

Revista Brasileira de Ciências Mecânicas

Journal of the Brazilian
Society of Mechanical Sciences



PUBLICAÇÃO DA ABCM - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS

VOL. XX - No.3 - SEPTEMBER 1998

ISSN 0100-7386

REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
JOURNAL OF THE BRAZILIAN SOCIETY OF
MECHANICAL SCIENCES

Vol. 1, N.º 1 (1979)-
 Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Ciências
 Mecânicas
 Trimestral

Inclui referências bibliográficas:
 1. Mecânica
 ISSN-0100-7386

A REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
 publica trabalhos que cobrem os vários aspectos da
 ciência e da tecnologia em Engenharia Mecânica.
 Incluindo interfaces com as Engenharias Civil, Elétrica,
 Química, Naval, Nuclear, Aeroespacial, Alimentos,
 Agrícola, Petróleo, Materiais, etc., bem como
 aplicações da Física e da Matemática à Mecânica.

INDEXED by Applied Mechanics Reviews
 and Engineering Information, Inc...

Publicação da / Published by
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS
THE BRAZILIAN SOCIETY OF MECHANICAL SCIENCES

Secretária da ABCM : **Ana Lúcia Frôes de Souza**
 Avenida Rio Branco, 124 18º Andar
 20040-001 Rio de Janeiro RJ
 Tel.: (021) 221-6438/Fax: (021) 509-7128

Presidente: **Carlos Alberto de Almeida**
 Vice-Presidente: **Hans Ingo Weber**
 Secretário Geral: **Nestor Alberto Z. Pereira**
 Diretor de Patrimônio: **Felipe Bastos de F. Rachid**
 Secretário: **Paulo Batista Gonçalves**

Secretária da RBCM: **Maria de Fátima Alenon de Sousa**
 UNICAMP - FEM - C.P. 6122
 13083-970 Campinas SP
 Tel.: (019) 788-3205/Fax: (019) 289-3722
 E-Mail: abcm@fem.unicamp.br

EDITOR

Leonardo Goldstein Jr.
 UNICAMP - FEM - DEFF - C.P. 6122
 13083-970 Campinas SP
 Tel.: (019) 289-3006 Fax: (019) 289-3722
 E-Mail: abcm@fem.unicamp.br

EDITORES ASSOCIADOS

Agner de Toledo Fleury
 IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas
 Divisão de Mecânica e Eletrodinâmica - Agrupamento de Sistemas de Controle
 Cidade Universitária - C.P. 7141
 01064-970 São Paulo SP
 Te.: (011) 258-2211 Ramal 504 Fax: (011) 869-3353
 E-Mail: agfleury@ipt.br

Alisson Rocha Machado

Universidade Federal de Uberlândia
 Departamento de Engenharia Mecânica - Campus Santa Mônica
 38400-206 Uberlândia MG
 Tel.: (034) 239-4149 Fax: (034) 235-0382
 E-Mail: arocha@ufu.br

Angela Durvivo Niecele

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Rua Marquês de São Vicente, 225 Gávea
 22453-900 Rio de Janeiro RJ
 Te.: (021) 239-0719 Fax: (021) 294-9148
 E-Mail: nicele@meq.puc-rio.br

Hans Ingo Weber

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Rua Marquês de São Vicente, 225 Gávea
 22453-900 Rio de Janeiro RJ
 Te.: (021) 529-9323 Fax: (021) 294-9148
 E-Mail: hanse@meq.puc-rio.br

Paulo Eigi Miyagi

Universidade de São Paulo - Escola Politécnica
 Departamento de Engenharia Mecânica - Mecatrônica
 Avenida Prof. Melo Moraes, 2231
 05508-900 São Paulo SP
 Tel.: (011) 818-5580 Fax: (011) 818-5471/813-1886

Seyyed Said Dana

Universidade Federal da Paraíba
 Centro de Tecnologia-Campus I
 Departamento de Tecnologia Mecânica
 58058-900 João Pessoa PB
 Tel.: (083) 216-7356 Fax: (083) 216-7179
 E-Mail: danas@dm.ct.ufpb.br

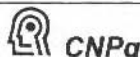
CORPO EDITORIAL:

Altair de Fato Orlando (PUC-RJ)
 Antonio Francisco Fortes (UFPA)
 Armando Albertazzi Jr. (UFSC)
 Alan Reis Neto (UNIVAP)
 Benedito Moraes Furuberto (EESC-USP)
 Carlos Alberto de Almeida (PUC-RJ)
 Carlos Alberto Martin (UFSC)
 Clóvis Hamundo Maliska (UFSC)
 Emanuel Rocha Wesski (UNESP-FTS)
 Francisco Emílio Baccare Negrin (IPT-SP)
 Francisco José Simões (UFPA)
 Ganesio José Memon (IFTT)
 Henriqueta Rozentfeld (EESC-USP)
 Jar Carlos Dutra (UFSC)
 João Alzino Herz de Jornada (UFRRS)
 José João de Espindola (UFSC)
 Jurandir Ito Yanagihara (EP-USP)
 Lino Schaeter (UFRRS)
 Lourival Bochs (UFSC)
 Luis Carlos Sandoval Goes (ITA)
 Marcio Zeviani (UFMG)
 Mario Ussyr (EMBRACO)
 Moyses Zinderuk (COPPE-UFRRJ)
 Nísio de Carvalho Lobo Brum (COPPE-UFRRJ)
 Nivaldo Lemos Coppini (UNICAMP)
 Paulo Afonso de Oliveira Saviere (ITA)
 Rogério Martins Saldanha da Gama (UNCC)
 Valder Steffen Jr. (UFU)

REVISTA FINANCIADA COM RECURSOS DO

Programa de Apoio a Publicações Científicas

MCT



Study on the Transition of a Gas-Liquid Counter-Current Flow to a Concurrent Flow on a Vertical Flat Plate

Milton Biage

Universidade Federal de Uberlândia
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica
36400-902 Uberlândia, MG Brazil

Abstract

This paper presents the evolution of the flooding phenomenon, with emphasis on its description. An analysis was made from the observation on the gas-liquid interface of counter-current film flow. Some statistical properties, such as the spectral density, may be characterized as criteria to determine the flow transition point in flooding numerical simulations. Global values, such as the flooding point of a counter-current film flow are also presented, considering the effect of channel length and pressure at the duct inlet. Finally, the behavior of empirical correlations and theoretical models used to predict the flooding point, is checked.

Keywords: Two-phase Flow, Flooding, Instability, Modeling, Perturbation Method.

Introduction

Studies have been carried out on the flooding phenomenon in a vertical duct counter-current film flow for over 40 years. The understanding of this phenomenon is important to solve several problems in Chemical, Petroleum, and Nuclear Engineering.

A liquid film on the wall of a duct in counter-current flow to a gas is only possible for certain gas flow rates. A critical gas flow rate is associated to a certain fixed injected liquid flow rate. Above this critical gas flow rate, the downward liquid film flow rate is severely reduced. Part of the liquid injected either will be dragged upwards as drops and as a liquid film (if the mid-section liquid injection system is used) or the injected liquid flow rate will be severely reduced (if the upper and lower tanks injection system is used). The flooding point is defined as the critical gas flow rate corresponding to the restraint of the liquid flowing downward as a film, when the liquid film flow injected is fixed.

The vertical counter-current gas-liquid flow can have three patterns (Taitel and Barnea, 1983): film flow; bubble flow and liquid package flow, crossed by a long Taylor bubble. The existence of one of these configurations in a counter-current flow depends upon the pressure difference between the ends of the duct. The counter-current film flow exists when the pressure difference is small and it is the prevailing flow pattern that can occur for all combinations of liquid and gas flow rates. For this reason, it is the most natural configuration.

The term flooding was used to describe several aspects of the transition from a counter-current film flow to a concurrent film flow. Criteria, such as the hanging liquid film, the tearing drops away from the gas-liquid interface, the liquid bridge throughout the channel (or liquid slugs are formed), a chaotic flow configuration and a gradient considerable increase of the pressure, were proposed to characterize this transition, in the test section. Additionally, the gas and liquid flow rates, corresponding to the flooding point differ considerably according to different experiments carried out by different researchers. For this reason, the empirical correlation or theoretical models developed to estimate the flooding chart have produced conflicting results. An additional factor contributing to the dispersion of experimental results stems from the different kinds of geometry used in the injection and extraction of gas and liquid.

Most of the research on counter-current film flows studied the influences of the fluid properties and the geometry on the flooding curve. Geometrical factors acting on the flooding point were the diameter, the channel length and the mechanisms used to inject and extract the liquid.

Only few researchers analyze the structure of the gas-liquid interface before and after the flooding, in order to better understand causes and transition mechanisms. Nowadays, after so many years of study, the flooding mechanism is still either unknown or obscure. The behavior of the gas-liquid interface before and after the flooding is sometimes described in contradictory ways by different researchers.

As described by Biage (1989a), until 1969, it was supposed that the descriptions of the flooding phenomenon presented by the above-cited researchers could be classified in two categories:

Dragging of a liquid bridge throughout the tube due to the enhanced growth of a wave on the film surface:

Dragging of the liquid film characterizing preferentially the end of the transition process.

The first mechanism has led to the development of several theories aiming to detect the flooding point. The most important ones are: Shearer and Davidson (1965), Jameson and Cetinbudaklar (1969), Imura et al. (1977), McQuillan and Whalley (1985b), Bachir (1987). The second mechanism has also led to theoretical and empirical flooding models, such as the ones proposed by Wallis and Mackkenechery (1974), Wallis and Kuo (1976), Eichhorn (1980), and Mishima and Mishihara (1984).

Stainthorpe and Batt (1969) introduced a new point of view on the flooding mechanism and particularly on the structure of the gas-liquid interface. These authors measured the waves amplitude, frequency and celerity. They observed that the growth rate of the waves is higher in the zone near the injection point than near the point where the liquid is extracted. Waves with large amplitudes (0.4 mm) were detected in the intermediate zone of the duct. However, these waves did not form a liquid bridge anywhere along the cross-section of the duct, since the duct diameter was 34.5 mm, which is much larger than the wave amplitude. Measurements of the waves celerity did not detect the presence of waves moving upwards.

Suzuki and Ueda (1977) observed the following liquid film interface structure: as the velocity of the gas increases, so does the amplitude of the waves. A large amplitude wave appears near the lower end of the test section, as the gas velocity tends to reach the flooding velocity. When the amplitude of this wave reaches a certain value, it begins to stretch in a circumferential direction. The crest of this wave is torn away as both the wave and drops are dragged towards the upper part of the tube by the gas flow. When this wave reaches the level of the liquid injection, the film is strongly disturbed. Part of the liquid rise as a film and another part continues to flow down. For higher gas velocities, all the liquid moves upwards the liquid injection as a film. The observations made by these authors raised a new question in flooding mechanism. Their remarks tend to show that flooding is caused by the dragging of a wave upwards the liquid injection, and not by the formation of a liquid bridge on the duct.

Zabaras and Dukler (1988) studied the flooding phenomenon as well. They found that, in the region near the liquid injection, the surface of the film is smooth and covered by capillary waves, when the gas velocity is lower than the flooding velocity. When the gas velocity is the same as the flooding velocity, the waves amplitude increases remarkably in this region. In the zone near the liquid extraction, the waves grow continuously as the gas velocity increases. The authors also determined the maximum liquid film thickness, which never exceeds 20 percent of the tube radius. Consequently, they reached the conclusion that the flooding mechanism "based on the growth of a wave until a liquid bridge is formed" cannot exist. The authors determined wave celerities through the statistical treatment of the instantaneous liquid film thickness as well. They showed that wave celerities shrink just before the flooding, but decrease considerably at the flooding point. This decrease seems to be caused by the reduced flow rate of the liquid film flowing downward at this moment. The authors did not detect the presence of ascending waves. According to them, the flooding mechanism is controlled by the flow at liquid injection zone level. The physical phenomena occurring further away from the injection zone are only effects of the counter-current gas flow on the liquid film.

Biage (1989a and b) made an analysis of the gas-liquid interface structure. This analysis was based on measurements of the instantaneous liquid film thickness along the channel and on statistical properties calculated from these signals (auto-correlation function, auto-spectral density function, cross-correlation function, cross-spectral density function, probability density function). As described by the author, the structure of the gas-liquid interface evolves along the channel, even for $J_g = 0$, characterizing two zones with clearly different structures. A first zone, called smooth zone, near the liquid injection point. It is characterized by ripples. A second zone, called wavy zone, takes place close to the liquid withdraw. It is characterized by waves of large amplitude that developed along the channel due to the gravitational effect. If J_g is increased, the waves' amplitude grows. When J_g gets closer to the flooding point, the waves' amplitude in the smooth zone increases more significantly than in the second zone (wavy zone). This fact enhances an upward movement of the second zone towards the liquid injection zone or a homogenization trend of the gas-liquid interface structure along the whole channel. At the moment when waves of large amplitude reach the level of the liquid injection (or when the second zone reaches the injection level), flooding occurs. It brings about the homogenization of the interface structure along the whole channel, causing a significant change in its structure.

Biage et al. (1989a and c) determined experimentally the attractor dimension from the fluctuations of the instantaneous liquid film thickness using the Grassberger-Procaccia algorithm. This attractor

dimension pointed that the flooding phenomenon has a well-defined transition. This transition, which was enhanced by the attractor dimension, is perfectly similar to the transition determined by other procedures, such as the analysis of the spectral density evolution as a function of the gas flow rate. The existence of an attractor dimension shows that the liquid film originates from a deterministic chaos. Therefore, it means an excellent criterion for characterizing the transition of the phenomenon in analytical models aimed at determining the transition curve of a counter-current film flow to a concurrent flow.

From an extensive bibliographical analysis of the flooding phenomenon, the following conclusions can be presented: until 1969, the study defined flooding based on visual observations, without measuring the thickness of the liquid film, except for Hewitt and Wallis (1963) and Stainthorp and Batt (1969). Two definitions have been adopted to characterize the flooding phenomenon: the concept of the existence of a liquid bridge throughout the duct or the hanging liquid film. The film thickness measurements made by Stainthorp and Batt (1969), Suzuki and Ueda (1977), Dukler and Smith (1979), Zabarás and Dukler (1988) and Biage et al. (1989b) gave base to discard the flooding mechanism known as liquid bridge for those geometries with large diameters. Probably this is not valid only for small diameters and large superficial velocities. The hanging liquid film mechanism is also expected to be discarded as a flooding definition since this mechanism corresponds to the end of the transition, and not to its beginning. Since 1977, several authors (Suzuki and Ueda, 1977; Dukler and Smith, 1979; Whalley and McQuillan, 1985) have used the dragging of a high-amplitude wave toward the upper end as a flooding definition. However, measurements of the wave celerity (Stainthorp and Batt, 1967 and Zabarás and Dukler, 1988) show that this phenomenon probably does not exist. Other authors, such as Bachir (1987), have used the sudden increase in the amplitude of a wave as the criterion to define the beginning of the flooding in their theoretical studies. This phenomenon seems to provoke the tearing away of drops. However, some experiments (Pushkina and Sorikin, 1969; Zabarás and Dukler, 1988) show that drops may be torn away without a large increase in the liquid film thickness.

In conclusion, one can probably discard the four flooding inception criteria: *liquid bridge*, *hanging liquid film*, *dragging of a high-amplitude wave*, and *a huge increase in the thickness of the liquid film*. Instead, the observations of the physical behavior of the interface structure by Biage (1989 a, b and c) encourage to use the Spectral Density Function as a criterion to determine the flow transition.

In this paper, an analysis of the gas-liquid interface structure behavior of a counter-current film flow is presented. Global characteristics, such as flooding points, considering the effects of channel and the pressure at the inlet of the duct are also presented. Finally, some empirical correlation and theoretical models used to estimate flooding curves are tested. A transition model, based on a flat parallel flow, is presented as well.

A Brief Description of the Experimental System and Procedures used in Determining the Flooding Point

The flooding transition was Experimentally studied in a circuit specially designed for this purpose - details of which were provided by Bachir (1987) and Biage (1989a). The test section is a vertical rectangular channel with a 250 mm x 25 mm cross section. Water is injected to the inner part of the channel through a sintered plate placed in an intermediate position of the section. The liquid film is extracted also through a sintered plate placed in the lower portion of the test channel. Fig. 1 shows a schematic drawing of the test section. The liquid film thickness was measured in the locations specified in Fig. 1 by means of the conductance technique, using small electrodes attached to the wall of the test section. With a certain fixed liquid flow rate and a certain gas flow rate, the liquid film thickness was measured in different locations. These measurements were made by increasing the gas flow rate until the flooding point. This point was defined as the values of the liquid and gas flow rates at which a film flowing upward appears above the point of liquid injection. The flooding point was visually observed and determined according to the flow rate measurements. Both the air injected at the inlet of the channel and the air sucked with the liquid at the level of the extraction zone were measured, whose difference between them is the effective gas flow rate inside the channel. This effective gas flow rate inside the channel and the injected liquid flow rate at the feeding inlet were considered as the flooding point. The above-mentioned flooding point definition is accurate, because is the effective gas flow rate that causes the structural change in the liquid film (Biage 1989a, b and c). This point characterizes a transition in the liquid film structure flowing downward. The structural change is a fact that is easier to determine in a theoretical model. The flooding was studied (for a certain fixed liquid flow rate) adopting the experimental procedures described below:

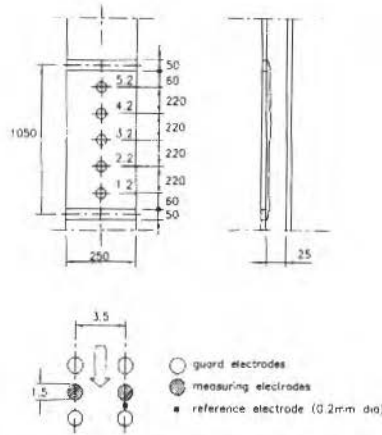


Fig. 1 Scheme of the test section (all dimensions in mm).

Nomenclature

A_C = channel cross-sectional area
 $D_h = \frac{4A_C}{P_f}$ (hydraulic diameter)
 E = wave energy corresponding to the spectral density function (Eq. 2).
 \bar{E} = dimensionless wave energy (Eqs. 3 and 4)
 F = function (Eq. 16)
 F = frequency (Eq. 2)
 $F_{,3}$ = derivate on the function F as a function of Jg (Eq. 17)
 $\bar{F} = \frac{F}{Q_1^{1/3} (\rho_1 g)^{2/3} \mu_1^{-2/3}}$ (dimensionless superficial)
 $J_k = \frac{Q_1}{S}$ = (superficial velocity of the k - phase, k=1 and g)
 $J_k^* = \frac{J_k \rho_k^{1/2}}{D_h^{1/2} (\rho_1 - \rho_g)^{1/2}}$ dimensionless superficial velocity of the k-phase, k = 1 and g
 J_{gp}^* = dimensionless superficial gas velocity determined either by theoretical model or by empirical correlation
 J_{gr}^* = dimensionless superficial gas velocity determined either by theoretical model or by empirical correlation
 J_{g1} = base flow superficial velocity
 $Kk = \frac{J_k^{1/2} k}{g^{1/2} (\rho_k g)^{-0.25}}$ (Kutateladze number of the k-phase, where k = 1 and g)

L = channel total length
 M_k = k-phase mass flow rate, (k = 1 and g)
 N = sample of independent observations
 P_f = liquid film perimeter
 P_E = channel inlet pressure
 Q_1 = liquid volume flow rate per unit of wetted perimeter
 $Re_g = \frac{J_g S}{\nu_g}$ (Reynolds number of the gas phase)
 $Re_{sl} = \frac{J_l S}{\nu_l}$ (superficial Reynolds number of the liquid film)
 S = channel thickness
 W = channel width

Lower Case

f_i = interfacial friction factor (Eq. 9)
 f_{wg} = gas wall friction factor (Eq. 12)
 g = acceleration due to gravity
 h = liquid film thickness
 $h_N = \left[\frac{3Q_1 \nu_1}{g} \right]^{1/3}$ (liquid film thickness of Nusselt)
 h_0 = base flow liquid film thickness
 h_{Jg} = derivative of the function h as a function of J_g
 $t_{n/2}$ = student's t distribution (n=N-1 and α is the error percentage)
 x = liquid injection distance (Eq. 2)

$\bar{x} = \frac{x}{Q_1^{1/3} (\rho_1 g)^{-1/3} \mu_1^{1/3}}$ (dimensionless liquid injection distance)
 (x,y) = cartesian axes
 z = variance
 \bar{u}_1 = average velocity of the k-phase (K = 1 and g)

Greek letters

$\alpha_g = \frac{(S-h)}{S}$ (surface void-fraction)
 ϵ = standard deviation (Eq. 5)
 Δ = increment
 \bar{v} = function (Eq. 2)
 μ = k-phase dynamic viscosity, k = 1 and g
 μ_1 = superficial velocity mean value (Eq. 1)
 ν_k = k-phase kinematic viscosity, (k = 1 and g)
 ρ_k = k-phase density, k = 1 and g
 σ_h = surface tension (Eq. 2)
 $\sigma = \sqrt{z}$ (standard deviation, Eq. 1)
 $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{Q_1^{1/3} (\rho_1 g)^{1/3} \mu_1^{1/3}}$ (dimensionless surface tension)
 τ_i = Interfacial shear stress
 $\tau_i^- = \frac{\tau_i}{Q_1^{1/3} (\rho_1 g)^{2/3} \mu_1^{1/3}}$ (dimensionless interfacial shear stress)
 $\tau_{wk} =$ k-phase wall shear stress (k = 1 and g)

Subscripts

l = liquid
 g = gas
 <> = statistical average

- In the first case, the air flow rate was adjusted by keeping the pressure at the inlet of the channel, P_1 , constant. In this case, the opening of the valve, installed at the air outlet tube of the test section, was changed and the rotation of the fan was adjusted.
- In the second case, the pressure, P_1 , was allowed to evolve inside the channel and the gas flow rate was increased. In this case, the opening valve of the air outlet tube was kept fixed.

Finally, a statistical analysis of the instantaneous liquid film thickness was made using a package of computer programs appropriate for treating digital data. The sampling frequency was 300 Hz and the sampling time was 54 seconds.

Flooding Curve Analyses

Figure 2 shows the set of flooding points (approximately 750) determined for different experimental conditions. These conditions were for two different channel lengths (1.05 m and 0.3 m) and three different pressure conditions ($P_1=1.05$ bar, $P_1=1.1$ bar, and P_1 not fixed). It was interesting using this set of measurements, regardless of the experimental conditions, since most of the theoretical models and all of the existing empirical correlation do not introduce the combined effects of the above-mentioned parameters. Figure 2 shows the strong dispersion of flooding points over one gas superficial velocity.

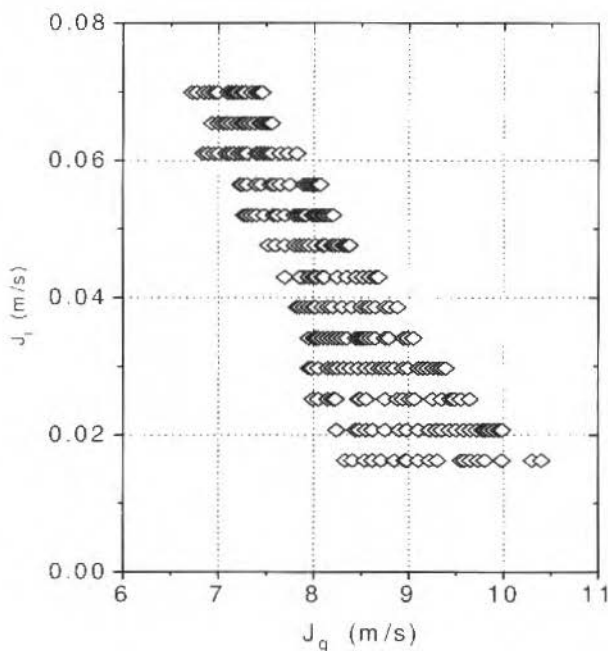


Fig. 2 Set of flooding points determined in different experimental conditions.

The systematic effects of the test section length and of the channel input pressure have strongly contributed to these dispersions. There are, however, random parasite phenomena that manifest themselves in the flow. For example, drops torn away from the surface of the film are dragged to the upper portion of the channel, above the point of liquid injection. They agglomerate and flow toward the liquid injection point, taking part in the flooding inception (this phenomenon was noticed mainly in the test channel of 0.3 m). In fact, when the gas superficial velocity got closer to the one corresponding to the flooding point, the structure of the interface close to the liquid injection point became unstable. A minor perturbation at this level caused the flooding inception. This perturbation might have been caused either by the above-mentioned fact, or by a perturbation of the pressure level inside the channel because of the hydraulic circuit operation (Ledinegg's instability). These facts certainly produced a dispersion in the determined flooding point.

Figure 3 shows the flooding curve determined by the averages of the set of the gas superficial velocities corresponding to a liquid superficial velocity. Each horizontal segment characterizes the

$$\left(\left\langle J_g \right\rangle - \frac{\sigma_f \frac{a}{2}}{\sqrt{N}} \right) \leq \mu_j \leq \left(\left\langle J_g \right\rangle + \frac{\sigma_f \frac{a}{2}}{\sqrt{N}} \right) \tag{1}$$

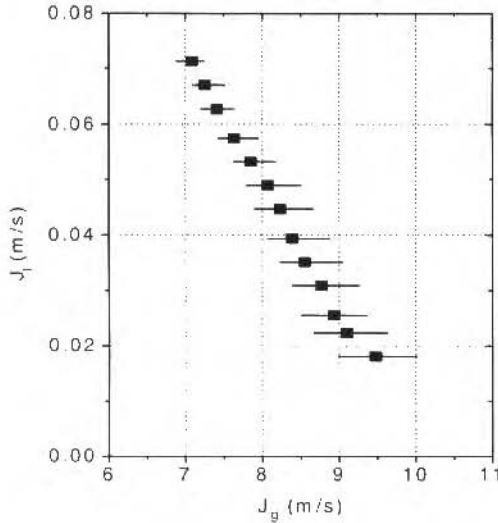


Fig 3 Flooding curve determined by the averages of the gas superficial velocities corresponding to a liquid superficial velocity. Segments indicate 10% uncertainty interval in the experimental measurements.(1)

confidence interval of the measurements, admitting an uncertainty level of 10 %. This confidence interval is defined as follows (Bendat and Piersol, 1980 and 1986):

Table 1 Average gas superficial velocities for different experimental conditions (corresponding to the velocities showed in the Fig. 4), with an uncertainty interval of 2%.

Experimental	Uncertainty intervals
L=0.3 m and P _e not fixed	J _g ± 0.1125 m/s
L= 0.3 m and P _e =1.05 bar	J _g ± 0.0864 m/s
L= 0.3 m and P _e =1.10 bar	J _g ± 0.0712 m/s
L=1.05 m and P _e not fixed	J _g ± 0.1483 m/s
L= 1.05 and P _e =1.05 bar	J _g ± 0.0810 m/s
L= 1.05 and P _e =1.10 bar	J _g ± 0.0737 m/s

Figure 4 shows the evolution of the set of flooding points in two different channel lengths (1.05 m and 0.3 m), and three conditions of pressure at the channel inlet. Table 1 provides the average confidence interval due to the dispersion effect for each experimental condition shown in Fig. 4, admitting a level of uncertainty of 2 %. The uncertainty allowed in this case is much lower than in the case of Fig. 3. The dispersion in the Fig. 4 is smaller because of the systematic effects caused by length and pressure conditions were eliminated. In this table, it can be noticed that, for all experimental conditions indicated, the reliability interval is small, implying a weak uncertainty related to the estimated J_g. Fig. 4 also shows that the effect of the channel length does not manifest itself equally for different pressures inside the channel. Fig. 4a, where P_e is not fixed, shows that the reduction of the

channel length shrinks the flooding velocity (superficial velocity of the gas corresponding to the flooding). Figure 4b, where $P_e = 1.05$ bar, shows that the reduction in the channel length decreases the flooding velocity only when the liquid superficial velocities were low. Figure 4c, with $P_e = 1.1$ bar, shows that the reduction of the channel length increases the flooding velocity.

A complex influence of the length of the channel on flooding velocities was detected. These corroborate the contradictory results produced by several researchers. Hewitt et al. (1965) were the first ones to observe that the flooding velocity decreases as the tube length increases. Later, Hewitt (1977) remarked that the flooding velocity changes little with the tube length. Suzuki and Ueda (1977) obtained similar results as the ones found by Hewitt (1977). They showed that the channel length has a more significant influence on the flooding velocity in higher liquid film superficial velocities. Sudo and Ohmuki (1984) observed that the flooding velocity grows with the channel length, in extremely small channel lengths (between 3 mm and 50 mm). However, this velocity decreases in medium lengths (between 50 mm and 250 mm). Taitel et al. (1982) conjectured that the effect of the duct length on the flooding velocity is related to the interfacial shearing stress that depends on the geometry of the channel (diameter and length). Maron and Dukler (1981 and 1984) suggested that the effect of the duct length on the flooding velocity is related to the deposition of drops on the liquid film - where they are supposed to produce a perturbation. In this case, the flooding occurs in lower gas velocities for the longer channels.

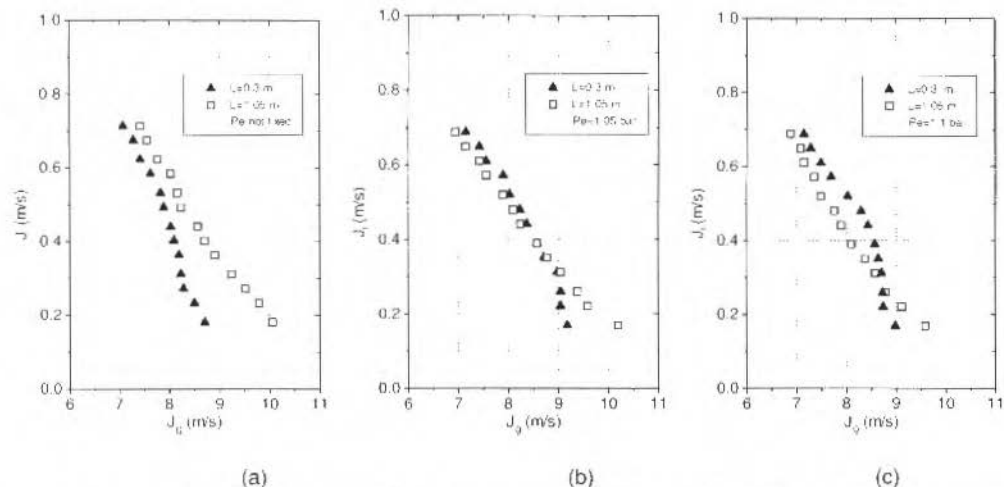


Fig. 4 Flooding curve determined by the points defined by the averages of the gas superficial velocities and its corresponding liquid superficial velocity, for $L=1.05$ m and $L=0.3$ m. (a) P_e not fixed, (b) $P_e=1.05$ bar and (c) $P_e=1.1$ bar.

During the tests, it was observed that the drop deposition on the portion of the channel above the liquid injection point always took part in the flooding inception in short channels ($L = 0.3$ m). In this case, the drops torn away from the liquid film reached the level above the injection point more easily, agglomerating there. Subsequently, they moved downward as a film producing a perturbation on the level of the injection point that sometimes caused the flooding inception. This fact explains the effect length channel on the flooding velocity in low liquid superficial velocities (Fig. 4).

Generally, to low liquid superficial velocities, the gas velocities that cause the tearing away of drops are higher than those corresponding to the higher velocities of the liquid. Thus, the drops reach the region of the test section above the liquid injection more easily and a large amount of them agglomerate there.

Figure 5 shows the instantaneous liquid film thickness for $J_g = 8.05$ m/s (close the flooding point). A marked perturbation on the film thickness can be seen on Fig. 5a (probe 5.2), characterized as peak at 1.4 seconds. Its corresponding delaying perturbation can be seen on Fig. 5b (probe 4.2), at 1.65 seconds (the probe 4.2 is right below the probe 5.2). It is caused by the drop agglomeration deposited above the liquid injection point. These drops moved downward as a film reaching the points of measure on the film liquid. An additional perturbation in this region certainly causes the flooding.

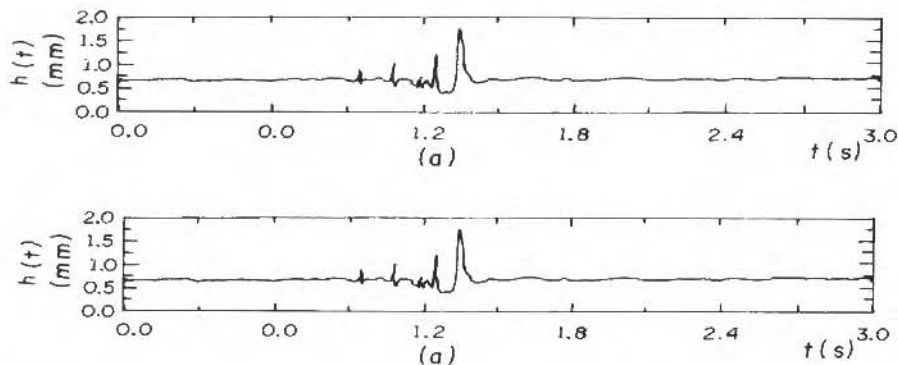


Fig. 5 Instantaneous liquid film thickness: (a) Probe 5.2, and (b) Probe 4.2; P_s not fixed, $L = 0.3$ m, and $J_g = 8.05$ m/s (close the flooding point).

Figures 6 and 7 show the pressure effect at the channel inlet on the flooding curve for channel

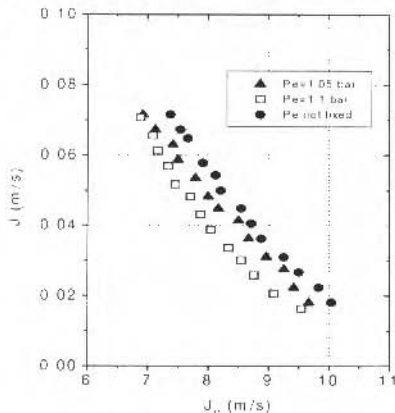


Fig. 6 The effect of the channel inlet pressure on the flooding curve ($L=1.05$ m).

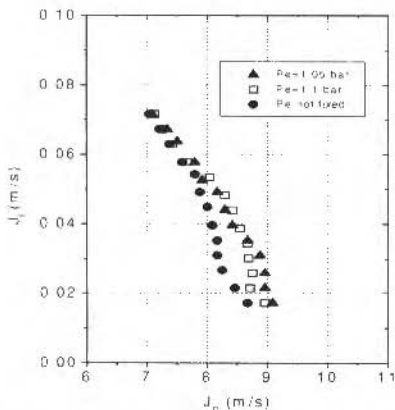


Fig. 7 The effect of the channel inlet pressure on the flooding curve ($L=0.3$ m).

lengths of 1.05 m and 0.3 m, respectively. Fig. 6 shows that the flooding velocity increases when P_s decreases, but this fact sometimes does not happen, as it can be observed in Fig. 7, for $L = 0.3$ m.

Structure of the Gas-Liquid Interface

Figures from 8 to 12 represent the energy of the waves as a function of the frequency. Both variables are dimensionless and they are in logarithmic scale. These Figures show the interface structure for several gas and liquid superficial velocities. They also characterize the homogenization trend of the interface structure at the flooding point.

The dimensionless variables were determined by the Vashy-Buckingham theorem. This theorem was applied to energy E of the waves that is represented by spectral density $G_{\chi\chi}(F)$. As shown in Biage (1989a), the following relationship is used:

$$E = \varphi(Q_l, \rho_l g, \mu_l, \rho_l, F, \chi, \sigma, \tau_l) \tag{2}$$

If the dimensional analysis is made in a way to enhance viscous effects of the energy gravity waves, Equation 2 is reduced to the functional:

$$\bar{E} = \frac{E}{Q_l^{1/3} \left[\frac{\mu_l}{\rho_l g} \right]^{4/3}} = \varphi(Re_l, \bar{F}, \bar{\chi}, \bar{\sigma}, \bar{\tau}_l) \tag{3}$$

Figure 8 shows energy E as a function of the frequency F along the channel and for various J_g at $J_l=0.035$ m/s. It can be seen that the energy of the waves grows when the film flows along the channel wall. This clearly shows that the amplitude of the waves grows as they move toward the lower end. Concerning with the interface at the level of probe 3.2, the amplitude of the waves has already reached the limit values (that is for $J_g = 0$), since the energy of the waves at this level is practically the same as that at level 1.2 located in a lower position about 3.2. When J_g is increased, the energy of the waves grows, reaching homogeneous energy values at the moment of occurrence of the flooding.

