessivas do escoamento foram, então, captadas em película fotográfica, por intermédio de duas câmaras motorizadas comandadas simultaneamente, posicionadas frente às regiões de entrada e de saída do trocador. Na região central deste protótipo, a visualização do escoamento e, sobretudo, o registro das imagens geradas, mostraram-se bastante difíceis de serem executados, devido à presença das fitas helicoidais confeccionadas em material metálico.

A simulação numérica desta experiência, cujos resultados aparecem na Fig. 6(b), foi executada após a obtenção do campo permanente de velocidades, tendo-se em vista o regime de convecção forçada que caracteriza a operação deste tipo de equipamento. Nestas condições, uma equação adicional de transporte para um escalar passivo – no caso a concentração – foi resolvida em regime transiente. O procedimento é razoavelmente simples, podendo ser descrito da maneira como segue. Inicialmente, uma condição de concentração homogênea ($C = 0$) é imposta a todo o domínio de cálculo. A partir do instante inicial $t_0 = 0$, uma nova condição de concentração é introduzida continuamente na entrada do aparelho ($C = 1$), enquanto todas as outras condições permanecem inalteradas. Resulta, daí, uma frente de concentração transportada pelo escoamento, cuja evolução pode ser acompanhada ao longo do tempo.

Antes do início da presente experiência numérica, testes preliminares foram realizados com o objetivo de se determinar as melhores condições para simular o deslocamento da frente de corante líquido. Dentre outras coisas, avaliou-se o problema da difusão numérica introduzida nos resultados por diferentes esquemas convectivos. A de imagem sequencial da Fig. 6(b) foi obtida utilizando-se o esquema *Quick* – descentrado a montante de terceira ordem – que propiciou resultados nitidamente melhores que os obtidos através do esquema *UpWind* – descentrado a montante de primeira ordem.

Para finalizar a presente fase de validação do modelo, é importante acrescentar que comparações análogas foram efetuadas para as configurações FH-000 e FH-100, revelando, da mesma forma, ótima concordância entre dados numéricos e experimentais.

Uma das mais importantes finalidades da simulação de trocadores de calor consiste na avaliação da eficiência destes aparelhos, quando submetidos a alterações em seus parâmetros físicos, geométricos ou de funcionamento. Os resultados apresentados a seguir, além de servirem para ilustrar este tipo de aplicação, permitem avaliar o desempenho dos aparelhos equipados de fitas helicoidais, relativamente àqueles dotados de chicanas segmentadas.

Várias definições têm sido formuladas para quantificar o rendimento de trocadores de calor. Nenhuma delas, entretanto, mostra-se suficientemente completa e abrangente para ser utilizada como um critério universal de desempenho, aceito por todos os setores que fabricam ou operam equipamentos desta natureza.

Um índice de desempenho particularmente utilizado para avaliar a eficiência dos mecanismos de troca de calor, do ponto de vista do fluido externo aos tubos, é dado pela relação:

$$\epsilon_T = \frac{\Delta T_O}{\Delta T_X} \quad (8)$$

Para o caso de um aparelho operando em contra-corrente, nas condições de temperatura explicitadas na Tabela 2, a Eq. (8) pode ser reescrita na forma:

$$\epsilon_T = \frac{T_{O,S} - T_{O,E}}{T_{I,E} - T_{O,E}} \quad (9)$$

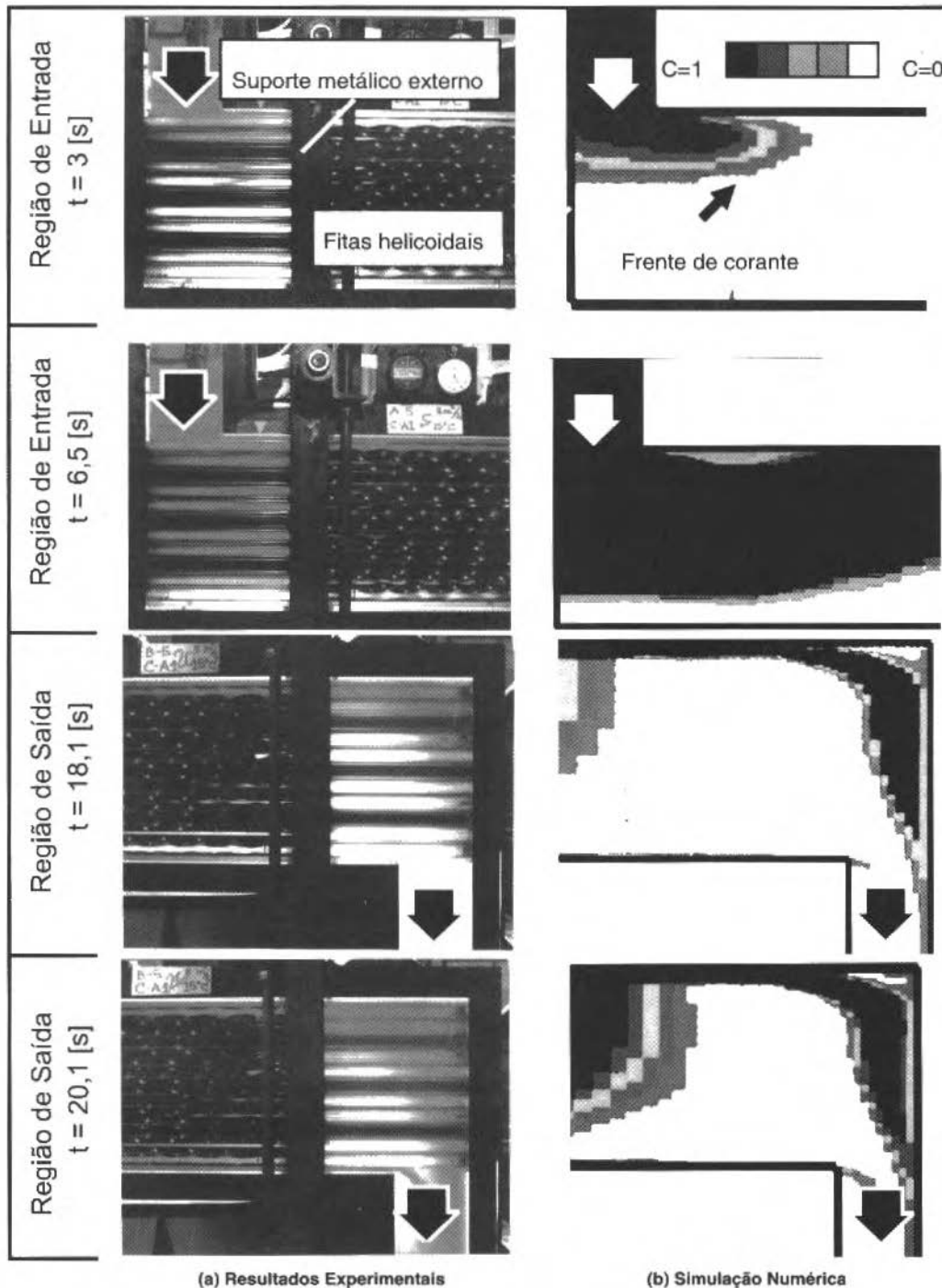


Fig. 6 Evolução temporal de uma frente de corante líquido injetada uniformemente na entrada do trocador de calor – configuração FH-075, $U = 0,09$ m/s: comparação entre resultados numéricos e experimentais

Fisicamente, esta expressão relaciona a potência efetivamente absorvida pelo fluido no interior da carcaça, com aquela que poderia ser transferida, caso a superfície de troca fosse infinita.

Por este critério exclusivamente térmico, o trocador de chicanas clássicas apresenta nítida vantagem sobre todos os modelos que utilizam fitas helicoidais, como mostram os resultados da Tabela 3. Entretanto, em muitas circunstâncias, este índice parece impróprio para exprimir as características de desempenho de um dado aparelho.

Tabela 3 Eficiência térmica dos trocadores de calor analisados, em função da velocidade média do escoamento na entrada do aparelho: resultados numéricos.

Velocidade na Entrada U_e [m/s]	Eficiência Térmica, ϵ_T [%]			
	FH-000	FH-075	FH-100	CH-006
0,09	56,0	60,9	65,4	85,8
0,4	35,3	40,3	41,8	55,8
0,7	27,9	31,7	32,7	42,4

Condições de simulação especificadas na Tabela 2.

Com efeito, um índice de desempenho adequadamente definido deve refletir a habilidade de uma máquina ou equipamento de realizar tarefas para as quais foi projetado. Assim sendo, considerando-se que um trocador térmico deva maximizar a taxa de transferência de calor com o menor consumo de energia externa possível, outros critérios explícitos de eficiência podem ser estabelecidos a partir das relações:

$$\eta_1 = \frac{\epsilon_\phi}{\epsilon_P} \quad (10)$$

$$\eta_2 = \frac{\epsilon_H}{\epsilon_P} \quad (11)$$

onde:

$$\epsilon_\phi = \frac{\phi}{\phi_{FH-000}} \quad (12)$$

$$\epsilon_h = \frac{h}{h_{FH-000}} \quad (13)$$

$$\epsilon_P = \frac{\Delta P}{\Delta P_{FH-000}} \quad (14)$$

Nestas três últimas expressões – que também podem ser encaradas como índices de desempenho térmico ou hidráulico – o denominador representa os valores da potência térmica (ϕ), do coeficiente médio de transferência de calor externo aos tubos (h) e da queda de pressão através do aparelho (ΔP), respectivamente, obtidos para a configuração FH-000, que serve de base para a comparação apresentada na sequência do trabalho.

A Tabela 4 mostra que, embora a configuração CH-006 seja mais eficiente do ponto de vista térmico – ϵ_ϕ e ϵ_h mais elevados para uma mesma condição de operação –, a performance termohidráulica dos trocadores de calor munidos de fitas helicoidais – η_1 e η_2 – são significativamente melhores, graças à reduzida queda de pressão que caracteriza o funcionamento deste tipo de aparelho.

Os resultados da simulação que deram origem a estes índices de desempenho mostram que, para uma mesma queda de pressão ou uma mesma potência de bombeamento, as configurações FH-000, FH-075 e FH-100 são capazes de transferir calor numa proporção substancialmente maior que a configuração CH-006.

Finalmente, cabe salientar que a tendência destes resultados encontra-se em perfeita sintonia com os estudos realizados por Mansur *et al.*, (1994), onde os dados de desempenho de um trocador de calor munido de fitas helicoidais – obtidos experimentalmente – são comparados com aqueles apresentados por aparelhos geometricamente equivalentes, equipados com diferentes quantidades e configurações de chicanas segmentadas. Neste último caso, os resultados foram gerados através de um programa de dimensionamento de trocadores do tipo casco-tubos – Cetuc® –, desenvolvido e comercializado pelo *Groupement pour la Recherche sur les Echangeurs Thermiques – GRETh*, França. Esta constatação reafirma a validade do programa de simulação apresentado no âmbito deste artigo, qualificando-o como instrumento de pesquisa e desenvolvimento de trocadores de calor multitubulares.

Tabela 4 Eficiências térmica, hidráulica e termohidráulica dos trocadores de calor analisados, em função da velocidade média do escoamento na entrada do aparelho: resultados numéricos.

Configuração	Velocidade na Entrada	Índices de Eficiência				
	U_E [m/s]	ε_θ	ε_h	ε_P	η_t	η_E
FH-075	0,09	1,09	1,16	1,66	0,66	0,70
	0,4	1,14	1,25	1,33	0,86	0,93
	0,7	1,14	1,25	1,31	0,87	0,95
FH-100	0,09	1,17	1,33	2,84	0,41	0,47
	0,4	1,18	1,33	2,60	0,46	0,51
	0,7	1,17	1,32	2,60	0,45	0,51
CH-006	0,09	1,53	2,73	8,98	0,17	0,30
	0,4	1,58	2,45	9,40	0,17	0,26
	0,7	1,52	2,29	9,64	0,16	0,24

Condições de simulação especificadas na Tabela 2.

Conclusão

Programas de simulação têm sido exaustivamente utilizados nos meios científicos e industriais, para estudar o funcionamento de trocadores de calor e outros tipos de equipamentos térmicos. Esta forma de abordagem permite o acesso rápido a variáveis de funcionamento do aparelho, cuja determinação experimental se mostra, na maioria das vezes, difícil, onerosa ou até mesmo impossível de ser realizada. Por outro lado, durante a elaboração de um modelo, hipóteses simplificativas são formuladas, a fim de que uma situação física complexa possa ser descrita matematicamente. Além disso, os métodos numéricos empregados na solução desses modelos embutem, via de regra, várias aproximações. Em vista disso, a utilização criteriosa de um programa de simulação para fins industriais pressupõe a validação prévia do modelo físico e do programa computacional, antes que informações incorretas ou inconsistentes possam ser empregadas inadvertidamente. Os procedimentos experimentais se apresentam, neste contexto, como os instrumentos mais confiáveis para a qualificação de resultados numéricos. O presente artigo coloca os métodos numérico e experimental como ferramentas de análise complementares, mostrando que este acoplamento pode contribuir de maneira efetiva para o aprimoramento tecnológico dos trocadores de calor.

Do ponto de vista técnico, as principais conclusões extraídas deste trabalho podem ser resumidas da maneira como segue: (a) Embora não permita a obtenção de detalhes finos do escoamento, a descrição do feixe tubular por um modelo do tipo meio poroso equivalente se mostrou absolutamente adequada para simular o funcionamento térmico e hidráulico de trocadores de calor multitubulares; (b) Resultados numéricos envolvendo a propagação de uma frente de corante através do aparelho são, evidentemente, muito mais fáceis de serem obtidos que experimentalmente. Investigações desta natureza servem para detectar eventuais zonas de má distribuição do fluxo, onde o fluido penetra com dificuldade. A partir destas informações, possíveis soluções para o problema podem ser propostas e testadas numericamente, posto que o programa já se encontra devidamente validado para este tipo de aplicação; (c) O uso de fitas helicoidais deve ser evitado nas regiões de entrada e de saída do aparelho, onde o escoamento é predominantemente perpendicular ao feixe de tubos. As informações obtidas numérica e experimentalmente mostram que, para uma mesma vazão, a configuração FH-100 apresenta uma queda de pressão significativamente maior que a configuração FH-075, sem o correspondente aumento dos parâmetros que determinam a eficiência térmica do aparelho; (d) O conjunto dos resultados apresentados demonstra claramente as potencialidades dos trocadores de calor equipados de

fitas helicoidais, sobretudo quando parâmetros hidráulicos são incluídos na definição dos índices utilizados para avaliar sua performance.

Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido no *Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble*, com o apoio financeiro da *Comunidade Econômica Européia*, contrato *JOUE-0016-C*, *Joule Program*. O *CNPq*, o *CEFI International* e o *GRETh* forneceram as demais condições necessárias à sua realização.

Referências

- Gentry, C.C., 1990, "Rodbaffle heat exchanger technology", *Chemical Engineering Progress*, Vol. 86, No. 7, pp.48-57.
- Hesselgreaves, J.E., 1988, "A mechanistic model for heat transfer and pressure drop in rod baffle heat exchangers", *Proc. 2nd UK National Conference on Heat Transfer*, Vol. 1, pp.787-800.
- Hesselgreaves, J.E., Mercier, P., Moros, T., Mansur, S.S. e McCourt, M., 1993, "New Concepts in Longitudinal Flow Shell and Tube Heat Exchangers", *Energy Efficiency in Process Technology*, ed.: Pilavachi, P.A., Elsevier Applied Science, Londres, pp.641-652.
- Hirt, C.W., Nichols, B.D. e Romero, N. C., 1975, "Sola - A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows", LA-5852, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California.
- Hirt, C.W., Nichols, B.D. e Romero, N.C., 1976, "Sola - A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows (Addendum)", LA-5852, Add. Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California.
- Mansur, S.S., 1993, "Amélioration des Echangeurs Thermiques Tubulaires par l'Utilisation d'Inserts Hélicoidaux à l'Extérieur des Tubes", Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, Grenoble, França.
- Mansur, S.S., Mercier, P. e Hesselgreaves, J., 1994, "Thermal efficiency of industrial tubular heat exchangers with a new concept of longitudinal flow", *Eurotherm - Heat Exchanger Technology: Recent Developments*, Vol. 33, pp.172-178.
- Patankar, S.V. e Spalding, D.B., 1974, "A calculation procedure for the transient and steady-state behavior of shell-and-tube heat exchangers", *Heat Exchangers: Design and Theory Sourcebook*, eds.: Afgan, N.H. e Schlünder, E.V., McGraw-Hill, pp.155-176.
- Sha, W.T., 1980, "An overview on rod-bundle thermal-hydraulic analysis", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 62, pp.1-24.
- Sha, W.T., 1986, "Numerical modeling of heat exchangers", *Handbook of Heat and Mass Transfer: Heat Transfer Operation*, Vol. 1, ed.: Cheremisinoff, N.P., Gulf Publishing Co., pp.815-851.
- Sha, W.T., Domanus, H.M., Schmitt, R.C., Oras, J.J., Lin, E.I.H. e Shah, V.L., 1978, "A new approach for rod-bundle thermal-hydraulic analysis", *Proc. Int. Topical Meeting on Nuclear Power Reactor Safety*, Vol. 1, pp.669-698.
- Small, W.M. e Young, R.K., 1979, "The rodbaffle heat exchanger", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 1, No. 2, pp.21-27.
- Taborek, J., 1989, "Longitudinal flow in tube bundles with grid baffles", *AIChE Symposium Series Heat Transfer*, Vol. 85, No. 269, pp.72-78.

Análise de Fluxo Crítico de Calor em Feixes de Varetas Através de Redes Neurais

Analysis of Critical Heat Flux in Rod Bundles by Neural Nets

Pedro Carajillescov

Universidade Federal Fluminense
Departamento de Engenharia Mecânica
21410-240 Niterói, RJ Brasil
e-mail: pedroc@caa.uff.br

Abstract

Neural computation represents one of the fastest growing areas in artificial intelligence. Considering that the major limit of the thermohydraulic design of PWR type nuclear reactors consists in the occurrence of critical heat flux (CHF), in the present work, it is developed an artificial neural net for the prediction of occurrence of CHF, utilizing experimental data obtained in rod bundle water flows for the net training. Application is performed for the range of the operational parameters of reactor INAP-11, being developed by CTM/SP. It was observed that the standard deviation of the final results, given by the net for the ratio between experimental and theoretical results for the CHF, is lower than those given by the EPRI and EPRI_MOD correlations, coupled to the COBRA-IV code, and that the average presents a very small deviation from the expected unity value.

Keywords: Critical Heat Flux, Neural Nets, PWR Nuclear Reactor.

Resumo

Computação neuronal representa uma das áreas de crescimento mais rápido das técnicas de inteligência artificial. Considerando-se que o principal limite do projeto termohidráulico de reatores do tipo PWR consiste na ocorrência de fluxo crítico de calor (FCC), no presente trabalho, é desenvolvida uma rede neuronal artificial para a simulação de ocorrência de FCC, utilizando-se dados experimentais obtidos em escoamentos de água em feixes de varetas para o treinamento da rede. Aplicação é feita para a faixa de parâmetros operacionais característicos do reator INAP-11, sendo desenvolvido pelo CTM/SP. Observou-se que o desvio padrão dos resultados finais, fornecidos pela rede para a razão entre os valores experimentais e teóricos do FCC, é menor do que aqueles dados pelas correlações EPRI e EPRI_MOD, acopladas ao programa COBRA-IV, e que a média apresenta um desvio pequeno do valor unitário esperado.

Palavras-chave: Fluxo Crítico de Calor, Redes Neurais, Reator PWR.

Introdução

No momento, a maior prioridade do Programa Nuclear Brasileiro, sendo desenvolvido pelo CTM/SP - Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, do Ministério da Marinha, consiste no desenvolvimento de um reator nuclear, com um núcleo de pequeno porte, do tipo PWR (Pressurized Water Reactors), para propulsão naval. Além deste reator, denominado INAP-11, a usina nuclear ANGRA-I, projetada pela Westinghouse e em operação, e a usina nuclear ANGRA-II, desenvolvida pela KWU e em fase avançada de construção, possuem reatores do tipo PWR. Desta forma, pode-se observar que reatores do tipo PWR representam a opção brasileira para a geração núcleo-elétrica.

O principal limite termohidráulico de projeto de reatores do tipo PWR (Pressurized Water Reactors) consiste na ocorrência de fluxo crítico de calor (FCC), usualmente conhecido como DNB (Departure from Nucleate Boiling), cuja verificação, para efeito de projeto, é efetuada através do DNBR (Departure from Nucleate Boiling Ratio), o qual consiste na razão entre o fluxo crítico de calor, calculado nas condições locais do refrigerante, utilizando-se uma correlação empírica de projeto, e o fluxo de calor operacional local. A Margem de Projeto é estabelecida pela Mínima Razão de DNB (MDNBR), a qual é fortemente dependente da correlação de projeto adotada.

Durante a operação normal, a margem de projeto estabelecida deve ser continuamente monitorada com o objetivo de proteger o reator contra a ocorrência de DNB, de acordo com a especificação do projeto.

As correlações empíricas são usualmente estabelecidas com base em dados experimentais, obtidos em seções de testes que procuram simular as condições geométricas e operacionais dos elementos combustíveis. Na literatura, pode-se encontrar um grande número de correlações empíricas, sendo que as principais correlações que tem sido adotadas pelos projetistas são a W-3 (Tong, 1967) e a correlação EPRI (Reddy e Fighetti, 1983), sendo esta última adotada na forma inicialmente concebida ou com a modificação sugerida por Pei et al. (1986), aqui chamada de EPRI_MOD. A utilização destas

correlações exige o preciso conhecimento das condições térmicas e hidráulicas locais do refrigerante, nas condições operacionais do elemento combustível. Considerando-se que o DNBR é uma função de inúmeras variáveis referentes a parâmetros geométricos e operacionais da usina, a obtenção das condições locais do refrigerante é, usualmente, feita através de programas computacionais de projeto que utilizam a técnica conhecida como "análise de subcanais". Entre os programas adotados se encontram os programas da linha COBRA (Rowe, 1971; Stewart et al, 1977), os quais tem sido adotados de forma generalizada, e os da linha THINC (Chelemer et al, 1967), de propriedade da Westinghouse.

A complexidade dos programas computacionais mencionados tem impedido o monitoramento *on-line* do DNBR. Desta forma, o procedimento usualmente implementado é do tipo *off-line* e consiste no cálculo *a priori* dos limites de segurança do DNBR, utilizando-se os programas computacionais de projeto, sob a hipótese de variadas condições operacionais, e, finalmente, determinando as curvas de proteção da usina, em função de mensuráveis variáveis de processo, para implementação no sistema de operação da usina. Devido às grandes incertezas associadas com o inter-relacionamento dos diversos parâmetros operacionais da usina, as curvas de proteção são usualmente estabelecidas com um elevado grau de conservadorismo.

A grande preocupação com a operação segura, porém eficiente, das usinas nucleares, tem levado os pesquisadores à procura de meios de se monitorar, de forma *on-line*, o parâmetro DNBR, para que o operador possa, a cada instante, conhecer a margem de segurança da usina.

Para um procedimento de verificação *on-line* da margem de DNB, uma das alternativas consideradas seria de se dotar o operador da usina de programas computacionais simplificados que calculassem o DNBR em tempo real. Este método, no entanto, incorporaria às incertezas do cálculo usual da margem de DNB todas as incertezas do programa computacional simplificado. Obviamente, esta técnica exigiria a operação da usina com margens de segurança extremamente conservadoras.

Uma outra alternativa para este procedimento *on-line* pode ser a utilização da técnica de redes neurais aplicada à determinação do DNBR. Kim e Lee (1993) analisaram esta possibilidade utilizando dados teóricos fornecidos por uma correlação empírica, acoplada ao programa COBRA-IV, para o treinamento de uma rede para a execução desta função. Embora promissor, este método adiciona às incertezas da determinação do DNBR, utilizando a técnica detalhada de análise de subcanais e da determinação de FCC com uma correlação empírica, todas as incertezas do treinamento de uma rede neural utilizando um número limitado de casos rodados com o programa COBRA-IV.

O treinamento de uma rede neural, utilizando-se dados experimentais de FCC diretamente, pode eliminar parte das incertezas associadas com a técnica de Kim e Lee.

Redes Neurais

Uma rede neural artificial (RNA) é composta por elementos que executam funções análogas aos neurônios biológicos. Uma RNA tem a capacidade de aprender complexas relações através de um treinamento executado com um conjunto de dados experimentais composto de entradas e saídas. Além disto, trata-se de tarefa simples atualizar-se o desempenho da rede através de novos dados experimentais que se tornem disponíveis. Como as redes neurais não requerem conhecimento preciso sobre o fenômeno físico, elas tem sido utilizadas em muitos campos da engenharia, tais como identificação de padrões, controle, estimativa de parâmetros, etc. Existe uma vasta gama de literatura sobre tais assuntos. Entre os trabalhos mais relevantes, na área de controle, pode-se mencionar o trabalho de Bhat e McAvoy (1990). Recentemente, a técnica de RNA foi utilizada por Moon et al., (1996) para analisar as tendências paramétricas do fluxo crítico de calor no escoamento em tubos redondos e verticais.

A Figura 1 apresenta um exemplo de uma típica rede neural artificial para análise de FCC. A rede consiste de *processadores neuronais* ou *neurônios*, representados por círculos, e a informação é canalizada através das *interconexões* ou simplesmente *conexões* entre eles. Os quadrados são neurônios que simplesmente armazenam as entradas para a rede.