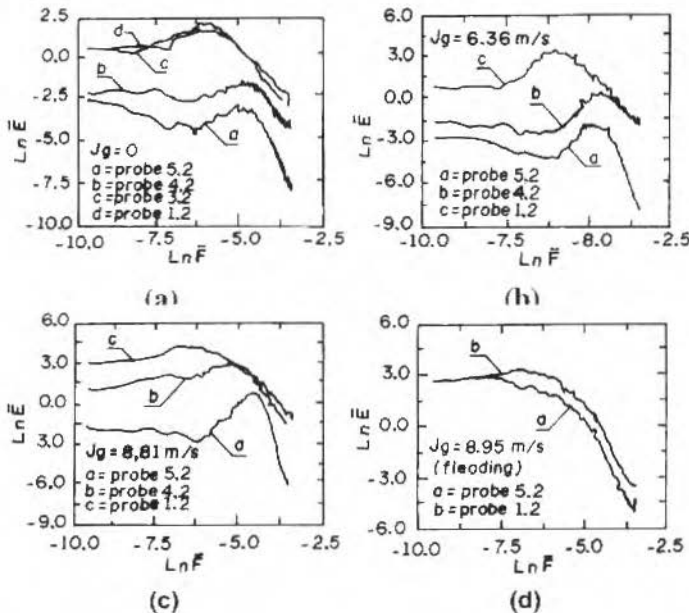


Fig 8 Energy \bar{E} as a function of the frequency \bar{F} along the channel length: (a) $J_g=0$, (b) $J_g=6.3$ m/s, (c) $J_g=8.81$ m/s and (d) $J_g=8.98$ m/s ($J_l=0.035$ m/s, $L=1.05$ m and P_s not fixed).

Figures 9 and 10 show the energy E as a function of the F for the position 5.2 (close to the liquid injection point) and for position 1.2 (close to the liquid extraction point), for various values of J_g at

$J_1=0.035$ m/s. When proceeding with the analysis of these figures, we have considered fixed values for the following parameters in Eq. 3: Re_l , X and σ .

The shearing stress $\bar{\tau}_i$ increases when the counter-current gas flow increases. Figs. 9 and 10 show that an increase in $\bar{\tau}_i$ causes an increase in the energy of the waves, both for capillary waves (high frequencies) and gravity waves (low frequencies). As can be seen in Fig. 10, which corresponds to position 1.2, the energy of the waves decreases in this region, while J_g changes from $J_g = 8.81$ m/s to $J_g = 8.98$ m/s (flooding). This effect is caused by the dragging of gravity waves' crests through the gaseous phase.

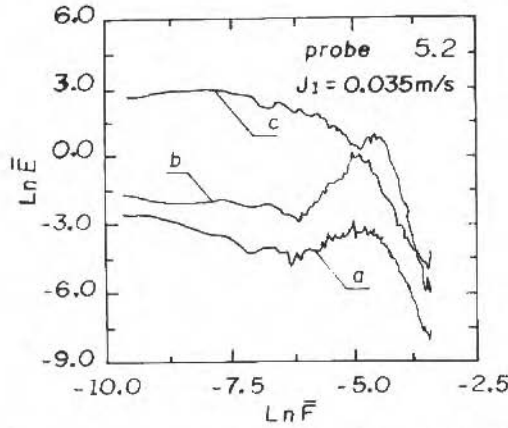


Fig. 9 Energy \bar{E} as function of the frequency \bar{F} at the position 5.2: (a) $J_g=0$, (b) $J_g=8.81$ m/s, and (c) $J_g=8.98$ m/s ($J_1=0.035$ m/s, $L=1.05$ m and P_g not fixed).

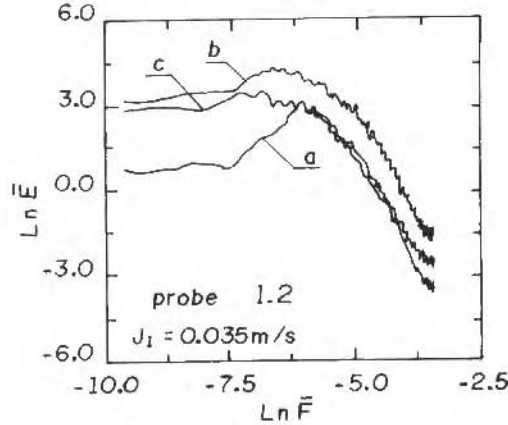


Fig. 10 Energy \bar{E} as function of the frequency \bar{F} at the position 1.2: (a) $J_g=0$, (b) $J_g=8.81$ m/s, and (c) $J_g=8.98$ m/s ($J_1=0.035$ m/s, $L=1.05$ m and P_g not fixed).

Figures 11 and 12 show the energy E as a function of the frequency F for three values of J_n , and for the J_g ones corresponding to the flooding point. The interface structure corresponding to the flooding point seems to be independent of the liquid superficial velocity.

$$\bar{E} = \frac{E}{Q_l^{1/3} \left[\frac{\mu_l}{\rho_{lg}} \right]^{1/3}} = \Phi(\bar{F}, \bar{\tau}_i) \tag{4}$$

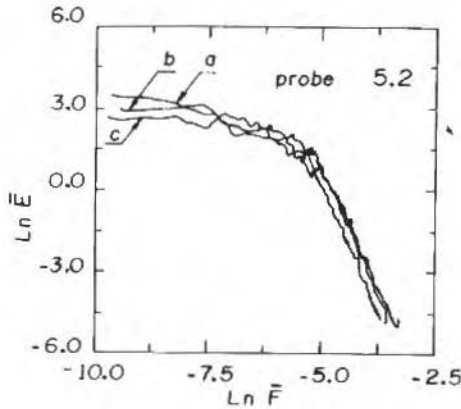


Fig. 11 Energy \bar{E} as a function of the frequency \bar{F} at the position 5.2: (a) $J_l = 0.022$ m/s and $J_g = 9.86$ m/s; (b) $J_l = 0.0035$ m/s and $J_g = 9.02$ m/s and (c) $J_l = 0.053$ m/s and $J_g = 8.19$ m/s ($L = 1.05$ m and $Pe = 1.10$ bar).

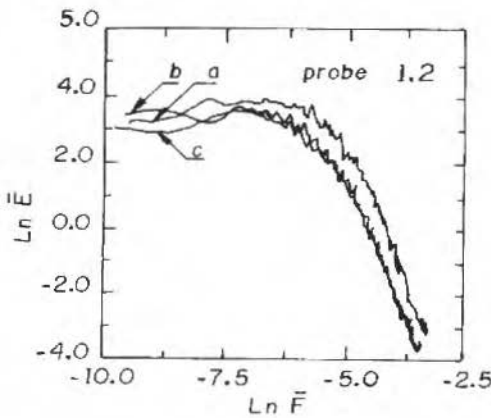


Fig. 12 Energy \bar{E} as a function of the frequency \bar{F} at the position 1.2: (a) $J_l = 0.022$ m/s and $J_g = 9.86$ m/s; (b) $J_l = 0.035$ m/s and $J_g = 9.02$ m/s and (c) $J_l = 0.0053$ m/s and $J_g = 8.19$ m/s ($L = 1.05$ m and $Pe = 1.10$ bar).

Experimentally Flooding Curve compared to Empirical Correlations and Theoretical Models

The flooding point can be determined both by empirical correlations and by theoretical models. Theoretical models usually need high number of assumptions and empirical correlations of intermediate unknowns, such as: the interfacial shearing, the wall shearing of each phase, the average thickness of the liquid film, etc. Consequently, these models allow very restrictive assumptions to intervene in their structure. It is interesting to mention that most of these models were confronted with experimental results produced by their authors and the estimates of the flooding point were repeatedly aligned with the experiments. On the other hand, when such models are compared with experimental results produced by other authors, their flooding point estimates can be considerably different from the experimental data. This can be explained by first, the experimental results are produced based on

different definitions of the flooding point: second, some of these models do not describe the physical reality of the problem. Moreover, the effectiveness of these models strongly depends on the empirical correlation used. The empirical correlation used in the models are produced from the measurements carried out in a particular experimental system. The measurement of the injected liquid and gas flows rates corresponding to the transition point are chosen according to the flooding definition. These definitions are repeatedly different among the researchers. In addition, most of these correlations do not take into account the effects of the channel geometry and physical properties of the fluid. Consequently, as refers to the theoretical models, we have to be cautious in the use of this correlation to estimate flooding points.

Figure 13 shows the dispersion of a set of 2762 experimental data corresponding to flooding experiments in tubes presented by Mcquillan and Whalley (1985a). The experimental data reveal a strong dispersion of the results. These authors checked the performance of a set of theoretical models and empirical correlations to estimate the set of points shown in Fig. 13. The efficiency of either a correlation or a model was determined by defining the following standard deviation:

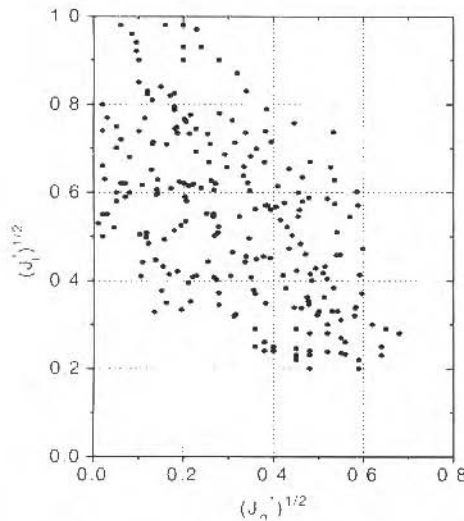


Fig. 13 Dispersion of a set of 2762 Experimental data points of flooding in a tube (Mcquillan and Whalley, 1985a).

$$\epsilon = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{J_{sp}^{*1/2} - J_{gc}^{*1/2}}{J_{gc}^{*1/2}} \right)^2 \right] \quad (5)$$

In this study, the authors found that the most efficient correlation is the one by Alekseev et al. (1972), which was modified, and the best theoretical model is from Bharathan et al. (1978, 1979, and 1983), modified according to Mcquillan and Whalley (1985a).

On the other hand, there are not many studies on flooding phenomenon in a rectangular duct. Figure 14 shows the experimental results of Mishima and Nishihara (1984), Celata et al. (1985 and 1986), and those ones obtained in this study. Here the flooding phenomenon in a rectangular duct was studied in two different ways: either the liquid is injected on a wall of the duct or the liquid is injected on the two walls. The results of Mishima and Nishihara (1984) in particular were produced by injecting the liquid on two small side walls. The dimensionless superficial velocities of the gas and the liquid were defined by means of the hydraulic diameter. A certain dispersion can be seen in the experimental results shown in Fig. 14. This can be explained by the fact that the measurement of the flooding point was made in a different test section geometry and using different flooding definitions in the three cases.

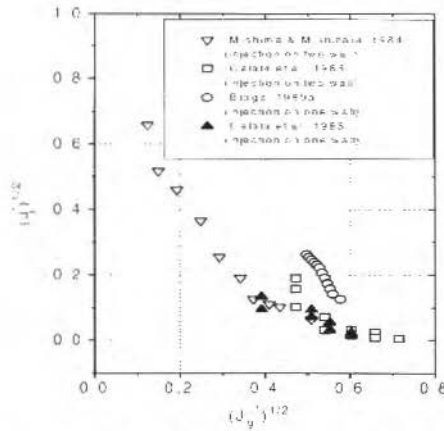


Fig. 14 Experimental results of flooding in a rectangular channel.

Comparison Between Measured Flooding Points and Empirical Correlations

Table 2 Empirical correlations used to predict flooding points.

Author	Measurement Interval	Equation	Remark
Feind (1960)	$200 \leq Re_{ls} \leq 2500$	$m \frac{Re_g}{(Re_s)^n} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.4} \left(\frac{\mu_g}{\mu_l} \right)^{0.75} +$ $1.4 \cdot 10^{-4} = 1300 \left(\frac{S}{h_N} \right)^{1.25}$ <p>$m=92; n=0.33; \text{ if } Re_{sl} < 1600$ $m=315.4; n=0.5 \text{ another case}$</p>	
English et al. (1972)	$0.1 \leq \left(\frac{M_l}{M_g} \right) \leq 1.0$	$J_g = 0.286 \left(\frac{D_h^{0.322} \rho_l^{0.419} \sigma^{0.097}}{\rho_g^{0.462} \mu_l^{0.150} J_l^{0.075}} \right)$	This equation must be used with the SI units
Alekseev et al. (1972)	$J_l \leq 1.0$	$K_g = 0.286 Fr^{-0.22} B_0^{0.26} \left[1 + \frac{\mu_l}{\mu_g} \right]^{-0.18}$ $Fr = S(\rho_l - \rho_g) \left(\frac{g}{\rho_l \sigma} \right)^{1/2} \cdot K_l$ $B_0 = \frac{D_h^2 (\rho_l - \rho_g) g}{\sigma}$	Modified equation according to Mcquillan and Whalley (1985a)
Mishima and Nishihara (1985)	$J_l^* \leq 0.422$	$J_g^{*1/2} + J_l^{*1/2} = 0.6$	
Celata et al. (1985) Eq. A	$0.003 \leq M_l \leq 0.033$	$J_g^{*1/2} + J_l^{*1/2} = 0.82$	$D_h=S$
Celata et al. (1986) Eq. B	$0.003 \leq M_l \leq 0.0033$	$J_g^{*1/2} + J_l^{*1/2} = 1.2$	

The correlations that showed the best performance in the study of Mcquillan and Whalley (1985a) were selected, namely, the correlations of Feind (1960), English et al. (1963) and Alekseev et al. (1972) (Table 2). Likewise, the correlations obtained from the experimental data measured in rectangular cross section channels were selected, namely, the correlation of Mishima and Nishihara (1984) and Celata et al. (1985 and 1986). Certain equations were slightly changed from their original forms to introduce classic parameters such as Kutateladze's number and the superficial velocities of gas and liquid. Correlations that were used are listed in Table 2, in their original forms. In Feind (1960) equation, the linear void-fraction rate corresponding to a tube was replaced by the linear void-fraction corresponding to a rectangular duct. In the correlation of Alekseev et al. (1972), Froude's definition, shown in the nomenclature, was used to introduce Kutateladze's number, which is also defined there. Fig. 15 shows the curves of flooding points determined by the correlations of Feind (1960) and English et al. (1963). Fig. 16 shows the curves of flooding points determined by the correlation of Alekseev et al. (1972) and Celata et al. (1986). Fig. 17 shows the flooding points determined by the correlation of Mishima and Nishihara (1984), and Fig. 18 shows the curve for predicting the flooding point determined by Celata et al. (1985). In all of these figures, the prediction curves were compared to the experimental results obtained here. In the curves for predicting the flooding point shown in Figs. 15 to 17, the classic D_H definition shown in the nomenclature was used. However, the $D_H = S$ definition was used in Fig. 18, as suggested by the authors.

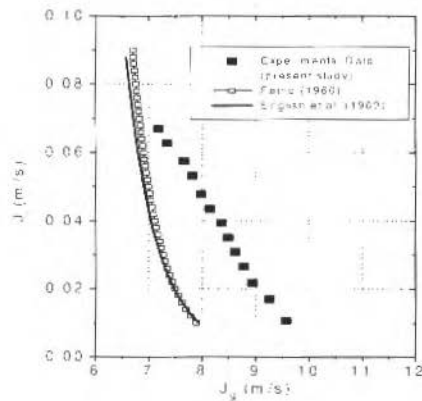


Fig. 15 Correlation of flooding points of Feind (1960), English et al. (1963) and Experimental data (present study).

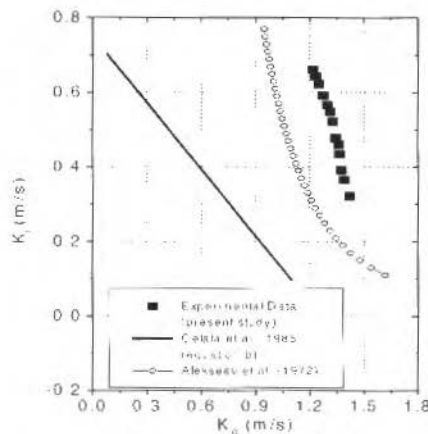


Fig. 16 Correlation of flooding points of Celata et al. (1986), Alekseev et al. (1972) and Experimental data (present study).

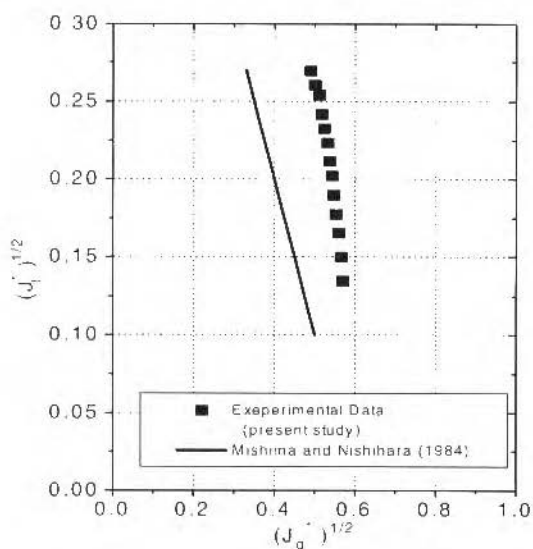


Fig. 17 Correlation of flooding points of Mishima and Nishihara (1984) and experimental data (present study).

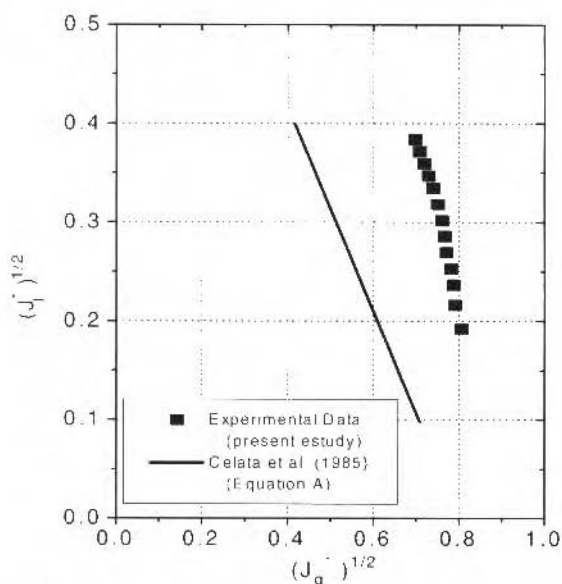


Fig. 18 Correlation of flooding points of Celata et al. (1985) and experimental data (present study).

These figures showed that some correlations provides a good estimate of flooding points, namely: the correlation of Feind (1960), English et al. (1963) and Alekseev et al. (1972), as one can be seen in Table 3. Two of them provided fairly good results: those of Mishima and Nishihara (1984) and Celata et al. (1986). The correlation of Celata et al. (1985) did not provide a good estimate at all. It is important to mention that this correlation does not introduce any geometrical parameter in its equation. The geometry exerts a strong influence on the flooding point and, therefore, this may explain its shortcomings. The efficiency of the correlation showed in Table 2 is evaluated through Eq. 5, whose results are shown in Table 3.

Table 3 Average standard deviation (Eq. 5).

Flooding either by model or by correlation	Standard deviation (%)
Feind (1960)	8.10
English et al (1963)	7.81
Alekseev et al. (1972)	10.19
Mishima and Nishihara (1984)	26.1
Celata et al. (1985), Eq. A	29.8
Celata et al. (1986), Eq. B	72.43
Bharathan et al. (1978, 1979 and 1983)	68.5
Perturbation Method (correlation 1, Eq. 11)	12.54
Perturbation Method (correlation 2, Eq. 11)	13.06

Comparison Between Measured Flooding Points and Theoretical Models

Flat Interface Models

In the flat interface model, the basic equations are the momentum equation integrated on the liquid film and the global momentum balance on the gas (see Fig. 19). These equations are as follows:

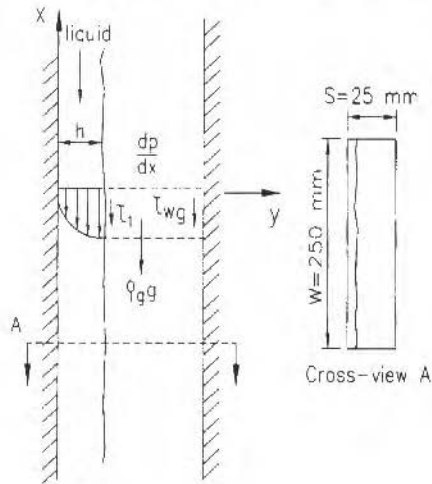


Fig 19 Liquid film flowing on a flat wall of the rectangular vertical channel with a counter-current upward gas flow.

$$\bar{u}_l = \left[\frac{1}{3\mu_l} \left(\frac{dp}{dx} + \rho_l g \right) h^2 + \frac{\tau_l}{2\mu_l} h \right] \quad (6)$$

and

$$\frac{dp}{dx} + \rho_g g = - \frac{1}{(S-h)} (\tau_l + \tau_{wg}) \quad (7)$$

Assuming that the pressure gradient in the axial direction is the same both in the gas and in the liquid phase, and introducing Eq. 7 in Eq. 6, results:

$$\bar{u}_l = -\frac{h^2}{3\nu_l} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} - \frac{\tau_{wg}}{(S-h)\rho_l} - \frac{\tau_i}{\rho_l} \left(\frac{3S-h}{2h(S-h)} \right) \right] \quad (8)$$

Equation 8 characterizes the structure evolution of the flat film flow as a function of the liquid flow rate Q_l , per unit of channel width ($Q_l = \bar{u}_l h$). It can be noticed in this equation that the direction of the liquid film flow depends on three unknowns: τ_i , τ_{wg} and h . For different values of these unknowns, the following solutions are possible:

- i. A liquid film flowing downward in counter-current with respect to the gas;
- ii. A liquid film flowing upward, in the same direction of the gas flow;
- iii. The existence of two films: one flowing upward, and another flowing downward.

With regard to Eq. 8, the solutions related to the three cases must be distinguished; several different criteria are used to do that. Some of them, that have produced better results in determining the flooding curve, are applied on this equation. In order to solve Eq. 8, two other relations are needed: for τ_i and τ_{wg} , defined by:

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_l \rho_g \bar{u}_g^2 \quad (\text{Bharathan et al., 1978}) \quad (9)$$

$$\tau_{wg} = \frac{1}{8} f_{wg} \rho_g \bar{u}_g^2 \quad (\text{Schlichting, 1960}) \quad (10)$$

The wall and interface friction factors are determined by empirical correlations. The correlation of Bharathan et al. (1978) to calculate the interface friction factor, and the correlation of Blasius (Schlichting, 1960) is employed to calculate the wall friction factor. These correlations are:

$$f_l = A(0.005 + B(1 - \alpha_s)^C) \quad \text{and} \quad (11)$$

$$f_{wg} = 0.316 Re_g^{-1/4} \quad (12)$$

where A, B and C are:

- i. Correlation 1: A=1, B=14.6 e C=1.87; for $(1 - \alpha_s) < 0.1$;
- ii. Correlation 2: A=1, B=24 e C=2.04; for $(1 - \alpha_s) < 0.2$;

Substituting in Eq. 8 one can obtain:

$$\bar{u}_l = -\frac{h^2}{3\nu_l} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} - 0.0664\nu_g^{0.25} \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{\bar{u}_g^{1.75}}{(S-h)^{2.5}} \right] - \frac{h^2}{3\nu_l} \left[-0.5 \frac{\rho_g}{\rho_l} A \left(0.005 + B \left(\frac{h}{s} \right)^C \right) \left(\frac{3S-h}{2h(S-h)} \right) \bar{u}_g^2 \right] \quad (13)$$

Equation 13 depends on three unknowns: u_l , h and u_g . If one keeps constant the volumetric liquid flow rate by the unit width (Q_l):

$$Q_l = \bar{u}_l h \quad (14)$$

there are two equations and three unknowns: \bar{u}_l , h and \bar{u}_g . The definition of the flooding point demands a criterion to define the transition, so that the flooding solution may be distinguished among

the solutions provided by equations 13 and 14. For the flow of a flat film, the flooding definition can be related only to the signal change of u_1 according to \bar{u}_g and h . In fact, the authors did not use these physical criteria.

The Flooding Criterion of Bharatham et al. (1978, 1979, and 1983)

Equation 13 is transformed into an equation written with unknowns J_l^* and J_g^* . The thickness h is then replaced by the surface void rate. The final equation is as follows:

$$\left[J_l^{*1/2} \right] = \left\{ A_1 - A_2 \alpha_s^{-2} \left(J_l^{*1/2} \right)^{3.5} - A_3 A \left[0.005 + B(1 - \alpha_s)^c \left(\frac{2 - \alpha_s}{\alpha_s^3(1 - \alpha_s)} \right) \left(J_g^{*1/2} \right)^d \right] \right\}^{1/2} \quad (15)$$

where

$$A_1 = \frac{S^2}{3v_l} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)}{D_h \rho_l} \right]^{1/2}, \quad A_2 = 0.0222S^{-0.25} \frac{v_g^{0.25} \rho_g}{v_l \rho_l} \frac{B_l}{(B_g)^{1.75}},$$

$$A_3 = 0.0833 \frac{\rho_g S}{\rho_l v_l} \frac{B_l}{(B_g)^2}$$

and

$$B_k = \left[\frac{\rho_k}{g(\rho_l - \rho_g) g D_h} \right]^{1/2}; \quad (k = l \text{ or } g)$$

According to these authors, the flooding curve is the envelope of the set of solutions provided by Eq. 15, using the void rate as a parameter.

Figure 20 shows the flooding curve that was determined through the criterion of Bharathan et al. (1978, 1979 and 1983). This curve holds significant errors when it is compared to the flooding curve obtained experimentally. The average relative error was 68 percent.

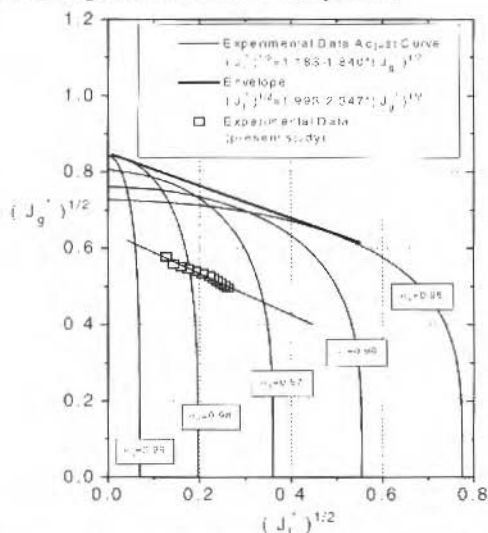


Fig. 20 Flooding curve obtained from the Bharathan et al. (1978, 1979 and 1983) method.

Flooding Criterion Through the Perturbation Method

For a fixed liquid flow rate, it is believed that the transition of a flat film downward flow towards a flat film upward flow is produced with a simultaneous evolution of the film average velocity and thickness. Therefore, the flooding point can be determined for a fixed liquid flow rate by establishing a bifurcation of the film thickness solution as a function of the average superficial gas velocity. When the downward liquid flow rate remains constant, the average velocity of the film decreases while its thickness increases if the interfacial friction increases. The film thickness cannot always increase, and therefore we can expect a bifurcation in the solution provided by the equation that characterizes the physical problem. The above-described criterion will be used to determine the flooding point using the perturbation method described by Stakgold (1979). The following function is used:

$$F(J_g, h) = 0 \quad (16)$$

defined according to Eq. 13. The derivation of the Eq. 16, concerning the perturbation parameter, leads to the ratio

$$(h)_{J_g} = - \frac{(F)_{J_g}(J_g, h)}{F_h(J_g, h)} \quad (17)$$

Solution h is built based on a Taylor's development of h , according to perturbation parameter J_g :

$$h(J_g)_{h_0} + \Delta J_g = h(J_g)_{h_0} + (h)_{J_g}(J_g)_{h_0} \Delta J_g \quad (18)$$

A base solution for h can be obtained by the function

$$F(0, h) = 0 \quad (19)$$

Equation 16 is obtained from Equations 13 and 14, as follows:

$$F(J_g, h) = - \left(\frac{S}{h} \right) J_g - \frac{h^2}{3\nu_l} \left\{ \frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} - C_1 \frac{J_g^{1.75}}{(S-h)^t} - C_2 A \left[0.005 + B \left(\frac{h}{S} \right)^c \right] \left[\frac{3S-h}{2h(S-h)^t} \right] J_g^2 \right\} = 0 \quad (20)$$

where

$$C_1 = 0.0664 \nu_l^{0.25} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) S^{1.75} \quad \text{and} \quad C_2 = 0.5 \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) S^2 \quad (21,22)$$

The base solution characterized by Eq. 19 is provided by setting the value $J_g = 0$ in Eq. 20. The algorithm applied to solve the problem consists in taking Equations 17, 18 and 20 for an extremely small ΔJ_g . Next, the procedure is repeated considering the previously determined solution as a base solution and repeating the procedure successively. A discontinuity on $(h)_{J_g}$, defined by Eq. 17, characterizes one of the following facts:

- i. An intersection of the solution with another bifurcating solution to the problem;
- ii. The solution becomes infinite and a supplemental increase to the perturbation parameter can only lead to a new bifurcating solution;
- iii. $(h)_{J_g}$ becomes zero and it is impossible to find a solution for h .

Figure 21 shows the behavior of $(h)_{J_g}$ as a function of J_g . The strong discontinuity on this function has been taken as the flooding point. This discontinuity corresponds to the case (ii), which characterizes a change in the configuration of the film flow. Figures 22 to 24 show the evolution of h determined by

this method. In these figures, the h values are compared with the evolution of h experimentally determined for $J_l = 0.022$ m/s, $J_l = 0.035$ m/s, and $J_l = 0.053$ m/s, respectively, in a perfect agreement. This is correct, considering that the limitation of a downward liquid film flow is produced by the velocity profile reversion. However, flooding is influenced by larger waves present on the gas-liquid interface, that advance its onset. This explains the differences between flooding points obtained theoretically and empirically.

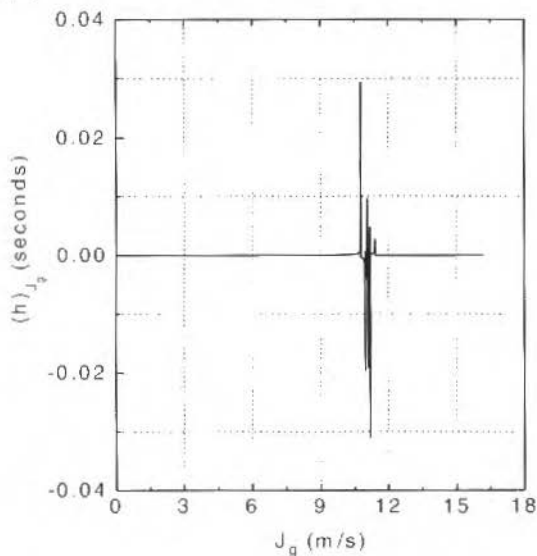


Fig. 21 Perturbation function for the liquid film thickness.

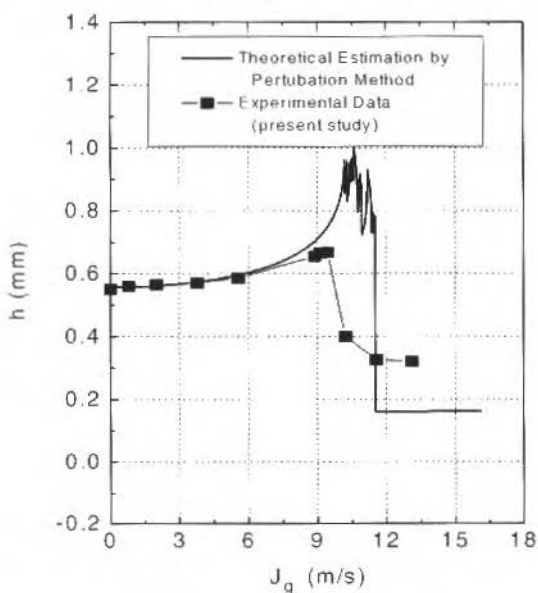


Fig 22 Comparison between the liquid film thickness determined from perturbation method with the present experimental data ($J_l = 0.022$ m/s).

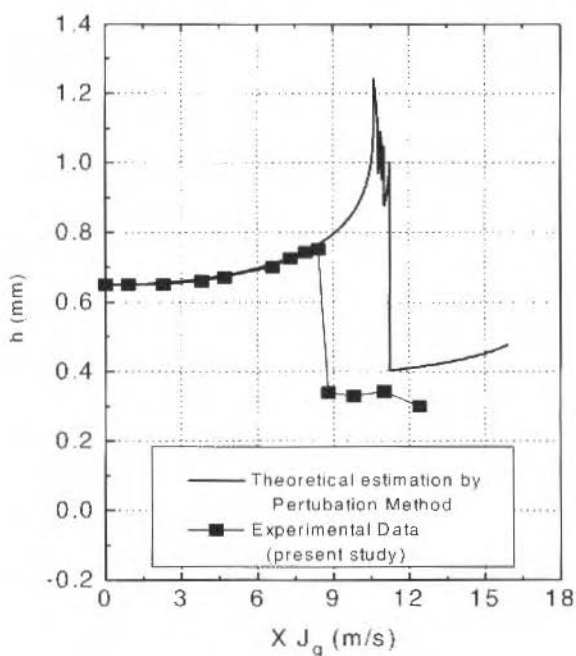


Fig 23 Comparison between the liquid film thickness determined from perturbation method With the present experimental data ($J_l = 0.035$ m/s).

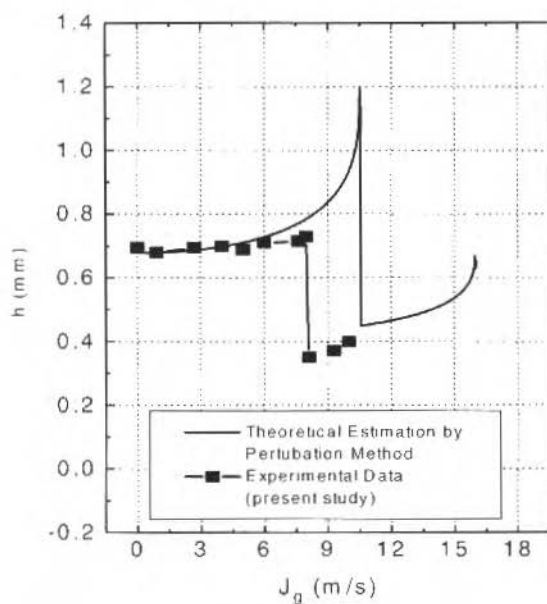


Fig 24 Comparison between the liquid film thickness determined from perturbation method with the experimental data ($J_l = 0.053$ m/s)

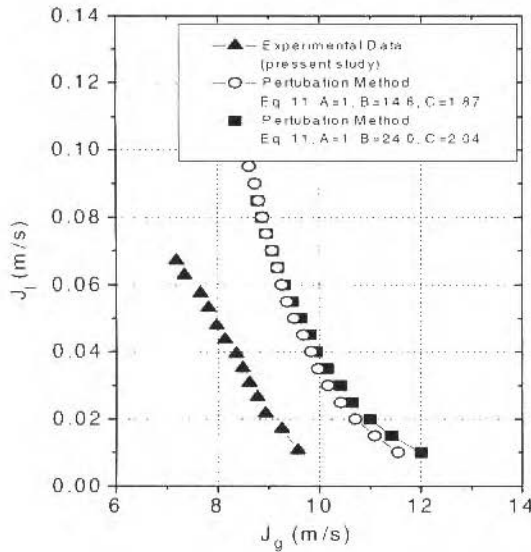


Fig 25 Comparison between the flooding point curves determined from perturbation method with the experimental data

Analysis of the Results

The flooding curve was determined using two methods. The efficiency of these methods is measured in the same way as the empirical correlation, that is, using the standard deviation provided by Eq. 5. Table 3 also shows the standard deviation used to predict the flooding point using the above-described models. It is observed that the model of Bharathan et al. (1978, 1979, and 1983) presents a remarkable error (68 percent). Mishima and Nishihara (1984) also detected a significant error, higher than 100 percent. The error found through the perturbation method is much less significant and reasonably acceptable. The basic equations used in Bharathan's model and in the present study are exactly the same. The difference lies in the flooding criteria. The error found of 13% is according to the expected, considering that the assumption of a fully developed flat liquid film does not represent the exact structure of the interface, which is wavy. Moreover, the use of an empirical correlation to calculate the interfacial friction may also lead to significant error, so that better results could not be expected with this simple formulation.