Cada neurônio possui uma memória local que transforma as entradas do neurônio em uma saída. Este processamento é chamado de *função de transferência* do neurônio. Tipicamente, os neurônios executam duas funções principais. A primeira representa a somatória, de forma ponderada, de suas entradas, ou seja:

$$S_j = \sum_{i=1}^N w_{i,j} x_i \quad (1)$$

onde w_{ij} representa o peso da entrada x_i no neurônio j .

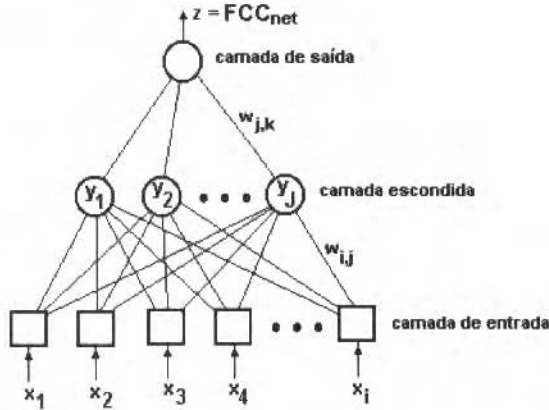


Fig. 1 Rede neural artificial típica para análise de DNBR

A segunda função consiste na transformação do resultado da somatória através de uma função cuja saída estará normalizada entre 0 e 1 e que seja diferencial em função da entrada. Usualmente, adota-se a chamada *função sigmoidal*, $F(s)$, isto é:

$$F(S) = \frac{1}{1 + e^{-S_j}} \tag{2}$$

Estas funções de um processador neuronal são apresentadas na Fig. 2.

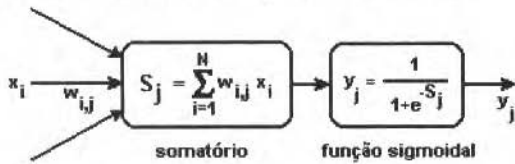


Fig. 2 Funções de um processador neuronal

A função sigmoidal é apresentada na Fig. 3.

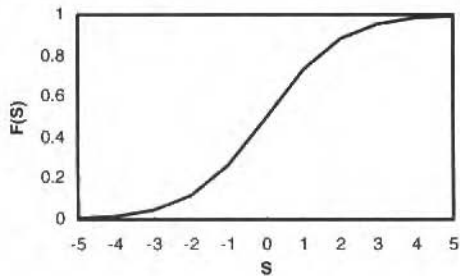


Fig. 3 Função de transferência de um processador neuronal

O treinamento (ou aprendizado) da rede neural consiste na determinação dos coeficientes w_{ij} , com base em pares *entrada-saída* de dados experimentais. O método mais importante adotado para este treinamento consiste no *método de retro-propagação* (back propagation). Neste método, o treinamento

é efetuado através de sucessivas pequenas mudanças nos coeficientes. Considere que estejam disponíveis M pares entrada-saída para treinamento da rede e, de forma geral, considere o desvio quadrático, E , entre a saída da rede, z_k , e o valor experimental, t_k , desejado, para uma dada entrada para a rede. Para uma rede com K parâmetros de saída, este desvio será dado por:

$$E = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left(z_k^{(m)} - t_k^{(m)} \right)^2 \quad (3)$$

O objetivo do treinamento consiste na minimização de E com respeito aos pesos das conexões da rede. Para cada par entrada-saída que é apresentado para a rede, os pesos são alterados de acordo com a expressão:

$$w_{i,j}^{(m)} = w_{i,j}^{(m-1)} + \Delta w_{i,j}^{(m)} \quad (4)$$

com

$$\Delta w_{i,j}^{(m)} \propto - \frac{\partial E}{\partial w_{i,j}^{(m)}} \quad (5)$$

As correções dos pesos, apresentadas na Eq. (5), são fornecidas pelas seguintes expressões usualmente adotadas:

a. conexões entre camada intermediária e de saída:

$$\Delta w_{j,k}^{(m)} = \eta F'(S_k) (z_k^{(m)} - t_k^{(m)}) y_j^{(m)} \quad (6)$$

b. conexões entre camada de entrada e camada intermediária:

$$\Delta w_{i,j}^{(m)} = \eta F'(S_j) \left[\sum_{k=1}^K \left[F'(S_k) (z_k^{(m)} - t_k^{(m)}) w_{j,k}^{(m-1)} \right] \right] x_i^{(m)} \quad (7)$$

Nestas expressões, $F'(S)$ representa a derivada da função sigmoidal em função de S e η é um parâmetro de convergência a ser ajustado convenientemente.

Este método também é conhecido como método de descida de gradiente (*gradient descent*).

Tendo em vista a importância do fenômeno de ocorrência de fluxo crítico de calor, experimentos de simulação, sob condições bem controladas, são frequentemente realizados em circuitos termohidráulicos. O Heat Transfer Research Facility (HTRF), da Universidade de Columbia, operando desde 1951, obteve reconhecimento mundial nesta área de estudos e experimentos.

Baseado nos dados de fluxo crítico de calor, obtidos ao longo de mais de 20 anos pelo HTRF, o Electric Power Research Institute (EPRI) realizou um trabalho de compilação envolvendo 11077 pontos experimentais, medidos em cerca de 235 seções de testes, simulando elementos combustíveis característicos de reatores nucleares refrigerados a água leve, a água pesada e a metal líquido (Fighetti e Reddy, 1982a,b). Considerando-se os interesses do Programa Nuclear Brasileiro, foi feita uma seleção dos dados experimentais e desenvolvido um Banco de Dados experimentais de fluxo crítico de calor em geometrias e condições operacionais típicas de reatores do tipo PWR (Carajilescov, 1994a,b). Este Banco de Dados consiste de 10790 pontos experimentais obtidos em 210 seções de testes. A utilização destes dados experimentais, para o treinamento de redes neurais, teve início com o trabalho de Valente (1996). A principal limitação dessa rede preliminar consiste na dificuldade de sua implantação no processo de operação de uma usina nuclear devido à utilização do tipo de seção de testes como variável de entrada da rede. Além disto, foram abordados casos onde os experimentos apresentavam apenas

varetas com aquecimento uniforme e ausência de varetas frias. No presente trabalho, as variáveis de entrada foram redefinidas com o objetivo de possuírem maior generalidade, podendo ser utilizadas, de forma imediata, em reatores.

Arquitetura da Rede Neural

A arquitetura da rede neural adotada consiste de três camadas de neurônios, conforme apresentado na Fig. 1.

No estabelecimento dos parâmetros de entrada, a maior preocupação consistiu na definição de parâmetros que tivessem as seguintes características principais:

- aplicação imediata para um reator real;
- parâmetros operacionais fornecidos pela instrumentação do reator.

Os parâmetros de entrada foram divididos em cinco grupos:

- parâmetros geométricos diretos;
- parâmetros de redistribuição do escoamento;
- parâmetros de distribuição de potência;
- parâmetros de presença de varetas frias; e
- parâmetros operacionais.

Parâmetros Geométricos Diretos

Os parâmetros geométricos diretos considerados são:

- ADHROD Diâmetro das varetas aquecidas
- APITCH Passo do arranjo
- AZTOT Comprimento aquecido

Parâmetros de Redistribuição do Escoamento

A Figura 4 apresenta uma típica seção de testes utilizada em ensaios para medida de fluxo crítico de calor.

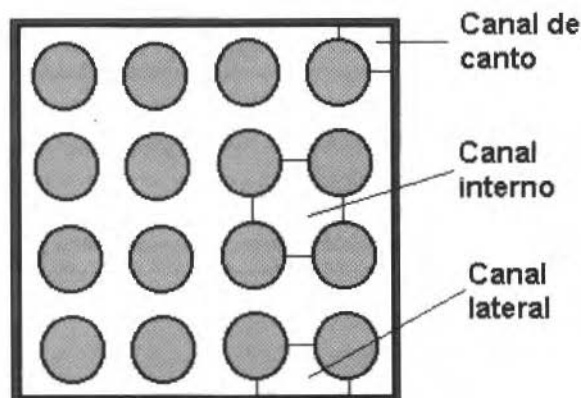


Fig. 4 Seção transversal esquemática de uma seção de testes

A presença de diferentes tipos de subcanais na seção de testes irá produzir diferentes fluxos de massa em cada um deles, provocando uma redistribuição do escoamento na seção de testes. Esta

redistribuição é função das áreas de escoamento disponíveis para cada tipo de subcanal, dos perímetros molhados e das grades que seguram as varetas.

Desta forma, os fatores associados à redistribuição do escoamento são:

- BETA Fração de área ocupada pelos subcanais internos
- GAMA Fração de perímetro molhado dos subcanais internos
- ALAMBDA Fator de grade

Estes fatores são dados por:

$$\beta = \frac{\sum (Area_dos_subcanais_internos)}{Area_total_do_escoamento} \tag{8}$$

$$\gamma = \frac{\sum (Perimetro_molhado_dos_subcanais_internos)}{Perimetro_molhado_total} \tag{9}$$

$$\lambda = \sum_{n=1}^{N_g} \left(\frac{\ell_n}{L} \right) C_{g,n} \tag{10}$$

onde:

- N_g = número de grades
- n = localização axial da grade "n"
- L = comprimento aquecido das varetas
- $C_{g,n}$ = coeficiente da grade "n"

Parâmetros de distribuição de potência

Estes parâmetros foram divididos em dois subgrupos envolvendo as distribuições radial e axial de potência das varetas.

Parâmetros de distribuição radial de potência

A existência de picos radiais de potência tende a favorecer a ocorrência de fluxo crítico de calor em suas proximidades. Desta forma, foram considerados os seguintes parâmetros de entrada:

- AFRAD Fator radial de potência da vareta onde ocorre fluxo crítico de calor
- ASIGRAD Desvio padrão da distribuição radial de potência da seção de testes
- XFRMAX(i) Parâmetro binário que indica a localização do pico do fator radial de potência, cujos valores são dados na Tabela 1.

Tabela 1 Localização da ocorrência do pico radial de potência

Localização do pico radial	i = 1	2	3	4
Aquecimento radial uniforme	1	0	0	0
Pico radial em subcanal interno	0	1	0	0
Pico radial em subcanal lateral	0	0	1	0
Pico radial em subcanal de canto	0	0	0	1

Parâmetros de distribuição axial de potência

A distribuição axial de potência é caracterizada por dois parâmetros:

- AFZMAX Valor máximo do fator axial de potência das varetas
- AOFFSET Fator de desequilíbrio axial da potência da vareta

Durante a operação de um reator nuclear, o fator de desequilíbrio axial de potência, usualmente chamado de "axial offset", I , é fornecido por dois detetores de fluxo de neutrons, localizados fora do núcleo do reator, que, devido às suas localizações, fornecem ϕ_s e ϕ_l , que são medidas aproximadas da potência gerada nas partes superior e inferior do núcleo, respectivamente.

Por definição,

$$I = \frac{\phi_s - \phi_l}{\phi_s + \phi_l} \quad (11)$$

As estimativas dos fluxos foram tomadas na forma:

$$\phi_l = \frac{1}{L^2} \int_0^L (L-z) q''(z) dz \quad (12)$$

e

$$\phi_s = \frac{1}{L^2} \int_0^L z q''(z) dz \quad (13)$$

Nestas equações, L representa o comprimento aquecido da vareta e $q''(z)$ é o fluxo de calor local. Estes valores podem ser facilmente obtidos das leituras dos detetores reais.

Parâmetros de Presença de Varetas Frias

A presença de varetas frias é caracterizada pelos parâmetros:

- AFNCROD Razão entre o número de varetas frias pelo número total de varetas
- AFCHR Razão entre o diâmetro das varetas frias pelo diâmetro das varetas quentes

Parâmetros Operacionais

Os parâmetros operacionais são:

- APEXIT Pressão na saída da seção de testes
- AHIN Temperatura da água na entrada da seção de testes
- AGIN Fluxo médio de massa do escoamento na seção de testes

Normalização dos Parâmetros

Usualmente, recomenda-se que os parâmetros de entrada da rede e os valores esperados de saída sejam normalizados entre 0 e 1. Tendo em vista a utilização da função sigmoidal, mostrada na Fig. 3, observa-se que tal função apresenta um comportamento aproximadamente linear entre os valores 0,1 e 0,9. Desta forma, todos os parâmetros da rede foram normalizados dentro desta faixa, através de interpolação linear. Para o parâmetro genérico, x_i , seu valor normalizado será dado por:

$$x_{i,norm} = 0.1 + \left(\frac{0.9 - 0.1}{x_{i,max} - x_{i,min}} \right) (x_i - x_{i,min}) \quad (14)$$

onde $x_{i,max}$ e $x_{i,min}$ representam os valores máximo e mínimo entre todos os valores de x_i , considerados para o treinamento da rede.

Os valores extremos dos parâmetros da rede, utilizados nesta normalização, são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 Valores extremos dos parâmetros da rede.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
ADHROD	8,81 mm	14,30 mm
APITCH	12,60 mm	18,75 mm
AZTOT	75 cm	420 cm
BETA	0,0	1,0
GAMA	0,0	1,0
ALAMBDA	0,726	10,005
AFRAD	1,0	1,8
ASIGRAD	0,0	1,0
XFRMAX(i), i=1,4	0,0	1,0
AFZMAX	1,0	2,0
AOFFSET	-0,20	0,20
AFNCROD	0,0	0,5
AFCHR	0,0	2,0
APEXIT	1,3 MPa	17,0 MPa
AHIN	150 °C	342 °C
AGIN	34 Kg/s/m ²	950 Kg/s/m ²
FCC _{net} (saída da rede)	0,0	315 w/cm ²

Conforme observado, tendo em vista o número de parâmetros de entrada da rede, a camada de entrada será composta por 19 neurônios. A camada de saída possui apenas um neurônio fornecendo, como saída, o fluxo crítico de calor, o qual é comparado com o valor experimental, correspondente a cada conjunto de entrada. O número de neurônios da camada intermediária (usualmente, chamada de camada escondida) foi determinado como sendo igual a 4, através de experimentos numéricos, visando uma melhor capacidade de aprendizado da rede. Usualmente, recomenda-se que o número total de conexões da rede não supere 10% do número de pares entrada-saída a ser utilizado no treinamento da rede.

Resultados

A Tabela 3 apresenta a faixa de valores de parâmetros geométricos e operacionais considerados no presente trabalho.

Tabela 3 Faixas de parâmetros geométricos e operacionais

Parâmetros	Mínimo	Máximo
Diâmetro da vareta, mm	8,81	14,30
Passo entre as varetas, mm	12,60	18,75
Pressão, MPa	1,3	17,0
Fluxo de massa, Kg/s/m ²	34	950
Temperatura de entrada, °C	150	342

Para a análise e treinamento da rede neural desenvolvida, através do Banco de Dados desenvolvido, foram localizadas 626 corridas experimentais, distribuídas conforme mostrado na Tabela 4.

Tabela 4 Casos selecionados para análise

Caso	Tipo de caso	Número de corridas
a	Aquecimento uniforme, sem varetas frias	546
b	Aquecimento uniforme, com varetas frias	65
c	Aquecimento não uniforme, sem varetas frias	15

Este conjunto de corridas foi dividido aleatoriamente em dois grupos, com o primeiro grupo, contendo 506 corridas, utilizado para o treinamento da rede neural e o segundo, composto pelas restantes 120 corridas, utilizado para o teste final da rede.

Os coeficientes da rede são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 Coeficientes da rede neural
a. Coeficientes entre a camada de entrada e a camada intermediária, w_{ij}

Entrada	i/j	1	2	3	4
ADHROD	1	-1,3988	-0,4303	2,0846	-1,5130
APITCH	2	-6,6411	-1,9139	-2,9145	-1,1169
AZTOT	3	4,5041	7,7797	2,1445	-2,8020
BETA	4	5,8729	-5,7556	-5,7185	-1,6110
GAMA	5	3,6896	-1,0928	1,4003	1,4631
ALAMBDA	6	0,8000	-0,6628	1,6211	2,4947
AFRAD	7	-1,1719	1,6309	-3,1056	0,9849
ASIGRAD	8	0,4397	-4,8281	-6,2105	-1,3618
XFRMAX(1)	9	0,9635	-1,2601	-1,1593	-2,4911
XFRMAX(2)	10	3,4728	-0,8580	-0,6977	-0,8390
XFRMAX(3)	11	1,6828	-0,1162	-0,6815	-1,9903
XFRMAX(4)	12	1,8191	-0,1989	-0,8414	-1,9677
AFZMAX	13	7,8471	-3,1518	6,2064	-6,9979
AOFFSET	14	-1,4214	-2,7879	-2,3316	7,0655
AFNCROD	15	1,2802	0,1607	-0,3511	-0,4352
AFCHR	16	-3,5807	-1,6618	-0,4478	-2,0756
APEXIT	17	2,2412	3,7997	2,3121	3,2161
AHIN	18	2,3153	4,8150	-1,1734	1,0111
AGIN	19	-5,9049	-3,3919	3,8606	20,9258

b. Coeficientes entre a camada intermediária e a camada de saída, w_{jk}

k/j	1	2	3	4
1	-6,9094	-1,6078	5,4433	7,2267

A Figura 5 apresenta o valor do DNBR em função do número das corridas de teste. Pode-se observar que os valores obtidos ficam muito próximos da unidade, com algumas corridas apresentando resultados discrepantes, os quais podem ser atribuídos a imprecisões experimentais e que, certamente, poderiam ter sido descartados através da aplicação do critério de Chauvenet.

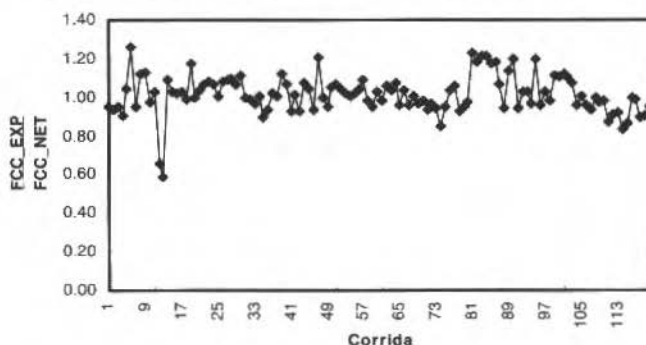
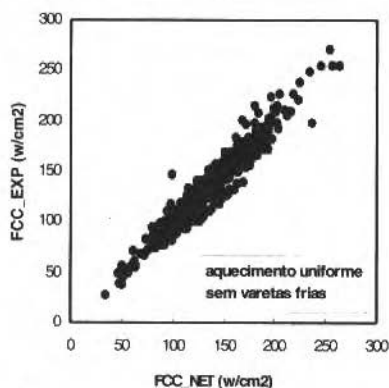
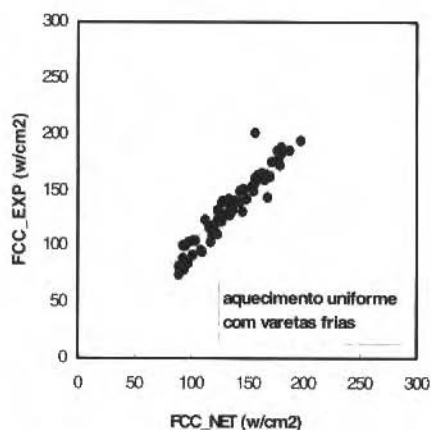


Fig. 5 Comparação de resultados para o grupo de corridas de teste

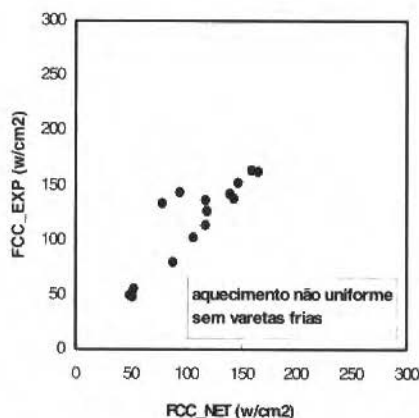
As Figuras 6 (a,b,c) apresentam comparações entre os valores experimentais e aqueles fornecidos pela rede neural, para os três tipos de casos mencionados.



a. Aquecimento uniforme, sem varetas frias



b. Aquecimento uniforme, com varetas frias



c. Aquecimento não uniforme, sem varetas frias

Fig. 6 Comparação entre dados teóricos e experimentais

Destas figuras, pode-se observar que a dispersão dos dados experimentais em relação aos valores fornecidos pela rede neural é bastante reduzida. No caso de aquecimento não uniforme, observa-se que alguns pontos são discrepantes em relação ao valor esperado. Este fato pode ser atribuído a dois fatores principais: primeiro, há um reduzido número de pontos experimentais para o treinamento da rede, obtidos em apenas 3 seções de testes; e, segundo, há uma razoável incerteza na localização de ocorrência experimental do fluxo crítico de calor, acarretando incerteza no valor do fluxo crítico utilizado para o treinamento da rede. Apesar disto, os resultados podem ser considerados satisfatórios.

A Tabela 6 apresenta uma comparação entre os valores médios e desvios-padrão da razão entre os fluxos críticos experimentais e os valores teóricos fornecidos pelas correlações EPRI, EPRI_MOD, utilizando o programa COBRA-IV (Carajilesco, 1996), e a presente rede neural, para os diversos casos analisados.

Tabela 6 Comparação entre os resultados fornecidos por correlações e a rede neural

Caso	Modelo	μ	σ	σ/μ
a	EPRI	1,131	0,149	0,132
	EPRI_MOD	1,005	0,153	0,152
	Rede Neural	0,998	0,074	0,075
b	EPRI	1,370	0,195	0,142
	EPRI_MOD	1,283	0,203	0,158
	Rede Neural	0,987	0,073	0,074
c	EPRI	1,160	0,160	0,138
	EPRI_MOD	1,062	0,228	0,215
	Rede Neural	1,090	0,225	0,207
Todos	EPRI	1,157	0,171	0,148
os	EPRI_MOD	1,036	0,182	0,176
casos	Rede Neural	0,999	0,082	0,082

Desta tabela, pode-se observar que a média da relação entre os valores experimentais e os valores teóricos do fluxo crítico de calor, dado pela rede neural, se encontra mais próximo da unidade do que aqueles fornecidos pelas correlações analisadas. Além disto, os desvios-padrão são sensivelmente menores, em todos os casos considerados.

Conclusões

O presente trabalho apresentou o desenvolvimento de uma rede neural artificial para a simulação de fluxo crítico de calor em escoamentos ao longo de feixes de varetas, com objetivo de expansão para aplicação no projeto termohidráulico de reatores nucleares do tipo PWR e, em particular, para o reator INAP-11, sendo desenvolvido pelo CTM/SP.

Diversas observações importantes foram feitas através deste estudo:

- Redes neurais representam uma ferramenta muito útil para a predição e análise de fluxo crítico de calor. O espalhamento observado entre os dados experimentais e o valores fornecidos pela rede é sensivelmente menor do que aquele fornecido pelas correlações EPRI e EPRI_MOD. Além disto, o valor médio do DNBR fornecido pela rede neural se encontra bastante próximo da unidade, enquanto a correlação EPRI, para esta faixa específica de parâmetros, subestima o valor dos fluxos críticos de calor.
- Comparando-se o presente trabalho com a análise efetuada por Valente (1996), pode-se observar que a utilização de parâmetros de entrada, baseados nos fenômenos físicos que eventualmente possam ocorrer no escoamento em feixes de varetas, torna possível obter-se resultados de qualidade com a utilização de um número significativamente menor de entradas.
- A utilização de um número menor de entradas, assim como um número menor de neurônios na camada intermediária, faz com que o treinamento da rede neural seja sensivelmente mais rápido.

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado como parte do Projeto FCC_RN, patrocinado pela FAPERJ - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro - e pelo CTM/SP - Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo. O autor agradece o apoio concedido.

Referências

- Bhat, N. and McAvoy, T.J., 1990, "Use of Neural Nets for Dynamic Modeling and Control of Chemical Process Systems". *Computers Chem.Engng.*, Vol. 14, No. 4/5, pp. 573-583.
- Carajilescov, P. et al., 1994a, "Banco de Dados de Fluxo Crítico de Calor", Relatório Final, Projeto FCC, COPESP.
- Carajilescov, P. et al., 1994b, "Compilação de Dados Experimentais de Fluxo Crítico de Calor", Relatório Final, Projeto FCC, Vol. 1, 2 e 3 COPESP.
- Carajilescov, P., 1996, "Análise de Correlações de Fluxo Crítico de Calor para o Reatores PWR com Baixo Fluxo de Massa", Anais do VI ENCIT/VI LATCYM, Florianópolis, SC, Vol. 3, pp. 1731-1734.
- Chelemer, H. et al., 1967, "Subchannel Thermal Analysis of Rod Bundle Core", Report WCAP-7015, Rev. 1.
- Fighetti, C.F. and Reddy, D.G., 1982a, "Parametric Study of CHF Data-Vol. 1, Compilation of Rod-Bundle CHF Data", Report EPRI-NP-2609.
- Fighetti, C.F. and Reddy, D.G., 1982b, "Parametric Study of CHF Data-Vol. 3, Critical Heat Flux Data", Report EPRI-NP-2609.
- Kim, H.K. and Lee, S.H., 1993, "Neural Network Model for Estimating Departure from Nucleate Boiling Performance of a Pressurized Water Reactor Core", *Nuclear Technology*, Vol. 101, pp. 111-122.
- Moon, S.K. et al., 1996, "Parametric Trends Analysis of the Critical Heat Flux Based on Artificial Neural Networks", *Nucl.Eng.Design*, Vol. 163, pp. 29-49.
- Pei, B.S. et al., 1986, "Evaluations and Modifications of the EPRI-I Correlation on PWR Critical Heat Flux Predictions Under Normal and Abnormal Fuel Conditions", *Nuclear Technology*, Vol.75, pp. 134-147.
- Reddy, D.G. and Fighetti, C.F., 1983, "Parametric Study of CHF data-Vol.2, A Generalized Subchannel CHF Correlation for PWR and BWR Fuel Assemblies", Report EPRI-NP-2609.
- Rowe, D.S., 1971, "COBRA-III: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Fuel Elements", Report BNWL-B-82, Battelle.
- Stewart, C.W. et al., 1977, "COBRA-IV: The Model and the Method", Report BNWL-2214, Battelle.
- Tong, L.S., 1967, "Heat Transfer in Water-Cooled Nuclear Reactors", *Nuclear Engng.Des.*, Vol. 6, pp. 301-324.
- Valente, B.R., 1996, "ANÁLISE de Fluxo Crítico de Calor em Reatores Nucleares do tipo PWR Utilizando Redes Neurais Artificiais", Tese de Mestrado, Depto. Eng. Mecânica, PUC/Rio.