Conclusion

The perturbation method presented in this paper needs to be tested with the experimental results of the flooding point produced by other researchers although the results were satisfactory. Besides this fact, it is known that the empirical correlation used to calculate the interfacial friction may lead to significant errors. However, the proposed model offers a remarkable advantage, that is, its simplicity.

The flooding chart based on a wavy interface configuration can lead to a better result. However, the efficiency to complexity ratio of such a model should be analyzed. Observations made about the structure of the interface in this paper and in Biage (1989 a, b and c) may be extremely important in order to establish a flooding criterion to use in theoretical models, which consider a wavy interface.

As described, the gas-liquid interface structure depends strongly on the distance of the liquid injection point. It has been shown that the interfacial shearing stress produced by the gas phase amplifies the waves along the interface as a whole. Moreover, it has been shown that flooding occurs when the structure of the interface in the lower zone of the channel reaches the point of injection of the liquid. A question now arises: What is the importance of these facts in modeling this kind of flow and determine the flooding point? Biage (1989b and c) suggested that in modeling to determining the

flooding point, the onset criterion may be enhanced by the spectral density (or the energy level of the waves). The abrupt changes in the spectral density shape at the injection level, on the moment of the transition, may be considered as the flooding point. The dimension of the attractor jumps abruptly, what characterizes the flow configuration transition. Both the spectral density and the dimension of the attractor can be determined by a numerical solution of the problem. These factors pave the way for the introduction of a new procedure for modeling the flooding phenomenon (numerical modeling), which is not an usual fact in the domain of flooding phenomenon studies.

References

- Alekseev, V.P., Poberezkin, A. P. and Gerasimov, P. V.: 1972; "Determination of Flooding Rates in Regular Packing"; Heat Transfer - Soviet Research vol. 4 n. 6, 159-163.
- Bachir, A.: 1987; "Etude de l'instabilité d'un film liquide ruisselant sur une plaque plane verticale et soumis à un contre-courant de gaz. Transition vers l'écoulement cocourant ascendant"; These de doctoral en sciences. Inst. Nat. Polyt. et Univ. Scient. et Méd. Grenoble.
- Bharathan, D., Wallis, G. B. and Richter, H. J.: 1978; "Air-Water Counter-Current Annular Flow"; EPRI Report NP-786.
- Bharathan, D., Wallis, G. B. and Richter, H. J.: 1979; "Air-Water Counter-Current Annular Flow"; EPRI Report 1165.
- Bharathan, D. and Wallis, G.B.: 1983; "Air Water Counter-Current Annular Flow"; Int. J. Multiphase Flow, vol. 9, 4, 349-366.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G.: 1980; "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis"; John Wiley & Sons.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G.: 1986; "Random Data - Analysis & Measurement Procedures"; John Wiley & Sons, Inc., 2nd Edition.
- Biage, M.: 1989a; "Structure de la surface libre d'un film liquide ruisselant sur une plaque plane verticale et soumis à un contre-courant de gaz: Transition vers l'écoulement cocourant ascendant"; Ph.D. Thesis, CENG-SETh-LEF, Grenoble-France.
- Biage, M., Delhaey, J. M. and Vernier, Ph.: 1989b; "The Flooding Transition: A Detailed Experimental Investigation of the Liquid Film Flow Before the Flooding Point"; ANS proceedings, 26th National Heat Transfer Conference, ANS, 53-60, Philadelphia, 6-8 August 1989, USA.
- Biage, M., Delhaey, J. M. and Nakash, R.: 1989c; "The Flooding Transition: An Experimental Appraisal of the Chaotic Aspect of the Liquid Film Flow Before the Flooding Point"; 26th National Heat Transfer Conference, AIChE Symposium Series 269, Vol. 85, Yilmaz, S. B., Ed. AIChE, 274-279, Philadelphia, 6-8 August 1989, USA.
- Celata, G.P., Cumo, M., Farello, G. E. and Furrer, M.: 1985; "Flooding Experiments in a Rectangular Geometry"; Energia Nucleare, 3, 85-94.
- Celata, G.P., Cumo, M., Farello, G. E. and Furrer, M.: 1986; "Flooding Experiments in a Rectangular Geometry"; Heat and Technology vol. 4, 1, 47-57.
- Dukler, A.E. and Smith, L.: 1979; "Two-Phase Interactions in Counter-Current Flow Studies of the Flooding Mechanism"; NUREG Report no. NUREG/CR-0617.
- Eichhorn, R.: 1980; "Dimensionless Correlation of the Hanging Film Phenomenon"; J. of Fluids Engineering (Transactions of the ASME), vol. 102, 372-275.
- English, K.G., Jones, W. T., Spillers, R. C. and Orr, V.: 1963; "Flooding in a Vertical Updraft Partial Condenser"; Engng Prog., 59, 51-54.
- Feind, R.: 1960; "Falling Liquid Films with Counter-Current Airflow in a Vertical Tube"; VDI Forshunghft, vol. 481.
- Hewitt, G. F. and Wallis, G. B.: 1963; "Flooding and Associated Phenomena in Falling Film Flow in a Tube"; Report AERE, AERE-R-4022.
- Hewitt, G.F., Lacey, P. M. C. and Nicholls, B.: 1965; "Transaction in Film Flow in a vertical tube"; Report AERE-R 4614.
- Hewitt, G. F.: 1977; "Influence of end conditions, tube inclination and fluid physical properties on flooding in gas-liquid flows"; Report HTFS, HTFS-RS-222.
- Imura, H., Kisuda, H. and Funatsu, H. 1977. "Flooding velocity in a counter-current annular two-phase flow" Chem Engng. Sci., Vol. 32, 79-87.
- Jameson, G.J. and Cetinbudaklar, A.: 1969; "Wave inception by air flow over a liquid film Concurrent gas-liquid flow"; Rhodes, E. et Scott, D.S., Eds, Plenum Press 271-282.
- Maron, D.M. and Dukler, A.E.: 1981; "New concepts on the mechanisms of flooding and flow reversal phenomena"; Letters in Heat and Mass Transfer, vol. 8, 453-463.

- Maron, D.M. and Dukler, A.E.: 1984: "Flooding and upward film flow in vertical tubes-II Speculations on film flow mechanisms"; *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 10, 5, 599-621.
- Mcquillan, K.W. and Whalley, P.B.: 1985: "A Comparison Between Flooding Correlation and Empirical Flooding Data for Gas-liquid Flow in Vertical Circular Tubes"; *Chem. Eng. Sci.*, vol. 40, 8, 1425-1440.
- Mcquillan, K.W. and Whalley, P. B.: 1985; "Flooding in vertical two-phases flow"; *Int. J. Multiphase Flow* vol. 11, 6, 741--760.
- Mishima, K. and Nishihara, H., 1984: "Flooding Velocities for counter-current air-water"; *Annu. Rep. Res. Reactor Inst. Kyoto Univ.*, vol. 17, 1-14
- Pushkina, O. L. and Sorokin, Y. I.: 1969; "Breakdown of Liquid Film Motion in Vertical Tubes"; *Heat Transfer - Soviet Research*, vol. 1, 5, 56-64.
- Schlichting, H.: 1960; *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill.
- Shearer, C. J. and Davidson, J. F.: 1965: "The Investigation of a Standing Waves due to gas Blowing Upwards Over a Liquid Film"; *J. Fluid. Mech.*, vol.22, part2, 321--335
- Stainthorp, F. P. and Batt, R. S. W.: 1969;"The Effect of Concurrent and Counter-current Air Flow on the Wave Properties of Falling Liquid Films"; *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, vol. 45, T372-T382.
- Stakgold, I.: 1979 : "Green's functions and boundary value problems" ; John Wiley & Sons, Inc.
- Sudo, Y. and Ohnuki, A.: , H. J.: 1984;"Mechanism of Failing Water Limitation Under Counter-current Flow through a Vertical Flow Path"; *Bulletin of JSME*, vol. 27, 226 708-715.
- Suzuki, S. and Ueda, T.: 1977; "Behavior of Liquid Films and Flooding in Counter-current Two-phase Flow-Part 1. Flow in Circular Tubes"; *Int. J. Multiphase Flow*; Vol. 3, 517-532.
- Taitel, Y., Barnea, D. and Dukler, A. E.; 1982: "A Film Model for the prediction of Flooding and Flow Reversal Gas-liquid Flow in Vertical Tubes"; *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, n. 1, 1-10.
- Taitel, Y. and Barnea, D.: 1983. "Counter-Current gas-liquid Vertical Flow. Model for Flow aftern and Pressure Drop"; *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 9, No 6, 637--647.
- Wallis, G. B. and Kuo, J. T.: 1976: "The Behavior of Gas Liquid Interfaces in Vertical Tubes". *Int. J. Multiphase Flow*; vol. 7, 1-19.
- Wallis, G. B. and Makkenchery, S.: 1974: "The Hanging Film Phenomenon in Vertical Tubes"; *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 2, 521-536.
- Whalley, P. B. and Mcquillan, K. W.: 1985: "Flooding in two-phase flow : the effect of tube length and artificial wave injection "; *Physico-Chemical Hydrodynamics*, vol. 6, n. 1/2, 3-21.
- Zabaras, G. J. and Ducked, A. E.: 1988: "Counter-Current Gas-liquid Annular Flow, Including the Flooding State"; *A. I. Ch. E. J.*, vol. 34, n. 3, 389-396.

Análise não Linear de um Mecanismo Pulso-Duplicador de Vazão

Non-Linear Analysis of a Pulse-Duplicator Flow Device

Ricardo Augusto Mazza

Eugênio Spanó Rosa

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Mecânica
Departamento de Energia
13083-970 Campinas, SP Brazil

Abstract

A hydrodynamic analysis of a pulse duplicator flow device is developed. The numerical model is based on the conservation equations of mass, momentum and energy written in the integral form. The geometric and dynamic parameters, used to define the system, are obtained by means of the dimensionless form of the conservation equations. The perturbation theory is employed to derive an approximate analytic solution as a second order truncate series. A system parametric analysis is performed disclosing operational regions with non-linear behavior.

Keywords: Biomechanics, Cardiovascular Simulator, Numerical Model, Non-Linear Analysis.

Resumo

A proposta deste trabalho é desenvolver uma análise hidrodinâmica de um mecanismo pulso-duplicador de vazão. O modelo numérico é constituído a partir das equações da conservação da massa, quantidade de movimento e energia em sua forma integral. Os parâmetros geométricos e dinâmicos que definem o sistema são conhecidos por meio da adimensionalização das equações de conservação. Uma solução analítica aproximada, obtida por meio da teoria das perturbações, mostra a natureza não linear do sistema nos acoplamentos entre as equações da conservação. Por meio desta é realizado uma análise paramétrica das variáveis geométricas e dinâmicas do sistema, revelando as regiões de comportamento linear e não linear.

Palavras-chave: Biomecânica, Simulador Cardiovascular, Modelo Numérico, Análise Não Linear.

Introdução

Estudos teóricos e experimentais sobre a circulação sanguínea têm se desenvolvido nas últimas décadas devido à alta incidência de doenças cardiovasculares e da necessidade, cada vez crescente, do desenvolvimento de próteses artificiais em substituição a órgãos em falência. Apesar dos esforços dirigidos neste campo, os resultados não possuem, de uma maneira geral, uma conexão clara e direta com os aspectos clínicos das doenças. As discrepâncias são devidas a fatores bioquímicos, imunológicos e de caráter celular que estão intimamente relacionados com o campo de velocidades e de tensões do escoamento. Faz-se então, necessário um conhecimento detalhado sobre o campo de velocidades, em posições específicas do sistema circulatório arterial, a fim de que se possa estabelecer, objetivamente, os fatores que causam os aspectos clínicos das doenças cardiovasculares (Skalak et al 1989).

Nomenclatura

Arábicos

- a = Aceleração [m/s²]
A = Área [m²]
B's = Coeficientes Eq. (20)
C's = Coeficientes Eq. (23)
CP's = Coeficientes Eq. (15)
dA = Diferencial de Área
dV = Diferencial de Volume
D = Diâmetro [m]
f = Fator de Atrito
F = Forças de Superfícies [N]
Fr = Número de Froude
[Fr = U / √g.L.]
g = Aceleração Gravitacional [m/s²]
G₁ = Amplitude de Primeira Ordem
G₂ = Amplitude de Segunda Ordem

- K = Coeficiente de Expansão/Contração
L = Comprimento [m]
n̄ = Vetor Normal a uma Superfície
p = Pressão Manométrica [Pa]
Q̇ = Fluxo de Calor [J/s]
SC = Superfície de Controle
St = Número de Strouhal
[St = U.L.m./U̇]
T = Tempo [s]
Ū = Velocidade Média [m/s]
u = Energia Interna [J/kg]
V = Velocidade Unidimensional [m/s]
VC = Volume de Controle
Ẇ = Fluxo de Trabalho [J/s]
W's = Coeficientes Eq. (15)

Subescritos

- I = Inercial
I_p = Inercial de Pressão
I_v = Inercial Viscoso
R = Relativa
S = Eixo
V = Viscoso
X = Direção X

Grego

- ρ = Densidade do Fluido [kg/m³]
τ = Tensor de Tensões [N/m²]
ω = frequência angular
φ₁ = Fase de Primeira Ordem
φ₂ = Fase de Segunda Ordem

Os trabalhos experimentais relativos aos aspectos hidrodinâmicos da circulação arterial baseiam-se em estudos realizados em simuladores de fluxo fisiológico, também denominados estudos '*in vitro*', ou em cobaias, denominadas estudos '*in vivo*'. Pelo fato dos trabalhos '*in vivo*' serem limitados por aspectos éticos, de risco de vida, de repetibilidade e custo, inerente à sua execução, os trabalhos realizados por meio de simuladores de fluxo vêm ganhando um espaço significativo nesta área. Estes simuladores, também chamados de mecanismos pulso duplicadores, são sistemas fluido-mecânicos utilizados para gerar escoamentos periódicos com características preestabelecidas. Estes mecanismos devem ser capazes de reproduzir os pulsos de vazão que ocorrem desde a raiz da aorta até ao seu ponto mais distal, permitindo assim, a realização do estudo '*in vitro*' dos fenômenos acima mencionados (Holenstein et al. 1980; Stettler et al. 1981).

Uma análise de diversos simuladores de fluxo é apresentada por Law et al. (1987) que apresenta seu próprio modelo baseado em uma bomba peristáltica acionada por um motor de passo. Outros tipos de simuladores são apresentados por Young e Tsai (1972) e Fukushima et al. (1988) e, nestes, o mecanismo de acionamento é composto de uma bomba à pistão movimentado por um motor de velocidade variável. Alternativamente, Yoganathan et al. (1979) empregou um reservatório de ar comprimido, controlado por uma solenóide, para comprimir um tubo de látex flexível a fim de simular a função cardíaca. De uma maneira geral, mecanismos pulso-duplicadores possuem êmbolos ou outro tipo de fronteira deformável que, acionados mecanicamente ou pneumaticamente, introduzem perturbações periódicas no escoamento.

Os desafios associados ao desenvolvimento de mecanismos pulso-duplicadores estão ligados à sua capacidade de reproduzir os pulsos de vazão, com diversas frequências harmônicas, as quais caracterizam os pulsos fisiológicos. Presentemente, estes sistemas fluido-mecânicos vêm sendo desenvolvidos por meio de modelos lineares, baseados em analogias com sistemas mecânicos (massa, mola, amortecedor) ou sistemas elétricos (resistência, capacitância e indutância). Estas analogias referem-se, especificamente, à teoria de vibrações lineares ou à teoria elétrica de transmissão por linhas, (Streeter, 1983; McDonald, 1973).

Apesar de ser reconhecida a defasagem de pelo menos uma década na literatura citada, não é do conhecimento dos autores trabalhos mais recentes na área muito menos aqueles que abordam aspectos relativos ao comportamento não linear que estes sistemas podem apresentar. O presente trabalho trata de aspectos básicos nestes sistemas pulso-duplicadores referindo-se, especificamente, à natureza não linear dos acoplamentos entre as equações de conservação da quantidade de movimento e de energia. Para tanto, é adotado uma configuração básica do sistema fluido-mecânico, desenvolvida uma modelagem baseada na forma integral das equações de conservação e proposto um método analítico aproximado de solução.

Descrição do Sistema Fluido-Mecânico

Conforme reportado em Law (1987), as concepções dos sistemas fluido-mecânicos pulso-duplicadores são diversas. Neste trabalho é adotado uma das configurações mais simples de sistemas pulso-duplicadores. Ela é representada esquematicamente na Fig. 1. A alimentação da seção de testes se faz por meio de uma câmara de junção, que recebe os fluxos provenientes do reservatório elevado e do deslocamento do pistão, gerado por um motor de passo e um mecanismo biela-manivela. O princípio básico consiste em combinar o escoamento produzido por um reservatório de nível constante com aquele produzido pelo deslocamento periódico de um pistão. A interação dos escoamentos produz, na seção de teste, um escoamento periódico, com vazão média não nula no período de oscilação. Após a seção de testes, o fluido é descarregado no reservatório de saída.

Busca-se, através da modelagem hidrodinâmica, uma função de transferência que indique a vazão na seção de testes a partir da excitação do pistão. É oportuno destacar que, enquanto a solução que será obtida aplica-se somente a esta configuração, a metodologia empregada no desenvolvimento da modelagem e o método de solução não estão restritos a esta configuração particular.

Modelagem Hidrodinâmica

A modelagem hidrodinâmica do sistema fluido-mecânico proposto na Fig. 1 foi realizada utilizando-se as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia na sua forma integral. Hansen (1967). Os balanços de massa, quantidade de movimento e energia foram realizados dentro de um volume de controle, VC, que envolve somente o fluido e cujas fronteiras definem uma superfície de controle, SC, coincidente com as paredes do sistema. O volume de controle possui uma

fronteira deformável acompanhando o pistão e as restantes estacionárias. A Fig. 2 mostra, para referência, a representação do VC, sua SC e a nomenclatura das grandezas geométricas.

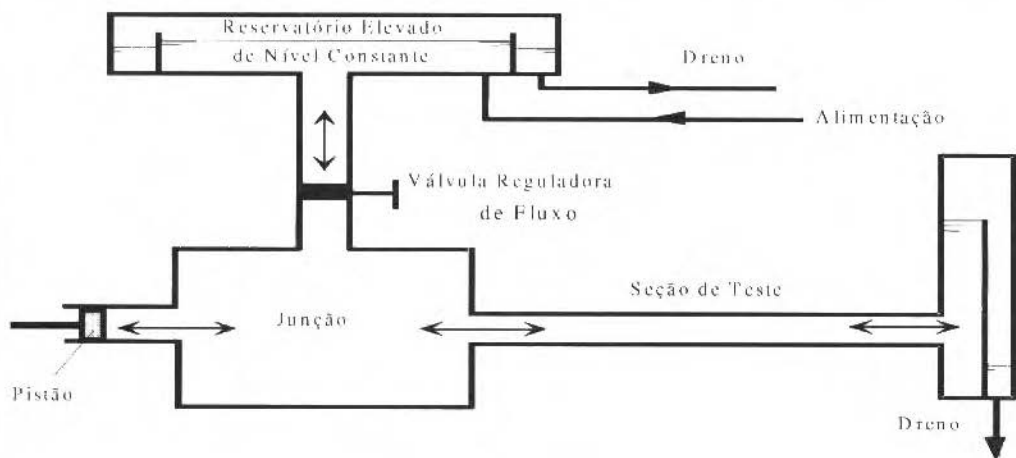


Fig. 1 Desenho esquemático do mecanismo pulso-duplicador proposto.

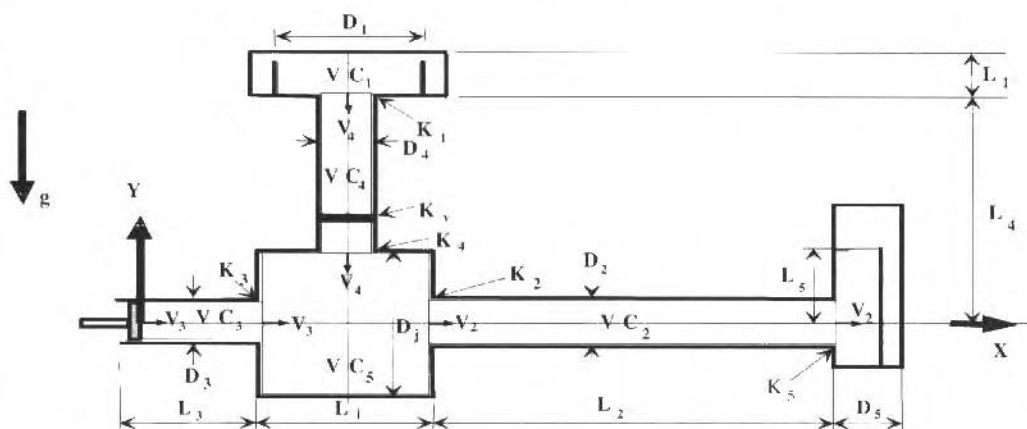


Fig. 2 Volume de controle adotado, nomenclatura utilizada e referencial adotado.

As grandezas escalares e vectoriais foram avaliadas a partir de um referencial inercial e estacionário, (X, Y) , cujo eixo Y está alinhado com o vetor aceleração da gravidade, \vec{g} , também mostrado na Fig. 2. A fim de que se possam identificar as variáveis geométricas e as velocidades no sistema, bem como facilitar a compreensão de cada termo das equações de conservação, o VC original foi dividido em cinco regiões, que são: o reservatório de alimentação de nível constante, VC_1 ; o tubo da seção de testes, VC_2 ; a câmara onde o fluido é bombeado pelo pistão, VC_3 ; o tubo de alimentação, VC_4 , e, finalmente, a junção do tubo de alimentação e da câmara de bombeamento do pistão com a seção de testes, VC_5 . Esta divisão foi feita de tal modo que o VC_1 possuísse uma superfície em comum com o VC_4 , que, por sua vez, possui uma superfície em comum com VC_5 , que também possui superfícies comuns com os VC_3 e VC_2 .

As distâncias e os diâmetros dos tubos, L 's e D 's, foram referenciados pelos mesmos sub-índices de seus VC's, assim, conforme ilustra a Fig. 2, D_1 e L_1 são grandezas relativas ao VC₁ e referem-se, respectivamente, ao diâmetro do pistão e à distância máxima de sua face à junção, VC₁. Os efeitos viscosos foram avaliados utilizando-se dos fatores de atrito, f 's, e dos coeficientes de perdas localizadas, K 's, devido às expansões e contrações abruptas. Estes parâmetros foram referenciados de maneira análoga aos comprimentos e diâmetros, ou seja, f_1 e K_1 referem-se ao fator de atrito na seção de testes e à perda de carga devido a expansão ou contração do fluxo quando sai ou entra em VC₂, respectivamente. Todos os outros coeficientes seguiram o mesmo padrão, a única exceção é K_v , que se refere à perda de carga que a válvula controladora de fluxo causa, conforme mostra a Fig. 2.

Antes da integração das equações de conservação foram definidas algumas hipóteses simplificadoras para o problema:

- i. O fluido é incompressível com propriedades constantes e as paredes do sistema são indeformáveis e adiabáticas;
- ii. Os perfis de velocidade nas seções transversais do VC são uniformes;
- iii. A variação da quantidade de movimento no VC (junção) não é modelada. Considerou-se que sua seção transversal é muito maior que as seções transversais do tubo de alimentação, VC₄, do pistão, VC₁, e da seção de testes, VC₂, portanto, a velocidade em seu interior é desprezível;
- iv. O reservatório de alimentação de nível constante, VC₁, tem uma área muito maior que a área do tubo de alimentação, $D_1 \gg D_1$, portanto, a velocidade do fluido em seu interior é desprezível comparada à velocidade no tubo de alimentação;
- v. São consideradas perdas no VC₁ somente aquelas que ocorrem na fronteira com a câmara da junção;
- vi. Os coeficientes de perda de carga, K 's, e os fatores de atrito, f 's, são constantes e iguais aos utilizados para o regime permanente.

Integração da Equação da Massa

A equação da massa é utilizada para se obter uma relação entre as velocidades que cruzam as fronteiras do VC. Esta equação, em sua forma integral, é escrita como:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dV + \int_{sc} \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (1)$$

Considerando-se a hipótese (i), não há acumulação de massa dentro de VC e, portanto, o primeiro termo da Eq. (1) é nulo. Além disto, pela hipótese (ii), a integração da Eq. (1) se reduz ao balanço dos fluxos de massa que cruzam VC, conforme mostra Eq. (2)

$$V_3 A_3 = V_2 A_2 + V_4 A_4 \quad (2)$$

onde V_1 , V_2 , V_3 e A_1 , A_2 , A_3 são as velocidades e áreas no pistão, seção de testes e tubo de alimentação, respectivamente. Uma relação auxiliar, relacionando a aceleração do pistão com as acelerações na seção de testes e do tubo de alimentação é obtida derivando-se a Eq. (2) em relação ao tempo,

$$\dot{V}_3 A_3 = \dot{V}_2 A_2 + \dot{V}_4 A_4 \quad (3)$$

Integração da Equação da Quantidade de Movimento para Direção x

A equação da quantidade de movimento na direção x permitiu obter um balanço das forças que atuam no fluido na direção x. Por meio deste balanço, obteve-se uma relação entre a pressão que atua na face do pistão e as acelerações e fluxos de quantidade de movimento do fluido dentro dos VC's. A equação da quantidade de movimento na direção x é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} V_x \rho dV + \int_{SC} V_x \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = - \int_{SC} p \vec{n} \cdot \vec{e}_x dA + \int_{SC} \tau \vec{t} \cdot \vec{e}_x dA + \int_{VC} \rho a_{rx} dV + g_x \int_{VC} \rho dV, \quad (4)$$

onde o sub-índice x refere-se à projeção do vetor na direção x ; \vec{n} e \vec{t} representam os vetores unitários normais e tangenciais, respectivamente, à SC. p e τ referem-se às pressões e tensões que atuam na SC, a_{rx} a aceleração devido a um referencial não inercial e g_x a componente da aceleração da gravidade na direção x . Por se escolher a direção x , os volumes de controle ativos nesta análise são: VC_1 , VC_2 e VC_3 . Finalmente, g_x é zero porque a aceleração da gravidade está alinhada com o eixo y e a_{rx} também é nulo pois o referencial adotado é inercial. Considerando-se um perfil uniforme de velocidade nas seções transversais do VC, a integração da Eq. (4) resulta em:

$$\frac{I}{\rho} = \frac{II}{\rho} + \frac{III}{\rho} + \frac{IV}{\rho} + \frac{V}{\rho} + \frac{VI}{\rho} \quad (5)$$

Na Eq. (5) o termo I é a força aplicada pelo pistão no fluido obtida pelo produto da pressão manométrica, p_3 , com a área na cabeça do pistão, A_3 . A taxa de variação e o fluxo de quantidade de movimento nos VC_1 e VC_2 , estão representados pelos termos (II) e (III) respectivamente. No termo (II), $L_1 - L_2$, refere-se a diferença entre o deslocamento máximo do pistão e sua posição instantânea, ambas referendadas na face da junção dos VC_1 e VC_2 . Devido a viscosidade, os termos referentes ao cisalhamento (IV) e à expansão ou contração abrupta (V) são avaliados por meio do fator de atrito f , e das constantes K_1 , K_2 e K_3 . O termo (VI) refere-se a pressão hidrostática ($\rho g L_5$) do reservatório na saída da seção de testes.

Integração da Equação da Energia

Sendo as incógnitas do problema V_x , V_1 e p_3 , era necessário, além das Eqs. (2) e (5), outra relação entre as velocidades e a pressão para se fechar o sistema de equações. Esta foi obtida com o auxílio da equação da energia:

$$\dot{Q} - \dot{W}_S - \dot{W}_V - \dot{W}_I = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \left(\frac{V_i^2}{2} + gy + u \right) dV + \int_{SC} \left(\frac{V_i^2}{2} + gy + u \right) \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dA \quad (6)$$

Do lado esquerdo da Eq. (6), \dot{Q} é o fluxo de calor que cruza a SC; \dot{W}_S é o trabalho de eixo que cruza SC, \dot{W}_V é o trabalho das forças viscosas e \dot{W}_I é o trabalho devido a um referencial não inercial. Do lado direito, V_i é a velocidade relativa a um referencial inercial e u é a energia interna do fluido.

Antes de integrar, torna-se conveniente explicitar alguns dos termos da Eq. (6) de acordo com as hipóteses formuladas para o problema. Como as paredes são adiabáticas, o fluxo de calor, \dot{Q} , é nulo. Conforme mencionado anteriormente, não há eixo atravessando o VC, portanto o trabalho de eixo, \dot{W}_S , também é nulo. Sendo a SC adotada coincidente com as paredes do sistema, não há trabalho viscoso, \dot{W}_V . Como adotou-se um referencial inercial, o termo de trabalho inercial, \dot{W}_I , fica restrito ao trabalho de pressão, ou seja:

$$\dot{W}_I = \int_{SC} p (\vec{V}_i \cdot \vec{n}) dA.$$

Finalmente, a variação da energia interna, u , devido a dissipação viscosa do sistema é avaliada por meio dos fatores de atrito f 's e dos coeficientes de perdas localizadas, K 's. Assim sendo, o balanço de energia da Eq. (6) resumiu-se a um balanço entre energia cinética, gravitacional, trabalho de pressão e a variação da energia interna, resultando, quando de sua integração em:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_3 A_3 \dot{V}_3}{\rho} &= \overbrace{V_3 \dot{V}_3 (L_3 - L_{3i}) A_3 + V_2 \dot{V}_2 L_2 A_2 + V_4 \dot{V}_4 L_4 A_4}^I \\
 &- \overbrace{\frac{V_3^2}{2} V_3 A_3 + \frac{V_2^2}{2} V_2 A_2}^{II} + \overbrace{g L_3 V_2 A_2 + g (L_1 + L_4) V_4 A_4}^{III} \\
 &+ \overbrace{\frac{f_4 L_4}{2 D_4} V_4^2 |V_4 A_4| + \frac{f_2 L_2}{2 D_2} V_2^2 |V_2 A_2| + K_1 \frac{V_4^2}{2} |V_4 A_4| + K_2 \frac{V_2^2}{2} |V_2 A_2|}^{IV} \\
 &+ \overbrace{K_3 \frac{V_3^2}{2} |V_3 A_3| + K_4 \frac{V_4^2}{2} |V_4 A_4| + K_5 \frac{V_2^2}{2} |V_2 A_2| + K_v \frac{V_4^2}{2} |V_4 A_4|}^{IV}
 \end{aligned} \quad (7)$$

Os termos em (I) são relativos a taxa de variação da energia cinética dentro do VC, em (II) representam os fluxos de energia cinética através de SC, em (III) são os fluxos de energia potencial e em (IV) a variação da energia interna.

Forma Adimensional da Equação do Modelo

Com as equações (2), (5) e (7) define-se o sistema hidrodinâmico e sua solução simultânea permite obter as incógnitas V_3 , V_4 e p_3 . Entretanto, antes de se apresentar o método de solução, é conveniente introduzir escalas para o modelo e transformar o conjunto de equações na sua forma adimensional. As variáveis representadas na forma adimensional mantiveram os mesmos índices, acrescidos do superescrito (*).

Visando avaliar as perturbações no escoamento introduzidas pelo pistão, adotou-se como escala para as velocidades, V_3 e V_4 , a velocidade média, \bar{U} , a qual pode ser obtida com a altura do reservatório elevado, ou seja:

$$\bar{U} = \sqrt{2g(L_1 + L_4 - L_5)}$$

Já a velocidade do pistão, V_1 , foi tomada como proporcional ao produto da amplitude de deslocamento do pistão pela sua frequência, $L_3 \omega_3$. Portanto, podem-se definir as formas adimensionais de V_3 , V_4 e V_1 e suas respectivas acelerações de acordo com as Eqs. (8) e (9):

$$V_3 = V_3^* L_3 \omega_3, \quad V_2 = V_2^* U, \quad V_1 = V_1^* U \quad e \quad V_4 = V_4^* U; \quad (8)$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_3^* L_3 \omega_3^2, \quad \dot{V}_2 = \dot{V}_2^* \frac{U^2}{L_3}, \quad \dot{V}_1 = \dot{V}_1^* \frac{U^2}{L_3} \quad e \quad \dot{V}_4 = \dot{V}_4^* \frac{U^2}{L_3} \quad (9)$$

As distâncias L 's e diâmetros D 's foram escaladas com a amplitude máxima de deslocamento do pistão, L_3 . Deste modo, a forma adimensional destas variáveis ficam definidas conforme mostra a Eq. (10):

$$\begin{aligned}
 L_3 &= L_3^* L_3, \quad L_{3i} = L_{3i}^* L_3, \quad L_2 = L_2^* L_3, \quad L_1 = L_1^* L_3, \quad L_4 = L_4^* L_3 \quad e \quad L_5 = L_5^* L_3 \\
 D_3 &= D_3^* L_3, \quad D_2 = D_2^* L_3, \quad D_1 = D_1^* L_3, \quad D_4 = D_4^* L_3 \quad e \quad D_5 = D_5^* L_3
 \end{aligned} \quad (10)$$

A pressão p , foi escalada com a pressão dinâmica do sistema, $p_3 = p_3^* \rho \bar{U}^2$ e o tempo, t , proporcional à razão entre a amplitude de deslocamento do pistão e a velocidade média, $t = t^* L_3 / \bar{U}$. Substituindo-se as escalas nas Eqs (2), (3), (5) e (7), obtêm-se as formas adimensionais das equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, Eqs. (11), (12), (13) e (14) respectivamente,

$$V_3^* A_3^* St = V_2^* A_2^* + V_4^* A_4^* \quad (11)$$

$$\dot{V}_3^* A_3^* St^2 = \dot{V}_2^* A_2^* + \dot{V}_4^* A_4^* \quad (12)$$

$$\begin{aligned} p_3^* A_3^* Fr = \dot{V}_3^* (L_3^* - L_{3v}^*) A_3^* Fr St^2 + \dot{V}_2^* L_2^* A_2^* Fr - V_3^{*2} A_3^* Fr St^2 + V_2^{*2} A_2^* Fr + L_5^* A_2^* \\ + \frac{f_2 V_2^{*2} L_2^* \pi D_2^*}{8} Fr + (K_2 + K_5) \frac{V_2^{*2}}{2} A_2^* Fr + K_3 \frac{V_3^{*2}}{2} A_3^* Fr St^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} p_3^* V_3^* A_3^* Fr St = V_3^* \dot{V}_3^* (L_3^* - L_{3v}^*) A_3^* Fr St^3 + V_2^* \dot{V}_2^* L_2^* A_2^* Fr + V_4^* \dot{V}_4^* L_4^* A_4^* Fr - \frac{V_3^{*2}}{2} V_3^* A_3^* Fr St^3 \\ + \frac{V_2^{*2}}{2} V_2^* A_2^* Fr + (L_1^* + L_4^*) V_4^* A_4^* + L_5^* V_2^* A_2^* + \frac{f_4 L_4^*}{2 D_4^*} V_4^{*2} |V_4^* A_4^*| Fr \\ + \frac{f_2 L_2^*}{2 D_2^*} V_2^{*2} |V_2^* A_2^*| Fr + \frac{K_1}{2} V_4^{*2} |V_4^* A_4^*| Fr + \frac{K_2}{2} V_2^{*2} |V_2^* A_2^*| Fr St^3 \\ + \frac{K_3}{2} V_3^{*2} |V_3^* A_3^*| Fr + \frac{K_4}{2} V_4^{*2} |V_4^* A_4^*| Fr + \frac{K_5}{2} V_2^{*2} |V_2^* A_2^*| Fr \\ + \frac{K_v}{2} V_4^{*2} |V_4^* A_4^*| Fr \end{aligned} \quad (14)$$

No sistema definido pelas Eqs. (11) a (14), surgem como parâmetros adimensionais os números de Strouhal e Froude, definidos como $St = L_3 \omega_3 / U$ e $Fr = \bar{U}^2 / g L_3$, respectivamente. O número de St expressa a razão entre a velocidade do pistão e velocidade média do escoamento e, através dele, é transportado para o modelo a influência da frequência e amplitude de oscilação do pistão, assim como da velocidade média, produzida pelo reservatório elevado. O número de Fr , por sua vez, reflete a razão entre as acelerações do fluido, U^2 / L_3 , e a aceleração gravitacional, g . Este conjunto de equações representa os balanços de massa, quantidade de movimento e energia do fluido para o pulso-duplicador. O sistema revela os acoplamentos de natureza não linear entre as equações de massa, quantidade de movimento e energia.

Ao invés de resolver simultaneamente as Eqs. (11) a (14), optou-se por substituir, algébricamente, uma equação em outra de forma a obter uma única equação diferencial que expressasse a relação entre as velocidades do fluido na seção de testes e a do pistão. A dependência da pressão, p_3 , foi eliminada multiplicando-se a Eq. (13) por $V_3^* St$ e subtraindo-a da Eq. (14). A equação resultante apresentou somente termos em V_2^* , V_4^* , e V_3^* , e, para suplantá-la dependência em V_3^* , foram utilizadas as Eqs. (11) e (12). Após estas substituições, obteve-se uma equação que depende somente de V_2^* e V_4^* , como mostra a Eq. (15):

$$\begin{aligned}
& 2V_2^* V_2^* W_7 \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) - 2V_2^* V_3^* W_5 St \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) + V_2^{*3} W_3 - 2V_2^{*2} V_3^* W_4 St \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) \\
& - V_2^* V_3^* W_5 St^2 \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) - V_2^* W_6 \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) + V_3^* W_7 St^3 \left(\frac{A_2^* Fr}{2} \right) + V_3^* V_2^* W_8 St^3 \\
& + V_3^* W_9 St + CP_1 \left(\frac{V_3^{*2} A_3^{*2}}{A_4^{*2}} St^2 - \frac{2V_3^* V_2^* A_3^* A_2^*}{A_4^{*2}} St + \frac{V_2^{*2} A_2^{*2}}{A_4^{*2}} \right) V_3^* A_3^* St - V_2^* A_2^* \\
& + CP_2 V_2^{*2} V_2^* A_2^* + CP_3 V_3^{*2} V_3^* A_3^* St^3 - (CP_4 + CP_5) V_2^{*2} V_3^* St - CP_6 V_3^{*3} St^3 = 0
\end{aligned} \tag{15}$$

onde W 's são constantes associadas às dimensões geométricas e ao parâmetro adimensional Fr , os CP 's estão vinculados às perdas de pressão. Suas definições estão mostradas na Tabela 1.

Como condição inicial para Eq. (15) utilizou-se a condição de regime permanente, dada por:

$$V_2^*(0) = 1, \tag{16}$$

significando que para os instantes que antecedem o início da movimentação do pistão, ($t < 0$), o sistema está em regime permanente e a velocidade na seção de testes, \bar{U} , é proporcional a diferença de altura entre os reservatórios de alimentação e de saída, $L_1 + L_4 - L_3$.

Table 1 Coeficientes da Equação (15).

$W_1 = L_2^* + L_4^* \left(\frac{A_2^*}{A_4^*} \right)$	$W_2 = L_2^* + L_4^* \left(\frac{A_2^*}{A_4^*} \right)$	$W_3 = \frac{A_2^* Fr}{2}$	$W_4 = 1$	$W_5 = 2 \frac{A_3^* L_4^*}{A_4^*}$
$W_6 = 1$	$W_7 = \frac{A_3^*}{A_2^*}$	$W_8 = \frac{A_3^{*2}}{A_4^*} L_4^* Fr$	$W_9 = A_3^* (L_1^* + L_4^*) - L_3^* A_3^*$	
$CP_1 = \frac{Fr}{2} \left(\frac{f_1 L_1^*}{D_1^*} + K_1 + K_4 + K_v \right)$	$CP_2 = \frac{Fr}{2} \left(\frac{f_2 L_2^*}{D_2^*} + K_2 + K_5 \right)$		$CP_3 = \frac{Fr}{2} K_3$	
$CP_4 = \frac{f_2 L_2^*}{2D_2^*} Fr A_2^*$	$CP_5 = (K_5 + K_2) \frac{A_2^* Fr}{2}$		$CP_6 = K_3 \frac{A_3^* Fr}{2}$	

Para estudar o comportamento dinâmico do sistema, foi necessário excitá-lo, através do deslocamento do pistão. A velocidade com que o pistão se desloca foi representada por uma função harmônica simples,

$$V_3^*(t) = \text{sen}(St), \tag{17}$$

A partir da velocidade do pistão, V_3^* , e da solução da Eq. (15) pode-se determinar a velocidade na seção de testes, V_2^* . A velocidade no tubo de alimentação, V_4^* , foi obtida substituindo-se V_2^* e V_3^* na Eq. (11). Finalmente, a pressão na cabeça do pistão, p_3^* , pela substituição das velocidades na Eq. (13) ou (14).

Método de Solução

A Eq. (15), por apresentar um alto grau de complexibilidade, só pode ser solucionada, atualmente, utilizando-se de um algoritmo numérico para resolver equações diferenciais ordinárias, Mazza e Rosa (1995). As dificuldades para se obter uma solução, tanto numérica quanto analítica, residem no tratamento das funções módulo que acompanham os termos de perdas, coeficientes CP's. Estas dificuldades foram superadas pela eliminação dos termos de perdas, simplificando a Eq. (15) para a forma da Eq. (18),

$$2\dot{V}_2(V_2W_1 - V_3W_2St) + V_2^3 - V_2(2V_2V_3 + \dot{V}_3 + \dot{V}_3W_3St)St - V_2 + V_2(V_3^2W_7 + \dot{V}_3 \frac{W_8}{W_3})St^3 - \frac{W_9}{W_3}St = 0 \tag{18}$$

onde os super-escritos (*) não são mais empregados por se trabalhar, deste ponto em diante, somente com variáveis adimensionais.

A eliminação dos termos associados aos coeficientes CP's não altera o comportamento qualitativo da solução (Mazza, 1994), uma vez que são de natureza dissipativa. A Eq. (18), que ainda retém os termos não-lineares resultantes do acoplamento das equações de conservação, passa a representar um balanço dos fluxos e das taxas de variação de massa, quantidade de movimento e energia para um sistema conservativo. A solução analítica aproximada de V_2 válida para $St < 1$ foi obtida por meio de uma série assintótica de segunda ordem em termos do parâmetro St . Eq (19), utilizando-se o método das perturbações regulares (Nayfeh 1981 e 1973):

$$V_2 = V_{20} + V_{21}St + V_{22}St^2 + O(St^3) \tag{19}$$

Deve-se destacar porém que $St \ll 1$ não significa obrigatoriamente um sistema oscilando com baixa frequência. O mesmo efeito pode ser produzido quando U é grande ou L_3 é pequeno. Salienta-se que há interesse em estudar-se casos onde $St > 1^1$ contudo, restringindo o estudo a pulso-duplicadores com aplicações fisiológicas e tomando-se St como frequência fundamental das harmônicas que compõem a onda, constata-se que para vários casos de interesse $St \leq 1$. Veja, por exemplo, as artérias: Subclávia Direita ($St = 0.5495$), Renal Direita ($St=0.4378$), Ilíaca Comum Direita ($St=0.4883$), Tronco Braquiocéfálico ($St = 1.093$) e Aorta Abdominal ($St = 1.0532$). A exceção ocorre para a artéria Aorta Descendente onde $St = 2.641$.

Substituindo-se a Eq. (19) na Eq. (18), expandindo-se e coletando-se os termos de mesma potência em St , obteve-se as equações de ordem zero, um e dois no parâmetro de perturbação St , ou seja, as Eqs. (20a), (20b) e (20c) respectivamente:

$$St^0 \cdot \left[\underbrace{2\dot{V}_{20}W_1 + V_{20}^2 - I}_\text{ordem zero - Eq(20a)} \right] + St^1 \cdot \left[\underbrace{\dot{V}_{21} + V_{21}B_1^1 - V_3B_1^2}_\text{ordem um - Eq(20b)} \right] + St^2 \cdot \left[\underbrace{\dot{V}_{22} + V_{22}B_1^1 - B_2^2}_\text{ordem dois - Eq(20c)} \right] = 0, \tag{20}$$

onde os coeficientes W 's são dados na Tabela 1 e os coeficientes B 's pela Eq. (21)

$$B_1^1 = \frac{3V_{20}^2 - I}{2V_{20}W_1} \quad B_1^2 = \frac{2V_{20}^2 - (W_9/W_3)}{2V_{20}W_1} \quad B_2^2 = -\frac{V_{21}\dot{V}_{21}}{V_{20}} + \frac{\dot{V}_{21}V_3W_2}{V_{20}W_1} - \frac{3V_{21}^2}{2W_1} + \frac{2V_{20}V_{21}V_3}{V_{20}W_1} \tag{21}$$

¹ Um estudo para $St > 1$ foi realizado em Mazza (1994), onde obteve-se uma solução analítica aproximada para $St \rightarrow \infty$. Mas, diferindo do caso aqui apresentado, a solução contém termos seculares e, devido ao caracter distinto do método e das séries assintóticas, restringiu-se o escopo do presente artigo para a análise $St < 1$.

As equações (20a), (20b) e (20c) foram resolvidas recursivamente, de modo que a solução da Eq. (20a) influencia na solução da Eq. (20b) e que por sua vez, as soluções das Eqs. (20a) e (20b) influenciam na solução da Eq. (20c). Como condição inicial para a Eq. (20) têm-se, baseado na Eq. (16), que:

$$V_{20}(0) = 1, V_{21}(0) = 0 \quad e \quad V_{22}(0) = 0 \quad (22)$$

As equações (20a), (20b) e (20c), juntamente com suas condições iniciais, Eq. (22), foram então integradas analiticamente, resultando nas soluções de ordem zero, um e dois, Eqs. (23a), (23b) e (23c), respectivamente,

$$V_{20} = 1, \quad (23a)$$

$$V_{21} = \frac{B_1^2 St}{\exp(B_1^1 t) ((B_1^1)^2 + St^2)} + \frac{B_1^2}{(B_1^1)^2 + St^2} [B_1^1 \text{sen}(St.t) - St \text{cos}(St.t)], \quad (23b)$$

$$V_{22} = C_2^1 + \frac{C_2^2}{\exp(2B_1^1 t)} + C_2^3 \text{cos}(2St.t) + \frac{C_2^4}{\exp(B_1^1 t)} + \frac{C_2^5 \text{cos}(St.t)}{\exp(B_1^1 t)} + \frac{C_2^6 \text{sen}(St.t)}{\exp(B_1^1 t)} + C_2^7 \text{sen}(2St.t) \quad (23c)$$

onde os coeficientes W 's e B 's são mostrados na Tabela I e pela Eq. (21), respectivamente. Os coeficientes C 's, devido a sua extensão, são apresentados no apêndice I.

Todo o cálculo necessário para se obter a Eq. (23), ou seja, a expansão da série, a coleta dos termos que constituem a Eq. (20), sua resolução e a determinação dos coeficientes das Eqs. (23b) e (23c), foi executada implementando-se um algoritmo simbólico no ambiente do Mathematica[®], Wolfram (1992).

Na Equação (23) nota-se, a exceção da solução de ordem zero, que as soluções de primeira e segunda ordem apresentam termos exponenciais decrescentes, ($B_1^1 > 0$), e termos periódicos. Aos termos exponenciais decrescentes atribui-se a parte transiente da solução que antecede ao regime periódico. Focalizando o interesse desta análise na parte periódica da solução, os termos exponenciais decrescentes são descartados e a solução periódica foi obtida substituindo-se a Eq. (23) na Eq. (19),

$$V_2(t) = 1 + St \frac{B_1^2}{St^2 + (B_1^1)^2} (B_1^1 \text{sen}(St.t) - St \text{cos}(St.t)) + St^2 (C_2^7 \text{sen}(2St.t) + C_2^3 \text{cos}(2St.t) + C_2^1 + o(St^3)) \quad (24)$$

que pode ser reescrita em um forma mais compacta, Eq. (25):

$$V_2 = 1 + St^2 C_2^1 + \overbrace{St G_1 \text{sen}(St.t + \phi_1)}^I + St^2 \overbrace{G_2 \text{sen}(2St.t + \phi_2)}^{II}, \quad (25)$$

onde a amplitude e a fase dos termos (I) e (II) são definidos por:

$$G_1 = \frac{B_1^2}{\sqrt{St^2 + (B_1^1)^2}} \quad e \quad \phi_1 = \arctg \left[-\frac{St}{B_1^1} \right], \quad (26a)$$

$$G_2 = \sqrt{(C_2^3)^2} \quad e \quad \phi_2 = \arctg \left[\frac{C_2^3}{C_2^2} \right]. \quad (26b)$$

Resultados Obtidos

A solução analítica, Eq. (25), além de permitir uma análise direta, mostra de forma concisa que a velocidade V_2 apresenta uma componente permanente, dada por $(1+St^2.C_2^1)$, e outra periódica, representada por $St.G_1 \text{sen}(St.t+\phi_1)$ e $St^2.G_2 \text{sen}(2St.t+\phi_2)$. Analisando-se diretamente a Eq. (25) nota-se a influência do parâmetro St . Quando os parâmetros geométricos e Fr são fixos, observa-se que a amplitude de V_2 aumenta com St . De modo inverso, para $St \rightarrow 0 \Rightarrow V_2 \rightarrow 1$, isto é, a medida que a perturbação introduzida pela oscilação do pistão diminui, V_2 (dimensional) aproxima-se da velocidade média, \bar{U} .

A Eq. (25) revela que as não-linearidades do sistema se manifestam somente para os termos de segunda ordem em St . Nota-se que, apesar do sistema ser excitado por apenas uma frequência, surge em V_2 , além da frequência fundamental St , sua primeira harmônica, $2St$. Além disto, destaca-se que o movimento periódico do pistão induz uma componente permanente em V_2 , representado pelo coeficiente C_2^1 . Este fenômeno é de natureza similar à corrente secundária externa a um cilindro causada por seu movimento periódico, fenômeno também conhecido por 'streaming', Schlichting (1958). Os termos de primeira ordem, parte (I) da Eq. (25), exibem um comportamento similar à resposta de um sistema linear de segunda ordem, apresentando uma amplitude de oscilação, $St.G_1$, e fase, ϕ_1 , dados pela Eq. (26.a).

A Eq. (25), obtida a partir do truncamento de 2ª ordem da série assintótica, constitui uma solução analítica aproximada para a Eq. (18). A exatidão desta solução analítica é tanto melhor a medida que o parâmetro St decresce, sendo coincidente com a solução exata para $St = 0$. Contudo, não é possível se estabelecer sua exatidão, mas pode ser estimada comparando-se os resultados da integração numérica da Eq. (18) com os da Eq. (25). Deve-se destacar o caráter exploratório desta comparação, uma vez que esta foi realizada entre dois métodos aproximados.

Para uma análise quantitativa da solução é necessário definir valores para as variáveis adimensionais. Levando-se em conta que o sistema é definido por meio de oito variáveis adimensionais, $L_1, L, L_2, A_1, A_2, A_3, Fr$ e St , uma análise da influência de cada variável na solução de V_2 torna-se inviável no escopo do presente trabalho. Procurou-se contornar esta dificuldade definindo-se três casos testes, conforme mostra a Tabela 2. Neles, as variáveis geométricas são definidas e apresentam valores comuns para L_1, L, L_2, A_1 e A_2 , havendo somente variação na área do pistão, A_3 . O estudo paramétrico é efetuado utilizando-se desta variável por esta estar associada a força com que o pistão empurra o líquido.

Tabela 2 Valores das variáveis geométricas

Variável	L_1	L_2	L_3	A_1	A_2	A_3
Caso I	1	10	1	π	0.5π	π
Caso II	1	10	1	π	π	π
Caso III	1	10	1	π	2π	π

O resultado da comparação, obtido calculando-se a diferença percentual entre as amplitudes totais da solução numérica e da analítica aproximada, é mostrado na Tabela 3. O teste é executado para a configuração do caso (II), indicado na Tabela 2, com os valores de St e Fr variando entre 0.05 a 1 e 0.05 a 10, respectivamente. Na Tabela 3, nota-se que o desvio percentual entre a solução numérica e a Eq. (25) apresenta um comportamento decrescente, variando-se de 15% a 0.02%, quando St decresce de 1 para 0.05, como era esperado. Pode-se também estimar que a solução analítica aproximada apresenta uma diferença de até 20% quando $St = 1$.

Tabela 3 Desvio percentual entre a amplitude total da solução numérica e a obtida pela Eq. (25).

Fr	0.05	0.1	0.5	1	10
St					
0.05	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%
0.1	0.14%	0.15%	0.14%	0.14%	0.64%
0.5	5.23%	5.24%	5.56%	6.93%	NS
1	15.84%	15.85%	19.26%	NS	NS

NS - Para esta combinação de Fr e St o método numérico não convergiu.

As Figuras (3a), (3b), (3c) e (3d) mostram, para o caso (I), o termo permanente, $(1+St^2C_2^1)$, a amplitude do termo periódico de ordem um, $(St.G_1)$, a amplitude do termo periódico de ordem dois, $(St^2.G_2)$ e a fase do termo de ordem um, respectivamente. Neste caso, onde a área do pistão é metade da área da seção transversal da tubulação, observa-se que o termo permanente apresenta um aumento com St e Fr . A região de maior crescimento está confinada ao intervalo de $0.1 < Fr < 10$ e $0.4 < St < 1$, e neste intervalo, o valor máximo que o termo permanente atinge é cerca de 250% maior que U . O comportamento das amplitudes dos termos de primeira e segunda ordem, assim como a fase do termo de primeira ordem, exibem, conforme veremos adiante, comportamentos similares aos apresentados pelo caso (II).

Para o caso (II), a Fig. 4 mostra o termo permanente, $(1+St^2C_2^1)$, a amplitude do termo periódico de ordem um, $(St.G_1)$, a amplitude do termo periódico de ordem dois, $(St^2.G_2)$ e a fase do termo de ordem um, Figs. (4a), (4b), (4c) e (4d) respectivamente. Para este caso, onde as áreas são iguais, o termo permanente apresenta um crescimento constante com St e independe de Fr . Devido as não-linearidades, a velocidade média na seção de testes pode atingir valores até 25% superiores a velocidade média U . Para valores constantes de Fr , a amplitude do termo periódico de ordem um, Fig. (4b), exibe um crescimento com St , como previsto pela Eq. (25). Contudo, mantendo-se fixo St esta amplitude apresenta um decaimento para valores de Fr crescentes. Como o crescimento de Fr implica no crescimento de U (L , constante), é de se esperar que a componente periódica da velocidade diminua em relação ao termo permanente, justificando assim a diminuição de amplitude.

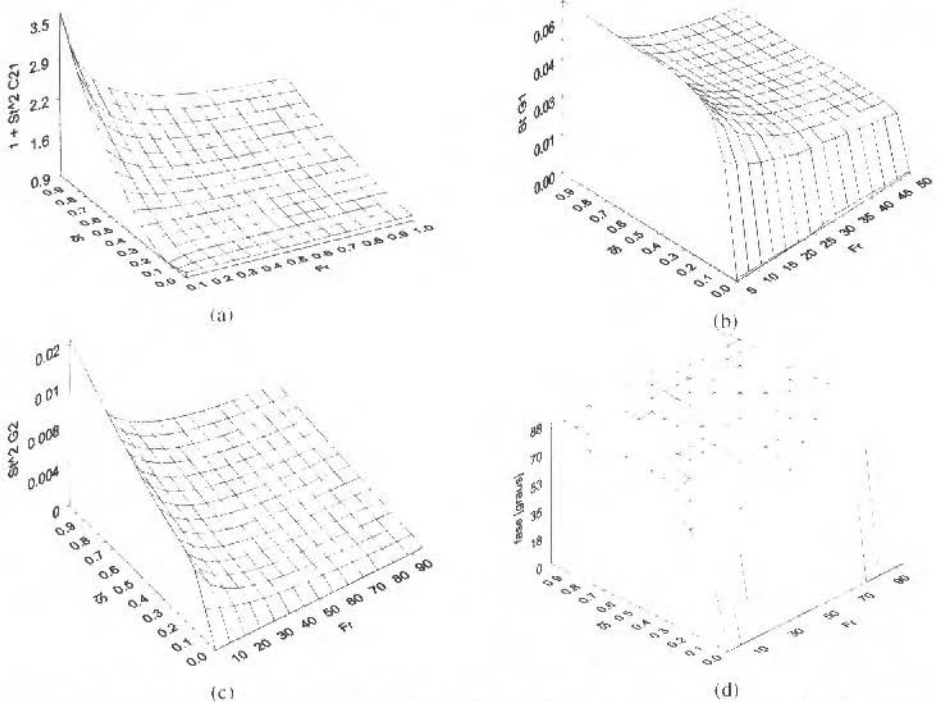


Fig. 3 Resultados do modelo para Caso (I): (a) termo de regime permanente; (b) amplitude do termo de ordem um; (c) amplitude do termo de ordem dois; (d) fase do termo de ordem um.

A amplitude do termo periódico de ordem dois, Fig. (4c), aumenta com a diminuição de Fr e com o crescimento de St , sendo que a região de maior variação está concentrada na faixa de $0.1 \leq Fr \leq 20$ e $0.4 \leq St \leq 1$. Nesta região, o máximo valor que a amplitude do termo de ordem dois atinge é cerca de 20% do valor máximo da amplitude do termo de ordem um. Finalmente, relativo à fase do termo periódico de ordem um Fig. (4d), pode-se verificar que esta possui uma dependência forte em St e fraca em Fr . Para $St \rightarrow 0$, V_1 e V_2 estão em fase e, a medida que St cresce, as velocidades se defazam atingindo, para $St \rightarrow 1$, valores próximos a 90 graus.

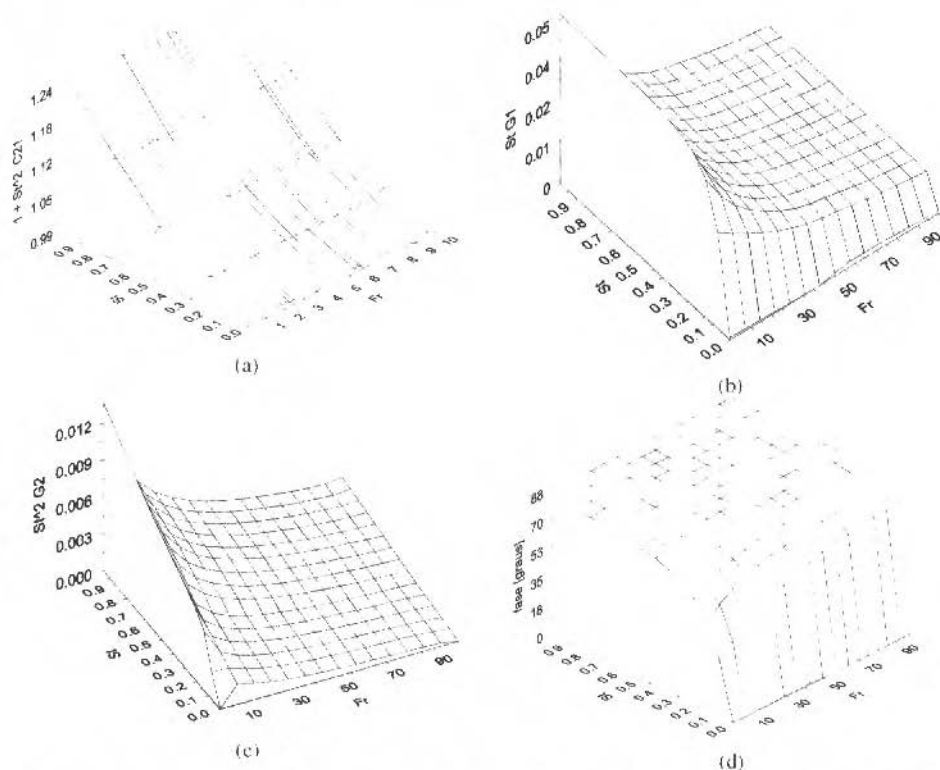


Fig. 4 Resultados do modelo para Caso (II): (a) termo de regime permanente; (b) amplitude do termo de ordem um; (c) amplitude do termo de ordem dois; (d) fase do termo de ordem um.

De maneira análoga, na Fig. 5, mostra-se os resultados para o caso (III). É representado nas Figs. (5a), (5b), (5c) e (5d) o termo permanente, $(1 + St^2 C_1^1)$, a amplitude do termo periódico de ordem um, $(St.G_1)$, a amplitude do termo periódico de ordem dois, $(St^2.G_2)$ e a fase do termo de ordem um, respectivamente. Relativo às variáveis geométricas, este caso só difere do caso (II) pelo fato da área do pistão ser duas vezes maior que a área da seção transversal da tubulação. A Fig. (5a) exhibe o comportamento do termo permanente, que é oposto aos casos anteriores. Ele apresenta um aumento para valores decrescentes de St e crescentes de Fr e valores negativos para $St \rightarrow 1$ e $Fr \rightarrow 0$. A sua região de maior variação está limitada por valores de St e Fr compreendidos entre $0 < St < 1$ e $0.1 < Fr < 1$. Para valores $Fr > 1$, o termo permanente de segunda ordem é praticamente nulo, apesar da oscilação do pistão. Isto indica que, para esta configuração, as variações periódicas da velocidade do pistão não se fazem sentir na seção de testes mas somente no tubo de alimentação, L_4 . Além disto, os valores negativos do termo constante de segunda ordem, com valores de até 200% maiores que U , para a faixa $0.1 < Fr < 1$ e $St \rightarrow 1$ mostra que a velocidade média na seção de testes, V_s , apresenta um sentido oposto a velocidade U . As amplitudes do termo de ordem um e dois e a fase do termo de ordem um, Figs. (5b), (5c) e (5d) respectivamente, apresentam um comportamento similar aos casos anteriores, entretanto o valor de suas amplitudes não. O termo de ordem dois atinge um valor máximo cerca de 60% maior que o máximo valor do termo de ordem um.

Conclusões

Os acoplamentos entre a equação da conservação de quantidade de movimento e energia por meio dos termos de fluxo e de taxa de variação das grandezas dentro do VC introduzem não-linearidades ao sistema. A presença dos termos não-lineares pode, dependendo das características geométricas e

dinâmicas do sistema, fazer com que a solução se desvie significativamente do comportamento linear. Para o caso (II), os efeitos não-lineares se manifestam para valores de Fr e St compreendidos entre $0,1 < Fr < 10$ e $0,4 < St < 1$. Dentro desta região, a negligência dos termos de segunda ordem na solução podem causar um erro na velocidade média e na amplitude de V_2 superior a 20%. Para o caso (I) estes efeitos são mais intensos que no caso (II) e são preponderantes na mesma faixa $0,1 < Fr < 10$ e $0,4 < St < 1$, com erros de até 200%. No caso (III) os efeitos não-lineares dominam a solução em todo o intervalo investigado de Fr e St . A velocidade média na seção de testes apresenta valores compreendidos na faixa $-1 < (1 + St^2 C_2^1) < 1$ e a amplitude do termo de ordem dois pode atingir valores até 60% maior que a amplitude do termo de ordem um.

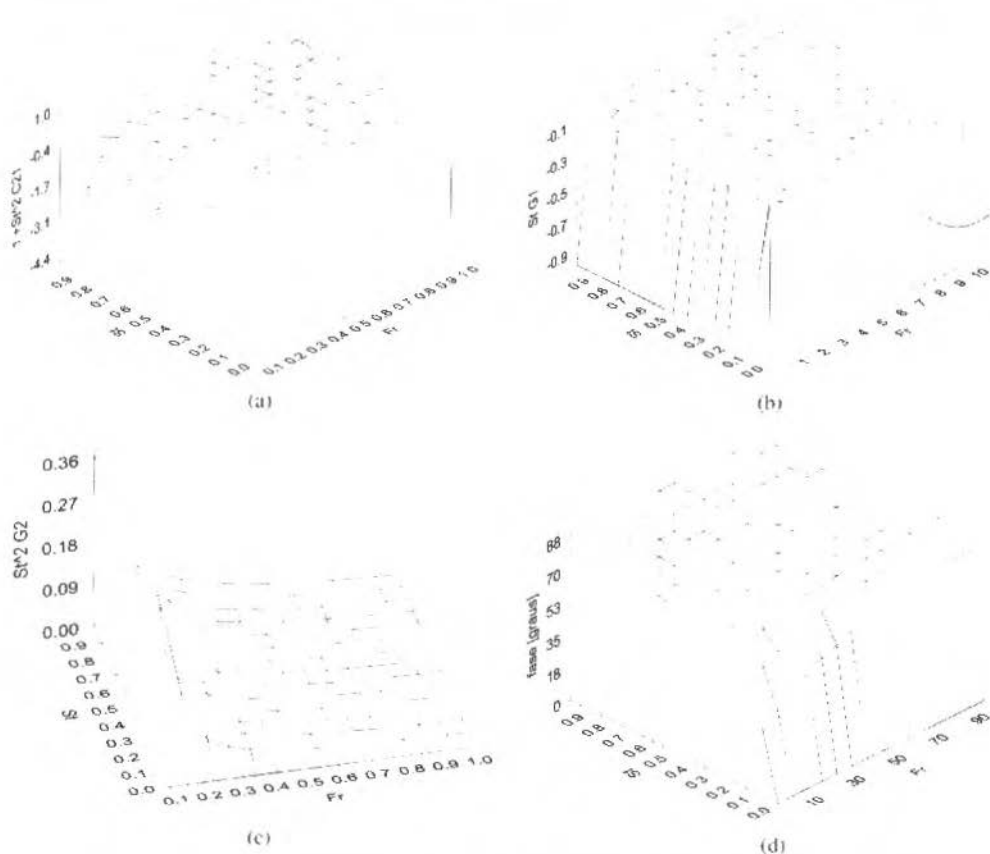


Fig. 5 Resultados do modelo para Caso (III): (a) termo de regime permanente; (b) amplitude do termo de ordem um; (c) amplitude do termo de ordem dois; (d) fase do termo de ordem um.

A análise conduzida revela regiões de comportamento predominantemente linear e outras não linear. Estas informações são relevantes do ponto de vista de projeto destes dispositivos. Sendo necessário reproduzir sinais que contenham diversas harmônicas recomenda-se que o projetista ajuste os parâmetros geométricos do sistema de maneira que ele se comporte basicamente no regime linear.

A obtenção de uma solução analítica aproximada utilizando-se o método de perturbação revelou-se uma ferramenta de análise eficaz. A influência da amplitude e frequência do pistão na velocidade da seção de testes, Eq. (25), é representada por meio de uma série de segunda ordem do parâmetro St . Dado a natureza analítica da solução, o estudo paramétrico de casos pode ser executado em um tempo computacional menor, quando comparado com soluções numéricas.

Referências

- Fukushima, T., Homma, T., Harakawa, K., Sakata, N., Azuma, T., 1988, "Vortex Generation in Pulsatile Flow Through Arterial Bifurcation Models Including the Carotid Artery.", *Trans. ASME, J. of Biomech. Eng.*, Vol. 110, pp - 166-171.
- Hansen, A. G., 1967; "Fluid Mechanics", John Wiley & Sons.
- Holenstein, R., Niederer, P., Anliker, M., 1980. "A Viscoelastic Model for Uses in Predicting Arterial Pulse Waves.", *J. Biomech. Eng.*, Vol. 102, pp-318-325.
- Law, Y. F.; Cobbold, R.S.C.; Johnston, K. W.; Bascom, P. A. J. 1987. "Computer- Pulsatile Pump System for Physiological Flow Simulation." *Med.&Biol. Eng.&Comput.* Vol. 25, pp 590-595.
- Mazza, R.A.; Rosa, E.S., 1995, "Modelagem Hidrodinâmica de um Simulador de Fluxo Fisiológico.", *RBCM* Vol. 17 Num. 2, pp 181-188.
- Mazza, R.A., "Modelagem Hidrodinâmica de um Mecanismo Pulso Duplicador". Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, 1994.
- McDonald, D.A., 1973; "Blood Flow in Arteries", Edward Arnold.
- Nayfeh, A.H., 1981; "Introduction to Perturbation Techniques.", John Wiley & Sons.
- Nayfeh, A.H., 1973; "Perturbation Methods.", John Wiley & Sons .
- Schlichting, H., 1958; "Boundary-Layer Theory.", McGraw-Hill Book Company.
- Skalak, R., Özkaya, N., Skalak, C.T., 1989; "Biofluid Mechanics.", *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, Vol. 21, pp - 167-204.
- Streeter, V. L. and Wylie, E. B., 1983; "Fluid Transients.", FEB Press, Ann Arbor Michigan.
- Stettler, J. C., Niederer, P., Anliker, M., 1981, "Theoretical Analysis of Arterial Hemodynamics Including the Influence of Bifurcations. Parts I and II.", *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 9, pp 141-149.
- Wolfran, S., 1993, "Mathematica, A system for doing mathematics by computer" - Addison- Wesley Publishing Company.
- Yoganathan, A. P; Corcoran, W. H; Harrison, E. C. 1979; "Pressure Drops Across Prosthetic Aortic Heart Valves Under Steady and Pulsatile Flow - In Vitro Measurements.", *J. Biomechanics*, Vol. 12, pp 153-164.
- Young, D.F. and Tsai, F.Y., 1972, "Flow Characteristics in Models of Arterial Stenoses - II. Unsteady Flow.", *J. Biomechanics*, Vol. 6, pp - 547-559.