Discussão sobre Formulações Geometricamente Não-Lineares para a Flexo-Torção em Hastes de Paredes Delgadas com Seção Aberta

Discussion About Geometrically Nonlinear Formulations for Combined Flexure and Torsion of Thin-Walled Open Bars

Vera Regina Polillo

Universidade Federal do Rio de Janeiro
FAU - Departamento de Estruturas

Luiz Fernando Taboria Garcia

Sergio Fernandes Villaça

COPPE - Programa de Engenharia Civil
21945-920 Rio de Janeiro, RJ Brasil

Abstract

This paper presents a discussion related to certain geometrically nonlinear formulations often found in the literature for combined flexure and torsion of thin-walled open prismatic bars, pointing out some inconsistencies that arise from the character of the approximations and introducing the required changes in order to obtain a formulation on a more consistent basis.

Keywords: Thin-Walled Bars, Combined Flexure and Torsion, Geometric Nonlinearity.

Resumo

Apresenta-se neste trabalho uma discussão envolvendo certas formulações frequentemente utilizadas no estudo da flexo-torção com não-linearidade geométrica em hastes prismáticas de paredes delgadas com seção aberta, apontando-se inconsistências de ordem de grandeza nas aproximações consideradas e introduzindo-se as modificações necessárias à obtenção de uma formulação de caráter mais consistente.

Palavras-Chave: Hastes de Paredes Delgadas, Flexo-Torção, Não-Linearidade Geométrica.

Introdução

A instituição de formulações geometricamente não-lineares para a análise do comportamento de hastes de paredes delgadas com seção aberta sob flexo-torção tem sido objeto de pesquisa por diversos autores. Muitos deles, tais como Vlassov (1962), Rachid (1975), Mori (1978) e Gjelsvik (1981), interessados na obtenção de carga crítica em problemas de flambagem por flexo-torção, levam em conta a não-linearidade geométrica apenas no estabelecimento das condições de equilíbrio. Entretanto, quando se deseja proceder a uma análise não-linear completa, é imprescindível introduzir a não-linearidade não só nas condições de equilíbrio como também nas relações deformação-deslocamento. Desta forma, no estudo da instabilidade elástica, além da carga crítica, poder-se-á detectar pelo menos o início de caminhos pós-críticos.

Propostas de formulações para tal modalidade de análise não-linear também são encontradas na literatura. Diversos trabalhos, com enfoque predominantemente numérico, apresentam matriz de rigidez que permite análise não-linear geométrica. Dentre eles, podem-se citar os de Yang e Mc Guire (1986) e Conci (1988), sendo este último mais abrangente do que o primeiro, pois leva em conta ainda a não-linearidade física. Outros trabalhos, embora também tenham por objetivo a análise numérica, apresentam inicialmente uma formulação analítica para obtenção de equações diferenciais de flexo-torção em hastes de paredes delgadas com seção aberta. Em tal caso enquadram-se os de Rajasekaran (1977) e Attard (1986).

As formulações apresentadas nos quatro últimos trabalhos citados foram desenvolvidas, mediante a utilização do Princípio dos Trabalhos Virtuais ou do Princípio da Energia Potencial Total Estacionária, para análise estática do comportamento não-linear das hastes prismáticas de paredes delgadas com seção aberta sob flexo-torção. No entanto, tem-se observado, por vezes, no desenvolvimento desses tipos de formulação, certas inconsistências de ordem de grandeza nas aproximações realizadas. É o que

acontece, por exemplo, com o trabalho de Rajasekaran (1977). Com efeito, apesar de serem nele empregadas relações deformação-deslocamento da Teoria Não-Linear da Elasticidade, é adotado, entretanto, o mesmo campo de deslocamentos da teoria de Vlassov para a análise linear. Na verdade, ao serem mantidas as mesmas hipóteses básicas da teoria linear, surgem, consistentemente com o uso das relações deformação-deslocamento da Teoria Não-Linear, termos não-lineares no campo de deslocamentos, cuja não inclusão implica que deixem de ser considerados, na expressão resultante para a componente de deformação ϵ_x , alguns termos não-lineares da mesma ordem de grandeza de outros nela presentes, acarretando, portanto, uma aproximação de caráter inconsistente - circunstância esta inclusive salientada por Attard (1986). Outro aspecto que merece destaque é o fato de a formulação de Rajasekaran, por envolver somente deslocamentos de pontos situados na superfície média da haste, não permitir uma unificação natural das teorias de Vlassov e de Saint-Venant.

Essas observações serão comprovadas através de uma comparação entre as formulações apresentadas por Rajasekaran (1977) e pelos autores (esta última aqui desenvolvida na forma de uma versão modificada do trabalho de Polillo, 1991). A fim de facilitar tal comparação, utilizar-se-á, no desenvolvimento da formulação de Rajasekaran, a mesma notação e convenção de sinais adotadas em Polillo (1991). Tais informações podem, alternativamente, ser obtidas também no conjunto de artigos anteriores dos autores listados nas referências.

Em apêndice apresentam-se os referenciais utilizados e os dados geométricos inerentes à seção transversal da barra. Definem-se ainda relações entre coordenadas, propriedades da seção e outras grandezas necessárias para melhor acompanhamento do texto.

Comparação entre as Formulações Apresentadas por Rajasekaran (1977) e pelos Autores

As formulações que serão comparadas foram desenvolvidas mediante a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais. De acordo com este princípio, tem-se a igualdade entre o trabalho virtual externo e o trabalho virtual interno, ou seja:

$$\delta W_e = \delta W_i \quad (1)$$

Considerando que as relações deformação-deslocamento efetivamente utilizadas na formulação do problema em estudo envolvem somente as componentes de deformação ϵ_x e γ_{xs} , pode-se escrever para o trabalho virtual interno:

$$\delta W_i = \int_V (\sigma_x \delta \epsilon_x + \tau_{xs} \delta \gamma_{xs}) dV \quad (2)$$

com V simbolizando o volume da barra e $\delta \epsilon_x$ e $\delta \gamma_{xs}$ representando variações nas componentes de deformação ϵ_x e γ_{xs} .

Campo de Deslocamentos e Relações Deformação-Deslocamento na Formulação de Rajasekaran (1977)

Em seu trabalho, Rajasekaran parte das relações deformação-deslocamento gerais da Elasticidade Não-Linear, expressas em termos das derivadas dos deslocamentos, ou seja (ver, por exemplo, Novozhilov, 1961):

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3a)$$

$$\gamma_{xs} = \frac{\partial u_x}{\partial s} \left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial u_s}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial u_s}{\partial s} \right) + \frac{\partial u_n}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial s} \quad (3b)$$

sendo u_x, u_n, u_s as componentes do deslocamento de um ponto genérico da barra segundo as direções x, n e s . Desprezando $\partial u_x / \partial x$ em presença da unidade e desconsiderando a variação dos deslocamentos ao longo da espessura, chega-se então às seguintes expressões utilizadas pelo referido autor:

$$\varepsilon_x = \hat{\varepsilon}_x = \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4a)$$

$$\gamma_{xs} = \hat{\gamma}_{xs} = \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} + \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial s} \right) + \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s}, \quad (4b)$$

onde " $\hat{}$ " encimando uma letra indica o valor, na superfície média, da grandeza por ela denotada. Observe-se que foi mantida na Eq. (4b) a derivada $\partial \hat{u}_s / \partial s$ em presença da unidade. Entretanto, tal derivada, em razão da expressão adotada para $\hat{u}_s$ (ver a Eq. (5c) onde, de acordo com a figura apresentada no Apêndice, α e r_n são constantes ao longo de cada trecho na seção), resulta efetivamente nula.

O campo de deslocamentos adotado por Rajasekaran é o mesmo da teoria de Vlasov para a análise linear:

$$\hat{u}_x = u - v' \hat{y} - w' \hat{z} - \phi' \omega \quad (5a)$$

$$\hat{u}_n = v \cos \alpha + w \sin \alpha - \phi r_s \quad (5b)$$

$$\hat{u}_s = -v \sin \alpha + w \cos \alpha + \phi r_n, \quad (5c)$$

onde u, v, w e ϕ representam respectivamente a translação da linha média da seção na direção x , as componentes nas direções y e z do deslocamento do centro de cisalhamento da seção e o ângulo de torção da seção. Cabe ressaltar que as expressões (5b, c), como se observará adiante, agora não mais atendem rigorosamente à hipótese, adotada na teoria linear, de que a projeção do *contour* sobre seu plano original não se altera durante a deformação. Analogamente, a expressão (5a) de u_x não mais satisfaz a hipótese de Vlasov de distorção γ_{xs} nula na superfície média ($\gamma_{xs} = 0$). Tal componente de deslocamento provém, na verdade, da equação:

$$\frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} + \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

que somente na análise linear representaria, de fato, a condição de nulidade da distorção γ_{xs} na superfície média. O não atendimento preciso pelo referido autor na sua formulação às duas hipóteses acima citadas, embora afirme nelas basear-se, acarreta, como se verá mais adiante, a ausência, na expressão de ε_x , de termos da mesma ordem de grandeza de outros nela presentes.

Levando as igualdades (5) nas Eqs. (4), e considerando as relações (A-2) e (A-3) do Apêndice, ε_x e γ_{xs} assumem o aspecto:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = \hat{\varepsilon}_x = \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} \right)^2 \right] &= u' - v'' \hat{y} - w'' \hat{z} - \phi'' \omega + \\ &+ \frac{1}{2} \left(v'^2 + w'^2 + \phi'^2 r^2 - 2 v' \phi' \hat{\zeta} + 2 w' \phi' \hat{\eta} \right) \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\gamma_{xs} = \hat{\gamma}_{xs} = \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s} = -\phi (v' \cos \alpha + w' \sin \alpha - \phi' r_s), \quad (7b)$$

com $\hat{\eta}$ e $\hat{\xi}$ definidos por (A-1). Verifica-se, assim, na expressão (7b), que $\hat{\gamma}_{xs}$ resulta não nula. Com relação a essa mesma expressão, é importante ainda salientar que a não previsão de variação do campo de deslocamentos na espessura impede o surgimento natural da parcela $2 \phi' n$, correspondente à torção de Saint-Venant. Já no caso da componente ϵ_x , pode ser, de fato, desconsiderada sua variação na espessura.

Campo de Deslocamentos e Relações Deformação-Deslocamento Consistentes com a Manutenção das Hipóteses Básicas da Teoria Linear

Passa-se a examinar, a seguir, a questão do campo de deslocamentos e das relações deformação-deslocamento compativelmente com a manutenção das mesmas hipóteses básicas da teoria linear (distorção γ_{xs} nula na superfície média e indeformabilidade da projeção do *contour*) e focalizando o problema no âmbito da chamada teoria de rotações moderadas. Nesta abordagem procura-se não só atender efetivamente às hipóteses básicas como também unificar de uma maneira natural as teorias de Vlassov e de Saint-Venant.

No âmbito de rotações moderadas (ou seja, pequenas componentes de deformação e pequenos ângulos de rotação dos segmentos elementares, sendo estes ângulos, no entanto, consideravelmente maiores do que aquelas componentes), as relações deformação-deslocamento da Teoria Não-Linear da Elasticidade para as componentes ϵ_x e γ_{xs} ficam assim expressas em termos das derivadas dos deslocamentos (ver, por exemplo, Garcia e Villaza, 1995):

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (8a)$$

$$\gamma_{xs} = \frac{\partial u_x}{\partial s} + \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial u_n}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial s} \quad (8b)$$

Considerando-se a hipótese de Kirchhoff da Teoria das Placas, segundo a qual linhas retas normais à superfície média antes da deformação permanecem retas, indeformadas, e normais à superfície média após a deformação, o campo de deslocamentos da haste pode ser escrito na forma:

$$u_x = \hat{u}_x - n \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \quad (9a)$$

$$u_n = \hat{u}_n \quad (9b)$$

$$u_s = \hat{u}_s - n \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s} \quad (9c)$$

Substituindo as expressões (9) nas Eqs. (8) e desprezando, como é usual, a variação de ϵ_x na espessura da parede, obtém-se então:

$$\epsilon_x \cong \hat{\epsilon}_x = \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (10a)$$

$$\gamma_{xs} = \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} + \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} - 2n \frac{\partial^2 \hat{u}_n}{\partial x \partial s} + \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s} \quad (10b)$$

Como já foi frisado anteriormente, ao serem adotadas as expressões (5b, c) para as componentes de deslocamento $\hat{u}_n$ e $\hat{u}_s$, não mais se observa o atendimento preciso à hipótese de que a projeção do *contour* sobre o seu plano original permanece inalterada com a deformação; as expressões efetivamente compatíveis com tal movimento de corpo rígido, no âmbito da teoria de rotações moderadas, escrevem-se:

$$\hat{u}_n = v \cos \alpha + w \sin \alpha - \phi r_s - \frac{\phi^2}{2} r_n \quad (11a)$$

$$\hat{u}_s = -v \sin \alpha + w \cos \alpha - \frac{\phi^2}{2} r_s + \phi r_n, \quad (11b)$$

as quais são obtidas das expressões gerais

$$\hat{u}_n = v \cos \alpha + w \sin \alpha - (\sin \phi) r_s - (1 - \cos \phi) r_n \quad (12a)$$

$$\hat{u}_s = -v \sin \alpha + w \cos \alpha - (1 - \cos \phi) r_s + (\sin \phi) r_n \quad (12b)$$

mediante as aproximações $\sin \phi \equiv \phi$, $1 - \cos \phi \equiv \frac{\phi^2}{2}$ (note-se que para obtenção das expressões (5), da teoria linear, faz-se $1 - \cos \phi \equiv 0$).

A expressão de $\hat{u}_x$, por sua vez, será instituída visando ao real atendimento à hipótese de Vlassov de que $\gamma_{xs} = 0$. Para $n = 0$, a Eq. (10b) fornece a expressão de $\hat{\gamma}_{xs}$; igualando esta última a zero, vem então:

$$\frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} + \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} + \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s} = 0 \quad (13)$$

donde

$$\frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} = - \frac{\partial \hat{u}_s}{\partial x} - \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial s} \quad (14)$$

Substituindo na equação acima as expressões dadas em (11) para $\hat{u}_n$ e $\hat{u}_s$ e, coerentemente com o nível de aproximações envolvendo as relações deformação-deslocamento na teoria de rotações moderadas, retendo apenas os termos lineares e quadráticos em u , v , w , ϕ e suas derivadas, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} = & v' \sin \alpha - w' \cos \alpha + \phi \phi' r_s - \phi' r_n + \\ & + (v' \cos \alpha + w' \sin \alpha - \phi' r_s) \phi \end{aligned} \quad (15)$$

ou

$$\frac{\partial \hat{u}_x}{\partial s} = (v' + \phi w') \sin \alpha - (w' - \phi v') \cos \alpha - \phi' r_n. \quad (16)$$

Integrando, então, em relação a s , obtém-se $\hat{u}_x$ na forma:

$$\hat{u}_x = u - \theta_z \hat{y} - \theta_y \hat{z} - \phi' \omega, \quad (17)$$

onde

$$\theta_z = v' + \phi w' \quad (18a)$$

$$\theta_y = w' - \phi v', \quad (18b)$$

forma essa diferente, portanto, da apresentada na Eq. (5a).

Tendo em vista as expressões de $\hat{u}_x$, $\hat{u}_n$ e $\hat{u}_s$, dadas nas Eqs. (17) e (11a, b) respectivamente, e também as relações (A-2) e (A-3), a expressão (10a) para a componente de deformação ε_x se escreve:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = & u' - \theta'_z \hat{y} - \theta'_y \hat{z} - \phi'' \omega + \\ & + \frac{I}{2} \left(v'^2 + w'^2 + \phi'^2 r^2 - 2 v' \phi' \hat{\xi} + 2 w' \phi' \hat{\eta} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

ou, finalmente, com base nas expressões (18),

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = & u' - (v'' + w' \phi' + \phi w'') \hat{y} - (w'' - v' \phi' - \phi v'') \hat{z} - \\ & - \phi'' \omega + \frac{I}{2} \left(v'^2 + w'^2 + \phi'^2 r^2 - 2 v' \phi' \hat{\xi} + 2 w' \phi' \hat{\eta} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

retendo-se mais uma vez apenas os termos lineares e quadráticos nos deslocamentos incógnitos e suas derivadas.

Comparando-se as Eqs. (7a) e (20), observa-se, como consequência do correto atendimento às hipóteses básicas, o surgimento de termos na segunda equação que não estão presentes na primeira, não obstante serem, para efeito de desenvolvimento da formulação, da mesma ordem de grandeza de outros termos não-lineares presentes em ambas, e que não deveriam, portanto, ser ignorados. Mesmo que nas aplicações práticas alguns desses termos venham eventualmente a revelar-se de pequena monta em comparação aos demais, não há argumento que permita *a priori* desprezá-los. Desta forma, percebe-se uma inconsistência de ordem de grandeza nas aproximações realizadas no desenvolvimento da formulação de Rajasekaran.

Por outro lado, em virtude da Eq. (13), a relação (10b) assume agora a forma:

$$\gamma_{xs} = -2n \frac{\partial^2 \hat{u}_n}{\partial x \partial s}. \quad (21)$$

A substituição, nesta relação, da expressão de $\hat{u}_n$, dada na Eq. (11a), conduz a

$$\gamma_{xs} = 2 \phi' n, \quad (22)$$

constatando-se, assim, além do preciso atendimento à hipótese de $\dot{\gamma}_{xs} = 0$, o fato de que a parcela de distorção associada à torção de Saint-Venant é gerada espontaneamente. Somente com a previsão de

variação linear de u_x e u_s na espessura, como mostram as Eqs. (9a, c), é possível unificar de uma maneira natural as teorias de Vlassov e Saint-Venant.

Equações Diferenciais Não-Lineares para a Flexo-Torção e Condições de Contorno

Retorne-se, agora, ao campo de deslocamentos adotado por Rajasekaran, o qual acarreta $\hat{\gamma}_{xs}$ não nula (ver a expressão (7b)). Coerentemente com isto, tem-se, então, a seguinte expressão para o trabalho virtual interno:

$$\delta W_i = \int_V (\sigma_x \delta \tilde{\epsilon}_x + \tau_{xs} \delta \hat{\gamma}_{xs}) dV. \quad (23)$$

Após substituição na igualdade acima das relações (7), posterior integração sobre a área da seção e uso da nomenclatura apresentada nas Eqs. (A-5) para as integrais de tensões normais e de cisalhamento sobre a área da seção, é possível escrever a expressão do trabalho virtual interno na forma:

$$\begin{aligned} \delta W_i = & \int_0^l (N \delta u' - M_z \delta v'' + M_y \delta w'' - B \delta \phi'' + v' N \delta v' + \\ & + w' N \delta w' + \phi' K \delta \phi' + \phi' M_\eta \delta v' + v' M_\eta \delta \phi' + \\ & + \phi' M_\zeta \delta w' + w' M_\zeta \delta \phi' - v' V_z \delta \phi - \phi V_z \delta v' + \\ & + w' V_y \delta \phi + \phi V_y \delta w' + \phi' R \delta \phi + \phi R \delta \phi') dx. \end{aligned} \quad (24)$$

Cabe salientar que a parcela na expressão (23) envolvendo τ_{xs} e $\delta \hat{\gamma}_{xs}$ gera, na igualdade (24), os termos contendo as integrais V_y, V_z e R de tensões de cisalhamento sobre a área da seção. O aparecimento destas grandezas leva à necessidade de se utilizarem, no desenvolvimento da formulação, relações entre tais integrais e integrais de tensões normais, que só podem ser extraídas mediante considerações de equilíbrio, fazendo assim com que o procedimento empregado se afaste da sua forma padrão, que gera espontaneamente e de forma implícita tais condições de equilíbrio. A isto, que por si só já é digno de menção, acrescenta-se o fato de que a expressão efetivamente utilizada por Rajasekaran para δW_i tem a forma seguinte:

$$\begin{aligned} \delta W_i = & \int_0^l (N \delta u' - M_z \delta v'' + M_y \delta w'' - B \delta \phi'' + v' N \delta v' + \\ & + w' N \delta w' + \phi' K \delta \phi' + \phi' M_\eta \delta v' + v' M_\eta \delta \phi' + \\ & + \phi' M_\zeta \delta w' + w' M_\zeta \delta \phi' - v' V_z \delta \phi - \phi V_z \delta v' + \\ & + w' V_y \delta \phi + \phi V_y \delta w' - T^{(I)} \delta \phi') dx, \end{aligned} \quad (25)$$

onde se observa a ausência dos termos relativos à grandeza R que estão presentes na Eq. (24), abandonados pelo referido autor sem qualquer justificativa explícita. De outra parte, fica também

comprovado o fato de que, em virtude de o autor não considerar a variação de u_x e u_s (e consequentemente de γ_{xs}) na espessura, o termo envolvendo o tórso de Saint-Venant $(-T^{(1)} \delta\phi')$ não surge na expressão do trabalho virtual interno de forma natural.

Para o trabalho virtual externo, Rajasekaran utiliza a seguinte expressão:

$$\delta W_e = \int_0^\ell (q_x \delta u + q_y \delta v + q_z \delta w) dx + \\ + [\bar{F}_x \delta u + \bar{F}_y \delta v + \bar{F}_z \delta w - \bar{M}_x \delta\phi - \bar{M}_z \delta v' + \bar{M}_y \delta w' - \bar{B} \delta\phi']_0^\ell, \quad (26)$$

onde q_x , q_y e q_z representam o carregamento de domínio e a barra superior é utilizada para identificar as solicitações prescritas em $x = 0$ e $x = \ell$.

Efetuada na expressão (25) de δW_i uma ou duas integrações por partes nos termos contendo variações de derivadas, igualando em seguida a expressão resultante à de δW_e , dada na Eq. (26), impondo as relações $V_y = M_z'$, $V_z = -M_y'$ e considerando que as variações δu , δv , δw , $\delta\phi$ são arbitrárias no domínio, obtêm-se, de acordo com a formulação de Rajasekaran, as seguintes equações diferenciais de flexo-torção, expressas em termos das integrais de tensões:

$$N' = -q_x \quad (27a)$$

$$M_z'' + (\phi M_y)'' + (v' N)' + z_e (\phi' N)' = -q_y \quad (27b)$$

$$-M_y'' + (\phi M_z)'' + (w' N)' - y_e (\phi' N)' = -q_z \quad (27c)$$

$$T^{(1)'} - B'' - v'' M_y - w'' M_z - z_e (v' N)' + y_e (w' N)' - \\ - (\phi' K)' = 0. \quad (27d)$$

Da mesma igualdade resultam ainda as condições de contorno:

$$N - \bar{F}_x = 0 \quad \text{ou} \quad u = \bar{u} \quad (28a)$$

$$M_z' + (\phi M_y)' + v' N + z_e \phi' N - \bar{F}_y = 0 \quad \text{ou} \quad v = \bar{v} \quad (28b)$$

$$-M_y' + (\phi M_z)' + w' N - y_e \phi' N - \bar{F}_z = 0 \quad \text{ou} \quad w = \bar{w} \quad (28c)$$

$$T^{(1)} - B' - v' M_y - w' M_z - z_e v' N + y_e w' N - \\ - \phi' K - \bar{M}_\xi = 0 \quad \text{ou} \quad \phi = \bar{\phi} \quad (28d)$$

$$M_z - \bar{M}_z = 0 \quad \text{ou} \quad v' = \bar{v}' \quad (28e)$$

$$M_y - \bar{M}_y = 0 \quad \text{ou} \quad w' = \bar{w}' \quad (28f)$$

$$B - \bar{B} = 0 \quad \text{ou} \quad \phi' = \bar{\phi}' \quad (28g)$$

Por outro lado, introduzindo, agora, na Eq. (23) (com $\delta\gamma_{xs}$ em lugar de $\delta\hat{\gamma}_{xs}$) as relações deformação-deslocamento modificadas (19) e (22), obtém-se, em lugar de (24), a seguinte expressão para δw_i :

$$\delta W_i = \int_0^l \left(N \delta u' - M_z \delta \theta'_z + M_y \delta \theta'_y - B \delta \phi'' + v' N \delta v' + w' N \delta w' + \phi' K \delta \phi' + \right. \\ \left. + \phi' M_\eta \delta v' + v' M_\eta \delta \phi' + \phi' M_\xi \delta w' + w' M_\xi \delta \phi' - T^{(1)} \delta \phi' \right) dx. \quad (29)$$

Por sua vez, a expressão para δw_e se escreve:

$$\delta W_e = \int_0^l \left(q_x \delta u + q_y \delta v + q_z \delta w \right) dx + \\ + \left[\bar{F}_x \delta u + \bar{F}_y \delta v + \bar{F}_z \delta w - \bar{M}_\xi \delta \phi - \bar{M}_z \delta \theta_z + \bar{M}_y \delta \theta_y - \bar{B} \delta \phi' \right]_0^l. \quad (30)$$

A utilização do Princípio dos Trabalhos Virtuais conduz também neste caso às mesmas equações diferenciais (27). Quanto às condições de contorno (28), sofrem alterações apenas as expressões (28e, f) onde aparecem, respectivamente, $\theta_z = \bar{\theta}_z$ e $\theta_y = \bar{\theta}_y$ em lugar de $v' = \bar{v}'$ e $w' = \bar{w}'$. No entanto, deve-se ter em mente que as integrais de tensões normais em (27) e (28), ao serem escritas em função de deslocamentos (ver Eqs. (A-5)), analogamente se apresentam com θ'_z e θ'_y em lugar de v'' e w'' . Não é demasiado repetir que, para obtenção de seus resultados, além de não prever o surgimento natural do torsor $T^{(1)}$ na formulação, Rajasekaran eliminou, sem qualquer explicação, os termos envolvendo a grandeza R e, ainda, teve necessidade de introduzir as relações de equilíbrio $V_y = \dot{M}_z$ e $V_z = -\dot{M}_y$, não pertinentes ao procedimento utilizado.

Considerações Finais

No presente trabalho, mostrou-se que o não atendimento efetivo às hipóteses básicas da teoria de Vlassov determina a ausência, na expressão resultante para a componente de deformação ε_x , de termos

não-lineares da mesma ordem de grandeza de outros nela presentes e que, para efeito de desenvolvimento da formulação, não deveriam, portanto, ser ignorados.

Salientou-se ainda que, para permitir uma unificação natural das teorias de Vlassov e de Saint-Venant, deve-se prever a variação linear das componentes de deslocamentos u_n e u_s na espessura, implementada mediante a introdução da hipótese de Kirchhoff. Com efeito, somente desta forma será possível gerar espontaneamente a parcela de distorção associada à torção de Saint-Venant.

A formulação aqui descrita observa os dois aspectos acima mencionados. Por fim, é oportuno deixar bem claro o real sentido das críticas contidas no presente trabalho. Em momento algum pretendeu-se afirmar que a formulação de Rajasekaran, em termos práticos, não deva ser aplicada. O que se argumenta é o fato de que o desenvolvimento de uma formulação deve ser feito na forma mais consistente possível. Ao serem desconsiderados, por quaisquer razões, termos que, por coerência com o nível de aproximações realizadas, em princípio não deveriam sê-lo, tornar-se-ia necessário apontar os motivos ou mesmo apresentar resultados que justificassem tal procedimento.

Referências

- Attard, M. M., 1986, "Nonlinear Theory of Non-Uniform Torsion of Thin-Walled Open Beams", Thin-Walled Structures, Vol. 4, pp. 101-134, Elsevier Applied Science Publishers Ltd., England.
- Conci, A., 1988, "Análise de Estruturas Reticuladas de Aço com Consideração de Empenamento e Não-linearidades Geométrica e Material", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC, Rio de Janeiro.
- Garcia, L. F. T., e Villaça, S. F., 1995, "Introdução à Elasticidade Não-Linear", Ed. COPPE/UFRJ, 2ª ed., Rio de Janeiro.
- Garcia, L. F. T., Villaça, S. F., e Polillo, V. R., 1991, "Geometria da Deformação na Flexo-Torção de Hastes de Paredes Delgadas de Seção Aberta com Rotações Moderadas", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, Vol. 8, No. 1, pp. 5-22.
- Gjelsvik, A., 1981, The Theory of Thin Walled Bars, John Wiley & Sons, Inc., U.S.A.
- Mori, D. D., 1978, "Flexo-Torção: Teorias de 1ª e 2ª Ordem - Automatização do Cálculo", Dissertação de Mestrado, EESC/USP, São Carlos.
- Novozhilov, V. V., 1961, Theory of Elasticity, Pergamon Press Ltd., Oxford/London.
- Polillo, V. R., 1991, "Análise Dinâmica da Flexo-Torção de Hastes de Paredes Delgadas com Não-Linearidade Geométrica", Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Polillo, V. R., GARCIA, L. F. T., e Villaça, S. F., 1991, "Tensões Oriundas da Flexo-Torção em Hastes de Paredes Delgadas de Seção Aberta com Rotações Moderadas", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, Vol. 8, No. 1, pp. 37-57.
- Polillo, V. R., Garcia, L. F. T., e Villaça, S. F., 1992, "Equações Diferenciais Não-Lineares de Flexo-Torção em Hastes de Paredes Delgadas com Seção Aberta sob Solicitação Dinâmica", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, Vol. 8, No. 2, pp. 5-31.
- Polillo, V. R., Villaça, S. F., e Garcia, L. F. T., 1992, "Formulação Variacional para Análise Não-Linear Geométrica da Flexo-Torção em Hastes de Paredes Delgadas com Seção Aberta sob Solicitação Dinâmica", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, Vol. 8, No. 2, pp. 33-56.
- Rachid, M., 1975, "Instabilidade de barras de seção delgada", Tese de Doutorado, EESC/USP, São Carlos.
- Rajasekaran, S., 1977, "Finite Element Method for Plastic Beam-Columns", in Theory of Beam Columns, Vol. 2: Space Behavior and Design, Chen, W. e Atsuta, T., McGraw-Hill International Book Company, Inc., U.S.A.
- Vlassov, B. Z., 1962, Pièces Longues en Voiles Minces, Éditions Eyrolles, Paris.
- Yang, Y., e McGuire, W., 1986, "Stiffness Matrix for Geometric Nonlinear Analysis", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 112, No. ST4, pp. 853-877.

Apêndice

Consideram-se, neste trabalho, hastes prismáticas de paredes delgadas, com seção transversal aberta constituída de trechos retos longos, cada qual com espessura constante. A Figura 1 mostra uma seção genérica, os referenciais utilizados e outros dados geométricos inerentes à seção. É conveniente esclarecer que C é o centróide da seção e E , o centro de cisalhamento, cujas coordenadas segundo os eixos y e z são y_e e z_e respectivamente.

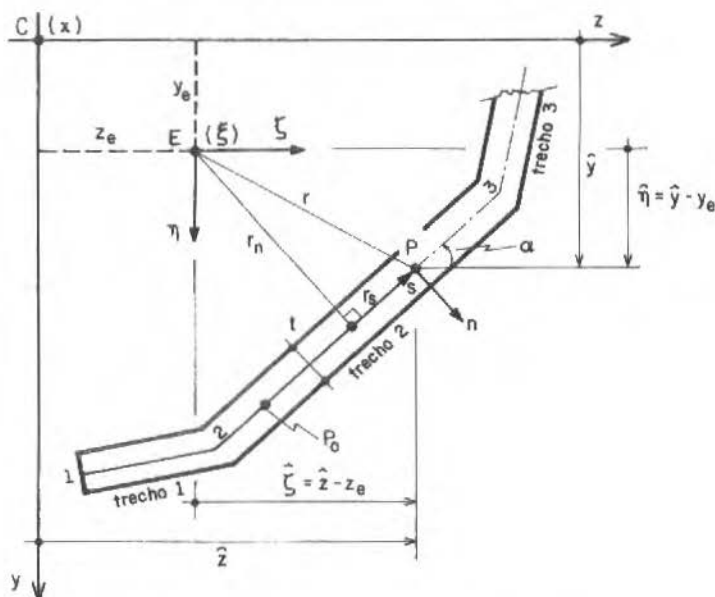


Fig. 1 Seção transversal da haste com os sistemas de referência e outros dados geométricos

Verificam-se as seguintes relações entre as coordenadas de um ponto genérico P no *contour* (linha média da seção):

$$\hat{\eta} = \hat{y} - y_e, \quad \hat{\zeta} = \hat{z} - z_e \quad (\text{A-1})$$

e

$$r_n = \hat{\zeta} \operatorname{sen} \alpha + \hat{\eta} \cos \alpha, \quad r_s = \hat{\zeta} \cos \alpha - \hat{\eta} \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{A-2})$$

e também

$$r_n^2 + r_s^2 = \hat{\eta}^2 + \hat{\zeta}^2 = r^2 \quad (\text{A-3})$$

A notação $(\hat{})$ é utilizada para identificar o valor de uma grandeza para $n = 0$, ou seja, na linha média da seção.

Cabe ainda observar que, além dessas coordenadas, considera-se uma coordenada generalizada associada ao ponto P : a área setorial ω , dada por

$$\omega = \int_{P_0}^P r_n ds, \quad (\text{A-4})$$

avaliada tomando para pólo o centro de cisalhamento E da seção e para ponto setorial inicial P_0 um centróide setorial.

Integrais das Tensões na Seção

Definem-se as seguintes integrais de tensões normais e de cisalhamento sobre a área A da seção:

$$N = \int_A \sigma_x dA = EA \left[u' + \frac{I}{2} (v'^2 + w'^2 + 2z_e v' \phi' - 2y_e w' \phi') \right] + EI_e \phi'^2 \quad (\text{A-5a})$$

$$M_y = - \int_A \sigma_x \hat{z} dA = EI_{yz} (\theta'_z - w' \phi') + EI_y (\theta'_y + v' \phi') - \frac{EQ_y}{2} \phi'^2 \quad (\text{A-5b})$$

$$M_z = \int_A \sigma_x \hat{y} dA = -EI_z (\theta'_z - w' \phi') - EI_{yz} (\theta'_y + v' \phi') + \frac{EQ_z}{2} \phi'^2 \quad (\text{A-5c})$$

$$B = \int_A \sigma_x \omega dA = -EI_\omega \phi'' + \frac{EQ_\omega}{2} \phi'^2 \quad (\text{A-5d})$$

$$K = \int_A \sigma_x r^2 dA = EI_e \left[u' + \frac{I}{2} (v'^2 + w'^2 + 2z_e v' \phi' - 2y_e w' \phi') \right] - EI Q_z (\theta'_z - w' \phi') - EI Q_y (\theta'_y + v' \phi') - EI Q_\omega \phi'' + \frac{ER_e}{2} \phi'^2 \quad (\text{A-5e})$$

$$M_\eta = - \int_A \sigma_x \hat{\zeta} dA = M_y + z_e N \quad (\text{A-5f})$$

$$M_\zeta = \int_A \sigma_x \hat{\eta} dA = M_z - y_e N \quad (\text{A-5g})$$

$$T^{(I)} = -2 \int_A \tau_{xs} n dA = -G J_T \phi' \quad (\text{A-5h})$$

$$V_y = - \int_A \tau_{xs} \sin \alpha dA \quad (\text{A-5i})$$

$$V_z = \int_A \tau_{xs} \cos \alpha dA \quad (\text{A-5j})$$

$$R = \int_A \tau_{xs} r_s dA \quad (\text{A-5k})$$

onde E e G designam, respectivamente, os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material da barra e são utilizadas as seguintes propriedades geométricas da seção transversal (com $dA = t ds$):

$$I_y = \int_A \hat{z}^2 dA, \quad I_z = \int_A \hat{y}^2 dA, \quad I_{yz} = \int_A \hat{y} \hat{z} dA; \quad (\text{A-6a})$$

$$I_e = \int_A r^2 dA, \quad J_T = \int_s \frac{t^3}{3} ds, \quad I_\omega = \int_A \omega^2 dA; \quad (\text{A-6b})$$

$$Q_y = \int_A \hat{z} r^2 dA, \quad Q_z = \int_A \hat{y} r^2 dA, \quad Q_\omega = \int_A \omega r^2 dA; \quad (\text{A-6c})$$

$$R_e = \int_A r^4 dA. \quad (\text{A-6d})$$

Note-se que as expressões das integrais de tensões, segundo Rajasekaran, seriam as aqui apresentadas com v'' e w'' , respectivamente, em lugar de $\theta'_z = v'' + w' \phi' + \phi w''$ e $\theta'_y = w'' - v' \phi' - \phi v''$.

Colisão em Sistema de Multicorpos Rígidos

Multibody Systems Collisions

Rubens Sampaio

Hugo M. Tavares Jr.

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Departamento de Engenharia Mecânica
22453-900 Rio de Janeiro, RJ Brasil

Abstract

This work deals with a system of rigid multibodies subject to collision with a rigid obstacle. The methodology of Maggi-Kane is employed to derive the equations of motion. In the instant of the collision the problem is rewritten in terms of impulse and percussion in order to obtain a jump condition in the velocity. Besides the jump condition, a constitutive equation that relates the velocities before and after the collision is also postulated; it assumes that in the shock energy is not generated. This avoids the paradox described by Keller (1986) in which the energy increases with the shock. Both jump condition and constitutive equation can be written in form of a system of algebraic equations called jump conditions and inclusion in a convex set. The differential equations of motion are solved using the technique of operator split and it is compared to the one proposed by Moreau (1985).

Keywords: Collision, Dynamic of Rigid Multibody Systems, Maggi-Kane Method, Operator Split.

Resumo

Neste trabalho estuda-se o problema da dinâmica de um sistema de multicorpos rígidos sujeito a colisão com um obstáculo rígido. Emprega-se a metodologia de Maggi-Kane para se estabelecer as equações do movimento. No instante do choque o problema é descrito em termos de impulsos e percussões de modo a se obter uma condição de salto na velocidade. Além da condição de salto postula-se uma equação constitutiva para assegurar o caráter dissipativo do choque, evitando-se, desse modo, o paradoxo descrito por Keller (1986). Resolvem-se as equações diferenciais do movimento empregando-se um algoritmo baseado na decomposição de operadores e compara-se com aquele proposto por Moreau (1985).

Palavras-chave: Colisão, Dinâmica do Sistema de Multicorpos Rígidos, Método de Maggi-Kane, Decomposição de Operadores.

Introdução

Neste trabalho considera-se um sistema de multicorpos rígidos, interconectados por ligações, sujeito a colisões com um obstáculo rígido. Emprega-se o método de Maggi-Kane para obter as equações do movimento e, no instante da colisão, transforma-se o problema em termos de impulso e percussão, a fim de se obter uma condição de salto na velocidade. Neste instante, a velocidade deixa de pertencer ao conjunto convexo dos movimentos virtuais. Para trazê-la para o convexo, deve-se empregar, além da condição de salto, uma equação constitutiva que relacione as velocidades anterior e posterior ao choque através das condições de vínculo e de coeficientes que traduzam o choque entre os corpos como sendo um fenômeno não conservativo. Portanto, deve-se incorporar nessas equações constitutivas coeficientes que reflitam o não crescimento de energia devido à propagação de onda de deformação nos corpos do sistema, efeitos térmicos, etc, evitando-se com isto, o chamado paradoxo da energia relatado na literatura (Keller, 1986), no qual a energia do sistema aumenta após a colisão. Considera-se neste trabalho a colisão entre dois corpos como sendo instantânea, pontual e acontecendo num ponto conhecido. E, adota-se como equação constitutiva para o choque a relação entre as velocidades posterior e anterior ao choque apresentada nos trabalhos de Lötstedt (1982), Haug et al., (1986) e Pfeiffer (1992). Como as equações do movimento são representadas por dois sistemas de primeira ordem, implementa-se um algoritmo baseado na decomposição de operadores e comparam-se os resultados com aquele proposto por Moreau (1985).

Formulação do Problema

Descrição do Problema

Considera-se um sistema de multicorpos rígidos composto por duas barras rígidas, conectadas por rótulas, tendo uma das extremidades rotulada fixada num ponto fixo do espaço inercial, e uma

Manuscript received: January 1996. Technical Editor: Agenor de Toledo Fleury

superfície servindo de obstáculo ao movimento do sistema, conforme a Fig. 1 abaixo. Denomina-se esta situação problema de bi-pêndulo com obstáculo. Para uma primeira abordagem da dinâmica do bi-pêndulo com obstáculo através da mecânica de sistemas de multicorpos consideram-se as seguintes hipóteses simplificadoras: i) o problema é bidimensional; ii) o sistema é constituído por 2 corpos rígidos de mesmo comprimento L , massa e tensor de inércia. Na vinculação entre os corpos considera-se uma mola torsional linear de constante k ; iii) a superfície que serve de obstáculo é um plano horizontal situado a uma altura H , com $H < 2L$, onde $2L$ é o comprimento da barra; iv) não se considera o atrito no contato com a superfície, e v) o sistema é abandonado do repouso a partir da posição horizontal das barras.

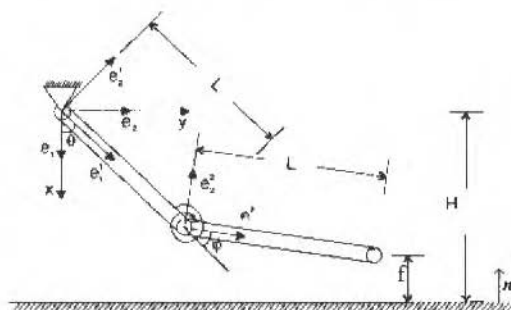


Fig. 1 Problema do bi-pêndulo com obstáculo

Equacionamento do Problema

Uma vez descrito o problema da dinâmica do bi-pêndulo com obstáculo, através da mecânica dos sistemas de multicorpos rígidos, a tarefa seguinte é de empregar uma das metodologias de obtenção de equações do movimento para produzir as equações que simulam o modelo adotado. O método de Maggi-Kane como uma estratégia de geração de bases para o espaço dos movimentos virtuais será utilizado para esta finalidade. Este método permite, na versão contida no roteiro exposto em Tavares Jr. e Sampaio (1993), uma vez identificado o grau de liberdade do sistema e suas coordenadas generalizadas, trabalhar com as velocidades generalizadas, sem a necessidade de se explicitar as equações de vínculo para uma posterior eliminação das mesmas. Seguir-se-á este atalho para evitar de se escrever as equações dos dois vínculos permanentes do sistema ou identificação do espaço tangente dos movimentos virtuais.

Existem duas versões do método de Maggi-Kane, denominadas de Método de Maggi-Kane com Vinculação Implícita e Método de Maggi-Kane com Vinculação Explícita (Tran, 1991). O Método de Maggi-Kane com Vinculação Implícita não se utiliza dos multiplicadores de Lagrange, onde se obtém $2n$ (número de graus de liberdade do sistema) equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem. Enquanto que na outra versão, as $2n$ (número de variáveis generalizadas) equações diferenciais de 1ª ordem vêm acompanhadas por m equações de vinculação, envolvendo os multiplicadores de Lagrange.

Nomenclatura

g	= constante gravitacional	R^2	= espaço cartesiano bi-dimensional	θ, φ	= coordenadas generalizadas
grad^T	= gradiente de uma função	t_c	= instante do choque	$\dot{\theta}, \dot{\varphi}$	= derivada temporal da coordenada generalizada
$K(\theta, \varphi)$	= conjunto convexo dos movimentos virtuais	w_i	= velocidade generalizada	λ	= multiplicador de Euler-Lagrange
k	= constante de mola	w_i^+	= velocidade generalizada à direita	Λ	= percussão da força de vínculo
L	= comprimento da barra	w_i^-	= velocidade generalizada à esquerda	b	= $\frac{L}{2}$
M	= matriz cujas entradas são definidas pelos termos de inércias	Δw	= salto da velocidade		

Embora o Método de Maggi-Kane possa tratar do mesmo modo, isto é, sem multiplicadores de Lagrange, os casos holonômicos e não holonômicos, optou-se por trabalhar o método com ligações explícitas apenas na vinculação unilateral, porque uma vez integradas estas equações no intervalo de choque $(t_i - \varepsilon, t_i + \varepsilon)$ e fazendo-se $\varepsilon \rightarrow 0$ obtém-se as condições de salto na velocidade que juntamente com a equação constitutiva para o choque permite encontrar um sistema de equações algébricas que possibilitarão encontrar a velocidade após o choque.

Divide-se a tarefa de equacionar o problema em quatro partes: i) Identificação dos vínculos unilaterais; ii) Montagem das equações de Maggi-Kane; iii) Obtenção das condições de salto na velocidade e de inclusão no convexo, e iv) Cálculo da energia do sistema.

Identificação dos vínculos unilaterais.

Seja f a distância entre o batente horizontal, situado a uma altura H , e a extremidade livre da barra. De acordo com a figura vem:

$$f = H - L(\cos\theta + \cos(\theta + \varphi)) \quad (1)$$

Portanto, $f \geq 0$. Como, por hipótese, não há atrito nem aderência, tem-se que a reação do batente é dado por λn , com $\lambda \geq 0$, sendo n a normal ao batente horizontal. Os seguintes casos são possíveis: 1) se $f > 0$, então $\lambda = 0$ (situação sem contato) e 2) se $f = 0$, então $\lambda \geq 0$ (situação com contato).

Como se trata de um único vínculo, constrói-se o conjunto convexo dos movimentos virtuais (Tavares Jr., 1994) pondo simplesmente,

$$K_{(\theta, \varphi)} = \{(\dot{\theta}, \dot{\varphi}) \in R^2; f = 0, \dot{\theta} \sin\theta + (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \sin(\theta + \varphi) \geq 0\} \quad (2)$$

Onde a segunda condição do conjunto foi obtida da situação com contato, $f = 0$, por diferenciação da expressão (1). Fisicamente, ela expressa o fato de que o sistema não pode penetrar no obstáculo.

Montagem das Equações de Maggi-Kane

Adota-se como coordenadas generalizadas as variáveis: $q_1 = \theta$ e $q_2 = \varphi$. E, define-se às velocidades generalizadas, através da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = A\dot{q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Verifica-se facilmente que A é invertível e independente de θ , φ e t . Observa-se que a escolha para (w_1, w_2) foi feita de tal modo que as velocidades generalizadas passem a representar o módulo da velocidade angular de cada corpo do sistema.

O convexo expresso nas velocidade generalizadas, adquire o seguinte aspecto:

$$K_{(\theta, \varphi)} = \{(w_1, w_2) \in R^2; f = 0, B_{11}w_1 + B_{12}w_2 \geq 0\} \quad (4)$$

Após fazer todas as manipulações exigidas pelo método de Maggi-Kane, chegamos às equações do movimento:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde, λ é o multiplicador de Euler-Lagrange e,

$$M_{11} = mb^2 + mL^2 + J_3, M_{12} = M_{21} = mbL \cos\varphi, M_{22} = mb^2 + J_3 \quad (6)$$

$$G_1 = -mg(b + L) \sin \theta + k\varphi + mbL \sin \varphi_2^2 \quad (7)$$

$$G_2 = -mgb \sin(\theta + \varphi) - k\varphi - mbL \sin \varphi_2^2 \quad (8)$$

sendo $b = \frac{L}{2}$.

Obtenção das condições de salto na velocidade e de inclusão no convexo.

Seja t_c o instante do choque, integra-se a Eq. (5) entre os limites $t_c - \varepsilon$, e $t_c + \varepsilon$, com $\varepsilon > 0$. Integrando-se por partes o primeiro termo à esquerda da equação, aplicando-se o teorema do valor médio para integrais no segundo termo à esquerda e no da direita da equação, após a passagem do limite quando ε tende a zero, obtém-se:

$$M(q_c) \Delta w = A(t_c) B(q_c) \quad (9)$$

sendo

$$q_c = q(t_c) = \begin{bmatrix} \theta(t_c) \\ \varphi(t_c) \end{bmatrix}, \Delta w = \begin{bmatrix} w_1^+ - w_1^- \\ w_2^+ - w_2^- \end{bmatrix}, A(t_c) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{t_c - \varepsilon}^{t_c + \varepsilon} \lambda(t) dt \quad (10)$$

$$M(q_c) = \begin{bmatrix} M_{11}(q_c) & M_{12}(q_c) \\ M_{21}(q_c) & M_{22}(q_c) \end{bmatrix}, B(q_c) = \begin{bmatrix} B_{11}(q_c) \\ B_{12}(q_c) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Empregando-se a equação constitutiva para o choque apresentada nos trabalhos de Lötstedt (1982), Haug et al., (1986) e Pfeiffer (1992): $B^T w^* = -e B^T w$ sendo que e é o coeficiente de restituição de Newton, chega-se ao seguinte sistema de equações algébricas:

$$\begin{bmatrix} M & -B \\ -B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+e) B^T w^- \end{bmatrix} \quad (12)$$

chamado de condições de salto na velocidade e inclusão no convexo.

Sejam $C^0[0, T]$ o conjunto das aplicações contínuas $q: [0, T] \rightarrow R^2$ e $Var[0, T]$ o conjunto das aplicações $u: [0, T] \rightarrow R^2$ de variação limitada (Rudin, 1976), com $[0, T]$ um intervalo contendo o instante do choque t_c . Então o problema agora consiste em determinar $q \in C^0[0, T]$ e $w \in Var[0, T]$ tais que

$$\left. \begin{aligned} M(q) \dot{w} &= G(q, w) \\ \dot{q} &= A^{-1} w \\ w(0) &= w_0 \\ q(0) &= q_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

e no instante do choque, o qual é também uma incógnita do problema, deve-se ter que $f(q_c, q(t_c)) = 0$ e

$$\begin{bmatrix} M(q_c) & -B(q_c) \\ -B^T(q_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Lambda(t_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+e) B^T(q_c) w^- \end{bmatrix} \quad (14)$$

Cálculo das Energias do Sistema

A energia total do sistema E é dado por $E = K + V_e + V_g$, sendo que

$$K = \frac{I}{2} \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

é a energia cinética expressa nas velocidades generalizadas;

$$V_e = \frac{I}{2} k \varphi^2 \quad (16)$$

é a energia elástica; e,

$$V_g = [2H - (b + L) \cos \theta + b \cos(\theta + \varphi)] mg \quad (17)$$

é a energia potencial gravitacional, considerando-se o obstáculo como referência.