Apêndice I

São apresentados os coeficientes C_i 's, resultantes da integração da Eq. (23c), em função das constantes W 's e B 's definidas na Tabela I e pela Eq. (21), respectivamente.

$$C_2^1 = \frac{(2 - \frac{W_0}{W_3})(2 + 4St^2W_1W_2)}{16(1 + St^2W_1^2)W_3}$$

$$C_2^2 = \frac{St^2W_1^2(2 - \frac{W_0}{W_3})^2}{8(1 + St^2W_1^2)^2}$$

$$C_2^3 = \frac{B_1^2B_1'(B_1')^2(-4B_1' + 3B_1'^2) + St^2(4B_1' - B_1'(15 - 8B_1'W_1) - 6((B_1')^2 + St^2W_2)) + 4St^4(2 - 4B_1'W_1)}{4((B_1')^2 + St^2)^2((B_1')^2 + 4St^2W_1)}$$

$$C_3^1 = \frac{(-2 + \frac{W_0}{W_3})(W_2 + 2St^2W_1^2W_2 - W_1\frac{W_0}{W_3})}{2W_1(1 + 4St^2W_1^2)W_3}$$

$$C_3^2 = \frac{(2 - \frac{W_0}{W_3})(-2St^2W_1^2 + 2\frac{W_0}{W_3}(1 + St^2W_1^2) + \frac{W_0}{W_3}(St^2 - 2))}{4(1 + St^2W_1^2)^2W_3}$$

$$C_3^3 = \frac{StW_1(\frac{W_0}{W_3} - 2)^2}{4(1 + St^2W_1^2)^2}$$

$$C_2^4 = B_1'St \frac{B_1'(B_1'(\delta(B_1^2 - B_1') - B_1'B_1'W_1 + W_2((B_1')^2 - St^2)) - St^2(\delta + 5B_1^2W_1)) - St^2(4B_1' + 2St^2W_2)}{2((B_1')^2 + St^2)^2((B_1')^2 + 4St^2)W_1}$$

Avaliação de Algumas Funções de Interpolação para escoamentos de Fluidos Usando Volumes Finitos

Evaluation of Some Interpolation Schemes for Fluid Flow Calculations Using Finite Volumes

Carlos Henrique Marchi

Universidade Federal do Paraná
Departamento de Engenharia Mecânica
81531-990 Curitiba, PR - Brazil
marchi@cce.ufpr.br

Clovis Raimundo Maliska

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
maliska@sinmec.ufsc.br

Selene Maria de Arruda Guelli Ulson de Souza

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Química
88040-902 Florianópolis, SC - Brazil
enq3sel@enq.ufsc.br

Abstract

The evaluation of some interpolation schemes frequently used in the solution of convective-dominant flow is performed. The schemes are assessed solving 1D and 2D linear and non-linear problems in steady and transient states. The finite volumes method is employed and the FCT (Flux-Corrected Transport) strategy is used in conjunction with some higher order schemes aiming to avoid numerical oscillations. It is proposed a methodology for clearly comparing the performance of several interpolation schemes.

Keywords: Numerical Methods, Numerical Diffusion, Wiggles, Numerical Schemes.

Resumo

São resolvidos problemas unidimensionais e bidimensionais, lineares e não-lineares, de escoamentos de fluidos nos regimes permanente e transiente para avaliar o desempenho de diversas funções de interpolação disponíveis na literatura. O método dos volumes finitos é empregado para discretizar os modelos matemáticos e o procedimento FCT (Flux-Corrected Transport) é usado em alguns esquemas de alta ordem para evitar a ocorrência de oscilações numéricas nos resultados. É introduzido um procedimento para comparar objetivamente o desempenho das diversas funções de interpolação testadas.

Palavras-chave: Métodos Numéricos, Difusão Numérica, Oscilação Numérica, Funções de Interpolação.

Introdução

No processo de discretização de equações diferenciais que modelam escoamentos de fluidos, e que utilizam o método dos volumes finitos, surge a necessidade de se avaliar nas interfaces dos volumes de controle o valor da propriedade conservada e de sua derivada normal. Com este fim, são usadas as chamadas funções ou esquemas de interpolação.

Adotam-se no presente trabalho as definições dadas por Sharif e Busnaina (1993) para os termos difusão e oscilação numéricas, embora existam na literatura outras interpretações semelhantes ou não (Roache, 1972; Patankar, 1980; Silva, 1991; Maliska, 1995; Ferziger e Peric, 1996). Por "difusão numérica" será entendido qualquer efeito que tenda a suavizar ou amortecer gradientes ou descontinuidades presentes na solução exata de um problema (Fig. 1a). Os efeitos que resultam em oscilações na solução (Fig. 1b) serão denominados de "oscilação numérica". Tanto a difusão numérica quanto a oscilação numérica são erros introduzidos na solução de um problema via função de interpolação. Estes dois erros de truncamento estão associados à aplicação de uma função de interpolação inexata aos termos advectivos. Para um dado problema, a função de interpolação exata é a sua própria solução. Por exemplo, num problema de condução de calor unidimensional, em estado permanente, sem termos fontes e com condutividade térmica constante, a função de interpolação exata é

uma reta. Portanto, como em geral não se conhece a solução exata do problema, a função de interpolação empregada gera erros de difusão e/ou oscilação numéricas.

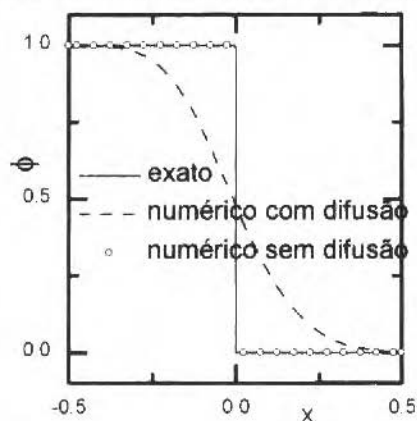


Fig. 1a Exemplo de difusão numérica

Como se sabe, esquemas de 2ª ordem como o CDS (Central Differencing Scheme) (Maliska, 1995) e de 3ª ordem como o QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) (Leonard, 1979) apresentam menos difusão numérica que esquemas de 1ª ordem. No entanto, muitas vezes, as soluções obtidas com esquemas como o CDS e QUICK, em problemas que têm gradientes espaciais fortes, resultam em soluções com oscilações numéricas, Fig. 1b.

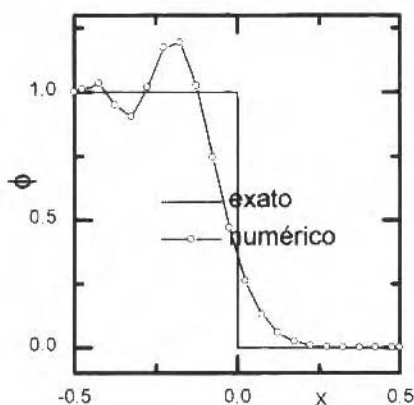


Fig. 1b Exemplo de oscilação numérica

Já esquemas de 1ª ordem como o UDS (Upstream Differencing Scheme) (Courant et al., 1952) são livres de oscilação numérica. O inconveniente nestes esquemas é a quantidade de difusão numérica presente nas soluções obtidas (Fig. 1a).

Tanto os esquemas de 1ª ordem quanto os de alta ordem possuem vantagens e desvantagens na solução de problemas. Portanto, o que se deve buscar é a união das vantagens dos esquemas de alta ordem (menos difusão numérica) com os de baixa ordem (sem oscilação numérica). Com este objetivo, o procedimento FCT (Flux-Corrected Transport) de Zalesak (1979) é empregado neste trabalho.

São resolvidos problemas uni e bidimensionais, lineares e não-lineares, nos regimes permanente e transiente para avaliar o desempenho de diversas funções de interpolação disponíveis na literatura: UDS, CDS, Skew Upstream Differencing Scheme (SUDS), Função de Interpolação Completa (FIC), Total Variation Diminishing (limitador TVD do tipo Superbee de Roe, 1983), QUICK e Adaptable

Difference Scheme (ADS). Auxiliar o analista numérico na escolha das funções de interpolação mais adequadas é também um objetivo deste trabalho.

Procedimento FCT

O procedimento FCT permite empregar esquemas de alta ordem na solução de escoamentos de fluidos sem que, no entanto, os resultados apresentem oscilação numérica. Foi inicialmente desenvolvido por Boris e Book (1973). Sua versão aprimorada (Zalesak, 1979) é empregada neste trabalho.

A seguir, descreve-se em linhas gerais o procedimento FCT para escoamentos unidimensionais. Maiores detalhes sobre a interpretação dos diversos parâmetros envolvidos bem como a expansão para problemas multidimensionais podem ser encontrados em Zalesak (1979).

Para cada iteração no processo de obtenção da solução de um problema, o procedimento FCT pode ser resumido a:

- 1 Obter a solução ϕ' usando um esquema de baixa ordem que não apresente oscilação numérica; neste trabalho emprega-se o UDS com formulação totalmente implícita;
- 2 Calcular os fluxos antidifusivos;
- 3 Limitar os fluxos antidifusivos; e,
- 4 Corrigir a solução de baixa ordem ϕ' com os fluxos antidifusivos limitados obtendo-se a solução de alta ordem ϕ'' ; neste trabalho, esta correção é feita explicitamente.

Cálculo do Fluxo Antidifusivo (A)

Segundo o esquema UDS, o fluxo da incógnita ϕ do problema na interface leste (e) do volume de controle elementar P, Fig. 2, para velocidade $u > 0$ é dado por

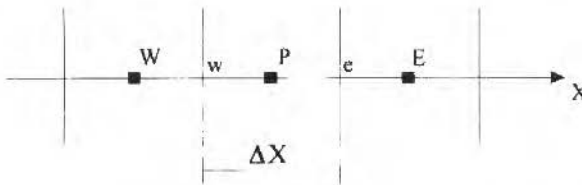


Fig. 2 Discretização do domínio de cálculo 1D

Nomenclatura

A	=	fluxo antidifusivo
C	=	coeficiente de limitação do fluxo antidifusivo
E	=	erro médio da solução numérica
E, W	=	volumes de controle a leste e a oeste de P
F	=	fluxo advectivo da incógnita
H	=	altura
L	=	comprimento do domínio de cálculo
M	=	massa
\dot{M}	=	fluxo de massa
n	=	número de volumes de controle do domínio
P, Q, R	=	parâmetros do método FCT
t	=	tempo

u, v	=	velocidades
x, y	=	coordenadas espaciais
Letras Gregas		
α	=	coeficiente do termo advectivo da função de interpolação
Δt	=	intervalo de tempo
$\Delta x, \Delta y$	=	comprimento e altura do volume de controle
ρ	=	massa específica
ϕ	=	incógnita genérica do problema
η	=	rendimento
Subscritos		
e, w	=	faces leste e oeste do volume P

E, W	=	volumes de controle a leste e a oeste de P
G	=	global
L	=	contorno direito do domínio de cálculo
M	=	memória
o	=	contorno esquerdo do domínio de cálculo
P	=	volume de controle elementar
t	=	tempo
Superscritos		
C	=	limitado
L	=	baixa ordem
H	=	alta ordem
max	=	máximo
min	=	mínimo

$$F_e^L = \overset{o}{M}_e \phi_P \quad (1)$$

e de acordo com o esquema CDS por

$$F_e^H = \overset{o}{M}_e \left(\frac{\phi_P + \phi_E}{2} \right) \quad (2)$$

onde F_e^L , F_e^H e $\overset{o}{M}_e$ são os fluxos dos esquemas de baixa e de alta ordens e o fluxo de massa na interface leste (e), respectivamente, e ϕ é a incógnita do problema.

O fluxo antidifusivo é a diferença entre os fluxos de alta e de baixa ordens, ou seja

$$A_e = F_e^H - F_e^L \quad (3)$$

No caso das Eqs. (1) e (2) obtém-se

$$A_e = \frac{\overset{o}{M}_e}{2} (\phi_E - \phi_P) \quad (4)$$

Da mesma forma, há um fluxo antidifusivo para a interface oeste (w). No caso de $u < 0$, tem-se para o esquema UDS

$$F_e^L = \overset{o}{M}_e \phi_E \quad (5)$$

Para $u < 0$, a Eq. (2) continua válida já que ϕ_w independe do sinal de u no esquema CDS. Assim, introduzindo as Eqs. (2) e (5) na Eq. (3), tem-se para $u < 0$

$$A_e = \frac{\overset{o}{M}_e}{2} (\phi_P - \phi_E) \quad (6)$$

Fluxo Antidifusivo Limitado (A_e^C)

O fluxo antidifusivo limitado A_e^C é obtido através de

$$A_e^C = C_e A_e \quad (7)$$

onde o valor de C varia entre 0 e 1, ou seja, a correção que será feita sobre a solução de baixa ordem resultará:

- Na própria solução de baixa ordem se $C_w = C_e = 0$;
- Na própria solução de alta ordem se $C_w = C_e = 1$; ou
- Em uma solução intermediária se C_w ou C_e forem diferentes de 0 e 1.

O valor do coeficiente C é obtido através do procedimento FCT de Zalesak (1979). Para um problema unidimensional são calculados inicialmente os parâmetros P_P^+ e P_P^- que representam a soma

soma de todos os fluxos antidifusivos entrando e saindo do volume de controle elementar (P), respectivamente, através de

$$P_p^+ = \max(\dot{Q}, A_{in}) - \min(\dot{Q}, A_e) \quad (8)$$

$$P_p^- = \max(\dot{Q}, A_e) - \min(\dot{Q}, A_{in}) \quad (9)$$

onde max e min representam os valores máximo e mínimo, respectivamente, dos parâmetros entre parênteses.

Em seguida, calculam-se os parâmetros Q_p^+ e Q_p^- que evitam ocorrer oscilação numérica com base na solução de baixa ordem ϕ_p^L e nos valores máximo e mínimo estimados para a incógnita (ϕ_p^{max} e ϕ_p^{min}), com as seguintes expressões:

$$Q_p^+ = (\phi_p^{max} - \phi_p^L) \frac{M_p}{\Delta t} \quad (10)$$

$$Q_p^- = (\phi_p^L - \phi_p^{min}) \frac{M_p}{\Delta t} \quad (11)$$

onde M_p e Δt são a massa do volume de controle ($M_p = \rho \cdot \Delta x$) e o intervalo de tempo.

A forma de se avaliar ϕ_p^{max} e ϕ_p^{min} é um ponto-chave no procedimento FCT. Se estes parâmetros forem inadequadamente estimados poderá haver oscilação numérica na solução. Zalesak (1979) recomenda

$$\phi_p^{max} = \max(\phi_W^L, \phi_W^o, \phi_P^L, \phi_P^o, \phi_E^L, \phi_E^o) \quad (12)$$

$$\phi_p^{min} = \min(\phi_W^L, \phi_W^o, \phi_P^L, \phi_P^o, \phi_E^L, \phi_E^o) \quad (13)$$

onde ϕ^o representa o valor da incógnita no instante de tempo t e ϕ^L o valor da incógnita no instante de tempo atual $t+\Delta t$.

Em seguida, calculam-se as variações máxima (R_p^+) e mínima (R_p^-) que podem ser admitidas sobre o volume P, da seguinte forma:

$$R_p^+ = \begin{cases} \min(1, Q_p^+ / P_p^+) & \text{se } P_p^+ > 0 \\ 0 & \text{se } P_p^+ = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$R_p^- = \begin{cases} \min(1, Q_p^- / P_p^-) & \text{se } P_p^- > 0 \\ 0 & \text{se } P_p^- = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Finalmente, calculam-se os coeficientes C através de

$$C_r = \begin{cases} \min(R_E^-, R_P^-) \text{ se } A_e \geq 0 \\ \min(R_P^-, R_E^-) \text{ se } A_e < 0 \end{cases} \quad (16)$$

Solução de Alta Ordem (ϕ^H)

Calculados os coeficientes C para todas as faces dos volumes de controle, pode-se obter a solução de alta ordem, limitada, por

$$\phi_P^H = \phi_P^L - (A_e^C - A_w^C) \frac{\Delta t}{M_P} \quad (17)$$

O procedimento para problemas bidimensionais é dado no trabalho de Zalesak (1979).

Esquemas Testados

O procedimento FCT é usado nos seguintes esquemas neste trabalho:

- 1 CDS-Z = UDS com CDS;
- 2 QUICK-Z = UDS com QUICK (Leonard, 1979); e
- 3 ADS-Z = UDS com ADS (Marchi, 1993).

Estes três esquemas serão comparados aos esquemas UDS (Courant et al., 1952), CDS, Skew Upstream Differencing Scheme, SUDS (Raithby, 1976), Função de Interpolação Completa, FIC (Souza e Maliska, 1990), limitador TVD do tipo Superbee (Roe, 1983) e ALFA. O Superbee é um esquema de 2ª ordem autolimitado.

O valor da incógnita ϕ na interface leste (e) para alguns esquemas pode ser genericamente escrito como (Raithby e Torrance, 1974)

$$\phi_e = (1/2 + \alpha_e) \phi_P + (1/2 - \alpha_e) \phi_E \quad (18)$$

onde α é o coeficiente advectivo da função de interpolação. Para o esquema CDS, $\alpha = 0$. No esquema UDS, com $u > 0$, tem-se $\alpha = 1/2$. Já no esquema ALFA, simplesmente prescreve-se o valor de α .

Nos esquemas SUDS e FIC não se emprega neste trabalho o procedimento FCT devido aos mesmos já serem razoavelmente mais elaborados que os demais. As funções de interpolação do SUDS e FIC são bidimensionais em problemas bidimensionais, e não unidimensionais como nos outros esquemas já citados.

Na Tabela 1 é indicado o número de vetores (com dimensão igual ao número total de volumes da malha) necessário para resolver cada um dos três problemas abaixo e para cada um dos nove esquemas empregados neste trabalho. A memória computacional usada é diretamente proporcional ao número de vetores de cada esquema e ao tamanho da malha.

Tabela 1 Número de vetores com dimensão da malha.

Esquema	Problema 1	Problema 2	Problema 3
UDS	8	8	18
CDS	8	8	18
ALFA	8	8	18
SUDS	-	-	18
TVD	9	9	20
FIC	9	10	20
CDS-Z	11	11	22
QUICK-Z	11	11	22
ADS-Z	11	11	22

Resultados

Problema 1

A equação governante do primeiro problema é

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) = 0 \quad (19)$$

Este problema consiste na emissão de três pulsos de onda retangular em $x = 0$, ou seja, a condição de contorno é $\phi_{,n} = 0$ entre os tempos, dados em segundos, [0 e 0,2], [0,3 e 0,5], [0,6 e 0,8] e [0,9 e 1,0], e $\phi_{,n} = 1$ entre os tempos [0,2 e 0,3], [0,5 e 0,6] e [0,8 e 0,9]. A condição inicial é $\phi = 0$ no domínio inteiro. Os demais dados são: $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $u = 1 \text{ m/s}$ e $L = 1 \text{ m}$. O comprimento dos volumes (Δx) é constante e dado por $\Delta x = L/n$, onde n é o número de volumes usado na discretização do domínio.

As soluções são obtidas para o tempo $t = 1 \text{ s}$, com $\Delta t = 10^{-4} \text{ s}$. O sistema linear oriundo da discretização da Eq. (19) é resolvido diretamente com o método TDMA (Thomas, 1949). Nos esquemas em que os coeficientes do sistema linear são dependentes da própria solução do problema, eles são calculados utilizando a solução do instante de tempo anterior. O processo de integração da Eq. (19) pode ser visto, por exemplo, em Marchi (1993) ou Maliska (1995). Basicamente, este processo consiste em efetuar a integração da Eq.(19) sobre o volume de controle elementar (P), da Fig. 2, usando uma formulação totalmente implícita (no tempo) e a função de interpolação desejada.

Visando comparar o desempenho dos diversos esquemas, calcula-se o erro médio (E) percentual de cada esquema através de

$$E = \frac{100}{n} \left[\frac{\sum_{i=1}^n |\phi_i^{\text{num}} - \phi_i^{\text{ex}}|}{\phi_{\text{max}}^{\text{ex}} - \phi_{\text{min}}^{\text{ex}}} \right] \quad (20)$$

onde ϕ^{num} e ϕ^{ex} representam as soluções numérica e exata do problema, e $\phi_{\text{max}}^{\text{ex}}$ e $\phi_{\text{min}}^{\text{ex}}$ os valores máximo e mínimo, respectivamente, da solução exata.

Por tentativas, obteve-se o menor número de volumes (n) para cada esquema de tal forma que $E \leq 5\%$. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 2. Os parâmetros η_M , η_t e η_G representam os rendimentos de memória, de tempo de computação e global, definidos como

$$\eta_M = \frac{\text{memória mínima entre todos os esquemas}}{\text{memória do esquema em comparação}} \quad (21)$$

$$\eta_t = \frac{\text{tempo de CPU mínimo entre todos os esquemas}}{\text{tempo de CPU do esquema em comparação}} \quad (22)$$

$$\eta_G = \eta_M \eta_t \quad (23)$$

Verificou-se que o esquema que precisou da menor memória para resolver o problema foi o ADS-Z ($\eta_M = 1,0$), e o esquema que necessitou do menor tempo de computação foi o TVD ($\eta_t = 1,0$).

Globalmente, o melhor desempenho foi obtido pelo TVD, seguido pelo ADS-Z. Em um nível mais baixo de rendimento global encontram-se os esquemas FIC e QUICK-Z.

Dos esquemas mencionados na Tabela 2, apenas os esquemas FIC e CDS apresentaram oscilações nos resultados. Entre eles, apenas o FIC é um esquema previamente projetado para problemas 2D.

O esquema SUDS se reduz ao UDS para problemas unidimensionais. Devido a isto não são apresentados resultados daquele esquema para os problemas 1 e 2.

Os resultados obtidos com os esquemas que apresentaram o melhor (TVD, 118 volumes) e o pior (UDS, 6000 volumes) desempenho, bem como a solução exata, são mostrados na Fig. 3.

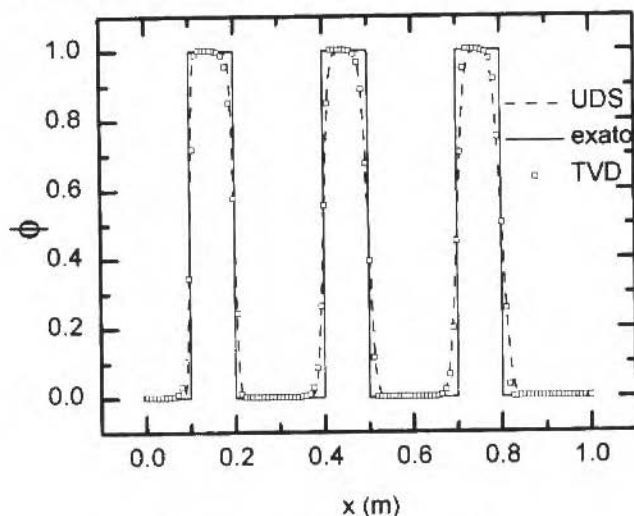


Fig. 3 Solução do problema 1 para $t=1.0s$

Tabela 2 Resultados do problema 1.

Esquema	n	η_M	η_I	η_G
UDS	6000	0.020	0.035	0.00070
CDS	660	0.18	0.34	0.061
CDS-Z	380	0.23	0.17	0.039
FIC	346	0.31	0.53	0.16
QUICK-Z	236	0.37	0.27	0.10
TVD	118	0.91	1.0	0.91
ADS-Z	88	1.0	0.61	0.61

Problema 2

A equação governante do problema 2 também é a Eq. (19). Mas, agora, $\phi = u$. Portanto, o problema é não-linear. As condições iniciais são $u = 1$ para $0 < x \leq 0.5$ m e $u = -1$ para $-0.5 \leq x < 0$ m. A condição de contorno é $u = 0$ para $x = 0$. Quanto aos demais dados têm-se: $\rho = 1$ kg/m³, $L = 1$ m, Δx constante e $\Delta t = 10^{-4}$ s. As soluções serão apresentadas para o tempo $t = 0.3$ s. Os coeficientes do sistema de equações são calculados utilizando a solução do instante de tempo anterior.

Determinou-se o menor número de volumes de cada esquema para satisfazer a condição $E \leq 0.5\%$, onde E é dado pela Eq. (20). Os rendimentos de cada esquema podem ser vistos na Tabela 3. O esquema que necessitou da menor memória foi o QUICK-Z, e o menor tempo de computação, o CDS. Globalmente, o QUICK-Z foi o melhor esquema seguido pelo ADS-Z e CDS. As soluções obtidas com os esquemas QUICK-Z (31 volumes) e UDS (511 volumes) são mostradas na Fig. 4, assim como a solução exata.

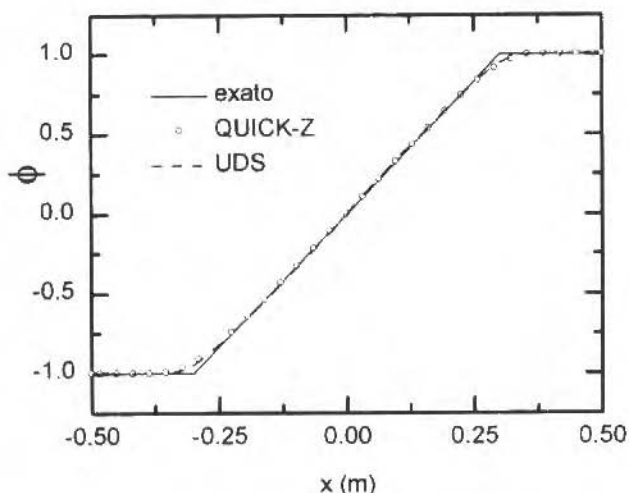
Fig. 4 Solução do problema 2 para $t=0,3s$

Tabela 3 Resultados do problema 2.

Esquema	n	η_M	η_t	η_G
UDS	511	0,083	0,097	0,0081
TVD	411	0,092	0,097	0,0089
CDS	89	0,48	1,0	0,48
CDS-Z	89	0,35	0,24	0,084
ADS-Z	33	0,94	0,56	0,53
QUICK-Z	31	1,0	0,72	0,72

Deve-se destacar que o esquema CDS não apresentou oscilações para qualquer tamanho de volume. E, o esquema CDS-Z reproduz o resultado do CDS em termos de número de volumes de controle, como mostrado na Tabela 3. Os rendimentos do esquema CDS-Z, frente ao CDS, são menores devido ao uso do procedimento FCT que exige mais memória computacional e tempo de computação para um mesmo número de volumes.

Não se conseguiu obter uma solução estável para o esquema FIC, nem determinar o motivo disso.

Surpreendentemente, o esquema TVD apresentou péssimos resultados. Só não foi pior que o esquema UDS. A diferença básica entre o problema atual e o anterior, onde o esquema TVD teve o melhor desempenho, é que agora os gradientes espaciais são mais suaves.

Embora novos testes, especialmente para problemas não-lineares, devam ser realizados para melhor compreender o desempenho do esquema TVD, uma possível explicação é a seguinte:

- 1 O esquema TVD é uma mistura dos esquemas UDS, CDS e DDS; em determinadas situações o esquema TVD resulta no esquema DDS; assim como o TVD, o ADS envolve os esquemas UDS, CDS e DDS; maiores detalhes podem ser vistos em Marchi (1993);
- 2 Com o esquema DDS (Marchi, 1993), que consiste em usar $\alpha = -0,5$, obtêm-se os mesmos resultados do esquema UDS e sem oscilações;
- 3 O esquema CDS ($\alpha = 0$) fornece resultados também sem oscilações para o problema 2, como já mencionado acima;
- 4 Sabidamente, o esquema CDS é melhor que o TVD, já que o CDS é de 2^a ordem e o TVD é um esquema cuja ordem varia entre 1^a e 2^a; a dificuldade é que, em geral, o esquema CDS produz resultados com oscilações; e.

- 5 portanto, para problemas em que o esquema CDS não produz oscilações (problema 2), seu desempenho será melhor que o TVD; e o esquema TVD terá desempenho intermediário entre os esquemas UDS e CDS, como constatado na Tabela 3.

Problema 3

O último problema (Fig.5) se traduz na advecção bidimensional em regime permanente de um perfil uniforme de ϕ , mas com uma descontinuidade (Raithby, 1976). A equação governante do problema é

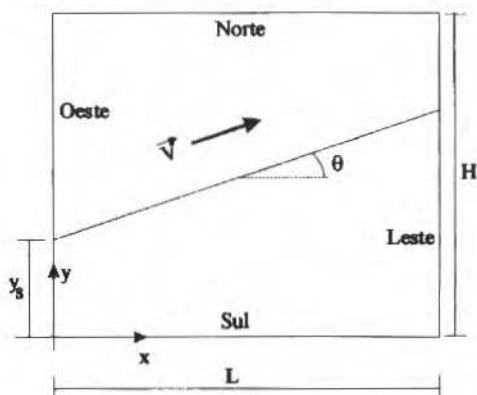


Fig. 5 Definição do problema 3

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = 0 \quad (24)$$

O tempo é usado apenas para controlar o processo iterativo do qual obtém-se a solução do problema. Somente a solução de regime permanente é obtida. O sistema linear originado da discretização da Eq. (24) é resolvido com o método *Modified Strongly Implicit*, MSI (Schneider e Zedan, 1981). O regime permanente é considerado atingido quando a variação máxima da solução ocorrida num volume de controle entre dois instantes de tempo consecutivos for inferior a 10^{-5} .

As condições de contorno na fronteira oeste são $\phi = 2$ para $y > y_s$ e $\phi = 1$ para $y < y_s$, onde y_s é função do ângulo θ do escoamento em relação ao eixo x . Já na fronteira sul tem-se $\phi = 1$. Admitiu-se $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $V = 1 \text{ m/s}$ e $L = H = 1 \text{ m}$. Além disso, usou-se $\Delta x = \Delta y$.

Inicialmente foram obtidos os erros médios das soluções dos diversos esquemas para a malha 11×11 volumes em função do ângulo θ . Estes resultados são apresentados nas Figs. 6a e 6b. Os erros são calculados com a Eq. (20) ao longo de y para $x = 1/2$.

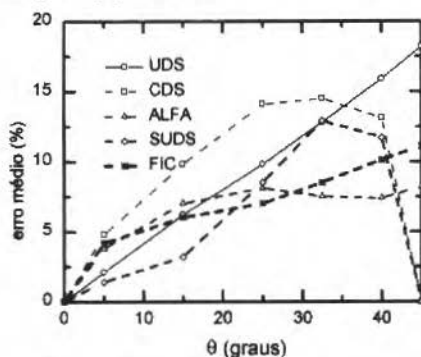


Fig. 6a Maiores erros médios do problema 3 para malha 11×11

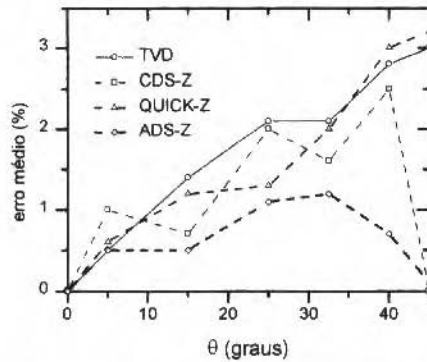


Fig 6b Menores erros médios do problema 3 para malha 11x11

Todos os esquemas resultaram na solução exata para $\theta = 0^\circ$. Os esquemas CDS, SUDS, CDS-Z e ADS-Z também reproduzem a solução exata para $\theta = 45^\circ$.

O erro médio máximo de cada esquema é: UDS = 18% para $\theta = 45^\circ$, CDS = 14% para $\theta = 32.5^\circ$, SUDS = 13% para $\theta = 32.5^\circ$, FIC = 11% para $\theta = 45^\circ$, ALFA = 8.2% para $\theta = 45^\circ$, QUICK-Z = 3.2% para $\theta = 45^\circ$, TVD = 3.0% para $\theta = 45^\circ$, CDS-Z = 2.5% para $\theta = 40^\circ$ e ADS-Z = 1.2% para $\theta = 32.5^\circ$.

Obteve-se para cada esquema uma solução em $x = L/2$ que satisfizesse a condição $E \leq 2\%$ para $\theta = 32.5^\circ$, onde E é dado pela Eq. (20). Os rendimentos de cada esquema são mostrados na Tabela 4. Para o esquema ALFA usou-se $\alpha = 0,1$. Não são apresentados dados dos esquemas CDS e SUDS na Tabela 4 devido às grandes oscilações que ocorrem em seus resultados. A título de comparação, para a malha 81x81, os erros médios dos esquemas UDS, CDS, SUDS e ALFA foram 5,8%, 7,5%, 5,5% e 2,4%, respectivamente.

É importante mencionar que são obtidas soluções convergidas com o esquema CDS para qualquer ângulo θ , embora os resultados apresentem oscilações. Mas, conforme mencionado acima, a solução exata do problema é obtida para os ângulos θ de 0° e 45° sem qualquer oscilação ou difusão numéricas, o que já foi verificado também por Silva (1991). A solução do problema 3 empregando o esquema CDS só é possível porque o termo transiente é usado (Eq. 24).

O esquema que precisou da menor memória foi o TVD. A solução foi obtida com o menor tempo de computação pelo esquema QUICK-Z. Os outros métodos são todos consideravelmente mais lentos. Globalmente, o melhor esquema foi o TVD seguido pelo esquema QUICK-Z.

As soluções do problema 3, para $x = L/2$ e $\theta = 32.5^\circ$, dadas pelos esquemas ALFA (121x121), TVD (11x11) e UDS (801x801) e pela solução exata são apresentadas na Fig. 7. Todas estas soluções numéricas satisfazem o critério adotado neste problema, ou seja, o erro médio como definido pela Eq. (20) é $E \leq 2\%$, embora possa parecer visualmente que o esquema TVD apresente um erro muito maior ou que os esquema ALFA e UDS apresentem um erro muito menor.

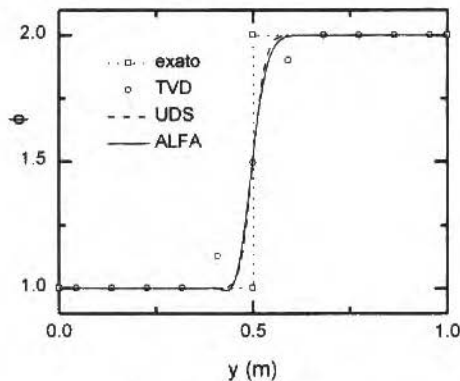


Fig. 7 Solução do problema 3

Verificou-se que as soluções de regime permanente obtidas com os esquemas que empregaram o procedimento FCT são dependentes do intervalo de tempo usado, como pode ser visto na Fig. 8 para a malha 11×11 e $\theta = 32,5^\circ$. Apesar disso, os erros médios ainda são muito menores que aquele do esquema UDS ($E = 12,8\%$). O resultado do esquema TVD é apresentado na Fig. 8 como referência. Apesar do erro do esquema TVD ser independente do intervalo de tempo, o valor máximo que se pode usar é $\Delta t = 4 \times 10^{-2}$ s enquanto que nos esquemas UDS, ADS-Z, QUICK-Z e CDS-Z é $\Delta t = 100$ s. É importante ressaltar que a dependência do intervalo de tempo deve-se ao uso do procedimento FCT. Sem empregá-lo, os esquemas não apresentam esta dependência do intervalo de tempo.

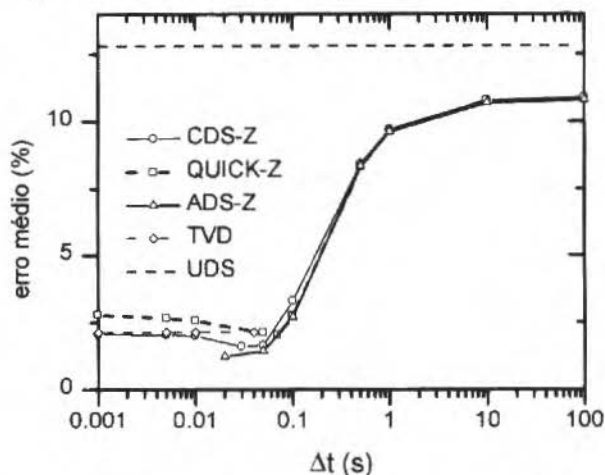


Fig. 8 Erros médios do problema 3 em função do Δt

Tabela 4 Resultados do problema 3

Esquema	n	η_M	η_I	η_G
UDS	801×801	0,00021	0,012	$2,5 \times 10^{-4}$
ALFA	121×121	0,0092	0,011	0,00010
FIC	81×81	0,018	0,87	0,016
CDS-Z	11×11	0,91	0,40	0,36
QUICK-Z	11×11	0,91	1,0	0,91
ADS-Z	11×11	0,91	0,38	0,35
TVD	11×11	1,0	0,94	0,94

Conclusões

Das comparações quantitativas verificou-se que o esquema UDS apresenta desempenho extremamente inferior aos esquemas de alta ordem, principalmente com relação à memória computacional.

O uso do procedimento FCT, na forma apresentada neste trabalho, conseguiu evitar a ocorrência de oscilações numéricas nos resultados obtidos com esquemas de alta ordem como o CDS, QUICK e ADS.

Para os três problemas testados e empregando apenas algumas das inúmeras funções de interpolação disponíveis na literatura, o melhor desempenho global foi obtido pelo esquema QUICK-Z seguido pelos esquemas TVD (limitador Superbee de Roe) e ADS-Z.

Aparentemente, uma recomendação importante parece ser o uso de funções de interpolação unidimensionais associadas a limitadores de fluxo. Isto pode ser visto pelos resultados do problema 3 com o FIC que, apesar de apresentar um tempo de computação pequeno, tem seu rendimento global diminuído pelo rendimento de memória.

Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC) pelo financiamento deste trabalho, e ao ex-bolsista de iniciação científica, atualmente doutorando, Luciano Amaury dos Santos, pela colaboração prestada.

Os autores agradecem aos três revisores deste trabalho pelas valiosas contribuições prestadas.

Referências

- Boris, J.P. and Book, D.L., 1973, "Flux Corrected Transport: I. SHASTA, a Fluid Transport Algorithm That Works", *J. Computational Physics*, Vol. 11, pp. 38-69.
- Courant, R., Isaacson, E. and Rees, S.M., 1952, "On the Solution of Nonlinear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences", *Comm. Pure and Applied Mathematics*, Vol. 5, pp. 243-255.
- Ferziger, J.H. e Peric, M., 1996, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer, Berlin.
- Leonard, B.P., 1979, "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 19, pp. 59-98.
- Maliska, C.R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC, Rio de Janeiro.
- Marchi, C.H., 1993, "Esquemas de Alta Ordem para a Solução de escoamentos de Fluidos sem Oscilação Numérica", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. XV, n. 3, pp. 231-249.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Raithby, G.D., 1976, "Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow", *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 9, pp. 153-164.
- Raithby, G.D. e Torrance, K.E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Comp. Fluids*, V. 2, pp. 191-206.
- Roache, P.J., 1972, "On Artificial Viscosity", *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, pp. 169-184.
- Roe, P.L., 1983, "Some Contributions to the Modelling of Discontinuous Flows", *Proc. 1983 A MS-SIAM, Lectures in Applied Mathematics*, Vol. 22, pp. 163-193, Philadelphia.
- Silva, A.F.C., 1991, "Um Procedimento em Volumes Finitos para a Solução de Escoamentos de Qualquer Velocidade". Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- Schneider, G.E. and Zedan, M., 1981, "A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 1-19.
- Sharif, M.A.R. and Busnaina, A.A., 1993, "Evaluation and Comparison of Bounding Techniques for Convection-Diffusion Problems", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 115, pp. 33-40.
- Souza, S.M.A.G.U e Maliska, C.R., 1990, "Arranjo de Variáveis Co-Localizadas no Método de Volumes Finitos", *Anais do XI CILAMCE*, Rio de Janeiro, pp. 177-191.
- Thomas, I.H., 1949, "Elliptic Problems in Linear Difference Equation over a Network", *Watson Sci. Comput. Lab. Report*, Columbia University, New York.
- Zalesak, S.T., 1979, "Fully Multidimensional Flux-Corrected Transport Algorithms for Fluids", *J. Computational Physics*, Vol. 31, pp. 335-362.

Comparação entre Vários Algoritmos Implícitos de Fatoração Aproximada na Solução das Equações de Navier-Stokes

Comparison of Implicit Approximate Factorization Algorithms in the Solution of the Navier-Stokes Equations

Edisson Sávio de Góes Maciel

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, IEAA

João Luiz Filgueiras de Azevedo

Instituto de Aeronáutica e Espaço, ASE-N

Centro Técnico Aeroespacial

12228-900 - São José dos Campos, SP, Brazil

azevedo@ase2.iae.cta.br

Abstract

The Navier-Stokes equations, written in conservative form, are applied to simulate the flowfield in a two-dimensional convergent-divergent transonic nozzle. A finite difference formulation is used to perform the spatial discretization in a generalized coordinate system. The march in pseudo-time is performed by the implicit Euler method to obtain steady state solutions. Three implicit, approximately factored, difference schemes are described and tested in the present work. These include the standard Beam and Warming algorithm, Chaussee and Pulliam's diagonal version of it, and the Steger and Warming flux vector splitting scheme. Different artificial dissipation models are tested with the first algorithm, and their results are analyzed in detail in the text. Several options for spatial discretization of the split fluxes are studied in connection with the Steger and Warming scheme. A spatially variable time step is used to accelerate convergence to steady state. The use of explicit boundary conditions at nozzle entrance and exit based on one-dimensional characteristic relations is described, together with the conditions adopted at the nozzle wall and centerline. The main objectives of the present work are to perform a comparative study of the different algorithms and to assess their cost/accuracy performance characteristics.

Keywords: Navier-Stokes Equations, Nozzle Flow, Implicit Schemes, Central Difference Schemes, Flux Vector Splitting.

Resumo

O presente trabalho trata da resolução das equações de Navier-Stokes em forma conservativa diferencial, no espaço bidimensional, utilizando uma formulação de diferenças finitas para a discretização espacial e o método de Euler implícito para marcha no pseudo-tempo. O problema físico a ser estudado consiste no escoamento ao longo de um bocal transônico convergente divergente. Serão testados os algoritmos implícitos de fatoração aproximada de Beam e Warming padrão, Chaussee e Pulliam com operadores de dissipação artificial de diferenças segunda e quarta implementados no lado esquerdo do sistema discreto resultante, e Steger e Warming em três variações de discretização espacial. Serão avaliados no algoritmo de Beam e Warming um modelo de dissipação artificial linear e o modelo de dissipação artificial não linear de Pulliam. Um passo no tempo variável espacialmente é também implementado com o intuito de acelerar a convergência para a solução de estado estacionário. Por fim, será descrita a implementação explícita das condições de contorno baseadas no conceito de relações características unidimensionais para a entrada e saída do bocal, condição de contorno de simetria na linha de centro do bocal e condição de contorno de não deslizamento na parede. O principal objetivo do trabalho é estudar os diferentes algoritmos citados e descrever suas características em relação à qualidade global da solução e no tocante ao custo e desempenho computacionais.

Palavras-chave: Equações de Navier-Stokes, Escoamento em Bocais, Esquemas Implícitos, Esquemas de Diferenças Centradas, Separação de Vetores de Fluxo.

Introdução

Na indústria aeroespacial, o estudo dos escoamentos em bocais transônicos assume caráter importante na determinação de desempenho e otimização do sistema de propulsão de aeronaves, bem como na previsão de possíveis influências no comportamento aerodinâmico externo dos veículos. Estudos experimentais obviamente podem reproduzir as condições reais de operação destes dispositivos. No entanto, dependendo das situações em análise, podem ser desfavoráveis sob o ponto de vista econômico. A procura por melhores opções para realizar tais estudos, tanto do ponto de vista técnico como do ponto de vista econômico, é uma necessidade da indústria aeroespacial como também

de outras áreas com necessidades semelhantes. A utilização de ferramentas computacionais, principalmente com o avanço crescente desta área e da tecnologia de computadores, vem constituindo uma alternativa eficiente e com boa precisão para atender às necessidades da indústria, das universidades e dos centros de pesquisa. Os estudos realizados com a dinâmica dos fluidos computacional ("CFD"), vem propiciando resultados confiáveis para análise e otimização de projetos, caracterizando esta técnica como uma opção adequada para minimização de custos em setores que requerem excessiva experimentação prática.

Estudos de escoamentos em bocais baseados em métodos computacionais já são amplamente detalhados na literatura (Azevedo, 1990, Azevedo, 1992 e Azevedo et al., 1992). Além da importância destes dispositivos para a indústria, eles representam bons testes para o desenvolvimento de códigos de simulação de escoamento devido à simplicidade da geometria. A utilização de uma formulação de diferenças finitas, fazendo uso de esquemas implícitos de faturação aproximada, como o de Beam e Warming (1978), para resolução das equações resultantes do processo de discretização espacial e temporal, também é um procedimento já clássico na área de CFD. Além disso, este procedimento é caracterizado por produzir resultados confiáveis a um custo aceitável. O surgimento de novos algoritmos para resolução do sistema de equações oriundo do processo de discretização, visando um melhor desempenho computacional e uma melhor representatividade da física do problema, motiva o desenvolvimento de códigos mais robustos e eficientes.

Nomenclature

$\hat{A}_{i,j}^n$ = matriz jacobiana de fluxo não viscosa na direção ξ	u = componente contravariante de velocidade, no sistema curvilinear, perpendicular às linhas de η constante	γ = razão entre os calores específicos a pressão e volume constantes, adotado 1,4 para o ar atmosférico
a = velocidade do som no meio fluido	v = componente em x do vetor velocidade q	λ_{η} = matriz diagonal de autovalores associada aos termos não viscosos da Eq. (1), no espaço bidimensional, na direção η
$\hat{B}_{i,j}^n$ = matriz jacobiana de fluxo não viscosa na direção η	V = componente contravariante de velocidade, no sistema curvilinear, perpendicular às linhas de ξ constante	λ_{ξ} = matriz diagonal de autovalores associada aos termos não viscosos da Eq. (1), no espaço bidimensional, na direção ξ
CFL = número de "Courant" (ou "Courant-Friedrichs-Lewy")	v = componente em y do vetor velocidade q	ξ_x = termo de métrica do sistema curvilinear na direção x
\bar{E}_c = vetor de fluxo não viscoso (ou de Euler) no sistema de coordenadas curvilineas gerais (direção ξ)	Letras Gregas	ξ_y = termo de métrica do sistema curvilinear na direção y
\bar{E}_v = vetor de fluxo viscoso no sistema de coordenadas curvilineas gerais (direção ξ)	Δ_{η} = operador de diferenças finitas avançado com primeira ordem de precisão no espaço na direção η	ρ = densidade do meio
e_i = energia interna do meio	Δ_{ξ} = operador de diferenças finitas avançado com primeira ordem de precisão no espaço na direção ξ	τ_{θ} = tensões viscosas
e = energia total por unidade de volume do meio	\bar{J}_2 = vetor de fluxo separado em sua forma geral para o sistema curvilinear de coordenada	θ = ângulo de entrada do escoamento no bocal
\bar{F}_c = vetor de fluxo não viscoso (ou de Euler) no sistema de coordenadas curvilineas gerais (direção η)	∇_{η} = operador de diferenças finitas recuado com primeira ordem de precisão no espaço na direção η	Subscritos
\bar{F}_v = vetor de fluxo viscoso no sistema de coordenadas curvilineas gerais (direção η)	∇_{ξ} = operador de diferenças finitas recuado com primeira ordem de precisão no espaço na direção ξ	e = Euler
IMAX = índice computacional limitante da malha na direção ξ	δ_{η} = operador de diferenças finitas centrado com segunda ordem de precisão no espaço na direção η	i = interna ou índice computacional i
I = matriz identidade	δ_{ξ} = operador de diferenças finitas centrado com segunda ordem de precisão no espaço na direção ξ	j = índice computacional j
J = jacobiano da transformação de coordenadas do sistema curvilinear para o cartesiano	η_x = termo de métrica do sistema curvilinear na direção x	t = variável tempo no sistema cartesiano de coordenadas
JMAX = índice computacional limitante da malha na direção η	η_y = termo de métrica do sistema curvilinear na direção y	v = viscoso
p = pressão estática do meio		x = posição espacial x no sistema cartesiano de coordenadas
Q = vetor de variáveis conservadas no sistema de coordenadas curvilineas gerais		y = posição espacial y no sistema cartesiano de coordenadas
		η = direção curvilinear normal à parede do bocal
		ξ = direção curvilinear nominalmente tangente à parede do bocal
		Superscritos
		n = índice contador do número de iterações ou do pseudo-tempo

O grupo de aerodinâmica computacional do Instituto da instituição a que pertencem os autores, em virtude de já possuir experiência significativa com o algoritmo de Beam e Warming (1978) e motivado pelas vantagens conceituais e computacionais apresentadas por outros algoritmos também clássicos na área de CFD, como por exemplo: o algoritmo diagonal de Chaussee e Pulliam (1981) e o algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger e Warming (1981), vem através deste trabalho comparar as características de qualidade global da solução e desempenho computacional dos algoritmos citados em relação às mesmas características do algoritmo padrão de Beam e Warming (1978). Um dos objetivos desta comparação é identificar os algoritmos de Chaussee e Pulliam (1981) e Steger e Warming (1981) como ferramentas de interesse para otimização de análises numéricas de problemas reais. A qualidade da solução é praticamente equivalente entre os esquemas testados com mesma ordm de precisão na discretização espacial. O interesse deste trabalho é o de comparar métodos numéricos com qualidades de solução global próximos mas com desempenho computacionais diferentes.

O presente trabalho consiste na resolução das equações de Navier-Stokes em forma conservativa diferencial, no espaço bidimensional, fazendo uso de operadores de diferenças finitas de segunda ordem de precisão para a discretização espacial e o método de Euler implícito para marcha no pseudo-tempo. O problema físico de interesse consiste no escoamento ao longo de um bocal transônico convergente-divergente. As equações resultantes do processo de discretização espacial são resolvidas em um sistema de coordenadas curvilíneas gerais (ξ, η) . A malha utilizada é gerada algebricamente, com estiramento exponencial, e representa metade do bocal bidimensional a fim de fazer uso das características de simetria do escoamento. São testados os algoritmos implícitos de fatoração aproximada de Beam e Warming padrão (1978), Chaussee e Pulliam simplificado e completo (1981), e Steger e Warming (1981) em três variações de discretização, para avaliá-los tanto na qualidade da solução quanto no desempenho computacional. Devido ao fato dos algoritmos de Beam e Warming (1978) e Chaussee e Pulliam (1981), nas suas duas variações, fazerem uso de operadores de diferenças centrados, são testados, no contexto do estudo do algoritmo de Beam e Warming (1978), um modelo de dissipação artificial linear, ou de coeficientes constantes, e o modelo de dissipação artificial não linear de Pulliam (1986). A utilização de um passo no tempo variável espacialmente é também implementado no presente trabalho com o intuito de acelerar a convergência dos métodos para a obtenção da solução de estado estacionário. Por fim, é descrita a implementação explícita das condições de contorno, divididas em condição de contorno de entrada e saída, baseadas no conceito de relações características unidimensionais; condição de contorno de simetria na linha de centro do bocal e condição de contorno de não deslizamento na parede.

Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes em forma conservativa diferencial no sistema de coordenadas proposto são:

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \xi} + \frac{\partial (\bar{E}_e - \bar{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\bar{F}_e - \bar{F}_v)}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

A adimensionalização adotada no presente trabalho segue a referenciada por MacComack (1985) e é realizada em relação às propriedades de estagnação na entrada do bocal transônico. Desta forma, a densidade é adimensionalizada pela densidade de estagnação na entrada; os componentes cartesianos de velocidade e os componentes contravariantes de velocidade são adimensionalizados pela velocidade do som crítica; e a pressão e a energia total por unidade de volume são adimensionalizadas pela densidade de estagnação multiplicada pela velocidade do som crítica ao quadrado.

A partir desta adimensionalização, as grandezas presentes na Eq. (1) podem ser definidas conforme abaixo:

$$\bar{Q} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix}, \quad \bar{E}_e = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \rho \xi_x \\ \rho v U + \rho \xi_y \\ (e + p)U - \rho \xi_t \end{Bmatrix}, \quad \bar{F}_e = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \rho \eta_x \\ \rho v V + \rho \eta_y \\ (e + p)V - \rho \eta_t \end{Bmatrix}$$

$$\bar{E}_v = J^{-1} \frac{l}{Re} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xx}\xi_x + \tau_{xy}\xi_y \\ \tau_{xy}\xi_x + \tau_{yy}\xi_y \\ \beta_x\xi_x + \beta_y\xi_y \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{F}_v = J^{-1} \frac{l}{Re} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xx}\eta_x + \tau_{xy}\eta_y \\ \tau_{xy}\eta_x + \tau_{yy}\eta_y \\ \beta_x\eta_x + \beta_y\eta_y \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

sendo que:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \beta_x &= \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \frac{\gamma\mu}{Pr} \frac{\partial e_i}{\partial x} \\ \beta_y &= \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \frac{\gamma\mu}{Pr} \frac{\partial e_i}{\partial y} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u_x &= u_\xi \xi_x + u_\eta \eta_x \\ u_y &= u_\xi \xi_y + u_\eta \eta_y \\ v_x &= v_\xi \xi_x + v_\eta \eta_x \\ v_y &= v_\xi \xi_y + v_\eta \eta_y \end{aligned} \quad \text{e} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (e_i)_x &= \left[\frac{e}{\rho} - \frac{u^2 + v^2}{2} \right]_{\xi} \xi_x + \left[\frac{e}{\rho} - \frac{u^2 + v^2}{2} \right]_{\eta} \eta_x \\ (e_i)_y &= \left[\frac{e}{\rho} - \frac{u^2 + v^2}{2} \right]_{\xi} \xi_y + \left[\frac{e}{\rho} - \frac{u^2 + v^2}{2} \right]_{\eta} \eta_y \end{aligned} \quad (6)$$

O jacobiano da transformação de coordenadas e os termos de métrica são definidos como segue:

$$J = \frac{l}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi}, \quad \xi_x = Jy_\eta, \quad \xi_y = -Jx_\eta, \quad \eta_x = -Jy_\xi \quad \text{e} \quad \eta_y = Jx_\xi. \quad (7)$$

Os componentes contravariantes de velocidade, para o caso de uma malha estacionária, são definidos conforme abaixo:

$$U' = \xi_x u + \xi_y v \quad (8)$$

e

$$V = \eta_v u + \eta_v v. \quad (9)$$

Finalmente, $Re = \rho_l \times a_* \times l / \mu_l$ representa o número de Reynolds que caracteriza o regime de escoamento, com ρ_l sendo a densidade de estagnação do fluido nas condições do reservatório (condição inicial do problema, a ser visto em detalhes mais a frente), l é a altura do bocal na entrada, a_* é a velocidade do som crítica e μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido também nas condições do reservatório; Pr é o número de Prandtl e μ é a viscosidade dinâmica do fluido adimensionalizada.

A fim de permitir a resolução do sistema matricial de quatro equações para quatro incógnitas descrito pela Eq. (1), é utilizada a seguinte equação de estado de um gás ideal:

$$p = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (10)$$

ou

$$p = (\gamma - 1) \rho e; \quad (11)$$

Algoritmo de Beam e Warming

As equações de Navier-Stokes podem ser discretizadas espacialmente, segundo o contexto de diferenças finitas, com operadores centrados no domínio de cálculo. As equações resultantes podem ser discretizadas no tempo através do uso do método de Euler implícito para marcha e, após uma linearização local por expansão em série de Taylor, podem ser resolvidas pelo esquema implícito de fatoração aproximada de Beam e Warming (1978). Embora o método de marcha no tempo seja implícito e, por isso, incondicionalmente estável do ponto de vista de uma análise linear, existem instabilidades não lineares do método numérico em si que não são automaticamente amortecidas devido à discretização espacial efetuada. Por este motivo, o esquema requer a introdução de termos de dissipação artificial para manter a estabilidade e assegurar a convergência do método.

Após o processo anteriormente descrito (ver, por exemplo, Beam e Warming, 1976, e Pulliam e Steger, 1980, para detalhes), as equações de diferenças finitas resultantes podem ser escritas na forma de operador como:

$$L_\eta L_\xi \Delta_t \bar{Q}^n = R_\eta + R_\xi, \quad (12)$$

em que:

$$\begin{aligned} L_\xi &= I + \Delta t_{i,j} \delta_\xi \hat{A}_{i,j}^n - D_\xi, \\ L_\eta &= I + \Delta t_{i,j} \delta_\eta \hat{B}_{i,j}^n - D_\eta, \\ R_\xi &= -\Delta t_{i,j} \delta_\xi \bar{F}_{e,i,j}^n + \Delta t_{i,j} \delta_\xi \bar{E}_{v,i,j}^n + D_\xi, \\ R_\eta &= -\Delta t_{i,j} \delta_\eta \bar{F}_{e,i,j}^n + \Delta t_{i,j} \delta_\eta \bar{F}_{v,i,j}^n + D_\eta \quad \text{e} \\ \Delta_t \bar{Q}^n &= \bar{Q}^{n+1} - \bar{Q}^n. \end{aligned} \quad (13)$$

As matrizes $\hat{A}_{i,j}^n$ e $\hat{B}_{i,j}^n$ aparecem quando do processo de linearização local por expansão em série de Taylor e possuem expressões analíticas disponíveis em Pulliam e Steger (1980). As matrizes jacobianas viscosas também têm suas expressões definidas em Pulliam e Steger (1980). No entanto, devido ao interesse maior neste trabalho para a obtenção da solução de estado estacionário do problema físico e levando em consideração que, a medida que o processo de marcha no tempo transcorre, o lado esquerdo da Eq. (12) tende a ser um vetor nulo, estas matrizes estão sendo desprezadas na presente formulação. Esta aproximação torna a Eq. (12) inconsistente e com perda na razão de convergência, justificada pela economia do custo computacional envolvido na implementação real destas matrizes.

Este procedimento também é consistente com o trabalho de Chaussee e Pulliam (1981) e será mostrado aqui que ele não compromete a solução final.

Os termos D_{ξ_i} e D_{η_i} do lado esquerdo (lado implícito) e os termos D_{ξ} e D_{η} do lado direito (lado explícito) da Eq. (12) representam os operadores de dissipação artificial a serem utilizados no presente trabalho. Estes operadores, descritos em maiores detalhes adiante, são compostos por termos dissipativos de diferenças segundas, para minimizar instabilidades provenientes de ondas de choque, e por termos dissipativos de diferenças quartas, para atuar, por exemplo, nas instabilidades decorrentes de desacoplamentos de soluções.

Embora a literatura (Pulliam e Steger, 1980) recomende o uso de operadores de pontos meios para os termos viscosos a fim de manter o sistema tridiagonal da Eq. (12), conservando, assim, a molécula de cálculo de três pontos, os vetores de fluxo viscosos foram discretizados com operadores de pontos inteiros. Claramente, entretanto, isto só foi possível no presente trabalho porque estão sendo desprezadas as matrizes jacobianas viscosas nos operadores do lado esquerdo. Com este procedimento, foi possível utilizar operadores avançados e recuados nos contornos do domínio de cálculo, ocasionando uma perda de precisão espacial nestas regiões, que, contudo, não comprometeu significativamente a qualidade da solução obtida.

Algoritmo de Chaussee e Pulliam

O algoritmo diagonal de Chaussee e Pulliam (1981) foi desenvolvido visando a redução do custo computacional do algoritmo de Beam e Warming (1978) pela substituição da resolução de um sistema tridiagonal de blocos cheios pela resolução de um sistema pentadiagonal de blocos diagonais, e o aumento de razão de convergência provido por uma melhor consistência na linearização do esquema resultante. Segundo Chaussee e Pulliam (1981), a utilização de operadores de dissipação artificial de mesma ordem em ambos os lados do algoritmo resultante proporcionaria uma maior consistência do esquema e, com isso, uma excelente razão de convergência a um baixo custo por iteração. A utilização de um operador de dissipação artificial de diferenças quartas é então recomendado a fim de evitar a competição entre a dissipação natural do modelo físico em estudo e a dissipação introduzida explicitamente.

Para a obtenção do algoritmo diagonal de Chaussee e Pulliam (1981), são necessárias inicialmente as seguintes igualdades matriciais:

$$T_{\xi}^{-1} \hat{A} T_{\xi} = \lambda_{\xi} \quad \text{e} \quad T_{\eta}^{-1} \hat{B} T_{\eta} = \lambda_{\eta} \quad (14)$$

em que:

$$T_k = \begin{bmatrix} I & 0 & \alpha & \alpha \\ u & \tilde{k}_y \rho & \alpha(u + \tilde{k}_x a) & \alpha(u - \tilde{k}_x a) \\ v & -\tilde{k}_y \rho & \alpha(v + \tilde{k}_y a) & \alpha(v - \tilde{k}_y a) \\ \frac{\phi^2}{(\gamma-1)} & \rho(\tilde{k}_y u - \tilde{k}_x v) & \alpha \left[\frac{\phi^2 + a^2}{(\gamma-1)} + a\tilde{\theta} \right] & \alpha \left[\frac{\phi^2 + a^2}{(\gamma-1)} - a\tilde{\theta} \right] \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$T_k^{-1} = \begin{bmatrix} \left(I - \frac{\phi^2}{a^2} \right) & (\gamma-1) \frac{u}{a^2} & (\gamma-1) \frac{v}{a^2} & -(\gamma-1) \frac{1}{a^2} \\ \frac{(\tilde{k}_y u - \tilde{k}_x v)}{\rho} & \frac{\tilde{k}_y}{\rho} & -\frac{\tilde{k}_x}{\rho} & 0 \\ \beta(\phi^2 - a\tilde{\theta}) & \beta[\tilde{k}_y a - (\gamma-1)u] & \beta[\tilde{k}_x a - (\gamma-1)v] & \beta(\gamma-1) \\ \beta(\phi^2 + a\tilde{\theta}) & -\beta[\tilde{k}_x a + (\gamma-1)u] & -\beta[\tilde{k}_y a + (\gamma-1)v] & \beta(\gamma-1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{\rho}{\sqrt{2}u}, \quad \beta = \frac{l}{\rho\sqrt{2}u}, \quad \tilde{\theta} = \tilde{k}_x u + \tilde{k}_y v, \quad \phi^2 = \frac{(Y-l)}{2}(u^2 + v^2),$$

$$\tilde{k}_m = \frac{k_m}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}, \quad k = \xi \text{ ou } \eta, \quad m = x \text{ ou } y,$$

e λ_ξ e λ_η são as matrizes diagonais de autovalores do sistema de equações de Euler nas direções ξ e η , respectivamente.

Desta forma, o sistema descrito pela Eq. (12) pode ser representado por:

$$\left(T_\xi T_\xi^{-1} + \Delta t \delta_\xi T_\xi \lambda_\xi T_\xi^{-1} \right)_{i,j}^n \left(T_\eta T_\eta^{-1} + \Delta t \delta_\eta T_\eta \lambda_\eta T_\eta^{-1} \right)_{i,j}^n \Delta_t \bar{Q}^n = (R_\eta + R_\xi)_{i,j}^n, \quad (17)$$

sendo que os termos de dissipação artificial não estão ainda introduzidos no lado esquerdo da Eq. (17). Esta equação pode ser desenvolvida, mediante algumas aproximações, para:

$$(T_\xi)_{i,j}^n (I + \Delta t \delta_\xi \lambda_\xi)_{i,j}^n (T_\xi^{-1} T_\eta)_{i,j}^n (I + \Delta t \delta_\eta \lambda_\eta)_{i,j}^n (T_\eta^{-1})_{i,j}^n \Delta_t \bar{Q}^n = (R_\eta + R_\xi)_{i,j}^n,$$

O operador resultante pode ser finalmente escrito como:

$$(T_\xi)_{i,j}^n (I + \Delta t \delta_\xi \lambda_\xi)_{i,j}^n (\hat{N})_{i,j}^n (I + \Delta t \delta_\eta \lambda_\eta)_{i,j}^n (T_\eta^{-1})_{i,j}^n \Delta_t \bar{Q}^n = (R_\eta + R_\xi)_{i,j}^n, \quad (18)$$

com:

$$\hat{N}^j = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_y) & -j\bar{\mu}(\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_y - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_x) & j\bar{\mu}(\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_y - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_x) \\ 0 & j\bar{\mu}(\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_y - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_x) & \bar{\mu}^2 \left[I + (\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_y) \right] & \bar{\mu}^2 \left[I - (\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_y) \right] \\ 0 & -j\bar{\mu}(\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_y - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_x) & \bar{\mu}^2 \left[I - (\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_y) \right] & \bar{\mu}^2 \left[I + (\tilde{\xi}_x \tilde{\eta}_x - \tilde{\xi}_y \tilde{\eta}_y) \right] \end{bmatrix} \quad (19)$$

em que $\bar{\mu} = l/\sqrt{2}$ e j assume valores 1 para a própria matriz \hat{N} e -1 para a sua inversa. A Eq. (18), com a introdução de termos de dissipação artificial de diferenças quartas no lado esquerdo, constitui o que será denominado neste trabalho de algoritmo diagonal de Chaussee e Pulliam (1981) na forma padrão (algoritmo completo). A introdução de termos de dissipação artificial apenas de diferenças segundas no lado esquerdo da Eq. (18) constitui o que está sendo denominado de algoritmo simplificado de Chaussee e Pulliam.

O procedimento para resolução da Eq. (18) consiste em:

1. Formar o lado direito da Eq. (18);
2. Efetuar o produto matriz-vetor: $[T_\xi^{-1} (R_\xi + R_\eta)]_{i,j}^n$;
3. Resolver sistema tridiagonal ou pentadiagonal de blocos diagonais em ξ ;
4. Efetuar o produto matriz-vetor: $[\hat{N}^{-1} f_\xi]_{i,j}^n$;
5. Resolver sistema tridiagonal ou pentadiagonal de blocos diagonais em η ;
6. Efetuar o produto matriz-vetor: $[T_\eta f_\eta]_{i,j}^n$.

Os termos f_ξ e f_η são as soluções parciais do algoritmo em cada direção.

Algoritmo de Steger e Warming

Para obtenção do algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger e Warming (1981), é necessário entender inicialmente que os autovalores associados às matrizes jacobianas dos vetores de fluxo não viscosos da Eq. (1), que definem direções características de propagação de informações, podem ser positivos e negativos. Em cada caso, estas direções características diferem entre si e determinam sentidos preferenciais para transferência de informações de um local para outro no domínio de cálculo. Em uma discretização centrada do espaço, estas direções não são privilegiadas e com isto instabilidades no esquema aparecem. A introdução de operadores de dissipação artificial é, então, necessária a fim de atenuar tais instabilidades. No algoritmo de Steger e Warming (1981), existe a proposta de separação da discretização espacial com operadores avançados e recuados, segundo uma análise de estabilidade linear, de primeira ou segunda ordem de precisão, para beneficiar as direções de propagação de informações. Este procedimento caracteriza um esquema "upwind" de discretização espacial, cujas vantagens são:

- a Apresenta dissipação artificial introduzida inerentemente;
- b Beneficia a propagação de informações na direção das velocidades características;
- c Simplifica a solução implícita do sistema de equações de diferenças resultante.

A partir da idéia de construir um esquema "upwind" e seguindo como referência básica o trabalho de Steger e Warming (1981), é necessário a separação dos vetores de fluxo \bar{E}_c e F_c em componentes que comportem exclusivamente as contribuições dos autovalores positivos ou negativos das matrizes jacobianas associadas aos vetores de fluxo não viscosos da Eq. (1). A separação dos vetores de fluxo é obtida admitindo autovalores positivos e negativos definidos conforme abaixo:

$$\lambda_i^+ = \frac{1}{2}(\lambda_i + |\lambda_i|) \quad \text{e} \quad \lambda_i^- = \frac{1}{2}(\lambda_i - |\lambda_i|) \tag{20}$$

As expressões definidas na Eq. (20) não representam a única forma de determinar os autovalores positivos e negativos do sistema, sendo, no entanto, as definições adotadas no presente trabalho.

Desta forma, os vetores de fluxo E_c e F_c da Eq. (1) podem ser separados, respectivamente, em E_c^+ e E_c^- e F_c^+ e F_c^- , sendo cada um caracterizado por conter as contribuições exclusivamente dos autovalores positivos ou dos autovalores negativos. Os autovalores das matrizes jacobianas associadas aos vetores de fluxo não viscosos da Eq. (1) são:

- Direção ξ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = U, \lambda_3 = U + a\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \text{ e } \lambda_4 = U - a\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \tag{21}$$

- Direção η :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = V, \lambda_3 = V + a\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2} \text{ e } \lambda_4 = V - a\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2} \tag{22}$$

Os vetores de fluxo separados podem ser obtidos da expressão geral para o sistema curvilíneo de coordenadas (Steger e Warming, 1981):

$$\mathfrak{D}_2 - J^{-1} \left(\frac{P}{2\gamma} \right) \left\{ \begin{array}{l} 2(\gamma - 1)\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 \\ 2(\gamma - 1)\lambda_1 u + \lambda_3(u + a\tilde{k}_x) + \lambda_4(u - a\tilde{k}_x) \\ 2(\gamma - 1)\lambda_1 v + \lambda_3(v + a\tilde{k}_y) + \lambda_4(v - a\tilde{k}_y) \\ (\gamma - 1)\lambda_1(u^2 + v^2) + \frac{\lambda_3}{2} [u + a\tilde{k}_x]^2 + (v + a\tilde{k}_y)^2 + \frac{\lambda_4}{2} [u - a\tilde{k}_x]^2 + (v - a\tilde{k}_y)^2 + W_2 \end{array} \right\} \tag{23}$$

com:

$$W_2 = \frac{(3-\gamma)(\lambda_3 + \lambda_4)k\tau^2}{2(\gamma-1)} \quad (24)$$

As matrizes jacobianas não viscosas que aparecem na Eq. (13) podem ser também aproximadas pela soma de termos positivos e negativos que comportam as contribuições dos autovalores positivos e negativos, respectivamente. As matrizes jacobianas "reconstruídas" são definidas conforme abaixo:

$$\bar{A}^- = T_\xi \lambda_\xi^+ T_\xi^{-1} \quad \text{e} \quad \bar{A}^+ = T_\xi \lambda_\xi^- T_\xi^{-1} \quad \text{e} \quad \bar{B}^+ = T_\eta \lambda_\eta^+ T_\eta^{-1} \quad \text{e} \quad \bar{B}^- = T_\eta \lambda_\eta^- T_\eta^{-1} \quad (25)$$

É importante entender que: $\bar{A}^+ \neq \hat{A}^+$, $\bar{A}^- \neq \hat{A}^-$, $\bar{B}^- \neq \hat{B}^-$ e $\bar{B}^+ \neq \hat{B}^+$, onde \hat{A}^\pm e \hat{B}^\pm são as matrizes jacobianas verdadeiras associadas aos vetores separados, definidas por: $\hat{A}^\pm = \partial E_v^\pm / \partial Q$ e $\hat{B}^\pm = \partial F_v^\pm / \partial Q$. No entanto, os autovalores das matrizes jacobianas "reconstruídas" e os autovalores das matrizes jacobianas verdadeiras possuem sinais iguais, respectivos a cada termo, e, para problemas de estado estacionário, a utilização das matrizes "reconstruídas" não traz maiores dificuldades.

Através de uma análise de estabilidade de von Neumann, os vetores de fluxo positivos devem ser discretizados com operadores recuados enquanto os vetores de fluxo negativos por operadores avançados. Para uma precisão de primeira ordem no espaço, são utilizados os operadores recuado e avançado padrões, com molécula de cálculo de dois pontos. Para segunda ordem de precisão no espaço, são utilizados os seguintes operadores recuado e avançado:

$$\delta_\xi^r(\cdot)_{i,j} = \frac{1}{2} \left[3(\cdot)_{i,j} - 4(\cdot)_{i-1,j} + (\cdot)_{i-2,j} \right] \quad \text{e} \quad \delta_\xi^l(\cdot)_{i,j} = \frac{1}{2} \left[-3(\cdot)_{i,j} + 4(\cdot)_{i+1,j} - (\cdot)_{i+2,j} \right], \quad (26)$$

o mesmo sendo válido na direção η .