A variação de energia cinética antes e depois do choque é dada por

$$\Delta K = \Delta E = \frac{I}{2} (w^+ + w^-)^T M (w^+ - w^-) \quad (18)$$

Aproximação Numérica

Método da Decomposição de Operadores

A formulação local integra o sistema de equações diferenciais ordinárias com condições iniciais, dividindo explicitamente o intervalo de tempo antes e depois do choque (descontinuidade na velocidade). Realiza-se um teste para se saber se as restrições foram violadas. Em caso afirmativo, aplica-se uma rotina para melhor determinar ocorrência do instante do choque. Uma vez verificado os requisitos para o choque, trocam-se as condições iniciais, obtidas através da equação de salto e de alguma equação constitutiva para o choque, e reinicia-se o processo de integração numérica.

Então, para cada intervalo de tempo $[0, t_0]$ e $[t_0, T]$, pode-se aplicar o esquema de integração numérica baseado na decomposição de operadores (Marchuck, 1975) do seguinte modo:

$$\dot{\psi} = K_1(\psi), \quad \dot{\psi} = K_2(\psi) \quad (19)$$

onde

$$\psi = \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} M^{-1}(q)G(q, w) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ A^{-1}w \end{bmatrix} \quad (20)$$

E, resolver as equações 18_a e 18_b sequencialmente, empregando um método de discretização para o problema de evolução. No caso específico empregar-se-á esquemas implícitos, por serem incondicionalmente estáveis.

Algoritmo de Solução

Considera-se a seguinte nomenclatura:

- i) Partição do intervalo de tempo $[0, T]$, isto é, $t_0 = 0 < t_1 < \dots < t_n = T$, ou $t_{i+1} = t_i + h_i$, sendo h_i o passo de tempo;

- ii) Denota-se por w' uma aproximação para $w(t_i)$ e q' uma aproximação para $q(t_i)$;
- iii) Denota-se por M' uma aproximação para $M(q')$ e por G'^i uma aproximação para $G(q',w'^i)$;
- iv) Adota-se $\frac{q^{i+1}-q^i}{t_{i+1}-t_i}$ para aproximação de $\dot{q}(t_{i+1})$;
- v) Adota-se $\frac{w^{i+1}-w^i}{t_{i+1}-t_i}$ para aproximação de $\dot{w}(t_{i+1})$.

Com as considerações acima descreve-se o algoritmo numérico para aproximar o problema do bi-pêndulo com obstáculo:

1. Faça $t_{i+1} = t_i + h_i$, com $h_i = h = constante$;
2. Faça $M^i \frac{w^{i+1}-w^i}{h} = G^{i+1}$;
3. Resolva o sistema de equações algébricas não linear definida no item (2) para w'^i pelo método de Newton-Raphson;
4. Faça $q'^{i+1} = q' + hw'^{i+1}$;
5. Se $f(q'^{i+1}) > 0$ ou $grad^T f(q'^{i+1})w'^{i+1} > 0$, então faça $w^i = w'^{i+1}$ e vá para o passo 1. Se $f(q'^{i+1}) \leq 0$ e $grad^T f(q'^{i+1})w'^{i+1} \leq 0$. Então, primeiro, determine a melhor aproximação para o instante do choque, t_c : depois, resolva o sistema

$$\begin{bmatrix} M(q_c) & -B(q_c) \\ -B^T(q_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta(t_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+e)B^T(q_c)w^- \end{bmatrix}$$

e, finalmente, vá para o passo 1.

Apresentação e Discussão dos Resultados

A seguir, mostra-se a simulação da dinâmica do bi-pêndulo. O obstáculo é retirado após o impacto. De modo que, nesta simulação, não está sendo monitorado um possível segundo impacto. Os dados para esta simulação encontram-se resumidamente no quadro abaixo:

Tabela 1 Quadro representativo dos dados utilizados

G	= gravidade	9.81 m/s ²
L	= comprimento da barra	1 m
M	= massa da barra	1 kg
J3	= inércia da barra	1 m ⁴
H	= altura do obstáculo	1.80 m
e	= coef. de rest. de Newton	0.72
k	= constante da mola	1.0 mN/rad
h	= passo no tempo	0.01 s
t ₀	= instante inicial	0. s
θ ⁰	= coord. no inst. inicial	$\frac{\pi}{2}$ rad
φ ⁰	= coord. no inst. inicial	0 rad
w _i ⁰	= velocidade inicial	0 rad/s
w _j ⁰	= velocidade inicial	0 rad/s

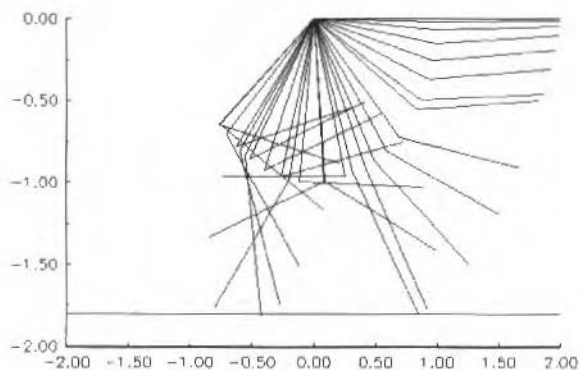


Fig. 2 Configurações do sistema

O gráfico constante da Fig. 2 representa a evolução do sistema no intervalo de tempo que vai de 0 a 1,55 segundos. Observa-se a extremidade da barra ultrapassando os limites do obstáculo, o qual depois do choque, nesta simulação, é devidamente retirado.

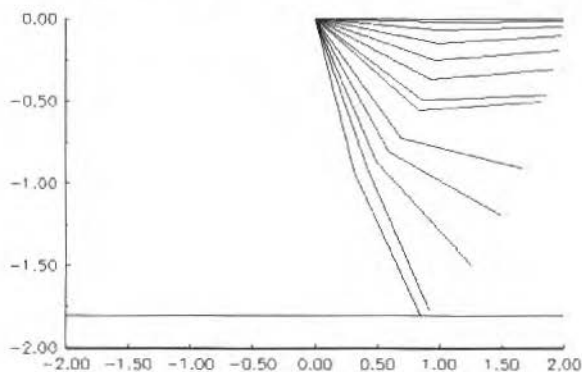


Fig. 3 Configurações do sistema até o instante do choque

O gráfico constante da Fig. 3 representa a evolução do sistema no intervalo de tempo que vai de 0 ao instante de choque, 0,5557 segundos, aproximadamente.

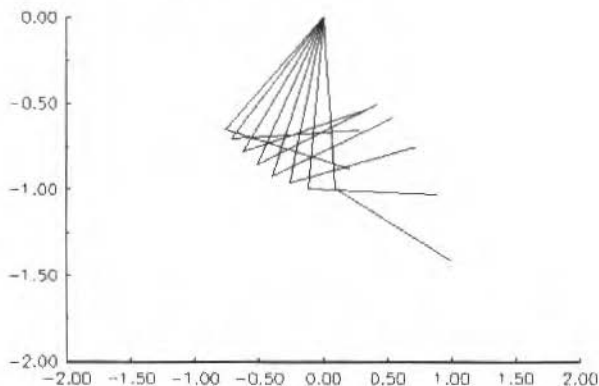


Fig. 4 Configuração do sistema após o choque

O gráfico constante da Fig. 4 representa a evolução do sistema no intervalo de tempo que vai do instante de choque, 0,5557 segundos aproximadamente, ao instante de tempo em que o sistema inicia seu movimento de retorno, 1,1767 segundos aproximadamente.

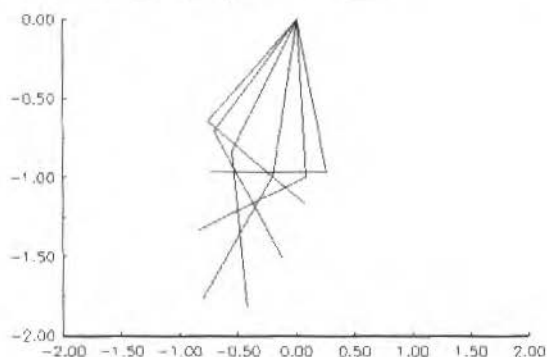


Fig. 5 Config. do sistema retornando

O gráfico constante da Fig. 5 representa a evolução do sistema no intervalo de tempo que vai do instante em que o sistema inicia seu movimento de retorno, 1,1767 segundos aproximadamente, até o instante final do período de observação.

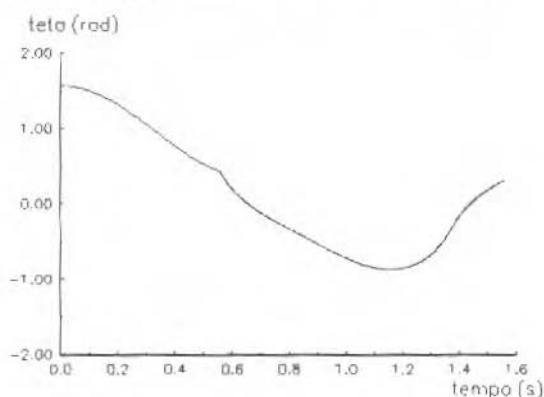


Fig. 6 Gráfico coord. gener. θ versus tempo

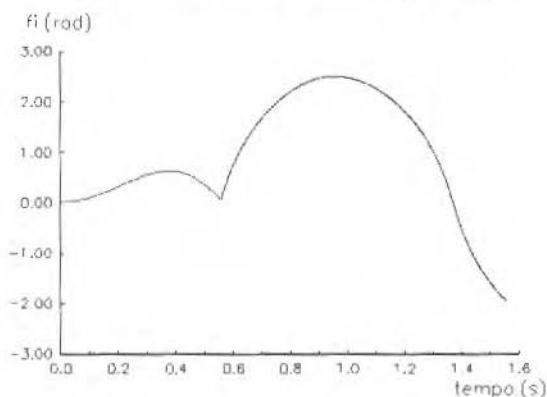


Fig. 7 Gráfico coord. gener. ϕ versus tempo

Os gráficos constantes das Figs. 6 e 7 representam o comportamento das coordenadas generalizadas θ e φ no período de observação. Evidencia-se, em cada gráfico, o bico formado no instante do choque.

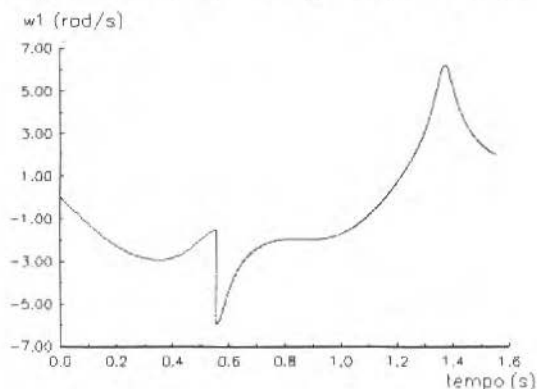


Fig. 8 Gráfico veloc. angular w_1 versus tempo

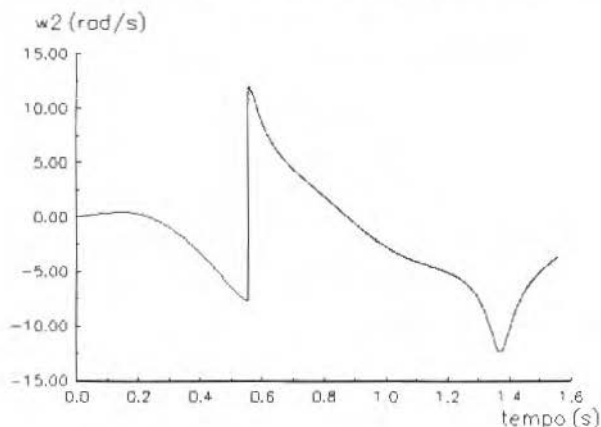


Fig. 9 Gráfico veloc. angular w_2 versus tempo

Os gráficos constantes das Figs. 8 e 9 representam o comportamento das velocidades angulares θ e φ no período de observação. Evidencia-se, em cada gráfico, o salto das velocidades no instante do choque.

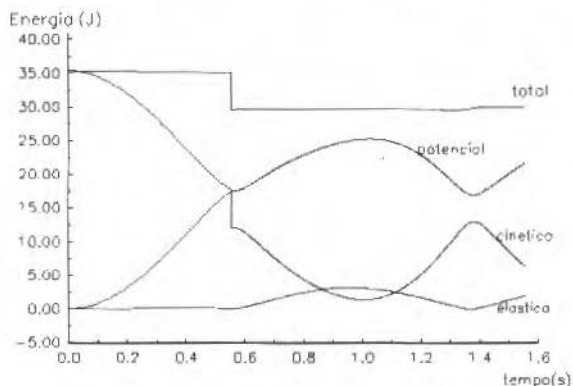


Fig. 10 Gráfico das energias

O gráfico constante da Fig. 10 representa o comportamento das energias mecânicas: potencial, cinética, elástica e total no período de observação. Nota-se a energia elástica tendo um crescimento após o instante do choque, o que caracteriza um armazenamento; seguido de um decrescimento, restituição da energia acumulada.

O bi-pêndulo evolui da configuração horizontal inicial até o instante em que ocorre o choque com obstáculo. A partir daí a velocidade salta e o sistema continua evoluindo com novas condições iniciais prescritas pela equação constitutiva para o choque empregada e condição de salto na velocidade. A energia total do sistema de multicorpos muda de patamar, caracterizando uma dissipação de energia transferida para o exterior do sistema. Observa-se finalmente pelo gráfico da energia uma dissipação numérica devido ao método numérico empregado e a erros de arredondamento acumulados.

Conclusão

No presente trabalho formulou-se a dinâmica do bi-pêndulo com obstáculo através da metodologia de Maggi-Kane. O choque ocorrendo entre os corpos do sistema e o obstáculo é tratado constitutivamente levando-se em conta tratar-se de um fenômeno não conservativo. Uma vantagem observada ao se empregar a metodologia de Maggi-Kane juntamente com a decomposição de operador é que a decomposição pode ser feita a priori, ainda na fase de montagem das equações do movimento, levando a um desacoplamento entre velocidades generalizadas e coordenadas generalizadas, pela decomposição adotada, a qual fornece diretamente um esquema tipo zig-zag (staggered scheme, Fellipa e Park, 1980) sem a necessidade de extrapolar uma das variáveis.

Interpreta-se a decomposição acima do seguinte modo: primeiro congelando K_2 e resolvendo $\dot{\psi} = K_1(\psi)$ significa que a configuração estando fixada encontra-se a velocidade "v" do sistema de multicorpos no espaço dos movimentos virtuais ou espaço tangente, em seguida, fixando K_1 e de posse da velocidade já encontrada na etapa anterior, emprega-se o operador K_2 para evoluir no espaço das configurações " $x = v\Delta t$ ". Observa-se que o algoritmo proposto por Moreau (1985) faz exatamente o oposto. Como não se está verificando as condições técnicas da fórmula de Trotter não se espera que $K_1 \circ K_2 = K_2 \circ K_1$.

Referências

- Banach, S., 1951, "Mechanics", Polish Mathematical Society, Varsóvia.
- Bouligand, G., 1945, "Compléments et Exercices sur la Mécanique des Solides", 2ª ed., Vuibert, Paris.
- Haug, E. J., Wu, S. C., Yang, S. M., 1986, "Dynamics of Mechanical Systems with Coulomb Friction", Stiction, Impact and Constraint Addition-Deletion - I Theory, Mechanism and Machine Theory, Vol. 21, No. 5, pg. 401-406.
- Fellipa, C. A. e Park, K. C., 1980, "Staggered Transient Analysis Procedures for Mechanical Systems: Formulation", Comp Meth App Mech. Eng., 24, Oct, pg 61-111.
- Keller, J. B., 1986, "Impact with Friction, Journal of Applied Mechanics", Vol. 53, March, pg. 1-4.
- Lötstedt, P., 1982, "Mechanical Systems of Rigid Bodies Subject to Unilateral Constraints", SIAM Journal App. Math. 42, pg. 281-296.
- Marchuck, G. I., 1975, "Methods of Numerical Mathematics", Springer-Verlag, Berlin.
- Moreau, J.J., 1985, "Standard Inelastic Shocks and the Dynamics of Unilateral Constraints", em Unilateral Problems in Structural Analysis, CISM Courses and Lectures No. 288, Ed. G. del Piero & F. Maceri, Springer-Verlag, New York, pg. 173-221.
- Neimark, J.I. & Fufaev, N.A., 1972, "Dynamics on Nonholonomic Systems", American Mathematical Society, Providence, RI.
- Pfeiffer, F., 1991, "Dynamics Systems With Time Varying or Unsteady Structure", Plenary Lecture, Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM), Vol. 71, No. 4, pg. T6-T22.
- Rudin, W., 1976, "Principles of Mathematical Analysis", 2ª ed., McGraw-Hill, Singapore.
- Tavares Jr., H. M. & Sampaio, R., 1993, "Método de Maggi-Kane: Uma Sistemática de Construção de Bases para o Espaço dos Movimentos Virtuais", XII COBEM.
- Tavares Jr., H. M., 1994, "Modelagem e Simulação Numérica de Sistemas Dissipativos com Número Finito de Graus Liberdade", Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro.
- Tran, D. M., 1991, "Une Présentation de La Méthode de Kane pour la Formulation des équations du Mouvement", La Recherché Aérospatiale, No. 3, pg. 1-21.

Modelagem e Simulação de Mancais Aerostáticos Duplo-Esféricos

Modeling and Simulation of Double-Spherical Aerostatic Bearings

Daniel S. de Freitas

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Informática e Estatística

Alvaro Toubes Prata

Departamento de Engenharia Mecânica
88040-900 Florianópolis, SC Brasil

Abstract

Double-spherical aerostatic bearings are encountered as part of spindles for high precision manufacturing. The great advantage of this type of bearing is its capacity of supporting both axial and radial loads. When air is used as the working fluid the spherical bearing can operate at high speed with low heat dissipation. Presently, the design of such components relies on empirical information based on available experimental data. In the present work a finite volume methodology is employed to solve the Reynolds equation applied to an aerostatic spherical bearing. A theoretical analysis is presented which includes a detailed consideration of the restrictors for the air feeding. Such devices are very important in providing high stiffness and their modeling requires some assumptions regarding the airflow through it. Validation of the computer program was performed through comparisons with available experimental results. Good agreement prevailed between experiment and computation. However, due to the strong nonlinearities in the governing equations and because the presence of source terms of very high values, for very small gaps between the spherical surfaces (less than 30 μm) convergence of the numerical program could not be achieved. Except for this limitation, both theoretical model and the numerical methodology presented here has proved to be very effective. From the results it was observed that the bearing should operate at an eccentricity ratio as higher as possible (close to one) for highest stiffness.

Keywords: Aerostatic Bearing, Air Bearing, Spherical Bearing.

Resumo

O método de volumes finitos é aplicado a uma simulação de mancais duplo-esféricos. As equações governantes, altamente não-lineares, são discretizadas e adaptadas para incorporar o insuflamento de ar por meio de restritores de fluxo. O modelo proposto é utilizado em uma análise de capacidade de carga e rigidez para mancais duplo-esféricos com diferentes características estruturais. Os resultados teóricos possuem boa concordância com os resultados experimentais.

Palavras chave: Mancais Aerostático, Mancais a Ar, Mancais Esférico.

Introdução

Mancais aerostáticos duplo-esféricos podem ser encontrados como parte integrante de cabeçotes de tornos de precisão. A Figura 1 mostra um desenho esquemático deste tipo de mancal, em uma configuração do tipo duplo-esférico contraposto. As semi-esferas são unidas por um eixo, ao qual estão aparafusadas. As posições relativas dos centros das esferas em relação aos estatores correspondentes podem ser variadas.

Atualmente, devido à carência de dados teóricos na literatura, o projeto deste tipo de mancal tem que ser realizado de maneira empírica, com base em alguns dados experimentais disponíveis. A teoria de lubrificação tem sido preferencialmente aplicada a outros tipos de mancais, cilíndricos ou planos, por exemplo (ver por exemplo Rowe, 1989). Possivelmente isto ocorre porque tais mancais são mais difundidos e podem ser empregados na maior parte das aplicações práticas.

No entanto, em algumas situações é desejável que o eixo do rotor possua mais de um grau de liberdade em relação ao eixo do estator, ou que o mancal seja capaz de suportar cargas com componentes axiais, mantendo um movimento de rotação suave e conservando uma rigidez adequada. Nestes casos é mais indicado o uso de uma geometria esférica. Desta forma, mancais esféricos aparecem como sub-sistemas dinâmicos em sistemas de alta tecnologia, como máquinas-ferramenta de precisão, instrumentos de medição por coordenadas, giroscópios para navegação aérea e sistemas de posicionamento de telescópios.

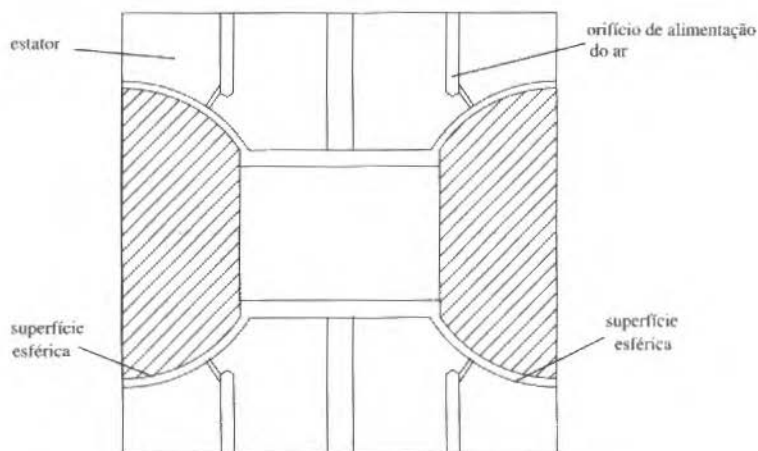


Fig. 1 Desenho esquemático do mancal aerostático duplo-esférico

Nomenclatura

a = coeficiente do sistema de equações algébricas, Eq. (24).	z = coordenada que descreve o deslocamento axial do rotor [m], Fig. 2.	desc = referente ao ar na descarga pelo bocal no filme fluido.
A = área [m ²].		E = associado a um ponto à direita do ponto P na malha computacional, Fig. 8.
c = folga nominal entre as superfícies esféricas [m].	Símbolos gregos	e = referente à fronteira entre P e E, Fig. 8.
F = carga sobre o mancal, Fig. 4.	ε = excentricidade.	N = associado a um ponto à esquerda do ponto P na malha computacional, Fig. 8.
h = espessura do filme fluido em um ponto (θ, φ) [m], Eq. (4).	ϕ = diâmetro [m].	n = referente à fronteira entre P e N, Fig. 8.
H = altura adimensional, Eq. (12).	Φ = variável adimensional, Eq. (22).	P = associado a um ponto P genérico da malha computacional, Fig. 8.
$\dot{m}$ = vazão mássica de ar [kg/s]	γ = expoente politrópico.	ref = grandeza de referência.
M = número de Mach do ar.	Γ = coeficiente da equação governante em forma adimensional, Eq. (22).	restr = referente aos restritores.
p = pressão do ar no filme lubrificante em um ponto (θ, φ) [N/m ²].	φ = coordenada angular no sistema de coordenadas esféricas [m], Fig. 3.	S = associado a um ponto abaixo do ponto P na malha computacional, Fig. 8.
r = coordenada radial do sistema de coordenadas esféricas [m], Fig. 3.	Λ = velocidade de rotação adimensional do mancal, Eq. (15).	s = referente à fronteira entre P e S, Fig. 8.
R = raio da superfície esférica [m].	μ = viscosidade dinâmica do ar [Pa.s].	v.c. = referente a "volume de controle".
= constante universal dos gases [J/kg/K].	Π = variável adimensional, Eq. (12).	W = associado a um ponto acima do ponto P na malha computacional, Fig. 8.
S = termo-fonte da equação de Reynolds, Eq. (26).	θ = coordenada angular no sistema de coordenadas esféricas [m], Fig. 3.	w = referente à fronteira entre P e W, Fig. 8.
T = temperatura do ar comprimido [K].	ρ = massa específica do ar [kg/m ³].	
v = velocidade do ar [m/s].	ω = velocidade angular do mancal [rad/s].	
x = coordenada que descreve o deslocamento radial do rotor [m], Fig. 2.		
y = coordenada que descreve o deslocamento radial do rotor [m], Fig. 2.	Índices	
	amb = referente ao ar ambiente.	
	bomb = referente às condições do ar no bombeamento, no compressor.	

O ar pode ser utilizado em aplicações nobres, que exijam limpeza, como a usinagem de lentes de contato ou em brocas para aplicação odontológica. Adicionalmente, a opção por um gás como fluido lubrificante permite que o rotor atinja altas rotações com baixa geração de calor (Wunsch, 1968). Por outro lado, os gases têm a desvantagem de apresentar menor viscosidade e maior compressibilidade em relação aos lubrificantes líquidos. Os mancais a gás são, portanto, necessariamente maiores do que os seus equivalentes lubrificados com líquido.