Desta forma, o algoritmo de Steger e Warming (1981) resultante para resolução da Eq. (1), com primeira ordem de precisão na discretização espacial e após fatoração aproximada, em sua forma padrão, é:

$$\left\{ I + \Delta t_{i,j} \left[\nabla_\xi (\bar{A}^+)_i + \nabla_\eta (\bar{B}^+)_j + \Delta \eta (F_r^+)_i \right] \right\} \left\{ I + \Delta t_{i,j} \left[\Delta \xi (\bar{A}^-)_i \right] \right\} \Delta \bar{Q}_{i,j}^n = RHS_{i,j}^n, \quad (27)$$

com:

$$RHS_{i,j}^n = -\Delta t_{i,j} \left(\nabla_\xi E_v^+ + \Delta \xi E_v^- + \nabla_\eta F_r^+ + \Delta \eta F_r^- \right)_{i,j}^n + \Delta t_{i,j} \left(\delta_\xi E_v + \delta_\eta F_v \right)_{i,j}^n. \quad (28)$$

Para segunda ordem de precisão no espaço, é utilizada a própria Eq. (27), substituindo os operadores recuados e avançados de primeira ordem de precisão pelos respectivos operadores de segunda ordem. Desta forma, o algoritmo de Steger e Warming (1981) resultante fica definido por:

$$\left\{ I + \Delta t_{i,j} \left[\delta_\xi^r (\bar{A}^+)_i + \delta_\eta^r (\bar{B}^+)_j + \delta_\eta^l (F_r^-)_i \right] \right\} \left\{ I + \Delta t_{i,j} \left[\delta_\xi^l (\bar{A}^-)_i \right] \right\} \Delta \bar{Q}_{i,j}^n = RHS_{i,j}^n, \quad (29)$$

em que:

$$RHS_{i,j}^n = -\Delta t_{i,j} \left(\delta_\xi^l E_v^- + \delta_\xi^r E_v^+ + \delta_\eta^r F_r^+ + \delta_\eta^l F_r^- \right)_{i,j}^n + \Delta t_{i,j} \left(\delta_\xi E_v + \delta_\eta F_v \right)_{i,j}^n. \quad (30)$$

Operadores de Dissipação Artificial

Para o operador de dissipação artificial linear, ou de coeficientes constantes, os termos D_{ξ_i} e D_{η_i} do lado implícito e D_{ξ} e D_{η} do lado explícito dos algoritmos de Beam e Warming (1978) e de Chaussee e Pulliam simplificado são definidos conforme abaixo:

$$D_{\xi_i} = D_{\xi_i}^{(2)} = \Delta t_{i,j} \varepsilon_i J^{-1} \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} J \quad (31)$$

$$D_{\eta_i} = D_{\eta_i}^{(2)} = \Delta t_{i,j} \varepsilon_i J^{-1} \nabla_{\eta} \Delta_{\eta} J \quad (32)$$

$$D_{\xi} = D_{\xi}^{(4)} = -\Delta t_{i,j} \varepsilon_E J^{-1} (\nabla_{\xi} \Delta_{\xi})^2 J \bar{Q}'' \quad e \quad (33)$$

$$D_{\eta} = D_{\eta}^{(4)} = -\Delta t_{i,j} \varepsilon_E J^{-1} (\nabla_{\eta} \Delta_{\eta})^2 J \bar{Q}'' \quad (34)$$

Devido ao fato dos valores de ε e ε_E serem constantes, providos pelo usuário, este operador fornece dissipação artificial de maneira uniforme no domínio de cálculo, não distinguindo as características da instabilidade presente, ou seja, não existe distinção entre a instabilidade devida ao desacoplamento de soluções e a instabilidade devida à presença de ondas de choques, por exemplo.

A fim de tratar diferenciadamente as possíveis características da instabilidade, é testado também o operador de dissipação artificial não linear (Pulliam, 1986), que faz uso de um sensor de pressão. Neste caso, os termos D_{ξ_i} e D_{η_i} são definidos como:

$$D_{\xi_{i,j}} = D_{\xi_{i,j}}^{(4)} = \nabla_{\xi} (\sigma_{i+1,j} J_{i+1,j}^{-1} + \sigma_{i,j} J_{i,j}^{-1}) (\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)} \Delta_{\xi} J_{i,j} \bar{Q}_{i,j}'' - \varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(4)} \Delta_{\xi} \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} J_{i,j} \bar{Q}_{i,j}'') \quad e$$

$$D_{\eta_{i,j}} = D_{\eta_{i,j}}^{(4)} = \nabla_{\eta} (\sigma_{i,j+1} J_{i,j+1}^{-1} + \sigma_{i,j} J_{i,j}^{-1}) (\varepsilon_{\eta_{i,j}}^{(2)} \Delta_{\eta} J_{i,j} \bar{Q}_{i,j}'' - \varepsilon_{\eta_{i,j}}^{(4)} \Delta_{\eta} \nabla_{\eta} \Delta_{\eta} J_{i,j} \bar{Q}_{i,j}'') \quad (35)$$

Os termos $\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)}$ e $\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(4)}$ são definidos conforme:

$$\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)} = K_2 \Delta t_{i,j} \text{MÁX} \left(v_{\xi_{i+1,j}}, v_{\xi_{i,j}}, v_{\xi_{i-1,j}} \right) \quad e \quad \varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(4)} = \text{MÁX} \left(0, (K_4 \Delta t_{i,j} - \varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)}) \right) \quad (36)$$

O sensor de pressão é definido como:

$$v_{\xi_{i,j}} = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j}} \quad (37)$$

Expressões análogas são válidas para os termos na direção η . As constantes K_2 e K_4 têm valores típicos de 1/4 e 1/100 (Pulliam, 1986). O termo $\sigma_{i,j}$ é o somatório dos raios espectrais das matrizes jacobianas não viscosas e é definido, no caso bidimensional, como segue:

$$\sigma_{i,j} = \left(|U| + a \sqrt{\xi_s^2 + \xi_v^2} + |V| + a \sqrt{\eta_s^2 + \eta_v^2} \right)_{i,j} \quad (38)$$

Em pontos adjacentes aos limites do domínio de cálculo, a fim de simplificar a implementação computacional, o termo de dissipação artificial de diferença quarta no caso do modelo linear é substituído pelo respectivo termo de diferença segunda, com o sinal trocado para preservar o sinal da derivada que aproxima. Em outras palavras:

$$\left(D_{\xi}^{(J,I)}\right)_{\text{contornos}} = \Delta t_{i,j} \varepsilon_{L,I} J^{-1} \nabla_{\xi} \Delta_{\xi} J \bar{Q}^{(I)} \quad (39)$$

sendo o mesmo válido na direção η . No caso do modelo não linear, para pontos adjacentes aos limites do domínio de cálculo, os termos $\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)}$ e $\varepsilon_{\eta_{i,j}}^{(2)}$ são definidos como iguais a zero.

Na análise de estabilidade de von Neumann, a condição $\varepsilon_j = \beta \varepsilon_L$ para o modelo linear é suficiente para garantir a estabilidade do esquema. Seguindo o mesmo raciocínio, $\varepsilon_{i,\xi_j} = \beta \left(\varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(2)} + \varepsilon_{\xi_{i,j}}^{(J,I)} \right)$ é condição suficiente para garantir a estabilidade do esquema frente ao uso do modelo não linear nos operadores de lado direito. Neste procedimento, termos idênticos aos do modelo de coeficientes constantes, com ε_{i,ξ_j} definido conforme a expressão acima, são mantidos nos operadores de lado esquerdo (ver Azevedo et al., 1992, para detalhes). No presente trabalho, ε_j foi admitido com valor igual a 4,0.

Finalmente, o algoritmo completo de Chaussee e Pulliam (1981) consiste na introdução de um operador de dissipação artificial misto, como visto na Eq. (35), no lado esquerdo da Eq. (18). Isto é motivado pela perspectiva de que, com uma maior uniformidade dos termos de dissipação artificial, maior seria a razão de convergência e menor o número de iterações para obtenção da solução de estado estacionário.

Passo no Tempo Variável no Espaço

Com fins de acelerar a convergência do método, é feito uso de um passo no tempo variável para cada ponto (i,j) da malha computacional. A idéia do passo no tempo variável é manter um número de CFL constante no domínio de cálculo e, com isso, garantir passos de tempo adequados para cada região da malha durante o processo de convergência. Desta forma, partindo da definição do número de CFL, é possível escrever que:

$$\Delta t_{i,j} = \frac{CFL(\Delta s)_{i,j}}{c_{i,j}} \quad (40)$$

onde: $(\Delta s)_{i,j}$ é um comprimento característico de transporte de informações e, no caso de um sistema de coordenadas curvilíneas, $(\Delta s)_{i,j} = \Delta \xi = \Delta \eta = 1,0$; e $c_{i,j} = M \dot{A} X \left(|U| + a \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}, |V| + a \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2} \right)_{i,j}$ é a máxima velocidade característica local de transporte de informações.

Condição Inicial e Condições de Contorno

A condição inicial adotada para o presente problema é a de estagnação para todo o domínio de cálculo, com excessão da saída onde existirá uma redução no valor da pressão e da densidade a fim de inicializar o escoamento. O vetor de variáveis conservadas no sistema curvilíneo será definido então como:

$$\bar{Q}_{i,j} = J_{i,j}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma + 1 \\ \frac{\gamma}{2(\gamma - 1)} \end{array} \right\} \quad \forall i = 1, \dots, \text{IMAX} - 1 \text{ e } j = 1, \dots, \text{JMAX} \quad (41)$$

$$\bar{Q}_{i,MAX,j} = J_{i,MAX,j}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} 1/3 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\gamma+1}{6\gamma(\gamma-1)} \end{array} \right\} \quad \forall j = 1, \dots, JMAX. \quad (42)$$

As condições de contorno são implementadas definindo quatro situações diferentes: condição de parede, condição de simetria, entrada subsônica do bocal e saída subsônica ou supersônica do bocal.

a) Condição de parede sólida:

Na parede, o caso viscoso impõe a condição de não deslizamento, ou seja, o vetor velocidade é igual ao vetor nulo em um parede fixa. Desta forma,

$$u_{i,j} = v_{i,j} = 0 \quad (43)$$

Além da condição acima, dentro da camada limite o gradiente de pressão ao qual o fluido é submetido na direção normal à parede tem valor igual a zero. O gradiente de temperatura também é igual a zero ao longo de toda a parede, correspondendo a condição de parede adiabática. Em termos matemáticos,

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 &\Rightarrow p_{i,1} = p_{i,2}, \\ \frac{\partial T}{\partial n} = 0 &\Rightarrow T_{i,1} = T_{i,2}. \end{aligned} \quad (44)$$

Com estas duas últimas condições, a pressão do fluido na parede é extrapolada de seu respectivo ponto adjacente, bem como a temperatura. Desta forma, é possível concluir que a densidade do fluido na parede também será obtida de extrapolação de ordem zero. Com estas variáveis primárias determinadas, a energia total por unidade de volume pode ser calculada pela Eq. (10).

b) Condição de simetria:

A condição de simetria é implementada de forma mais simplificada acrescentando uma linha computacional acima da linha de centro do bocal. Desta forma, lembrando que os jacobianos nas linhas $j = JMAX$ e $j = JMAX-2$ são iguais, é possível definir que:

$$\bar{Q}_{i,JMAX} = J_{i,JMAX-2}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \rho \\ \rho u \\ -\rho v \\ e \end{array} \right\}_{i,JMAX-2}, \quad (45)$$

o que garante a condição de fluxo nulo na linha de centro e, conseqüentemente, a simetria do escoamento.

c) Entrada subsônica no bocal:

Para a implementação das condições de contorno na entrada e saída do bocal, será utilizado o conceito de relações características unidimensionais com operação em x . Baseado nas equações de Euler, as relações características para operação em x no caso bidimensional (Azevedo, 1992) são:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} = -u \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (46)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} \quad (47)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial t} = -(u + a) \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (48)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \rho u \frac{\partial u}{\partial t} = -(u - a) \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (49)$$

Embora as relações características estejam deduzidas para o sistema cartesiano (a utilização destas neste caso visa facilitar a implementação computacional), a experiência mostra que a mudança de coordenadas não afeta significativamente o resultado final (Azevedo et al., 1992). Além disto, a utilização das relações características deduzidas a partir das equações de Euler no estudo das equações de Navier-Stokes não caracteriza uma aproximação inadequada para tal tipo de fronteira, mesmo não sendo consideradas as contribuições viscosas.

Para a entrada subsônica, três características têm direção e sentido para dentro do bocal, não podendo ser utilizadas as relações características. Para estas três informações, são necessárias as especificações de três condições na entrada. A literatura (MacCormack, 1985) indica como grandezas adequadas para especificação: a pressão de estagnação, a temperatura de estagnação e o ângulo de entrada do escoamento no bocal. Para uma entrada suposta isentrópica (desde do reservatório até a entrada do bocal), são válidas as relações da cadeia isentrópica que relacionam temperatura e pressão com velocidade e com as respectivas temperatura e pressão de estagnação. Apenas a última característica, $(u-a)$, não pode ser especificada e terá de ser determinada por informações interiores ao bocal. Embora extrapolação de ordem zero seja uma boa aproximação, ela não transporta consigo informação física dos fenômenos envolvidos na região convergente do bocal. Devido ao fato de, através do uso de relações características, ser possível "resgatar" algumas informações da física na região de entrada do bocal, é extremamente vantajoso o uso destas ferramentas para o presente trabalho.

Assim, discretizando a quarta relação característica no espaço com operador avançado (a favor, portanto, do conceito de um esquema "upwind") e discretizando a equação diferencial ordinária no pseudo-tempo com o método de Euler implícito é possível chegar a seguinte expressão:

$$\delta u_{l,j}^n = -\frac{\lambda_4}{1-\lambda_4} \times \frac{\left[(p_{2,j}^{n+1} - p_{l,j}^n) - (\rho a)_{2,j}^{n+1} (u_{2,j}^{n+1} - u_{l,j}^n) \right]}{\left[\left(\frac{\partial p}{\partial u} \right)_{l,j}^n - (\rho a)_{2,j}^{n+1} \right]}, \quad (50)$$

em que:

$$\lambda_4 = \frac{(u-a)_{2,j}^{n+1} \Delta t_{2,j}}{x_{2,j} - x_{l,j}} e \quad (51)$$

$\left(\frac{\partial p}{\partial u} \right)_{l,j}^n$ é determinada pela derivação da relação isentrópica que define a pressão em função da variável u .

Nesta expressão, os termos de ρa e λ_4 são tratados como coeficientes e calculados em pontos que contém a informação mais recente possível. Calculada a correção para a variável u , o componente de velocidade v fica determinado por $v = u(\tan \theta)$; a densidade é determinada pela combinação das relações isentrópicas que definem pressão e temperatura em função de u e a energia total por unidade de volume é determinada pela Eq. (10).

d) Saída supersônica do bocal:

No caso de saída supersônica do bocal, as quatro características que regem as equações de Euler vêm da região interna do bocal, não sendo possível assim especificar valores de variáveis na saída. Desta forma, a despeito do uso de extrapolação de ordem zero, o uso das relações características parece ser também a melhor opção para obter informações na saída do bocal.

Após a discretização da primeira relação no espaço usando operador recuado (novamente "upwind") e seqüencialmente no pseudo-tempo com Euler implícito, é possível escrever:

$$\delta p_{iMAX,j}^n - \left(\frac{1}{a^2} \right)_{iMAX-l,j}^{n+1} \delta p_{iMAX,j}^n = - \frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \times [(\rho_{iMAX,j}^n - \rho_{iMAX-l,j}^{n+1}) - \left(\frac{1}{a^2} \right)_{iMAX-l,j}^{n+1} \times (\rho_{iMAX,j}^n - \rho_{iMAX-l,j}^{n+1})] = R1 \quad (52)$$

com:

$$\lambda_1 = \frac{u_{iMAX-l,j}^{n+1} \Delta t_{i,j}}{x_{iMAX,j} - x_{iMAX-l,j}} \quad (53)$$

Realizando os mesmos passos com as demais relações, é possível obter:

$$\delta v_{iMAX,j}^n = - \frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \times (v_{iMAX,j}^n - v_{iMAX-l,j}^{n+1}) = R2 \quad (54)$$

$$\delta p_{iMAX,j}^n + (\rho a)_{iMAX-l,j}^{n+1} \delta u_{iMAX,j}^n = - \frac{\lambda_3}{1 + \lambda_3} \times [(p_{iMAX,j}^n - p_{iMAX-l,j}^{n+1}) + (\rho a)_{iMAX-l,j}^{n+1} (u_{iMAX,j}^n - u_{iMAX-l,j}^{n+1})] = R3 \quad e \quad (55)$$

$$\delta p_{iMAX,j}^n - (\rho a)_{iMAX-l,j}^{n+1} \delta u_{iMAX,j}^n = - \frac{\lambda_4}{1 + \lambda_4} \times [(p_{iMAX,j}^n - p_{iMAX-l,j}^{n+1}) - (\rho a)_{iMAX-l,j}^{n+1} (u_{iMAX,j}^n - u_{iMAX-l,j}^{n+1})] = R4 \quad (56)$$

Com:

$$\lambda_3 = \frac{(u + a)_{iMAX-l,j}^{n+1} \Delta t_{i,j}}{x_{iMAX,j} - x_{iMAX-l,j}} \quad e \quad (57)$$

$$\lambda_4 = \frac{(u - a)_{iMAX-l,j}^{n+1} \Delta t_{i,j}}{x_{iMAX,j} - x_{iMAX-l,j}} \quad (58)$$

Desta forma, com as Eqs. (52), (54), (55) e (56), é possível obter que:

$$\delta p''_{iMAX,j} = \frac{R3 + R4}{2}, \quad (59)$$

$$\delta p''_{iMAX,j} = R1 + \left(\frac{1}{a^2} \right)_{iMAX-1,j}^{n+1} \times \delta p''_{iMAX,j}, \quad (60)$$

$$\delta v''_{iMAX,j} = R2 \quad e \quad (61)$$

$$\delta u''_{iMAX,j} = \left(\frac{1}{\rho a} \right)_{iMAX-1,j}^{n+1} \times (R3 - \delta p''_{iMAX,j}). \quad (62)$$

Com as correções acima para as variáveis primárias, é possível determinar os novos valores das variáveis conservadas e determinar o vetor $\bar{Q}_{iMAX,j}^{n+1}$ para a saída supersônica.

e) Saída subsônica do bocal:

No caso de saída subsônica do bocal, três características que regem as equações de Euler vêm da região interna do bocal. Uma condição deve ser especificada para o contorno. De posse das Eqs. (52), (54), (55) e (56), é fixada a pressão na saída. Logo, $\delta p''_{iMAX,j} = 0$ e são obtidas as seguintes relações:

$$\delta p''_{iMAX,j} = R1, \quad \delta v''_{iMAX,j} = R2 \quad e \quad \delta u''_{iMAX,j} = \left(\frac{1}{\rho a} \right)_{iMAX-1,j}^{n+1} \times R3. \quad (63)$$

A pressão na saída é admitida ter o valor de um terço da pressão de estagnação, até ser instalado o escoamento supersônico, a fim de caracterizar um bocal praticamente "ajustado" para a configuração utilizada no presente trabalho.

A literatura (MacCormack, 1985) recomenda que, para o caso das equações de Navier-Stokes, basta testar "alguns" pontos para verificar o regime de escoamento na seção de saída do bocal.

Problema Físico de Interesse

O exemplo de simulação estudado foi o escoamento ao longo de um bocal transônico convergente-divergente, simétrico e bidimensional. As condições de contorno de entrada e saída foram selecionadas a fim de caracterizar um bocal praticamente "ajustado", onde o escoamento entra subsônico e sai supersônico. A garganta do bocal está localizada equidistantemente entre a entrada e a saída. O comprimento total do bocal é 0,38 ft (0,116 m) e a meia altura da garganta vale 0,045 ft (0,014 m). O ângulo de convergência do bocal vale 22,33° e o ângulo de divergência vale 1,21°. As condições de estagnação na entrada do bocal são: temperatura igual a 531,2° R (294,8 °C) e pressão igual a 2117,0 lb/ft² (1,0136 × 10⁵ N/m²).

A malha utilizada para resolução das equações de Navier-Stokes é exibida na Figura 1. Devido à simetria do escoamento, somente metade do bocal é discretizado. Como mencionado anteriormente, a malha apresenta uma linha computacional a mais acima da linha de centro do bocal no sentido de facilitar a implementação da condição de contorno. A malha possui no total oitenta e um (81) pontos computacionais na direção ξ e sessenta (60) pontos computacionais na direção η , tendo sido gerada algebricamente. Ela apresenta um estiramento exponencial a partir da parede para a direção η , a fim de privilegiar a captura dos efeitos viscosos próximos a esta. A partir da garganta para a direção ξ .

também foi realizado um estiramento da malha com o propósito de detectar possíveis ondas de choques. Em ambas as direções foi utilizado um fator de estiramento de dez por cento (10%).

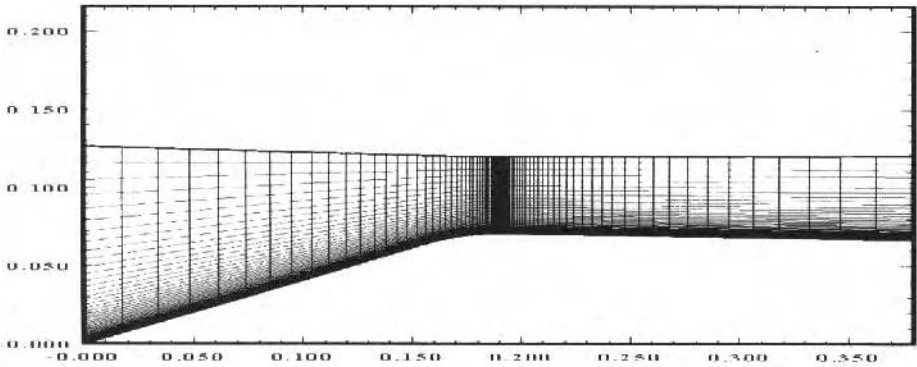


Fig. 1 Malha computacional gerada algebricamente composta por 81 x 60 pontos

Casos Analisados

Para realizar as análises desejadas de comparação dos algoritmos propostos, foi estruturado um código com sete opções de esquemas para resolução do escoamento ao longo do bocal transônico, sendo estas:

- 1 Algoritmo de Beam e Warming padrão com operador de dissipação artificial linear;
- 2 Algoritmo de Beam e Warming padrão com operador de dissipação artificial não linear;
- 3 Algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado com operador de dissipação artificial não linear;
- 4 Algoritmo de Chaussee e Pulliam completo com operador de dissipação artificial não linear;
- 5 Algoritmo de Steger e Warming conforme definido pela Eq. (27);
- 6 Algoritmo de Steger e Warming com lado esquerdo da Eq. (27) discretizado com primeira ordem de precisão no espaço e lado direito da Eq. (27) discretizado com segunda ordem de precisão no espaço;
- 7 Algoritmo de Steger e Warming conforme definido pela Eq. (29).

O critério de convergência utilizado foi de 10^{-10} sobre o valor do resíduo máximo no campo. Este resíduo máximo é determinado pela comparação dos resíduos associados as quatro equações que descrevem o meio fluido em todos os pontos do domínio de cálculo.

Os resultados são inicialmente apresentados para o caso das equações de Navier-Stokes em virtude de ter sido o objetivo maior do trabalho. Em seguida, são exibidos os resultados para o caso das equações de Euler, com fins de análise sobre a influência dos termos viscosos na razão de convergência dos algoritmos e no custo por iteração.

Resultados e Análises

O número de Reynolds pela adimensionalização proposta pode ser estimado conforme abaixo:

$$Re = \frac{\rho_a \cdot l}{\mu} = \frac{1,2863 \text{ kg} / \text{m}^3 \times \sqrt{2 \times 1,4 \times (287 / 2,4) \times 294,8 \text{ m} / \text{s} \times 0,123 \times 12 \times 0,0254 \text{ m}}}{1,7 \times 10^{-5} \text{ N} \times \text{s} / \text{m}^2}$$

$$Re = 8,9 \times 10^5 \cong 1 \times 10^6$$

em que os dados numéricos foram obtidos de Fox e MacDonald (1988). O número de Prandtl, Pr , é adotado com valor 0.72 e μ assume valor 1.0, em conformidade com a adimensionalização.

Algoritmo de Beam e Warming

As Figuras 2 e 3 exibem as curvas de contorno de isopropriedades para a pressão e para o número de Mach obtidas para o escoamento interno no bocal quando são resolvidas as equações de Navier-Stokes com o esquema numérico proposto por Beam e Warming (1978) fazendo uso do operador de dissipação artificial linear.

Estes resultados foram aferidos pela solução obtida com o operador de dissipação não linear e são as que mais próximas estão da solução fornecida por este último (o que ocasionou a escolha de $\epsilon_1 = 4.0$). Os resultados obtidos para o operador de dissipação não linear estão exibidos nas Figuras 4 e 5. Em geral, os resultados obtidos pelos dois operadores de dissipação são próximos. A maior diferença entre eles ocorre no ramo divergente do bocal, logo após a garganta, onde surge uma onda de choque oblíqua no problema físico em estudo (Azevedo, 1990, e Azevedo et al., 1992).

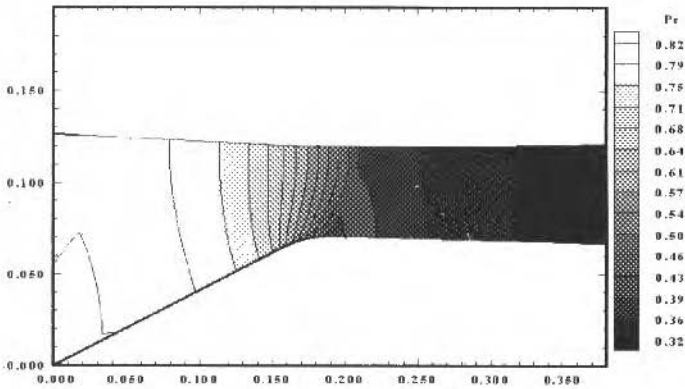


Fig. 2 Curvas de contorno de pressão para operador de dissipação linear

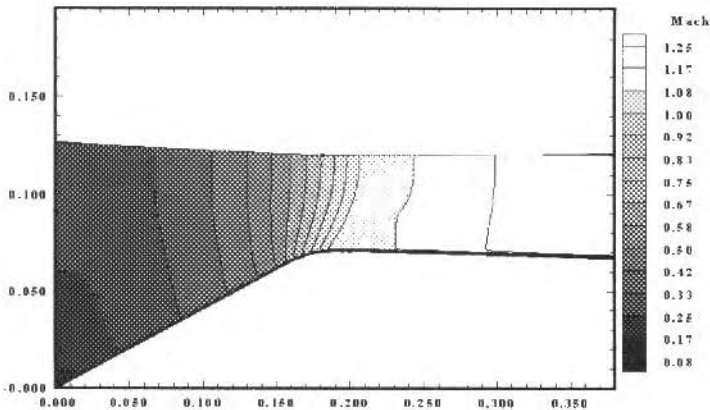


Fig. 3 Curvas de contorno de número de Mach para operador de dissipação linear

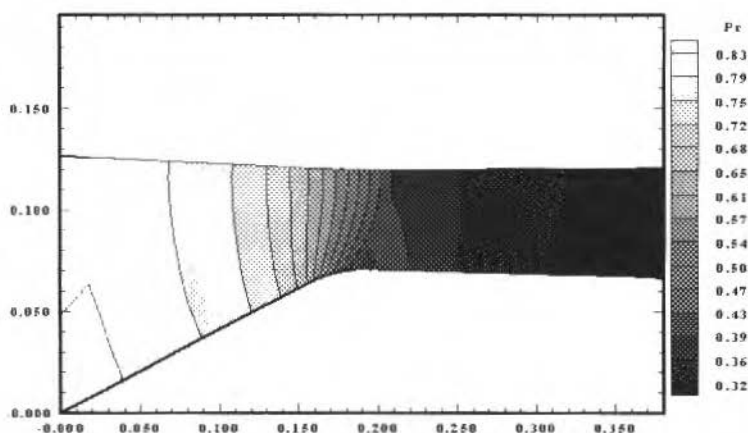


Fig. 4 Curvas de contorno de pressão para operador de dissipação não linear

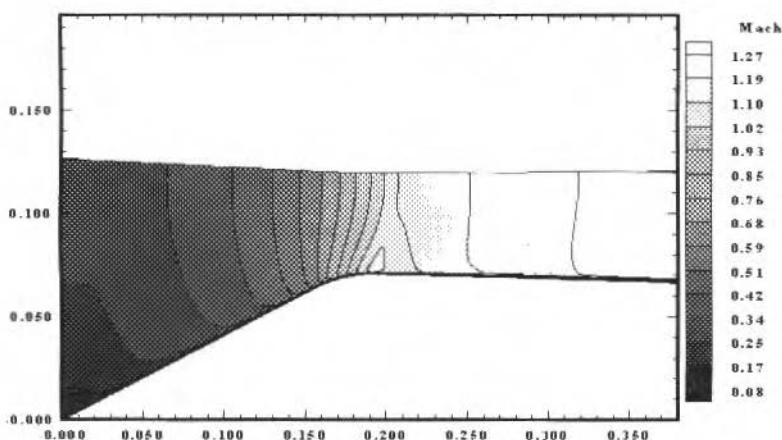


Fig. 5 Curvas de contorno de número de Mach para operador de dissipação não linear

A Figura 6 exibe o campo vetorial de velocidades próximo à parede do bocal para o caso do modelo linear de dissipação artificial e a Figura 7 exibe os resultados para o mesmo campo vetorial usando o modelo não linear. Os resultados são equivalentes, havendo, no entanto, um gradiente de velocidades mais intenso para o caso do modelo não linear, resultando em uma espessura de camada limite menor do que a desenvolvida para o caso do modelo linear. Levando em consideração que o número de Reynolds é inversamente proporcional à viscosidade dinâmica do fluido e que em situações de escoamento onde os efeitos dissipativos são predominantes em relação aos efeitos de inércia uma camada limite mais extensa é estabelecida, é possível concluir que o operador linear está provendo mais dissipação do que a necessária. Isto simula o efeito de um número de Reynolds de escoamento menor que o valor real, proporcionando, assim, a maior espessura de camada limite observada. Uma solução para tentar diminuir este excesso de dissipação provido pelo modelo de coeficientes constantes seria diminuir o valor de ϵ_r (valores abaixo de 4,0). No restante, os resultados obtidos concordam excelentemente com os apresentados em Azevedo (1990).

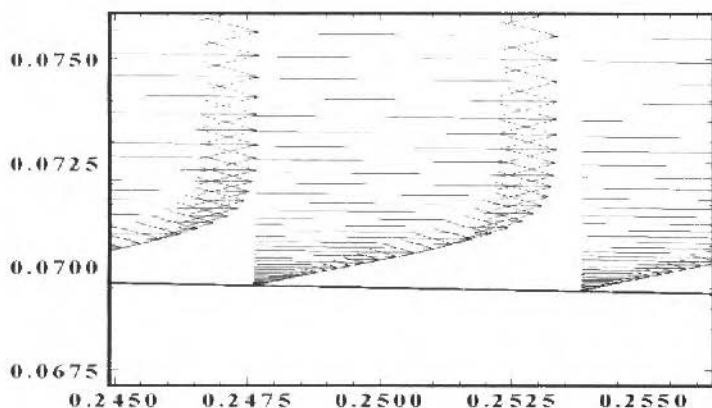


Fig. 6 Campo vetorial de velocidades para operador de dissipação linear

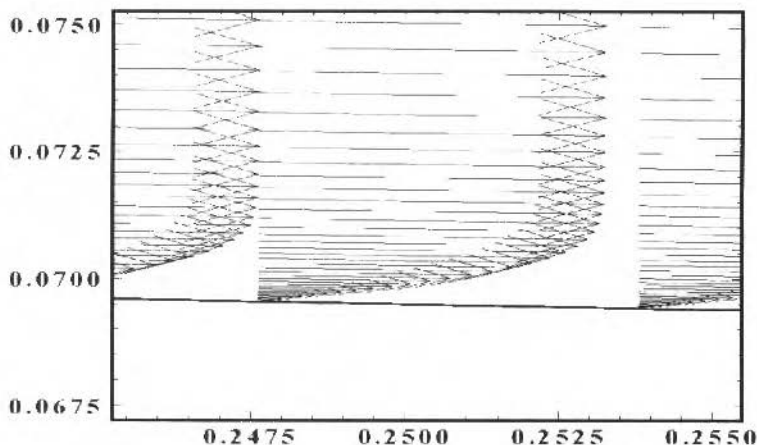


Fig. 7 Campo vetorial de velocidades para operador de dissipação não linear

O número de CFL usado nestes casos foi 5,0 para o modelo linear e 1,7 para o modelo não linear, sendo os máximos possíveis de serem utilizados na inicialização do esquema e durante o processo de convergência.

No estudo de avaliação de desempenho dos operadores de dissipação artificial testados no presente trabalho, a Fig. 8 ilustra o comportamento de ambos para um número de CFL igual a 1,7. É constatado que, para um número de CFL fixo, o algoritmo de Beam e Warming (1978) apresenta uma melhor razão de convergência quando é utilizado o operador de dissipação não linear. Embora o operador de dissipação linear atue de uma forma mais suave, o operador não linear apresenta características ligeiramente melhores para a convergência do esquema quando é considerado um mesmo valor de CFL.

O ponto a ser ressaltado é que, levando em consideração a proximidade das soluções, o operador linear permitiu o uso de um número de CFL bem maior que o operador não linear, motivando, assim, sua escolha para situações em que são desejadas soluções de problema de estado estacionário com boa qualidade global a um tempo de execução computacional pequeno. É visível que um ajuste adequado nos coeficientes K_1 e K_2 do modelo não linear não poderá superar a razão de convergência que o algoritmo de Beam e Warming (1978) adquire ao ser utilizado o operador de dissipação linear com um número de CFL três vezes maior que o máximo admissível para ele. Além disso, o modelo linear é uma ótima opção pela sua simplicidade de implementação. É importante salientar que estes comentários

estão levando em consideração apenas as características de desempenho computacional do algoritmo de Beam e Warming (1978) e não estão sendo ponderadas eventuais perdas na qualidade da solução em relação aos operadores de dissipação linear e não linear.

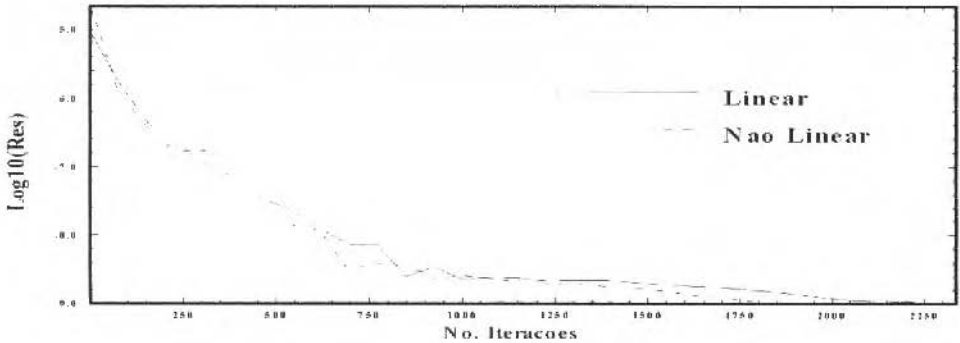


Fig. 8 Comportamento de convergência do algoritmo de Beam e Warming (1978)

Desta forma, para um número de CFL fixo, o operador de dissipação artificial não linear apresenta excelentes resultados e uma razão de convergência melhor que o operador de dissipação artificial linear. Para um número de CFL de livre escolha pelo usuário, como acontece na prática, o operador de dissipação artificial linear apresenta bons resultados, quando também devidamente ajustado o valor de ϵ_1 e uma razão de convergência melhor que o operador não linear.

Algoritmo de Chaussee e Pulliam

As Figuras 9 até 12 exibem as curvas de contorno de isopropriedades para a pressão e para o número de Mach obtidas pelas versões do algoritmo de Chaussee e Pulliam (1981) implementadas no presente trabalho. As Figuras 9 e 10 exibem os resultados do esquema de Chaussee e Pulliam simplificado e as Figs. 11 e 12 exibem os resultados para o algoritmo completo.

Na comparação dos resultados é verificado que as soluções para os algoritmos de Beam e Warming com operador de dissipação artificial não linear (Figs. 4 e 5), Chaussee e Pulliam simplificado (Figs. 9 e 10) e Chaussee e Pulliam completo (Figs. 11 e 12) são praticamente idênticas em termos de curvas de contorno.