Nos mancais aerostáticos, um filme fino de ar a alta pressão é utilizado para suportar uma carga. A capacidade de carga resulta da distribuição de pressão. Basicamente, a pressão é máxima no ponto onde ocorre a entrada de ar sob pressão e cai gradativamente ao longo da folga. Em alguns casos, o rotor gira em alta rotação, levando ao aparecimento de um efeito aerodinâmico (mancais auto-atuantes). Quando os dois efeitos se superpõem, o mancal é dito híbrido. O efeito aerodinâmico, embora tenha sido incluído na formulação proposta, é desconsiderado na simulação dos mancais duplo-esféricos aqui explorada.

O mancal em estudo é pressurizado externamente porque, para a aplicação de interesse, é importante que um filme lubrificante seja mantido mesmo com o rotor parado. Como o ar tem viscosidade baixa, as folgas entre as superfícies dos mancais são pequenas, da ordem de 10 μm (Slocum, 1991). A rigidez do mancal está associada à forma da folga entre as superfícies ou a restrições ao fluxo de ar de alimentação, empregadas para controlar a entrada de ar na folga. Tais restrições, denominadas restritores de fluxo, constituem um artifício comumente utilizado para aumentar a rigidez de mancais aerostáticos sem aumentar a pressão de bombeamento.

A utilização de uma forma esférica para os mancais é justificada, do ponto de vista de usinagem, pela sua facilidade de fabricação, principalmente pela técnica de moldagem em resina, descrita por Oliveira (1994). Esta técnica permite a fabricação de duas superfícies esféricas conjugadas de boa qualidade com a utilização de máquinas-ferramenta convencionais. A confecção em pares conjugados garante, por exemplo, que erros de forma nas superfícies do estator e do rotor tão grandes como 50 % do valor da folga não representem problema para o funcionamento do mancal. Foi eliminada também a necessidade de furação com broca na confecção dos restritores de fluxo (Müller, 1994).

A literatura em mancais esféricos é restrita. Exemplos de trabalhos que tratam de lubrificantes incompressíveis são Leung et al. (1989) e Duarte e Ribeiro (1990). Mais pertinente ao presente trabalho são os mancais que operam com gases. Uma análise de um mancal esférico lubrificado a gás empregado como giroscópio é apresentada por Sela e Blech (1991). Eles avaliam o desempenho estático do mancal, quando submetido a uma carga genérica e apresentam resultados para capacidade de carga, fluxo mássico de gás e torque secundário que atua na direção perpendicular ao eixo do rotor, em uma certa faixa de excentricidades e pressões de alimentação do gás. Neste modelo, a alimentação é feita por uma linha localizada no equador da esfera. No presente trabalho, não é empregada a simplificação de alimentação em linha e a latitude em que se localizam os restritores de alimentação é um dos parâmetros que podem ser variados, visando a uma otimização de projeto.

O presente artigo apresenta uma análise teórica para um mancal duplo-esférico a gás, visando fornecer uma metodologia de cálculo que possibilite um projeto otimizado do mancal. São apresentados resultados teóricos de carga para diversos valores de folga nominal entre as esferas, ao longo de uma ampla faixa de excentricidades. Os resultados teóricos são comparados com valores experimentais apresentados por Oliveira (1994), obtidos com um protótipo deste tipo de mancal, construído empiricamente. Como a folga do mancal real era muito pequena (15,4 μm), não foi possível obter resultados numéricos em toda a faixa medida no experimento. Quando a folga é pequena demais, aparece um desequilíbrio excessivo entre os diversos termos das equações governantes, levando a instabilidades numéricas que impossibilitaram a convergência. Nos pontos em que foi possível a obtenção de resultados numéricos, a concordância com o experimento foi muito boa.

Na modelagem da folga esférica, procurou-se levar em consideração as peculiaridades do processo de fabricação, mas algumas simplificações sutis do ponto de vista prático estão implícitas no modelo. Por exemplo, os valores de folga encontrados nos mancais reais, da ordem de micrometro, podem não ser suficientemente maiores do que as rugosidades das superfícies esféricas (que resultam após o acabamento) para garantir que o valor de folga medido no experimento não seja apenas uma distância entre picos de rugosidade do rotor e do estator. O modelo teórico prevê uma folga com superfícies perfeitamente lisas e pode ficar distante da realidade do experimento, principalmente para folgas pequenas.

Mesmo com as dificuldades de modelagem decorrentes do processo de fabricação, a análise teórica é justificável. O modelo aqui apresentado pode facilmente ser adaptado a casos específicos de método de fabricação, a partir de uma descrição cuidadosa do aparato experimental. Por outro lado, mesmo que não fosse possível reproduzir a situação real em todos os seus detalhes, uma ferramenta teórica que

permita a determinação de um valor aproximado para o número ótimo de pontos de alimentação de ar, levando em conta a máxima capacidade de carga, a máxima rigidez e o mínimo consumo de ar, pode reduzir enormemente a quantidade de experimentos necessários para um bom projeto.

Descrição do Mancal

Em uma situação real, o mancal esférico normalmente está sujeito a cargas de orientação arbitrária. Como consequência, surge um deslocamento relativo entre os centros do rotor e do estator que tem que ser caracterizado com módulo, direção e sentido. O valor adimensional deste deslocamento, a excentricidade (ϵ), é representado por três parâmetros independentes (ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z), medidos em um sistema de coordenadas cartesiano fixo em relação ao estator. A Figura 2 mostra o sistema de coordenadas que descreve o deslocamento espacial de cada uma das semi-esferas. A coordenada z , que descreve o deslocamento axial do rotor, corresponde a uma linha que une os centros dos dois estatores (em uma situação de deslocamento nulo, ela está alinhada com o eixo do rotor). As coordenadas x e y estão localizadas em um plano no equador do estator e descrevem o deslocamento radial do rotor.

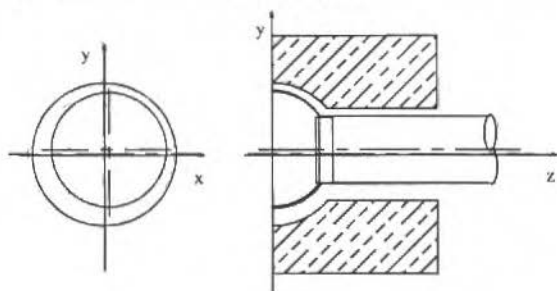


Fig. 2 Sistema de coordenadas para as excentricidades

Sem perda de generalidade, optou-se no presente trabalho por considerar apenas os efeitos de carregamento axial. Carregamentos axiais envolvem uma análise mais simples do conjunto, pois o eixo do rotor permanece alinhado com o dos estatores. Além disto, os dados experimentais ficam mais confiáveis, pois com carregamento radial é necessário medir com precisão os deslocamentos radiais das duas semi-esferas. Este problema não existe com carregamentos puramente axiais porque, para a determinação de um ponto experimental após um carregamento conhecido, basta medir o deslocamento de uma semi-esfera; o deslocamento da semi-esfera conjugada é imediatamente determinado a partir do afastamento inicial entre os centros das semi-esferas.

Definição da Pré-Carga

Os dados experimentais de Oliveira (1994) foram obtidos com o eixo do rotor colocado na posição vertical, de modo a garantir deslocamento radial nulo. Em qualquer outra posição, o próprio peso do rotor levaria ao aparecimento de excentricidade radial, mesmo sem aplicação de carga.

Nesta configuração, os dois mancais esféricos desempenham funções distintas em relação à carga externa, imposta por meio de pesos pendurados diretamente no rotor. De maneira semelhante ao mancal superior, a distribuição de pressões ao longo da folga do mancal inferior também gera uma força, em consequência de sua ação sobre a superfície esférica. Tal força, porém, atua no sentido de carregar o mancal superior, pois age no mesmo sentido que os pesos. Do ponto de vista prático, a carga imposta pelo mancal inferior não pode ser considerada uma carga útil, pois não representa um aumento no número de pesos externos ao conjunto. Esta carga é denominada de *pré-carga*, para diferenciá-la, em termos práticos, da *carga* efetivamente suportada pelo mancal superior, representada pelos pesos.

O objetivo do estudo teórico, e também do estudo experimental, é obter a curva de carga axial suportada em função de excentricidade (curva de carga), para o conjunto. Em seguida, por um processo simples de derivação, pode-se chegar à curva de rigidez, que determina o projeto dos mancais. Cada ponto experimental é obtido impondo-se pesos ao conjunto e medindo a excentricidade que resulta no mancal superior, para uma dada pressão do ar de alimentação. Ao peso imposto é acrescentado o peso próprio do rotor, o qual aparece como uma carga para o mancal.

Para a análise teórica o processo é inverso: assume-se que a semi-esfera do mancal superior está deslocada em relação ao estator de um valor conhecido de excentricidade. Como a excentricidade é conhecida, a forma da folga e, portanto, do filme fluido entre as esferas, fica determinada. Calcula-se então a distribuição de pressões que obedece as equações governantes da teoria de lubrificação para um filme fluido com a forma especificada e sujeito a um valor de pressão de alimentação estipulado. Em seguida, por integração, calcula-se a carga que o mancal superior é capaz de suportar. Como as dimensões do conjunto são conhecidas, a excentricidade do mancal inferior é facilmente determinada por considerações geométricas. Com esta excentricidade, realiza-se um cálculo idêntico ao do mancal superior e o valor da pré-carga é o valor de carga obtido para o mancal inferior. Para comparação com os resultados experimentais, o valor teórico da pré-carga é descontado da carga.

Excentricidade Axial Relativa Inicial

O afastamento entre os centros teóricos dos dois estatores que compõem um cabeçote (ver Fig. 1) pode ser regulado independentemente da distância que separa os centros dos rotores correspondentes. Este afastamento depende de regulagem por parafusos e é constante para cada curva de carga, sendo, portanto, um parâmetro geométrico fixo.

Para cada ponto da curva de carga versus excentricidade, o valor da excentricidade no mancal inferior depende da excentricidade imposta ao mancal superior e do afastamento entre os centros das duas superfícies esféricas dos estatores. Desta forma, variando-se este afastamento pode-se variar a pré-carga imposta pelo mancal inferior e, como consequência, a carga útil. Ou seja, cada valor de afastamento gera uma curva diferente.

Na verdade, o parâmetro que é efetivamente considerado é a excentricidade relativa axial inicial. Assumindo-se uma situação inicial imaginária em que nenhuma carga tenha sido imposta ao mancal, nem mesmo o peso do rotor, a excentricidade axial que resultasse em ambos os mancais (superior e inferior) seria idêntica. Este seria o valor da excentricidade relativa axial inicial, a qual está intrinsecamente ligada ao afastamento geométrico entre as esferas: quanto maior este afastamento, menor o valor da excentricidade inicial e vice-versa. Este parâmetro é um conceito teórico, que na prática é obtido indiretamente por extrapolação da curva experimental até um ponto de carga nula, pois uma medição simultânea das excentricidades axiais nos mancais superior e inferior seria bastante trabalhosa.

Um mancal duplo-esférico com excentricidade relativa axial inicial negativa (ou seja, superfície equatorial do mancal sobressaindo-se da superfície do estator) levará a uma curva com valores mais altos de carga útil do que outro com excentricidade inicial positiva. A razão disto é que, para cada mancal simples, a carga diminui com a diminuição da excentricidade. Assim, quanto menor a excentricidade inicial, menores (mais negativos) os valores de excentricidade assumidos pelo mancal inferior, menor a pré-carga a ser descontada e, portanto, maior a carga útil do conjunto.

Formulação do Problema

O escoamento de um fluido no espaço entre duas esferas deve obedecer à equação da conservação da massa em coordenadas esféricas. No caso de um mancal, as esferas estão muito próximas, possibilitando simplificações na equação da conservação da massa que levam à equação de Reynolds, que é a equação governante para o problema em estudo.

A equação de Reynolds, obtida a partir da equação da conservação da massa em coordenadas esféricas (Burmeister, 1983), para o sistema de coordenadas (r, θ, ϕ) mostrado na Fig. 3 pode ser escrita como,

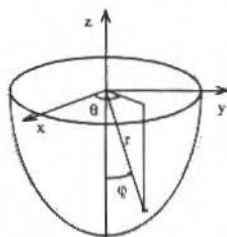


Fig. 3 Coordenadas esféricas utilizadas no problema

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \rho h^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = 6 \mu \omega R^2 \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho h) + 12 \mu R^2 RT \left(\rho v_r \right|_{R+h} \right) \quad (1)$$

em que o último termo entre parênteses do lado direito da equação (ρv_r) corresponde a uma entrada de massa na direção radial, na superfície externa do mancal, que servirá para modelar a entrada de ar por restritores do problema real. A grandeza T que aparece neste termo corresponde à temperatura, em Kelvin, do ar que está sendo insuflado. O primeiro termo do lado direito corresponde ao efeito aerodinâmico que apareceria se o rotor girasse a uma velocidade angular ω . Em todos os resultados obtidos no presente trabalho, ω foi considerado nulo.

Condições de Contorno

O domínio de solução do problema compreende um círculo fechado sobre o plano equatorial. O problema é espacialmente periódico na direção θ e a condição de contorno associada a esta coordenada se resume a

$$p|_{\theta=0} = p|_{\theta=2\pi} \quad (2)$$

Na direção φ o domínio é limitado pelas duas bordas do mancal, por onde o ar é liberado após passar pela folga. A variável φ vai de φ_1 , correspondente ao diâmetro menor, até $\pi/2$, na posição do diâmetro maior. Assume-se que o ar é liberado para a atmosfera, logo as condições para a direção φ são

$$p|_{\varphi=\varphi_1} = p_{amb} \quad , \quad p|_{\varphi=\pi/2} = p_{amb} \quad (3)$$

Espessura do Filme Fluido

Fundamentalmente, a distribuição de pressões que resultará de cada cálculo dependerá da pressão de insuflamento do ar e da forma do filme fluido na folga entre as esferas. A forma do filme, por sua vez, depende de três parâmetros para ser completamente caracterizada. A partir do deslocamento do centro do rotor em relação ao centro do estator, descrito pelas excentricidades ε_x , ε_y e ε_z , a altura h da folga em qualquer ponto (θ, φ) vale

$$h = c \left[1 - (\varepsilon_x \cos \theta + \varepsilon_y \sin \theta) \sin \varphi - \varepsilon_z \cos \varphi \right] \quad (4)$$

em que c é a folga nominal, quando os centros do rotor e do estator coincidem. Como discutido anteriormente, no presente trabalho o interesse recai sobre a direção axial e os valores de ε_x e ε_y serão mantidos nulos.

Restritores de Fluxo

Quando se projeta mancais aerostáticos, é mais importante observar a rigidez do que a capacidade de carga. Mancais com baixa rigidez tendem a variar muito seu ponto de funcionamento quando submetidos a variações de carga; do ponto de vista de cabeçotes de máquinas de precisão, isto é altamente indesejável. Como mostra a Fig. 4, o mancal A tem uma capacidade de carga maior do que a do mancal B ao longo de toda a faixa de excentricidades apresentada; no entanto, uma mesma variação ΔF imposta aos dois mancais causa uma variação de posição ($\Delta \varepsilon$) muito menor no mancal B. Além disto, o mancal B, mais rígido, pode funcionar com uma gama maior de cargas aplicadas do que o mancal A.

A pressão do ar de insuflamento terá que ser determinada de acordo com a carga que se pretende impor ao mancal. É preciso determinar uma pressão suficientemente alta para garantir um filme lubrificante entre rotor e estator em toda a faixa de cargas a que estará submetido o mancal. Adicionalmente, a curva de carga deverá corresponder à condição de rigidez alta. Ou seja, o ponto de funcionamento (ϵ) do mancal não poderá variar excessivamente quando a carga sobre ele aplicada sofrer variações. Vários artifícios de fabricação podem ser empregados para que o mancal satisfaça a esta condição. O mais comum, e de mais simples construção, é o chamado restritor de fluxo. O ar bombeado é forçado a passar por um estrangulamento antes de ser injetado no filme fluido, em um processo semelhante a um escoamento em bocais. Ao escoar pelo bocal (restritor), o ar é forçado a acelerar e uma queda de pressão é gerada entre a pressão de alimentação e a pressão no filme lubrificante. A vazão de ar que passa para o filme lubrificante pode ser calculada a partir da pressão de bombeamento (conhecida e regulada no compressor) e da pressão que o jato de ar assume ao atingir o filme lubrificante, no ponto (θ, ϕ) correspondente à saída do restritor, esta última obtida da equação de Reynolds, Eq. (1).

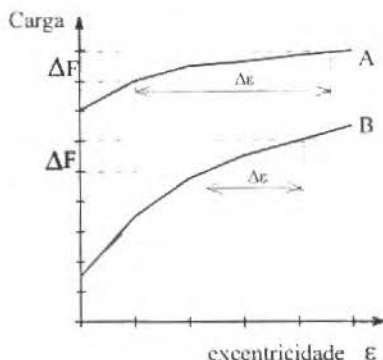


Fig. 4 Capacidade de carga x rigidez para dois mancais com distintas características de rigidez

Boffey et al. (1985) mostram que é exatamente a queda de pressão imposta pelos restritores que imprime características de maior rigidez ao mancal. Com cargas altas, por exemplo, a pressão na saída do bocal terá que ser alta, para que a distribuição de pressões seja adequada à carga. Forçado pela carga, o rotor se aproxima do estator e neste caso o valor da folga correspondente à saída dos restritores é baixo ou, o que é equivalente, a excentricidade assume valores altos. Se a carga diminuir, as esferas tendem a se afastar, mas, simultaneamente, a pressão na saída do restritor tende a diminuir, evitando que a excentricidade tenha que diminuir excessivamente para se adaptar à nova situação. Ou seja, quando o mancal é submetido a uma variação de carga, a pressão na saída do restritor varia, o que evita grandes variações de excentricidade.

Modelagem Teórica de Cada Restritor

Para obter a distribuição de pressões na folga entre as esferas, é necessário transferir para a equação de Reynolds (Eq. 1) o valor da vazão mássica que é descarregada pelo bocal, quando são conhecidas as pressões a montante (pressão de bombeamento, no compressor, p_{bomb}) e a jusante (pressão de descarga pelo bocal, p_{desc}). Deseja-se determinar, portanto,

$$\dot{m}_{restr} = \rho_{desc} v_{desc} A_{restr} \quad [\text{kg/s}] \quad (5)$$

Assumindo fluxo isentrópico, de acordo com John (1984), esta vazão pode ser calculada como

$$\dot{m}_{restr} = \frac{p_{bomb}}{\sqrt{T_{bomb}}} \sqrt{\gamma} M_{desc} \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_{desc}^2 \right]^{\frac{\gamma + 1}{2 - 2\gamma}} A_{restr} \quad (6)$$

onde M_{desc} , o número de Mach do ar na descarga do bocal, é dado por

$$\begin{cases} M_{desc} = M, & \text{se } M < 1 \\ M_{desc} = 1, & \text{se } M \geq 1 \end{cases} \quad (7)$$

para um número de Mach de referência calculado por

$$M = \sqrt{\frac{2}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{p_{bomb}}{p_{desc}} \right)^{\frac{(\gamma - 1)}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (8)$$

O número de Mach vale no máximo 1, onde a vazão de ar é máxima. A partir do momento em que o número de Mach chega a 1, não importa mais a pressão a jusante do bocal. Na situação de $M \geq 1$, a informação sobre a variação da pressão a jusante não é mais transmitida ao escoamento no interior do bocal. Diz-se, então, que o fluxo "engasga" a partir de $M=1$ (escoamento bloqueado).

Área do Restritor

Conforme discutido anteriormente, com o intuito de conferir ao mancal a rigidez que é exigida de um componente de cabeçote de usinagem, é comum forçar o ar a passar por uma redução brusca de seção transversal, em seu percurso desde o compressor até o filme lubrificante. Ou seja, é conveniente que o ar enfrente alguma "restrição" ao escoar entre o compressor e o filme fluido.

Para a determinação da vazão mássica de ar que atravessa o bocal, é necessário fornecer o valor da área desta restrição, indicada por A_{restr} na Eq. (5). Para avaliar corretamente esta área, é necessário determinar onde efetivamente ocorre a restrição ao escoamento, a qual varia de acordo com as características construtivas de cada mancal. A Figura 5 mostra duas configurações comuns e as áreas que devem ser consideradas no cálculo da vazão em cada caso.

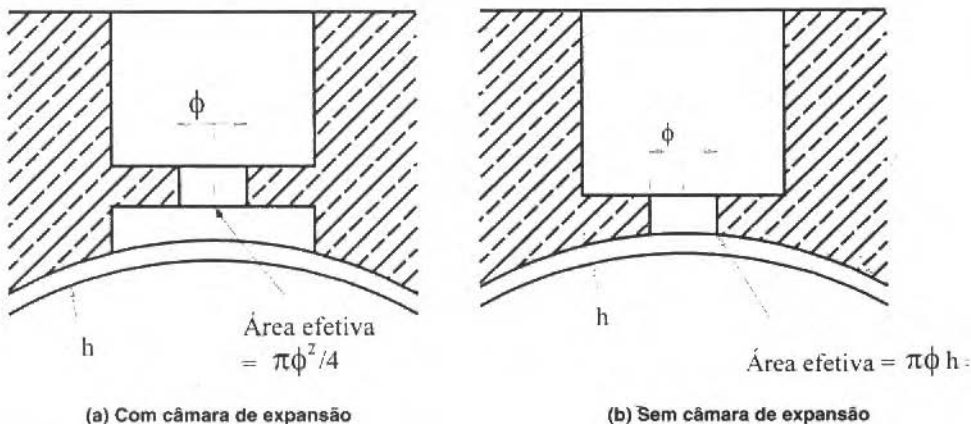


Fig. 5 Alternativas de configurações para restritores

A Figura 5a corresponde ao caso em que, ao sair do canal de alimentação que o transporta desde o compressor até o cabeçote, o ar é subitamente forçado a entrar em um canal de diâmetro muito menor (o restritor), saindo em uma "antecâmara", onde ele se expande antes de começar a interagir com o filme fluido. Há outros tipos de construções em que o ar não tem chance de se expandir até alcançar o filme fluido. Neste caso, mostrado esquematicamente na Fig. 5b, assume-se que o ar chega ao mancal na pressão de alimentação, e que a folga do mancal, muito menor do que o diâmetro do canal de alimentação, desempenha o papel do restritor.

A área A_{restr} é a área da seção transversal ao escoamento do ar no ponto em que está localizada a restrição. Se o ar tiver oportunidade de se expandir, A_{restr} corresponde à área do restritor ($\pi\phi^2/4$); se o

próprio mancal assumir o papel de restritor. A_{restr} corresponde a uma "área de cortina" ($\pi\phi h$), que envolve a folga do mancal correspondente ao restritor.

A correta implementação de um modelo para o restritor utilizado no presente trabalho depende ainda da observação de alguns detalhes construtivos inerentes ao processo de moldagem em resina. De acordo com Oliveira (1994), uma das vantagens deste processo é que os restritores não são obtidos por furação direta do estator. Por este processo, fios de náilon e de cobre adequadamente trançados levam, após o processo de moldagem, ao aparecimento controlado de pequenas "falhas" (furos) elipsoidais na superfície esférica do estator. Tais "falhas", localizadas exatamente onde se deseja as entradas de ar para o mancal, são alimentadas por duplas de canais idênticos, vindos diretamente da saída do compressor de ar, que desempenham o papel de restritores, como mostra esquematicamente a Fig. 6a. Observações detalhadas da superfície do estator do mancal empregado por Oliveira (1994) em seus experimentos indicam que estas elipses apresentam as dimensões médias mostradas na Fig. 6b.

Como consequência desta estrutura construtiva, o restritor foi modelado de acordo com os seguintes critérios:

i) O ar tem espaço para se expandir antes de começar a fazer parte do filme lubrificante, ou seja, a área de restrição é calculada de acordo com o modelo apresentado na Fig. 5a, e

ii) Cada entrada de ar injeta no filme fluido uma vazão de ar equivalente ao dobro do valor determinado pela Eq. (5), pois o escoamento na restrição se dá, na verdade, em dois canais idênticos.

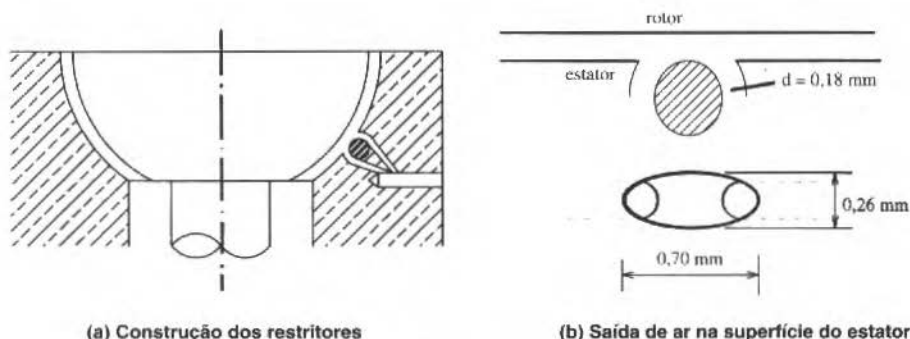


Fig. 6 Estrutura dos canais de ar que alimentam o mancal

Acoplamento entre Restritores e Filme Fluido

O domínio de solução da Eq. (1) é o filme fluido, o qual é dividido em um grande número de subdomínios (volumes de controle), para a integração numérica da equação diferencial. O formato dos volumes de controle, em função do sistema de coordenadas ortogonal adotado, não coincide em situação alguma com o formato dos jatos de ar (furos elipsoidais no estator, descritos anteriormente). Computacionalmente, isto é resolvido atribuindo-se aos volumes teóricos que se encontram exatamente na saída dos jatos (ou seja, com coordenadas (θ, ϕ) correspondentes aos centros das elipses que limitam as saídas dos restritores), uma geração mássica de ar equivalente ao fluxo mássico por eles insuflado. A Figura 7 ilustra esquematicamente este procedimento.

Para fechar o problema entre filme fluido e restritores, é necessário fornecer o valor da vazão mássica (ρv_r) nestes volumes, que passam a funcionar como fontes de massa no domínio para o problema governado pela Eq. (1). Para que a geração de massa implementada na equação governante corresponda exatamente ao ar que está sendo insuflado, deve ser feito o seguinte ajuste:

$$\rho v_r A_{v.c.} = -\dot{m}_{restr} \quad (9)$$

em que $A_{v.c.}$, área do volume de controle teórico para pontos (θ, ϕ) correspondentes aos restritores, vale

$$A_{v.c.} = (R \sin \phi \Delta \theta) (R \Delta \phi) \Big|_{restr} \quad (10)$$

Voltando à Eq. (1), a substituição da Eq. (9) resulta em

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi ph^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = 6\mu\omega R^2 \frac{\partial}{\partial \theta} (ph) - 12\mu R^2 RT_{desc} \left(\frac{\dot{m}_{restr}}{A_{v.c.}} \right) \quad (11)$$

em que o último termo à direita só é diferente de zero para volumes coincidentes com entradas de ar.

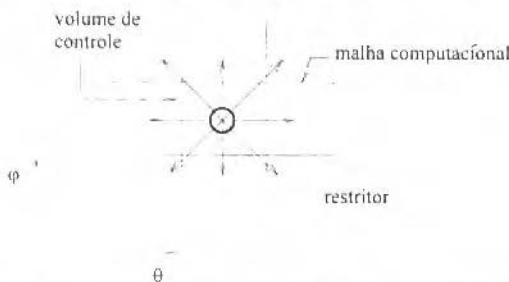


Fig. 7 Detalhe da modelagem da entrada de ar no filme fluido.

Adimensionalização do Problema

A Equação (11) pode ser adimensionalizada com o auxílio das seguintes variáveis:

$$\Pi = (p/p_{amb})^2 \quad \text{e} \quad H = h/c \quad (12)$$

Substituindo estas variáveis na Eq. (11), chega-se à equação de trabalho do presente estudo,

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right) = 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (\sqrt{\Pi} H) + S \quad (13)$$

em que S é definido como

$$\begin{cases} S = -\dot{m}_{restr} R^2 / (\dot{m}_{ref} A_{v.c.}), \text{ nos volumes coincidentes com as entradas de ar} \\ S = 0, \text{ nos demais volumes} \end{cases} \quad (14)$$

O valor de $A_{v.c.}$ é dado pela Eq. (10); o parâmetro Λ , que representa a velocidade de rotação do mancal em termos adimensionais é definido como

$$\Lambda = 6\mu\omega R^2 / (p_{amb} c^2) \quad (15)$$

e é mantido nulo. A vazão mássica de referência, $\dot{m}_{ref}$, é dada por

$$\dot{m}_{ref} = p_{amb}^2 c^3 / 24\mu RT_{desc} \quad (16)$$

onde

$$T_{desc} = \left[\frac{T_{bomb}}{1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_{desc}^2} \right] \quad (17)$$

A expressão da vazão mássica nos restritores, em uma forma conveniente à implementação computacional, é dada por

$$\dot{m}_{restr} = p_{bomb} \sqrt{\frac{\gamma}{T_{bomb}}} f(\gamma, M_{desc}) A_{restr} \quad (18)$$

onde

$$f(\gamma, M_{desc}) = M_{desc} \left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_{desc}^2 \right]^{\frac{\gamma + 1}{2 - 2\gamma}} \quad (19)$$

Finalmente, R , a constante universal dos gases, é 287,06 J/kg K e a área associada à vazão mássica dos restritores, conforme discussão anterior, é obtida de

$$A_{restr} = \pi \phi_{restr}^2 / 4 \quad (20)$$

Procedimento Numérico

Para a solução da Eq. (13), foi empregado o método de volumes finitos (ver por exemplo Patankar, 1980 ou Ferziger e Peric, 1996). Segundo este método, o domínio de solução (neste caso, o filme fluido) é sub-dividido em porções discretas (volumes de controle), sobre as quais é feita uma integração da equação diferencial governante, originalmente válida apenas para volumes infinitesimais. Como consequência desta integração, a pressão atribuída a cada um destes sub-volumes não mais varia continuamente, mas fica representada apenas por um valor associado ao centro de cada volume.

Este procedimento acaba transformando a solução da equação de Reynolds (que não possui solução analítica) na solução de um sistema algébrico de equações, envolvendo tantas variáveis quantas forem as sub-divisões usadas na discretização do domínio de cálculo. De uma maneira geral, quanto maior o número de volumes de controle, mais precisa é a solução numérica pois mais próxima ela está da situação ideal de volumes infinitesimais. A quantidade de volumes de controle define a malha computacional e está limitada apenas por questões como memória e velocidade de cálculo do computador.

Os parâmetros que governam o problema estão associados a características geométricas, tais como dimensões, quantidade e localização dos restritores, ou a aspectos físicos relativos às condições de bombeamento do ar.

O processo de integração numérica e a implementação da malha, de forma a se adaptar aos detalhes construtivos do mancal, são descritos a seguir.

Discretização da Equação Governante

A Equação (13), em uma forma mais adequada ao processo numérico, pode ser escrita como

$$\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right) = 2 \Lambda \sin \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + S \sin \varphi \quad (21)$$

onde

$$\Gamma_{\theta} = H^3, \quad \Gamma_{\varphi} = \sin \varphi H^3 \quad \text{e} \quad \Phi = H\sqrt{\Pi} \quad (22)$$

Integrando a Eq. (21) de acordo com o método de volumes finitos, sobre o volume de controle típico ilustrado na Fig. 8 (associado a um ponto P genérico da malha computacional), obtém-se a seguinte equação algébrica,

$$a_P \Pi_P = a_N \Pi_N + a_S \Pi_S + a_E \Pi_E + a_W \Pi_W + S \quad (23)$$

em que os coeficientes são calculados a partir de

$$a_N = \frac{\Gamma_{\varphi_n} \Delta \theta}{(\delta \varphi)_n}, \quad a_S = \frac{\Gamma_{\varphi_s} \Delta \theta}{(\delta \varphi)_s}, \quad a_E = \frac{\Gamma_{\theta_e} \ln \left[\frac{\lg(\varphi_n/2)}{\lg(\varphi_s/2)} \right]}{(\delta \theta)_e},$$

$$a_W = \frac{\Gamma_{\theta_w} \ln \left[\frac{\lg(\varphi_n/2)}{\lg(\varphi_s/2)} \right]}{(\delta \theta)_w} \quad (24)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W \quad (25)$$

$$S = 2\Lambda(\cos \varphi_n - \cos \varphi_s)(\Phi_e - \Phi_w)_P - S_P(\cos \varphi_n - \cos \varphi_s)\Delta \theta \quad (26)$$

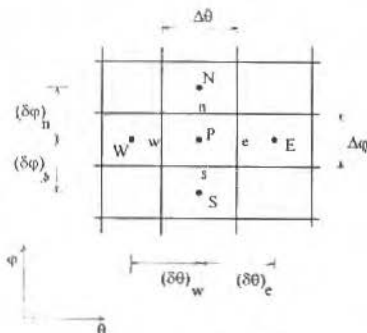


Fig. 8 Volume de controle típico utilizado para discretização

Na expressão para o termo-fonte da equação de Reynolds, S , o primeiro termo à direita, representa o efeito aerodinâmico associado a uma rotação do mancal e o segundo termo representa a geração de massa resultante do insuflamento de ar. Como o efeito aerodinâmico não será considerado nos casos a serem explorados aqui, este termo-fonte é diferente de zero somente nos volumes coincidentes com as entradas de ar, onde, de acordo com a Eq. (14), S_P vale

$$S_P = -\dot{m}_{restr} R^2 / (\dot{m}_{ref} A_{v.c.}) \quad (27)$$

Detalhes Computacionais

A solução do sistema de equações é obtida pela aplicação do algoritmo TDMA para a direção φ e do algoritmo TDMA circular para a direção θ . Este algoritmo é descrito por Patankar (1980) e os detalhes serão aqui omitidos.

A malha computacional é gerada de forma que a saída de cada duplo canal de alimentação coincida com um volume finito. Estes volumes têm área equivalente à área da elipse que delimita a comunicação dos canais com a superfície esférica do estator.

Com a alimentação de ar sendo feita em pontos localizados, é de esperar que o campo de pressões apresente picos nestas regiões. Assim sendo, os volumes que compõem a malha apresentam dimensões variáveis, de tal forma que a maioria dos pontos computacionais fica concentrada próximo às entradas de ar.

A malha é construída de acordo com o caso que se deseja analisar. Por exemplo, valores mais altos de excentricidade exigem malha mais concentrada próximo aos restritores e com mais pontos do que as excentricidades baixas. Além disto, a malha se adapta à quantidade e tamanho dos restritores e ao ângulo φ correspondente à sua localização, que são considerados parâmetros em cada caso.

No processo numérico parte-se de um campo-tentativa inicial que vai sendo modificado sucessivas vezes por meio de passadas do algoritmo TDMA, até que os resíduos de todas as equações que compõem o sistema de equações algébricas atinjam valores aceitáveis.

Para verificar qual o nível de convergência atingido após um certo número de iterações, e também para avaliar a quantidade de ar que está sendo consumida, é feito um balanço global de massa no domínio. A Figura 9 mostra as vazões que participam deste balanço.

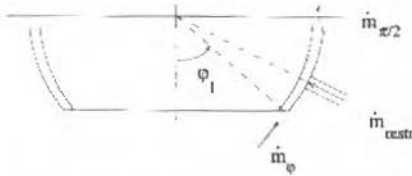


Fig. 9 Balanço de massa global no domínio de solução

Matematicamente, levando em conta o sentido positivo dos eixos coordenados, após a convergência os fluxos de massa devem obedecer à seguinte equação,

$$\dot{m}_{\varphi_1} + \sum_1^{n_{restr}} \dot{m}_{restr} - \dot{m}_{\pi/2} = 0 \tag{28}$$

em que n_{restr} é o número de restritores e $\dot{m}_{\varphi}$, vazão mássica total que cruza a linha localizada em uma posição φ qualquer, é dada por

$$\dot{m}_{\varphi} = \oint_{\theta} \left(\frac{-\rho h^3}{12\mu R} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)_{\varphi} R \sin \varphi d\theta \tag{29}$$

ou, em termos adimensionais,

$$\frac{\dot{m}_{\varphi}}{\dot{m}_{ref}} = - \sin \varphi \oint_{\theta} H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi} d\theta \tag{30}$$

onde

$$\dot{m}_{ref} = \frac{p_{amb}^2 c^3}{24\mu \cdot \bar{T}_{desc}} \tag{31}$$

para uma temperatura média do ar que é descarregado pelos restritores dada por

$$\bar{T}_{desc} = \frac{1}{n_f} \sum_1^{n_{restr}} \left[\frac{T_{bomb}}{1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M_{desc}^2} \right] \tag{32}$$

O nível de convergência durante cada processo iterativo é verificado pela Eq. (28). Na prática, considerou-se que a convergência foi atingida sempre que

$$\left(\dot{m}_{\pi/2} - \dot{m}_{\varphi_1} \right) / \sum_1^{n_{restr}} \dot{m}_{restr} > 0,999 \quad (33)$$

Resultados e Discussões

Para a efetiva construção de um mancal esférico, o projeto deve especificar a folga nominal que deverá ser deixada entre as superfícies esféricas. Além disto, é preciso escolher o ponto de funcionamento mais favorável, procurando obter o melhor desempenho possível dentro de limites seguros. Estes dois parâmetros devem ser determinados em conjunto pela análise do mancal em diversas situações diferentes. A seguir a metodologia apresentada anteriormente é aplicada a um mancal esférico de 50 mm de raio e 35 mm de largura, alimentado por 5 restritores de 0,18 mm de diâmetro.

As curvas de carga mostradas na Fig. 10 indicam que este mancal tende a suportar uma carga maior em posições de excentricidades mais altas. Na posição em que o rotor teoricamente encosta no estator ($\epsilon=1$), verifica-se a maior capacidade de carga do mancal. Para os valores de folga muito baixos (menores do que 30 μm) e para valores de excentricidade altos, situações em que as superfícies do mancal estão excessivamente próximas, não foi possível obter resultado da simulação numérica, devido a problemas de convergência.

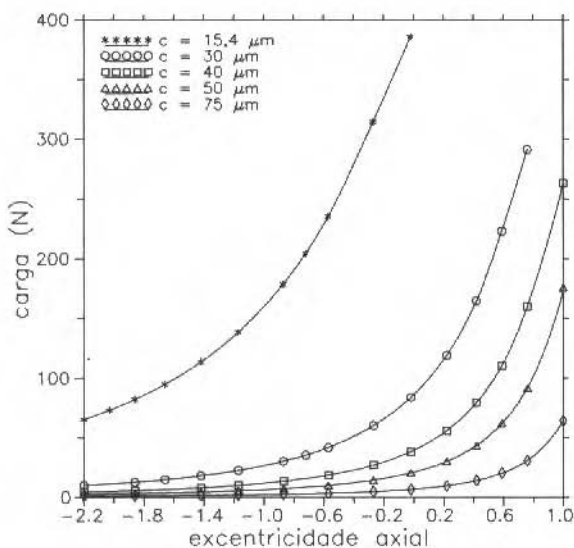


Fig. 10 Efeito do aumento de excentricidade sobre a capacidade de carga do mancal

Para todos os valores de folga estudados, a curva de carga muda subitamente de comportamento em algum ponto. Ultrapassado certo limite, pequenos aumentos de excentricidade levam a aumentos significativos de capacidade de carga, ou seja, ocorre um aumento na rigidez do mancal. Este limite, como mostram as curvas da Fig. 11, tende a diminuir com a diminuição da folga nominal. Mancais construídos com folgas grandes têm, portanto, pouca margem de variação do seu ponto de funcionamento. Quando a folga é grande, os pontos de maior rigidez do mancal estão muito próximos do ponto em que o rotor encosta no estator ($\epsilon=1$), situação em que há um alto risco de falha. A medida que o mancal é construído com folgas menores, a sua capacidade de carga aumenta, qualquer que seja o seu ponto de funcionamento. A Figura 12 mostra que este aumento ocorre exponencialmente com a diminuição da folga. Justifica-se, portanto, a construção de mancais com folgas pequenas, tanto do ponto de vista de capacidade de carga como de flexibilidade de funcionamento.

Uma vez conhecido o comportamento de um mancal individual, é possível estudar o que acontece com um mancal duplo-esférico quando ele é submetido a carga. Os resultados teóricos obtidos da simulação de um cabeçote composto de dois mancais com folgas de $15,4 \mu\text{m}$, submetido a uma carga axial, são comparados na Fig. 13a aos resultados experimentais de Oliveira (1994). Estão apresentados somente os pontos em que a convergência foi completa. Para os pontos apresentados a concordância é muito boa, principalmente considerando-se que cada ponto teórico envolve dois resultados numéricos: a carga no mancal superior, e a pré-carga, no mancal inferior. Ambas as curvas mostram que a capacidade de carga do cabeçote tende a subir com o aumento de excentricidade. Como mostra a Fig. 10, tal tendência está associada à forma da curva de carga: um aumento de carga significa um aumento de excentricidade para o cabeçote superior, mas significa também uma diminuição de excentricidade, e portanto uma diminuição de carga (pré-carga), para o mancal inferior. A composição destes dois efeitos, mostrada na Fig. 13b, determina a tendência mostrada pela curva de carga do conjunto.

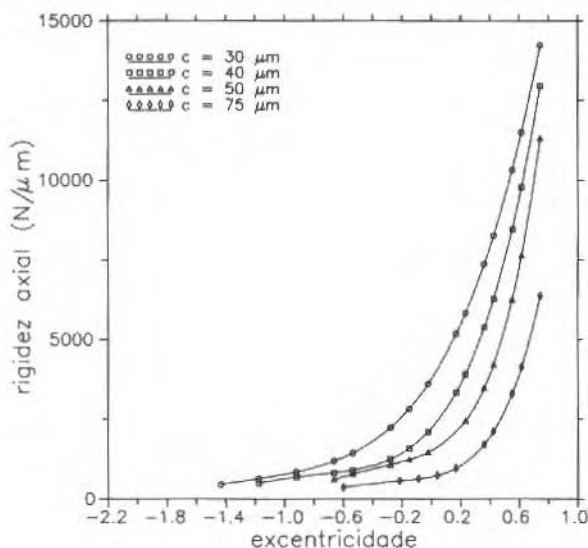


Fig. 11 Curva de rigidez axial

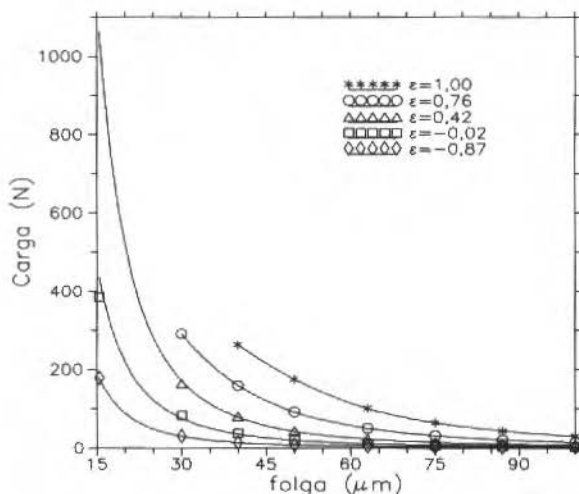
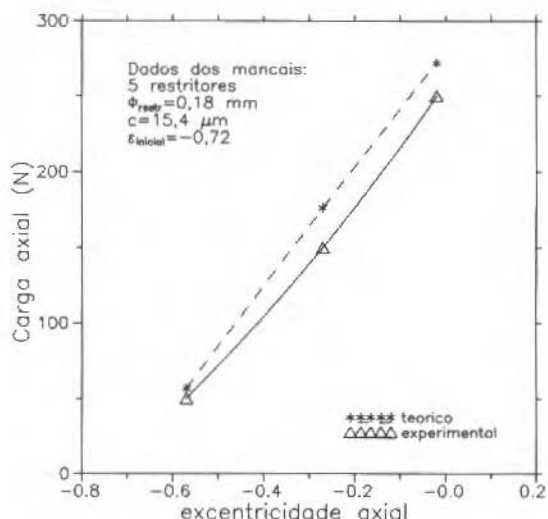
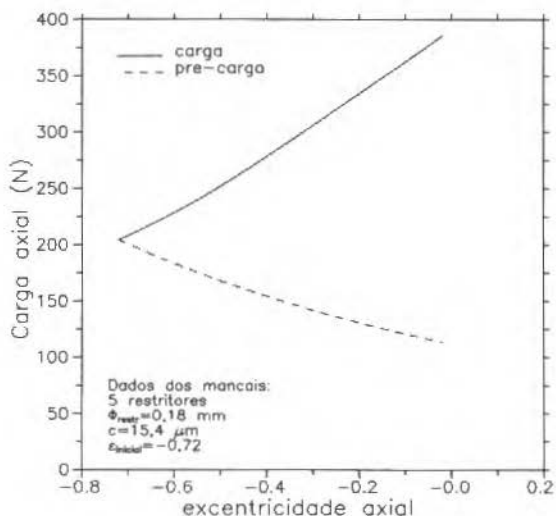


Fig. 12 Efeito da variação da folga nominal



(a) comparação teórico-experimental



(b) carga e pré-carga

Fig. 13 Resultados para mancal duplo-esférico

Conclusões

Verificou-se que os resultados obtidos com a metodologia para o cálculo de capacidade de carga de mancais esféricos a gás apresentada neste trabalho são consistentes e coerentes com resultados experimentais. Não foi possível obter convergência nas situações em que as superfícies esféricas dos mancais estavam excessivamente próximas. Nestes casos, os volumes que correspondem aos restritores apresentam um termo-fonte, S na Eq. (26), muito acentuado e seriam necessários ajustes no processo de

discretização para que esta informação fosse corretamente incorporada ao processo numérico. Observou-se ainda que, dentro da faixa estudada (15,4 a 100 μm), a capacidade de carga tende a aumentar com uma diminuição da folga. Além disto, os resultados das simulações indicam que os maiores valores de rigidez são encontrados para valores altos de excentricidade axial (próximos de 1). Logo, para uma dada folga, o mancal deve funcionar com a maior excentricidade axial possível, dentro de um limite de segurança aceitável.

Agradecimento

Ao Professor Walter Weingaertner, Coordenador do Laboratório de Mecânica de Precisão da Universidade Federal de Santa Catarina, e aos engenheiros Paulo R. M. Oliveira e Luís A. Müller, orientados de mestrado do Professor Weingaertner, pelas inúmeras discussões associadas aos mancais aerostáticos.

Referências

- Boffey, D. A., Duncan, A. E. e Dearden, J. K., 1981, "An Experimental Investigation of the Effect of Orifice Restrictor Size on the Stiffness of an Industrial Air Lubricated Thrust Bearing", *Tribology International*, Vol. 13, pp. 287-291.
- Burmeister, L. C., 1983, *Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Duarte, M.V. e Ribeiro, C.R., 1990, "Análise de Mancais Esféricos Ranhurados Via Diferenças Finitas", *Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Vol. II, pp. 491-494.
- Ferziger, J. H. and Peric, M., 1996, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer Verlag, Berlin.
- John, James E. A., 1984, *Gas Dynamics*, Allyn and Bacon Inc., Massachusetts.
- Leung, P.S., Craighead, I.A. e Wilkinson, T.S., 1989, "An Analysis of the Steady State and Dynamic Characteristics of a Spherical Hydrodynamic Journal Bearing", *Journal of Tribology*, Vol. 111, pp. 459-467.
- Müller, L. A., 1994, *Desenvolvimento de um Cabeçote de Precisão*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Oliveira, P. R. M., 1994, *Projeto, Fabricação e Qualificação de um Mancal Aerostático Duplo-Esférico*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer*, Mc-Graw-Hill, New York.
- Rowe, W.B., 1989, "Advances in Hydrostatic and Hybrid Bearing Technology", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 203, pp. 225-242.
- Sela, N. M. e Blech, J. J., 1991, "Performance and Stability of a Hybrid Spherical Gas Gyrobearing", *Journal of Tribology*, pp. 458-463, Vol. 113.
- Slocum, A. H., 1991, *Precision Machine Design*, Cambridge Prentice Hall.
- Wunsch, H. L., 1968, "Air-Bearing Applications to Machine Tools and Measuring Instruments", *Journal of Lubrication Technology*, pp. 680-686, Vol. 90.

Abstracts

Freire, A. P. S., Avelino, M. R. and Santos, L. C. C., 1998, "The State of the Art in Turbulence Modelling in Brazil", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 1-38.

The present work discusses at length the current status of turbulent research in Brazil. After eight introductory sections on the subject, where some general aspects of the problem are presented, and a brief review of some scientific and engineering approaches is given, the paper strolls over four specific sections, analyzing all work carried out in Brazil in the past twenty five years on turbulence. In fact, the present compilation is restricted to the main events sponsored by the Brazilian Society of Mechanical Sciences. The present review quotes 284 references, presents 6 tables and 16 Figures. The paper contents is: Paper Outline, Some Insights, The Traditional Approaches, Some Basic Working Rules, Turbulence Models, One-Point Turbulence Closure Models, Some Other Approaches to Turbulence Modelling, Some Major Achievements, A Bit of History, Statistics, A Personal View, Gallery, Final Remarks, Cited Bibliography and Compiled Bibliography.

Keywords: Turbulence Flow, Turbulence Modelling

Seleglim, P. Jr., P. S., Hervieu, E. and Santos, A. M., 1998, "Time Frequency Characterisation of Two-Phase Horizontal Air-Water Flow Regimes", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 39-50.

The purpose of this work is to characterize the different two-phase air-water horizontal flow regimes jointly in time and frequency. Several tests were performed in an experimental loop which is capable to produce, in a controllable and stable way, the main horizontal flow regimes, that is, stratified smooth, wavy and rugged, intermittent, bubbly and annular. An electrical conductivity probe was specially developed from a basic geometry, composed of two parietal rings. The signals obtained with this probe are strongly correlated to the flow topology. They were then transcribed to the time-frequency plane through the Gabor transform. The results show the ability of the Gabor transform to reveal not only general aspects concerning the configuration of the flow, but also relatively fine details, as the characteristic structure of the segregation interface in stratified flow, and sub-intermittences related to couplings between two dynamic modes in intermittent flow. Beyond the objectives of this work, the results suggest new studies to be performed in future work. In this context, time-frequency analysis shows up as a powerful tool, in special because of the recent establishment of its full theoretical basis, and the development of fast calculus algorithms. The conjunction of these elements will result, certainly, in a more profound knowledge of the phenomenology governing the mechanics of two-phase flows.

Keywords: Two-Phase Flows, Regimes, Characterization, Time-Frequency, Wavelets.

Machado, H. A. and Orlando, H., R. B., 1998, "Inverse Problem for Estimating the Heat Flux to a Non-Newtonian Fluid in a Parallel Plate Channel", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 51-61.

In this paper we use the Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation in order to estimate the transient wall heat flux to a Power-Law fluid in a parallel plate channel. Simulated transient temperature measurements of a single temperature sensor are used in the inverse analysis. The effects on the solution of sensor position, power-law index and random measurement errors are examined.

Keywords: Non-Newtonian Fluid, Parallel Plate Channel, Inverse Problem, Conjugate Gradient Method with Adjoint Equation.

Teixeira, P. R. F., Awruch, A. M. and Santos, M. A. V., 1998, "Numerical Simulation of Three Dimensional Compressible Flows Using Finite Elements with Mixed Structured-Unstructured Meshes", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 62-78.

An algorithm to numerically simulate 3-D compressible flows is presented in this work. The flow domain is discretized using the finite element method (FEM) with four nodes linear tetrahedra elements employing mixed structured-unstructured meshes. The governing equations for non viscous fluids (Euler equations) and viscous fluids (Navier-Stokes equations) are considered. Time integration is performed using the explicit two step Taylor-Galerkin scheme. An artificial viscosity model is included in order to obtain numerical stabilization. Facilities arising from vectorial processors existing in modern supercomputers are also used. The results obtained in this work show a good agreement with those ones presented by other authors.

Keywords: Three Dimensional Compressible Flows, Numerical Simulation, Finite Elements

Mansur, S. S. and Mercier, P., 1998, "Numerical Simulation of Multitubulars Heat Exchangers Equipped with Twisted Tapes Outside the Tubes", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 79-90 (In Portuguese).

Classical shell-and-tube heat exchangers are usually equipped with segmental baffles. These baffles serve two basic functions: (a) they provide tube supports, thereby preventing or reducing mechanical problems, such as sagging or vibration; (b) they direct the fluid flow over the tubes so as to introduce a cross-flow component, thereby increasing the heat transfer. Segmented baffles have several sources of performance loss, some due to various leakage flows and others caused by stagnation zones. A new concept of longitudinal flow heat exchanger – based on placing twisted tapes along the tube bundle subchannels – was developed to mitigate drawbacks of other types of tubular heat exchangers. In this paper, a numerical model has been implemented in order to simulate the thermal-hydraulic feature of tubular heat exchangers equipped either with segmental baffles or with subchannel twisted tapes. The tube bundle has been described by means of an equivalent porous medium type model, allowing a macroscopic description of the shell-side flow. The basic equations – continuity, momentum and energy – have been solved by using the finite volume method. Typical numerical results have been compared with experimental data, reaching a very good agreement. A comparative analysis of different types of heat exchangers has been carried out, revealing the satisfactory thermal-hydraulic efficiency level of the twisted tapes heat exchangers.

Keywords: Heat Exchanger, Shell and Tubes, Twisted Tapes, Numerical Simulation, Finite Volume Method, Flow Visualization, Thermal-Hydraulic Efficiency.

Carajilescov, P., 1998, "Analysis of Critical Heat Flux in Rod Bundles by Neural Nets" RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 91-102 (In Portuguese).

Neural computation represents one of the fastest growing areas in artificial intelligence. Considering that the major limit of the thermohydraulic design of PWR type nuclear reactors consists in the occurrence of critical heat flux (CHF), in the present work, it is developed an artificial neural net for the prediction of occurrence of CHF, utilizing experimental data obtained in rod bundle water flows for the net training. Application is performed for the range of the operational parameters of reactor INAP-11, being developed by CTM/SP. It was observed that the standard deviation of the final results, given by the net for the ratio between experimental and theoretical results for the CHF, is lower than those given by the EPRI and EPRI_MOD correlations, coupled to the COBRA-IV code, and that the average presents a very small deviation from the expected unity value.

Keywords: Critical Heat Flux, Neural Nets, PWR Nuclear Reactor.

Polillo, V. R., Garcia, L. F. T. and Villaça, S. F., 1998, "Discussion about Geometrically Nonlinear Formulations for Combined Flexure and Torsion of Thin-Walled Open Bars", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 103-115 (In Portuguese).

This paper presents a discussion related to certain geometrically nonlinear formulations often found in the literature for combined flexure and torsion of thin-walled open prismatic bars, pointing out some inconsistencies that arise from the character of the approximations and introducing the required changes in order to obtain a formulation on a more consistent basis.

Keywords: Thin-Walled Bars, Combined Flexure and Torsion, Geometric Nonlinearity.

Sampaio, R. and Tavares, H. M. Jr., 1998, "Multibody Systems Collisions", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 116- 125 (In Portuguese).

This work deals with a system of rigid multibodies subject to collision with a rigid obstacle. The methodology of Maggi-Kane is employed to derive the equations of motion. In the instant of the collision the problem is rewritten in terms of impulse and percussion in order to obtain a jump condition in the velocity. Besides the jump condition, a constitutive equation that relates the velocities before and after the collision is also postulated; it assumes that in the shock energy is not generated. This avoids the paradox described by Keller (1986) in which the energy increases with the shock. Both jump condition and constitutive equation can be written in form of a system of algebraic equations called jump conditions and inclusion in a convex set. The differential equations of motion are solved using the technique of operator split and it is compared to the one proposed by Moreau (1985).

Keywords: Collision, Dynamic of Rigid Multibody Systems, Maggi-Kane Method, Operator Split.

Freitas, D. S. and Prata, A. T., 1998, "Modeling and Simulation of Double-Spherical Aerostatic Bearings", RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20, No. 1, pp. 126-142 (In Portuguese).

Double-spherical aerostatic bearings are encountered as part of spindles for high precision manufacturing. The great advantage of this type of bearing is its capacity of supporting both axial and radial loads. When air is used as the working fluid the spherical bearing can operate at high speed with low heat dissipation. Presently, the design of

such components relies on empirical information based on available experimental data. In the present work a finite volume methodology is employed to solve the Reynolds equation applied to an aerostatic spherical bearing. A theoretical analysis is presented which includes a detailed consideration of the restrictors for the air feeding. Such devices are very important in providing high stiffness and their modeling requires some assumptions regarding the airflow through it. Validation of the computer program was performed through comparisons with available experimental results. Good agreement prevailed between experiment and computation. However, due to the strong nonlinearities in the governing equations and because the presence of source terms of very high values, for very small gaps between the spherical surfaces (less than 30 μm) convergence of the numerical program could not be achieved. Except for this limitation, both theoretical model and the numerical methodology presented here has proved to be very effective. From the results it was observed that the bearing should operate at an eccentricity ratio as higher as possible (close to one) for highest stiffness.

Keywords: Aerostatic Bearing, Air Bearing, Spherical Bearing.

Note for Contributors: Articles on Disk

- Authors are strongly encouraged to submit the final accepted manuscripts on disk, using text editors for Windows or Word for Windows.
- The disk must be marked with the paper identification number and software used. Two copies of the printout should be included.

Sixth Pan American Congress of Applied Mechanics PACAM VI

to be held jointly with

8th International Conference on Dynamic Problems in Mechanics DINAME 99

in

**Rio de Janeiro
Brazil**

4 - 8 January, 1999

PACAM I was held in 1989 in Rio de Janeiro. After ten years of successful meetings (Rio de Janeiro - BRAZIL, 1989; Valparaiso - CHILE, 1991; São Paulo - BRAZIL, 1993; Buenos Aires - ARGENTINA, 1995; San Juan - PUERTO RICO, 1997), we are pleased to announce that PACAM will return to Rio de Janeiro.

PACAM aims to bring together researchers, practicing engineers and students from South, Central, and North America. However, participants from all other continents have taken part in previous meetings and are welcome to PACAM VI. An unusual opportunity is provided for personal interaction between workers from different geographical areas and from different branches of mechanics.

Papers on all the usual, as well as unusual, topics of mechanics are welcome. We wish to highlight the social development: "Women in Mechanics" and the technical development: "Biomechanics".

Sponsors:

The American Academy of Mechanics
The Brazilian Academy of Engineering
The Brazilian Society of Mechanical Sciences

Technical Sessions:

Pontificia Universidade Católica
Rua Marques de São Vicente 225 Gávea
Rio de Janeiro, RJ Brasil

Accommodations:

Copacabana Beach or Ipanema Beach

Deadlines:

April 1, 1998 - Submission of 4-page abstract for the Congress.
April 1, 1998 - Application for travel grant for participants from the U.S. (Funding pending)
August 1, 1998 - Notification of acceptance of paper.

More information: pacam99@civ.puc.rio.br

FORMULÁRIO DE AFILIAÇÃO

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

Av. Rio Branco, 124 - 18º andar - 20040-001 Rio de Janeiro - RJ

Tel.: (021) 221-0438 - Fax.: (021) 222-7128

e-mail: abcmalfs@omega.lncc.br

CGC 83.431.593/0001-78

INDIVIDUAL

Por favor, preencha os dois lados do formulário.

Nome _____

Endereço Residencial _____

CEP _____ Cidade _____ Estado _____

País _____ Tel.: () _____ Fax: () _____

E-mail _____

Empresa _____

Dept./Divisão _____ Posição _____

Endereço Comercial _____

CEP _____ Cidade _____ Estado _____

País _____ Tel.: () _____ Fax: () _____

E-mail _____

Candidato-me a:

☐ Admissão

☐ Mudança de Categoria

Na categoria de:

☐ Sócio efetivo

☐ Sócio Aspirante

Solicito enviar correspondência para o seguinte endereço:

☐ Comercial

☐ Residencial

Data _____ Assinatura _____

Para uso da ABCM

Aprovado _____ Data _____ Sócio nº _____

FORMAÇÃO E EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

Por favor, liste em ordem cronológica os dados completos de sua formação e experiência profissional. A falta desses dados impedirá o processo de admissão. Obrigado.

FORMAÇÃO ACADÊMICA

Graduação - Área _____ Anos _____ a _____
Instituição _____ País _____

Mestrado - Área _____ Anos _____ a _____
Instituição _____ País _____

Doutorado - Área _____ Anos _____ a _____
Instituição _____ País _____

Outro - Área _____ Anos _____ a _____
Instituição _____ País _____

EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

Empresa _____ Anos _____ a _____
Natureza da atividade _____ Posição _____

Empresa _____ Anos _____ a _____
Natureza da atividade _____ Posição _____

Empresa _____ Anos _____ a _____
Natureza da atividade _____ Posição _____

Indique até um máximo de 8 áreas de acordo com os códigos numéricos do Anexo.

Áreas de Especialização _____

Aplicação _____

Comentários _____

Área de Especialização

Especifique no Formulário de Afiliação os códigos numéricos das suas Áreas de Especialização e de Aplicação (verso).

1000 Fundamentos e Métodos Básicos em Mecânica Teórica e Aplicada

- 1010 Mecânica do Contínuo
- 1110 Método dos Elementos Finitos
- 1120 Método dos Elementos de Contorno
- 1130 Métodos Assintóticos
- 1140 Método das Diferenças Finitas
- 1150 Outros Métodos em Mec. Computacional
- 1210 Métodos Estocásticos e Estatísticos
- 1310 Modelagem
- 1410 Fundamentos de Análise Experimental
- 1510 Metrologia
- 1610 Gerência de Projetos

2000 Dinâmica e Vibrações

- 2110 Cinemática e Dinâmica
- 2210 Vibrações de Sólidos - Fundamentos
- 2310 Vibrações - Elementos de Estruturas
- 2320 Vibrações - Estruturas
- 2330 Propagação de Ondas em Sólidos
- 2340 Impacto em Sólidos
- 2350 Identificação de Parâmetros
- 2420 Propagação de Ondas em Fluidos
- 2510 Interação Fluido-Estrutura
- 2610 Astronáutica - Mec. Celeste e Orbital
- 2710 Explosão e Balística
- 2810 Acústica

3000 Controle e Otimização

- 3110 Projeto e Teoria de Sistemas Mecânicos
- 3210 Sistemas de Controle Ótimo
- 3220 Sistemas de Controle Adaptativo
- 3230 Aplicações em Sistemas e Controle
- 3310 Robótica
- 3410 Otimização de Sistemas e Processos

4000 Materiais

- 4110 Biomateriais
- 4120 Materiais Metálicos
- 4130 Materiais Cerâmicos
- 4140 Materiais Poliméricos
- 4150 Materiais Conjugados
- 4210 Conformação Mecânica
- 4300 Caracterização e Controle Microestrutural
- 4410 Comp. Mecânico dos Materiais
- 4420 Comp. Mec. Mat. - Baixas Temperaturas
- 4430 Comp. Mec. Mat. - Altas Temperaturas
- 4440 Comp. Mec. Mat. - Carregamento Variável
- 4450 Comp. Mec. Mat. - Carregamento, Dinâm.
- 4500 Mecanismos de Fratura
- 4600 Mecânica da Fratura
- 4710 Ensaios Destrutivos
- 4720 Ensaios Não-Destrutivos
- 4800 Corrosão

5000 Mecânica dos Sólidos

- 5010 Elasticidade Linear
- 5020 Elasticidade Não-Linear
- 5030 Viscoelasticidade
- 5040 Plasticidade
- 5050 Visco-Plasticidade
- 5060 Mecânica dos Materiais Conjugados
- 5070 Mecânica dos Meios Porosos
- 5110 Reologia
- 5210 Cabos, Hastas e Vigas
- 5220 Membranas, Placas e Cascas
- 5230 Estruturas - Geral
- 5240 Estruturas - Contato com o Solo
- 5250 Estruturas - Submersas/Semi-submersas
- 5260 Estruturas - Móveis
- 5270 Estruturas - Vasos e Contenção
- 5310 Mecânica dos Solos - Básico
- 5320 Mecânica dos Solos - Aplicações
- 5330 Mecânica das Rochas

5410 Efeitos Eletro-Magnéticos em M. Sólidos

- 5420 Efeitos Térmicos em M. dos Sólidos
- 5510 Estabilidade de Estruturas
- 5520 Comportamento após a Flambagem
- 5530 Estados Limites e Cargas de Colapso
- 5540 Acomodação e Acúmulo de Dano
- 5610 Mecânica de Fratura
- 5650 Tribologia
- 5655 Atrito e Desgaste
- 5710 Componentes de Máquinas
- 5720 Acoplamentos e Juntas Não-Soldadas
- 5800 Análise Experimental de Tensões
- 6000 Mecânica dos Fluidos
- 6010 Reologia
- 6110 Hidráulica
- 6210 Escoamento Incompressível
- 6220 Escoamento Compressível
- 6230 Escoamento Rarefeito
- 6240 Escoamento em Meios Porosos
- 6250 Magneto-Hidrodinâmica e Plasma
- 6270 Escoamento Multifásico
- 6310 Camada Limite - Contorno Sólido
- 6320 Camada Limite - Contorno Livre
- 6410 Escoamento Interno - Dutos, Canais, etc.
- 6430 Escoamento com Superfície Livre
- 6510 Estabilidade de Escoamento
- 6520 Turbulência
- 6530 Hidrodinâmica - Veículo de Estrut. Naval
- 6540 Aerodinâmica
- 6610 Mec. Fluidos - Aplicações em Máquinas
- 6650 Lubrificação
- 6710 Transientes em Fluidos
- 6810 Tec. Expert. e Visualização Escoamento

7000 Termociências

- 7010 Termodinâmica
- 7110 Transp. de Calor - Convec. Monofásica
- 7120 Transp. de Calor - Convec. Bifásica
- 7130 Transp. de Calor - Condução
- 7140 Transp. de Calor - Radiação/Mod. Comb
- 7150 Transp. de Calor - Dispositivos/Sistemas
- 7210 Termodinâmica dos Sólidos
- 7310 Transporte de Massa
- 7410 Combustão
- 7420 Combustão em Leito Fluidizado
- 7510 Acionadores e Dispositivos de Propulsão

8000 Geociências

- 8010 Micromeritics
- 8110 Meios Porosos
- 8210 Geomecânica
- 8310 Mecânica dos Abalos Sísmicos
- 8410 Hidrologia, Oceanografia, Meteorologia

9000 Energia e Meio Ambiente

- 9110 Combustíveis Fósseis
- 9120 Sistemas Nucleares - Fissão
- 9125 Sistemas Nucleares - Fusão
- 9130 Sistemas Geotérmicos
- 9140 Sistemas Solares
- 9150 Sistemas Eólicos
- 9160 Sistemas de Energia Oceânica
- 9210 Armazenamento de Energia
- 9220 Distribuição de Energia
- 9310 Mecânica dos Fluidos Ambiental
- 9410 Mecânica de Dispositivos de Armazenamento de Resíduo

10000 Biociências

- 10110 Biomecânica
- 10210 Ergonomia
- 10310 Reabilitação
- 10410 Mecânica nos Esportes

Áreas de Aplicação

Exemplo: um especialista em Mecânica dos Fluidos (família 6000) atuando na área de Turbulência (6520), deverá escolher a Área de Aplicação 350, se estiver trabalhando em Propulsão.

- 010 Acústica e Controle de Ruído
- 020 Aplicações em Biotecnologias
- 030 CAD
- 040 CAM
- 050 Componentes de Máquinas
- 060 Controle Ambiental
- 070 Controle de Qualidade
- 080 Criogenia
- 090 Engenharia e Física de Reatores

- 100 Engenharia de Petróleo
- 110 Engenharia Oceanográfica
- 120 Equipamentos de Processos
- 130 Equipamentos Industriais
- 140 Fontes Alternativas de Energia
- 150 Forjamento
- 160 Fundição
- 170 Garantia de Qualidade
- 180 Indústria Têxtil e Tecnologia Correlata
- 190 Inspeção e Certificação

- 200 Instalações Industriais
- 210 Instrumentação
- 220 Lubrificação Industrial
- 230 Mancais e Rolamentos
- 240 Máquinas Ferramentas
- 250 Máquinas de Fluxo
- 260 Máquinas Motrizes
- 270 Mecânica Fina
- 280 Metalurgia Geral e Beneficiamento de Minério
- 290 Metrologia

- 300 Mineração e Metalurgia Extrativa
- 310 Óptica
- 320 Pontes e Barragens
- 330 Processos de Fabricação
- 340 Projeto de Estruturas
- 350 Propulsão
- 360 Prospeção e Propulsão
- 370 Servo Mecanismos e Controle
- 380 Siderurgia
- 390 Sistemas Hidráulicos

- 400 Sistemas Pneumáticos
- 410 Soldagem
- 420 Solicitações Acidentais - Efeitos de Vento, Sismo, Explosão, Fogo e Inundação
- 430 Tecnologia de Alimentos
- 440 Tecnologia Mineral
- 450 Transporte (excluído veículos)
- 460 Transmissão de Energia
- 470 Tratamento Térmico e Termoquímico
- 480 Tubulações Industriais e Nucleares
- 490 Usinas Hidrelétricas

- 500 Usinas Termoeletricas
- 510 Vácuo
- 520 Vasos de Pressão, Trocadores de Calor e Equipamentos Pesados
- 530 Veículos - Terrestres, Espaciais e Marítimos

SCOPE AND POLICY

- The purpose of the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences is to publish papers of permanent interest dealing with research, development and design related to science and technology in Mechanical Engineering, encompassing interfaces with Civil, Electrical, Chemical, Naval, Nuclear, Agricultural, Materials, Petroleum, Aerospace, Food, System Engineering, etc., as well as with Physics and Applied Mathematics.
- The Journal publishes Full-Length Papers, Review Papers and Letters to the Editor. Authors must agree not publish elsewhere a paper submitted to and accepted by the Journal. Exception can be made for papers previously published in proceedings of conferences. In this case it should be cited as a footnote on the title page. Copies of the conference referees reviews should be also included. Review articles should constitute a critical appraisal of published information.
- The decision of acceptance for publication lies with the Editors and is based on the recommendations of at least two ad hoc reviewers, and of the Editorial Board, if necessary.

SUBMISSION

- Manuscripts and all the correspondence should be sent to the Editor or, alternatively, to the appropriate Associate Editor.
- Four (4) copies of the manuscript are required. The author should submit the original figures, which will be returned if the paper is not accepted after the review process.
- Manuscripts should be submitted in English or Portuguese. Spanish will also be considered.
- A manuscript submitted for publication should be accompanied by a cover letter containing the full name(s) of author(s), mailing addresses, the author for contact, including phone and fax number, and, if the authors so wish, the names of up to five persons who could act as referees.

FORMAT

- Manuscripts should begin with the title, including the English title, the abstract and up to five key words. If the paper's language is not English, an extended summary of about 500 words should be included. The manuscript should not contain the author(s) name(s).
- In research papers, sufficient information should be provided in the text or by referring to papers in generally available Journals to permit the work to be repeated.
- Manuscripts should be typed double-spaced, on one side of the page, using A-4 sized paper, with 2 cm margins. The pages should be numbered and not to exceed 24 pages, including tables and figures. The lead author of a RBCM paper which exceeds the standard length of pages will be assessed a excess page charge.
- All symbols should be defined in the text. A separate nomenclature section should list, in alphabetical order, the symbols used in the text and their definitions. The greek symbols follow the English symbols, and are followed by the subscripts and superscripts. Each dimensional symbol must have SI (Metric) units mentioned at the end. In addition, English units may be included parenthetically. Dimensionless groups and coefficients must be so indicated as dimensionless after their definition.

ILLUSTRATIONS AND TABLES

- Uncertainties should be specified for experimental and numerical results.
- Figures and Tables should be referred in consecutive arabic numerals. They should have a caption and be placed as close as possible to the text first reference.
- Line drawings should be prepared on tracing paper or vellum, using India ink; line work must be even and black. Laser print output is acceptable. The drawings with technical data/results should have a boundary on all four sides with scale indicators (tick marks) on all four sides. The legend for the data symbols should be put in the figure as well as labels for each curve wherever possible.
- Illustrations should not be larger than 12 x 17 cm. Lettering should be large enough to be clearly legible (1.5-2.0 mm).
- Photographs must be glossy prints.

REFERENCES

- References should be cited in the text by giving the last name of the author(s) and the year of publication of the reference: either "Recent work (Smith and Jones, 1985) ..." or "Recently Smith and Jones (1985) ...". With four or more names, use the form "Smith et al. (1985)" in the text. When two or more references would have the same text identification, distinguish them by appending "a", "b", etc., to the year of publication.
- Acceptable references include: journal articles, dissertations, published conference proceedings, numbered paper preprints from conferences, books, submitted articles if the journal is identified, and private communications.
- References should be listed in alphabetical order, according to the last name of the first author, at the end of paper. Some sample references follow:

Bordalo, S.N., Ferziger, J.H. and Kline, S.J., 1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", Proceedings, 10th ABCM - Mechanical Engineering Conference, Vol. 1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 41-44.

Clark, J.A., 1986, Private Communication, University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Coimbra, A.L., 1978, "Lessons of Continuum Mechanics", Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brazil.

Kandlikar, S.G. and Shah, R.K., 1989, "Asymptotic Effectiveness - NTU Formulas for Multiphase Plate Heat Exchangers", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 314-321.

McCormack, R.W., 1988, "On the Development of Efficient Algorithms for Three Dimensional Fluid Flow", Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 10, pp. 323-346.

Silva, L.H.M., 1988, "New Integral Formulation for Problems in Mechanics". (In portuguese), Ph.D. Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil.

Sparrow, E.M., 1980a, "Forced-Convection Heat Transfer in a Duct Having Spanwise-Periodic Rectangular Protuberances", Numerical Heat Transfer, Vol. 3, pp. 149-167.

Sparrow, E.M., 1980b, "Fluid-to-Fluid Conjugate Heat Transfer for a Vertical Pipe-Internal Forced Convection and External Natural Convection", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 402-407.

Turbulent Flow

- The State of the Art in Turbulence Modelling in Brazil
 Átila Pantaleão da Silva Freire,
 Mila R. Avelino and
 Luiz Claudio C. Santos 1

Two-Phase Flow

- Time Frequency Characterization of Two-Phase
 Horizontal Air Water Flow Regimes
 Paulo Seleglim Junior,
 Eric Hervieu and
 Antonio Moreira dos Santos 39

Inverse Convection Heat Transfer

- Inverse Problem for Estimating the Heat Flux to a
 Non-Newtonian Fluid in a Parallel Plate Channel
 H. A. Machado and
 Helcio R. B. Orlando 51

Computational Fluid Dynamics

- Numerical Simulation of Three Dimensional
 Compressible Flows Using Finite Elements with Mixed
 Structured-Unstructured Meshes
 Paulo Roberto de Freitas Teixeira,
 Armando Miguel Awruch and
 Maria Angela Vaz de Santos 62

Heat Exchanger

- Numerical Simulation of Multitubular Heat Exchangers
 Equipped with Twisted Tapes Outside the Tubes
 (In Portuguese)
 Sérgio Said Mansur and
 Pierre Mercier 79

Boiling Heat Transfer

- Analysis of the Critical Heat Flux in Rod Bundles by
 Neural Nets (In Portuguese)
 Pedro Carajilescov 91

Combined Flexure and Torsion

- Discussion About Geometrically Nonlinear
 Formulations for Combined Flexure and Torsion of
 Thin-Walled Open Bars (In Portuguese)
 Vera Regina Polillo,
 Luiz Fernando Taborda Garcia and
 Sergio Fernandes Villaga 103

Dynamics of Mechanical Systems

- Multibody Systems Collisions (In Portuguese)
 Rubens Sampaio and
 Hugo M. Tavares Júnior 116

Aerostatic Bearings

- Modeling and Simulation of Double-Spherical
 Aerostatic Bearings (In Portuguese)
 Daniel S. de Freitas and
 Alvaro Toubes Prata 126