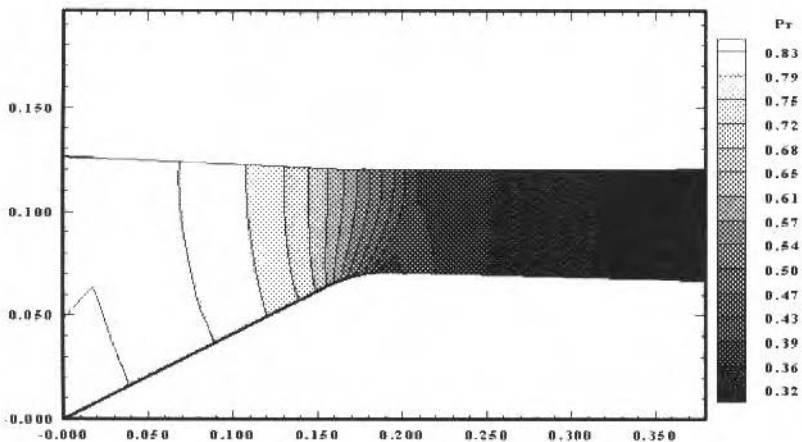


Fig. 9 Curvas de contorno de pressão pelo algoritmo simplificado de Chaussee e Pulliam

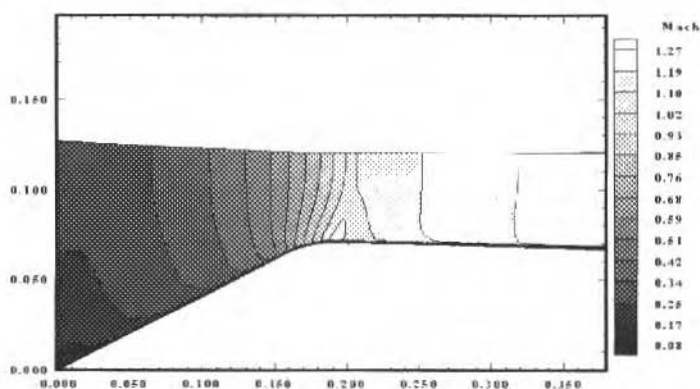


Fig. 10 Curvas de contorno de número de Mach pelo algoritmo simplificado de Chaussee e Pulliam

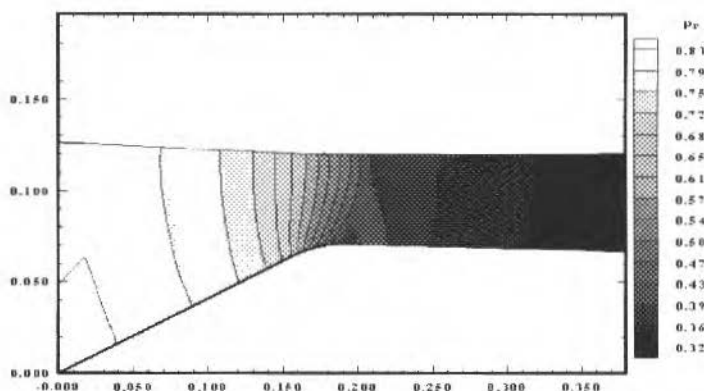


Fig. 11 Curvas de contorno de pressão pelo algoritmo completo de Chaussee e Pulliam

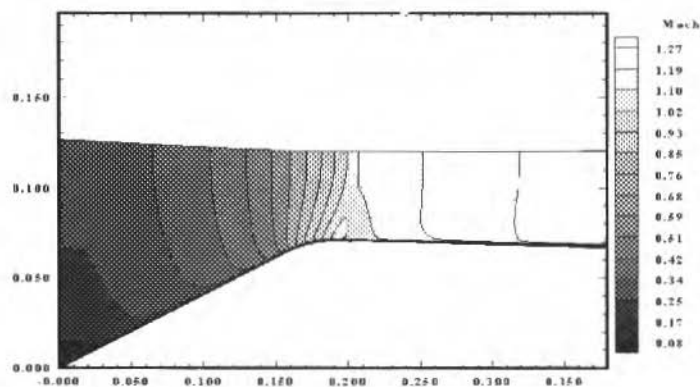


Fig. 12 Curvas de contorno de número de Mach pelo algoritmo completo de Chaussee e Pulliam

Algoritmo de Steger e Warming

As Figuras 13 e 14 exibem os resultados para o algoritmo de Steger e Warming (1981) com discretização espacial de primeira ordem nos lados esquerdo e direito (esquema 5). As Figs. 15 e 16 exibem os resultados para o algoritmo de Steger e Warming (1981) com discretização espacial de primeira ordem no lado esquerdo e de segunda ordem no lado direito (esquema 6). Finalmente, as Figs. 17 e 18 exibem os resultados para o algoritmo de Steger e Warming (1981) com discretização espacial de segunda ordem para ambos os lados esquerdo e direito (esquema 7). Os resultados para as variações do algoritmo de Steger e Warming (1981) são constituídos de curvas de contorno de isopropriedades para a pressão e para o número de Mach. Particularmente, os esquemas 6 e 7, que possuem segunda ordem de precisão espacial no lado explícito, apresentam diferenças pequenas tanto em termos quantitativos como em termos qualitativos em relação aos resultados dos algoritmos anteriores.

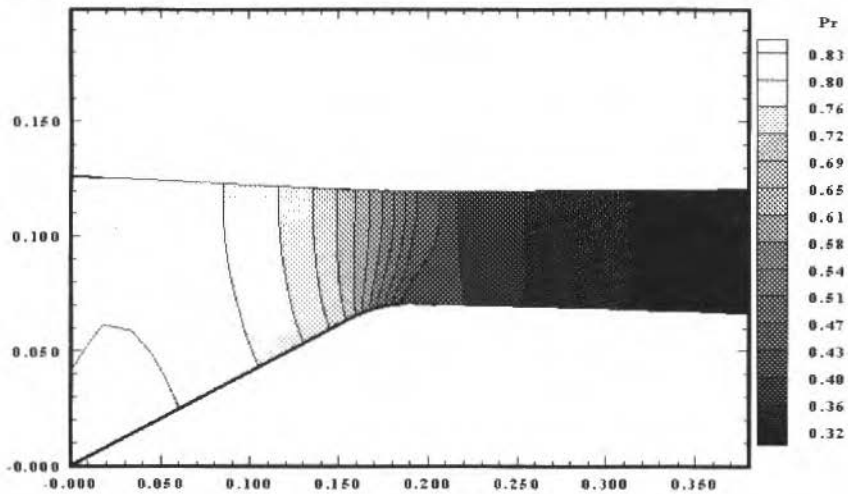


Fig. 13 Curvas de contorno de pressão pelo algoritmo de Steger e Warming (5)

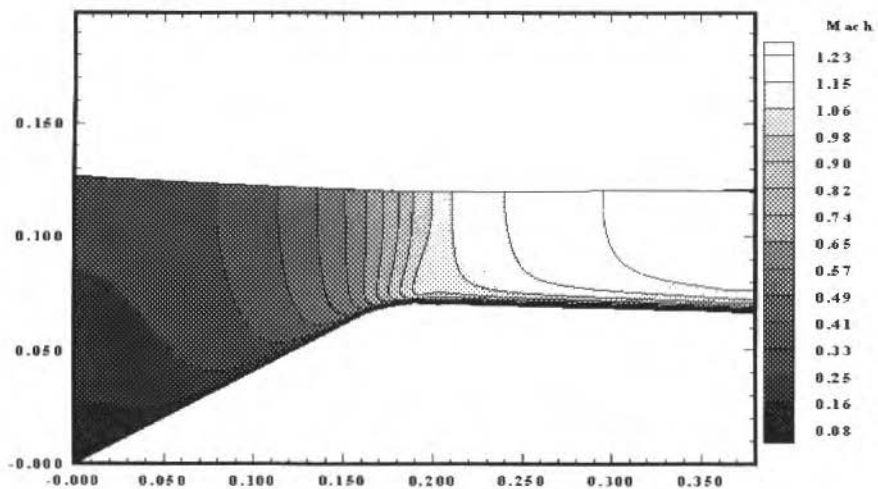


Fig. 14 Curvas de contorno de número de Mach pelo algoritmo de Steger e Warming (5)

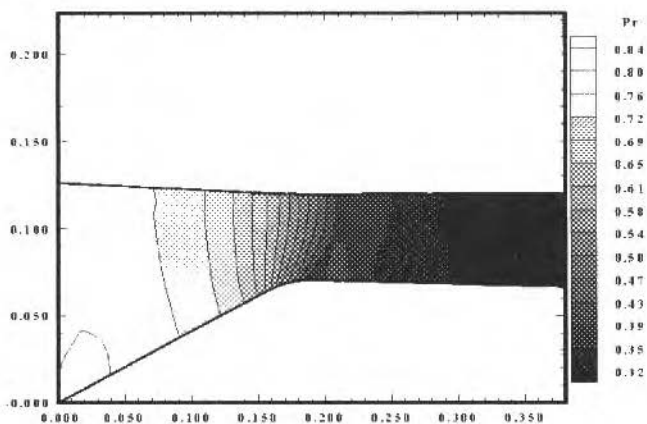


Fig. 15 Curvas de contorno de pressão pelo algoritmo de Steger e Warming (6)

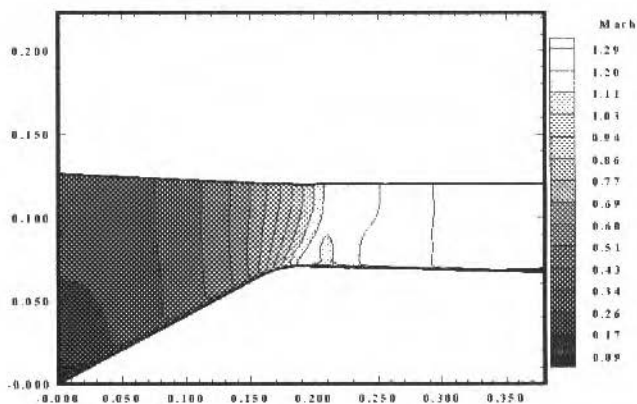


Fig. 16 Curvas de contorno de número de Mach pelo algoritmo de Steger e Warming (6)

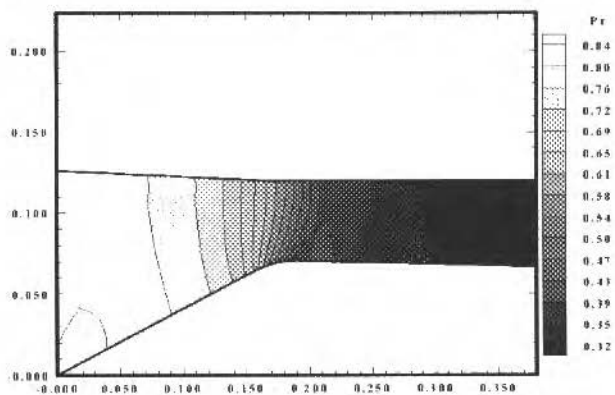


Fig. 17 Curvas de contorno de pressão pelo algoritmo de Steger e Warming (7)

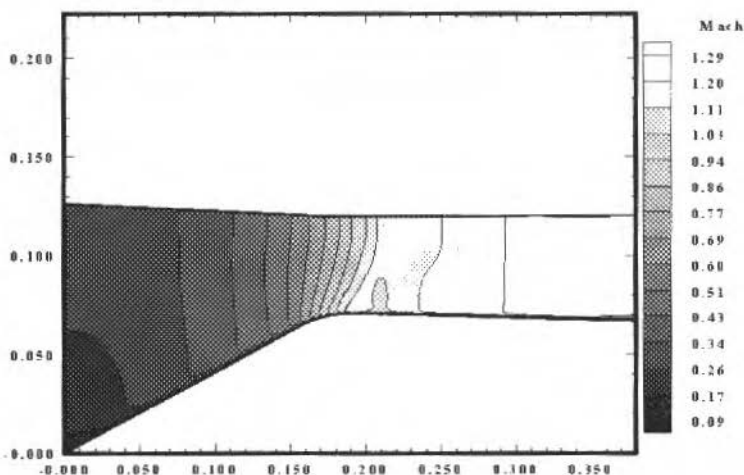


Fig. 18 Curvas de contorno de número de Mach pelo algoritmo de Steger e Warming (7)

Para os estudos realizados com o algoritmo de Steger e Warming (1981), é aceitável a idéia de que no esquema em que o lado direito foi discretizado com operadores de primeira ordem de precisão no espaço, as soluções tenderiam a apresentar diferenças em relação as obtidas com os algoritmos de Beam e Warming (1978) e Chaussee e Pulliam (1981), discretizados com segunda ordem de precisão no espaço, como é caracterizado nas soluções apresentadas. Ainda nesta análise, mesmo os termos viscosos tendo sido discretizados com segunda ordem de precisão, os termos não viscosos estão discretizados com primeira ordem de precisão, inutilizando a melhor ordem de precisão da contribuição viscosa. Isto é verificado principalmente pelo aumento na espessura da camada limite constatado nos resultados desta versão do algoritmo de Steger e Warming (1981).

Para os esquemas de Steger e Warming (1981) com discretização do lado direito por operadores de segunda ordem (esquemas 6 e 7), é evidente a concordância de resultados entre eles. Pela análise das curvas de contorno de isopropriedades, é perceptível que o efeito de aumento da espessura da camada limite detectado na versão de primeira ordem do algoritmo de Steger e Warming (1981) diminuiu. A espessura da camada limite obtida para as versões (6) e (7) do algoritmo de Steger e Warming (1981) está bem mais próxima dos resultados obtidos pelos algoritmos de Beam e Warming (1978) e Chaussee e Pulliam (1981).

A seguir, as Figs. 19 e 20 exibem a distribuição de pressão ao longo da parede do bocal transônico, em relação a pressão de estagnação do fluido (P_0), obtida pelos diversos esquemas numéricos aqui apresentados em comparação com a solução obtida pelo esquema implícito de McCormack (1985), para o caso viscoso, e o resultado experimental de Mason et al. (1980). A malha utilizada no trabalho de McCormack (1985) era 20×46 , bem menos refinada do que a malha apresentada neste trabalho. Os resultados obtidos pelos métodos numéricos aqui estudados apresentam uma boa proximidade entre si, bem como em relação aos resultados obtidos em McCormack (1985) e Mason et al. (1980). As maiores discrepâncias, é claro, são encontradas no esquema de Steger e Warming (1981) com discretização espacial de primeira ordem no lado direito da equação discreta. As curvas abaixo são identificadas pelas siglas: BW, Beam e Warming (1978) com operador de dissipação artificial não linear; SPC, Chaussee e Pulliam (1981) em sua forma simplificada; CPC, Chaussee e Pulliam (1981) em sua forma completa; SW, Steger e Warming (1981) nas versões de discretização espacial do lado esquerdo e direito da Eq. (12) apresentadas neste trabalho; "Mac" para a solução obtida pelo esquema implícito de McCormack (1985); e "Exp" para o resultado experimental de Mason et al. (1980). Na Fig. 19 fica evidente a excelente concordância entre as curvas de distribuição de pressão ao longo da parede do bocal para os algoritmos de Beam e Warming (1978) e Chaussee e Pulliam (1981) em suas formas simplificada e completa. As curvas referentes a estes algoritmos são coincidentes nesta figura, enfatizando a boa proximidade dos resultados numéricos obtidos, como descrito na análise das curvas de contorno de isopropriedades.

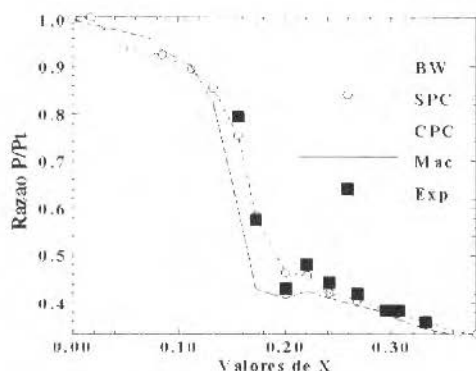


Fig. 19 Distribuição de pressão ao longo da parede do bocal para os esquemas BW, SPC e CPC

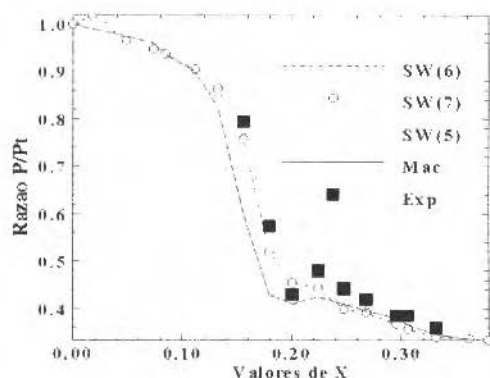


Fig. 20 Distribuição de pressão ao longo da parede do bocal para as versões do esquema de SW

Comparação de Desempenho entre os Algoritmos para o Caso Viscoso

A Tabela 1 ilustra as características principais dos esquemas testados para o caso das equações de Navier-Stokes. Foi utilizada uma estação de trabalho IBM 6091/19 para realizar os estudos abaixo:

Tabela 1 Desempenho computacional dos algoritmos de Beam e Warming (1981), Pulliam e Chaussee simplificado e completo (1981) e Steger e Warming (1981) para o caso viscoso

Esquema	CFL(max)	No. de iterações	Tempo total	Custo (C.I.P.)
Beam e Warming (NL)	1,7	4947	2h40'33,08"	0,00040067s
Chaussee e Pulliam (S)	1,5	5362	2h03'16,39"	0,00028383s
Chaussee e Pulliam (C)	35,0	3068	1h20'26,20"	0,00032368s
Steger e Warming (5)	0,7	7032	6h44'57,43"	0,00071096s
Steger e Warming (6)	0,3	10.000*	9h46'49,73"	0,00072448s
Steger e Warming (7)	0,3	15.000*	17h30'06,01"	0,00086428s

* A execução dos esquemas foi interrompida em 10.000 e 15.000 iterações, respectivamente, pela demora de convergência observada. A ordem de grandeza do resíduo máximo no campo era de 10^{-10} .

O custo por iteração por ponto da malha computacional foi calculado conforme a seguir:

$$C.I.P. = \frac{\text{Tempo Real}}{(\text{Número total de iterações}) \times (\text{Total de pontos da malha})}$$

Do exposto na tabela anterior, os menores custos por iteração por ponto da malha estão associados aos algoritmos diagonais de Chaussee e Pulliam simplificado e completo (1981), o que era esperado pois consistem em soluções de sistemas de matrizes diagonais. Os esquemas mais caros são os derivados do algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger e Warming (1981). Isto também era esperado devido ao cálculo das matrizes "reconstruídas" a cada iteração e da resolução de sistemas tridiagonais e pentadiagonais de blocos cheios em alguns casos. O melhor desempenho coube ao algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981) com um custo por iteração por ponto da malha pequeno (cerca de 14,04% mais caro que o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado e 19,22% mais barato que o algoritmo de Beam e Warming) e com uma razão de convergência excelente para o caso das equações de Navier-Stokes (cerca de 37,98% menos iterações são requeridas para atingir a convergência em comparação com esquema de Beam e Warming). Esta análise é baseada no máximo CFL admissível para cada algoritmo, que é a situação que persiste na prática. Assim, para o caso das equações de Navier-Stokes, o algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981) foi o que apresentou o melhor desempenho entre os esquemas testados. Próximo a ele está o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado (1981) (apenas 8,39% mais iterações são requeridas em relação ao esquema de Beam e Warming) e a seguir o algoritmo de Beam e Warming (1978) (cerca de 41,17% mais caro que o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado). As derivações do algoritmo de Steger e Warming (1981) apresentaram um custo por iteração por ponto da malha elevado e por isso ficam sem muita competitividade em relação aos anteriores.

Para finalizar a análise dos resultados obtidos para o caso das equações de Navier-Stokes, os resultados para os algoritmos de Beam e Warming, Chaussee e Pulliam simplificado e completo e Steger e Warming (5) estiveram dentro das perspectivas esperadas. Por outro lado, os algoritmos de Steger e Warming (6) e (7), apresentaram problemas no processo numérico de convergência, originando custos computacionais elevados em comparação com os outros algoritmos.

Comparação de Desempenho entre os Algoritmos para o caso Não Viscoso

Para avaliar a influência dos termos viscosos no desempenho dos algoritmos testados, o caso das equações de Euler também foi simulado nas variações de implementação computacional anteriormente discutidas.

Na comparação dos resultados, é verificada, em termos gerais, as mesmas características dos resultados obtidos para o caso viscoso. As soluções para os algoritmos de Beam e Warming (1978), Chaussee e Pulliam simplificado (1981) e Chaussee e Pulliam completo (1981) são praticamente idênticas entre si, repetindo o acontecido no caso viscoso. O comportamento dos resultados para as variações do algoritmo de Steger e Warming (1981) apresentou, no geral, boas características, tanto em termos quantitativos como em termos qualitativos, em relação aos resultados dos algoritmos anteriores.

A Tabela 2 ilustra as características principais dos esquemas testados para o caso das equações de Euler. Foi utilizada uma malha computacional de quarenta e um (41) pontos computacionais na direção ξ e vinte (20) pontos computacionais na direção η , com um estiramento exponencial de dez por cento em ambas as direções, seguindo o mesmo procedimento do caso viscoso. Também foi utilizada uma estação de trabalho IBM 6091/19 para realizar os estudos a seguir:

Tabela 2 Desempenho computacional dos algoritmos de Beam e Warming (1981), Pulliam e Chaussee simplificado e completo (1981) e Steger e Warming (1981) para o caso não viscoso

Malha: 41 x 20	Número total de pontos: 820		Critério de convergência: 10^{-10}	
Esquema	CFL(máx)	No. de iterações	Tempo total	Custo (C.I.P.)
Beam e Warming (NL)	1,7	801	3'13,61"	0,00029477s
Chaussee e Pulliam (S)	1,8	769	2'52,18"	0,00027305s
Chaussee e Pulliam (C)	6,7	375	1'55,78"	0,00030397s
Steger e Warming (5)	0,8	1588	14'57,93"	0,00068957s
Steger e Warming (6)	0,3	3369	31'50,93"	0,00069172s
Steger e Warming (7)	0,4	2624	27'56,44"	0,00077913s

Do exposto na tabela anterior, os menores custos por iteração por ponto da malha estão associados aos algoritmos diagonais de Chaussee e Pulliam simplificado e completo (1981) e ao algoritmo de Beam e Warming padrão (1978). Os esquemas mais caros são os derivados do algoritmo de separação de vetores de fluxo de Steger e Warming (1981), o que também era esperado pelas mesmas razões do caso viscoso. O melhor desempenho coube novamente ao algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981) com um custo por iteração por ponto da malha computacional baixo. Este custo ficou em cerca de 11,32% mais caro que o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado e apenas 3,12% mais caro que o algoritmo de Beam e Warming padrão. A razão de convergência foi excelente para o caso das equações de Euler, levando cerca de 51,24% menos iterações que o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado e 53,18% menos iterações em relação ao algoritmo de Beam e Warming padrão. Novamente, esta análise é baseada no máximo CFL admissível para cada algoritmo, que é a situação que persiste na prática. Assim, para o caso das equações de Euler, o algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981) foi o que apresentou o melhor desempenho entre os esquemas testados. Próximo a ele está o algoritmo de Chaussee e Pulliam simplificado (1981) e, a seguir, o algoritmo de Beam e Warming (1978). Novamente as derivações do algoritmo de Steger e Warming (1981) apresentaram um custo por iteração por ponto da malha elevado, não exibindo competitividade em relação aos outros algoritmos para o caso testado. Em outras palavras, os testes realizados para o caso não viscoso ratificam os resultados obtidos para o caso viscoso. Observe-se ainda que as figuras apresentadas tratam apenas do comportamento global do campo de velocidades, não incluindo como ilustração o perfil de velocidades na camada limite. Isto foi feito porque, tendo em conta o elevado número de Reynolds típico da aplicação apresentada, o escoamento seria turbulento e os resultados então estariam incorretos, por não ter sido incluído um modelo de turbulência no trabalho. Isto se deu porque o interesse principal foi o de comparar métodos numéricos com qualidades de solução global próximos, mas com desempenhos computacionais diferentes e, a inclusão ou não de um modelo de turbulência, não afetaria as conclusões do trabalho.

Conclusões

Este trabalho teve como principal característica a implementação numérica de sete esquemas diferentes para resolução das equações de Navier-Stokes em um problema cotidiano da engenharia aeronáutica, usando a formulação de diferenças finitas. A utilização do conceito de relações características unidimensionais foi de eficiência muito boa para gerar condições de contorno adequadas na entrada e saída do bocal. O operador de dissipação artificial não linear teve excelente comportamento em termos da física do problema e em termos da estabilidade no processo de convergência. O operador de dissipação artificial linear apresentou características excelentes no tocante ao uso de um número de CFL, bem maior que o modelo não linear. O principal ponto no presente trabalho foi a averiguação da melhor eficiência computacional do algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981), tanto para o caso das equações de Navier-Stokes como para o caso das equações de Euler. A um custo por iteração por ponto da malha computacional baixo, o algoritmo de Chaussee e Pulliam completo (1981) exibiu excelentes características de convergência.

A contribuição científica do trabalho é a de discutir os aspectos teóricos fundamentais envolvidos na implementação computacional de algoritmos implícitos de fatoração aproximada clássicos da literatura. Além disto, o trabalho ressalta as vantagens e desvantagens práticas destes esquemas no tocante à qualidade global da solução gerada, razão de convergência e custo computacional por iteração por ponto da malha computacional.

Agradecimentos

Este trabalho faz parte de um projeto de pesquisa financiado em parte pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), através de uma bolsa de Doutorado, nível I, sob o Processo N° 96/02601-4. Os autores também agradecem o suporte parcial do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, através do Projeto Integrado de Pesquisa associado ao Processo N° 522413/96-0.

Referências

Azevedo, J. L. F., 1990, "Euler Solutions of Transonic Nozzle Flows", Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas (III ENCT), Vol. I. Itapema, SC, Brazil, pp. 243-248.

- Azevedo, J. L. F., 1992, "A Finite Difference Method Applied to Internal Axisymmetric Flows", *Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional*, Vol. 3, No. 1, Série II, pp. 1-20.
- Azevedo, J. L. F., Fico, N. G. C. R., Jr., Ortega, M. A., e Luna, G. C., 1992, "Nozzle Flow Computations Using the Euler Equations", Paper ICAS No. 92-4.1.2, Proceedings of the 18th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Beijing, P. R. China, pp. 97-107.
- Beam, R. M., e Warming, R. F., 1976, "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form", *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, pp. 87-110.
- Beam, R. M., e Warming, R. F., 1978, "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations", *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 4, pp. 393-402.
- Chaussec, D. S. e Pulliam, T. H., 1981, "Two-Dimensional Inlet Simulation Using a Diagonal Implicit Algorithm", *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 2, pp. 153-159.
- Fox, R. W., e McDonald, A. T., 1988, "Introdução à Mecânica dos Fluidos", Editora Guanabara Koogan, pp 581-586.
- MacCormack, R. W., 1985, "Current Status of Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations", AIAA Paper 85-0032, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, EUA.
- Mason, M. I., Putnam, L. E., e Re, R. J., 1980, "The Effect of Throat Contouring on Two-Dimensional Converging-Diverging Nozzles at Sonic Conditions", NASA Technical Paper 1704.
- Pulliam, T. H., 1986, "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 12, pp.1931-1940.
- Pulliam, T. H., e Steger, J. L., 1980, "Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow", *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 2, pp. 159-167.
- Steger, J. L., e Warming, R. F., 1981, "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods", *Journal of Computational Physics*, Vol. 40, pp. 263-293.

Redução das Incertezas na Caracterização de Reservatórios Utilizando Simulação Estocástica e Ajuste de Histórico de Produção

Reduction of Uncertainties in Characterization of Reservoirs Using Stochastic Simulation and Production History Adjustment

Luis Glauber Rodrigues

Denis José Schiozer

Armando Zaupa Remacre

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Mecânica

Departamento de Engenharia de Petróleo

13083-970 Campinas, SP, Brazil

denis@dep.fem.unicamp.br

Abstract

The integrated analysis between geology and engineering is achieved by the methodology used in this work which applies stochastic and flow simulation to improve reservoir characterization. Horizontal and vertical permeability are considered by kriging and stochastic simulation. Generated images are selected using production obtained from flow simulation during history matching. Production forecast uncertainties are also obtained. Parallelization is used to reduce the total time of the process.

Keywords: Stochastic Simulation, History Matching, Simulations Parallelization

Resumo

A análise integrada da geologia e da engenharia é conseguida com a metodologia utilizada neste trabalho, que aplica a simulação estocástica juntamente com a de fluxo, para melhor caracterizar um reservatório. As variáveis permeabilidade horizontal e vertical são consideradas através da krigagem e simulação estocástica. As imagens geradas são selecionadas em função das respostas de produção obtidas durante o ajuste de histórico. Incertezas nas previsões de comportamento são também obtidas com esta metodologia. O tempo de análise dos resultados é abreviado utilizando-se a paralelização em uma rede de estações.

Palavras chave: Simulação Estocástica, Ajuste de Histórico, Paralelização de Simulações.

Introdução

O correto uso e interpretação dos dados obtidos no reservatório é uma das mais importantes tarefas do engenheiro e do geólogo. A qualidade das informações é fator de sucesso em estudos de reservatório e em análises econômicas. A heterogeneidade do reservatório pode ser caracterizada numericamente, utilizando a simulação condicional de variáveis aleatórias. Essa é uma alternativa válida, pois sabe-se que valores constantes de variáveis aplicados em diversos blocos da malha de simulação é irreal.

Em alguns reservatórios, o mais importante elemento descritivo é a real distribuição dos folhelhos. Muitos investigadores (Deutsch, 1989; Almeida et al., 1993; Ballin, 1992) têm demonstrado que a permeabilidade vertical, entre as propriedades de transporte de fluidos, é a que sofre maior influência da distribuição de folhelhos.

Camposana (1990) procura uma aplicação prática da simulação estocástica juntamente com a de fluxo em um campo de petróleo. Nesse trabalho o volume de argila (V_{sh}) é considerado como a mais importante heterogeneidade presente no reservatório.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia que contribua para melhorar a caracterização de reservatórios heterogêneos e, para isso, é utilizado um campo real de arenitos turbidíticos, denominado neste trabalho, TESE1.

Neste estudo é utilizada a simplificação de gerar valores variáveis de permeabilidade apenas em uma malha refinada local, contida dentro de uma região limitada do campo, ao redor do poço denominado TE10, igual à malha de simulação de fluxo, para evitar a mudança de suporte e as não estacionariedades existentes. Erros devido à mudança de suporte, devem-se ao fato de que a

permeabilidade efetiva do bloco não é igual à uma simples média das permeabilidades pontuais, ou seja, a variável não é aditiva. Vários trabalhos (Dubrule e Haldorsen, 1986; Guerillot et al., 1994; Morelon et al., 1991) foram publicados sobre o assunto mas sem uma solução exata geral para o problema.

Este trabalho está dividido em duas partes principais. A primeira é a análise dos dados do campo e a construção dos modelos tradicional e geoestatístico. O modelo tradicional é utilizado como base de referência. Os modelos geoestatísticos são compostos da análise variográfica das permeabilidades horizontal e vertical, da krigagem e da simulação estocástica dessas variáveis em uma malha pré-definida. A segunda parte é a análise das respostas obtidas com a utilização desses modelos no simulador de fluxo.

Os resultados da simulação de fluxo obtidos com o modelo tradicional, o modelo obtido por krigagem e as imagens estocásticas representativas são comparados em dois tempos distintos do histórico de produção quanto à qualidade do ajuste realizado.

A imagem homogênea é composta de valores de permeabilidade constantes ao longo das camadas. As imagens heterogêneas são aquelas obtidas da krigagem e da simulação estocástica e introduzidas no simulador de fluxo em torno do poço TE10. As imagens obtidas por krigagem são importantes pois podem antecipar possíveis conclusões acerca das imagens simuladas estocasticamente.

Existem dois casos de imagens homogêneas. O chamado ajuste grosseiro e o ajuste fino. A diferença entre ambos é que o ajuste fino consome mais tempo e utiliza uma curva de permeabilidade relativa específica da fase água na região de influência do poço TE10. Neste trabalho é comentado apenas o primeiro caso (Rodrigues, 1996).

Ao todo são utilizadas 30 imagens para cada caso heterogêneo. Este número é justificado pela estabilização da variância da produção acumulada final de água no poço TE10.

A segunda fase é usada como uma confirmação do ajuste obtido na primeira fase (primeiro tempo do histórico de produção).

O modelo de fluxo adotado é apresentado de forma simplificada (Fig. 1). Observar a área, ao centro, próximo ao poço TE10 que é escolhida para detalhamento geológico e também o detalhamento feito na Camada 4 que é a zona de transição do campo. O modelo geoestatístico é usado só nesta camada para reduzir o número de blocos de simulação.

O software MPS (Módulo de Paralelização de Simuladores) é utilizado para paralelizar as simulações de fluxo e acelerar o processo. O tempo para o ajuste de histórico é reduzido com a utilização dessa técnica.

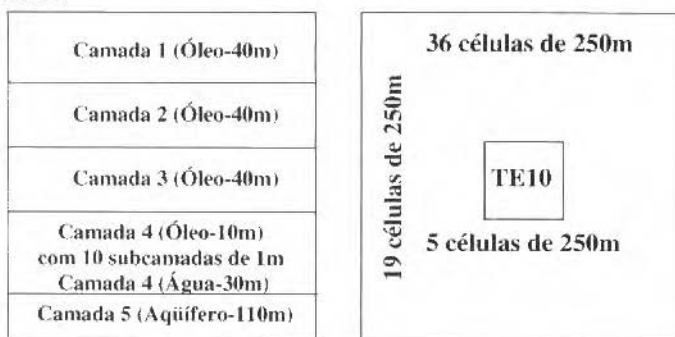


Fig. 1 Modelo de fluxo adotado neste trabalho nos planos vertical e horizontal.

Análise Variográfica

Para a definição do suporte a ser adotado na análise variográfica, tanto aspectos quantitativos como qualitativos são considerados. Inicialmente, na direção vertical, cinco poços testemunhados do campo TESE1 são analisados através de seus variogramas da variável permeabilidade vertical, usando-se suportes diferentes. Observa-se que, a maioria dos poços apresenta um variograma representativo quando é utilizado o suporte na vertical de 1m de espessura. Pode-se notar, também, que cada caixa de testemunho possui aproximadamente 1m e contém, na sua maioria, ou arenito ou selante. Na direção horizontal, o suporte adotado é de 250m devido à escassez de dados.

Os variogramas experimentais das permeabilidades nas direções horizontal e vertical são construídos com os suportes de 250m e 1m, respectivamente. Também são construídas as nuvens de

pares de pontos que se utiliza na construção dos variogramas. Com esses gráficos é possível modelar os dados experimentais com o modelo seno-cardinal. Os primeiros pontos do variograma são sempre considerados os mais importantes para preservar a heterogeneidade existente. O modelo adotado procura se adequar à nuvem variográfica obtida, onde valores extremos e pouco representativos são desconsiderados na obtenção do valor médio para um determinado passo do variograma.

A decisão da escolha do modelo a ser adotado procura representar a natureza dos dados da melhor forma possível. Há redução da variância com a distância nos dados de permeabilidade (Fig. 2). O logaritmo da permeabilidade é utilizado apenas para reduzir a dispersão dos dados.

A próxima etapa na caracterização do modelo é fazer os ajustes dos variogramas aos dados experimentais nas direções horizontal e vertical. O plano horizontal é considerado isotrópico devido à escassez de dados, ou seja, é construído um variograma omnidirecional. Isso não prejudica a análise da área escolhida para estudo detalhado, pois a mesma é pequena quando comparada ao campo como um todo. De qualquer forma, só é adotada essa prática devido à ausência de dados ao longo desse plano.

O modelo final adotado é uma soma de três modelos superpostos. O primeiro modelo é pepítico, cuja presença é detectada na modelagem do variograma vertical. Os outros modelos são dois seno-cardinal com anisotropia nas direções horizontal e vertical (Fig. 2). Não se procura honrar o primeiro valor do variograma na horizontal, devido representar apenas um par de pontos.

Krigagem

A krigagem ordinária é utilizada como meio de se analisar a sensibilidade do modelo de fluxo às mudanças ocorridas nos parâmetros (alcance e patamar) que definem o modelo variográfico das permeabilidades horizontal e vertical (Rodrigues, 1996). Essas mudanças são fáceis de serem analisadas na imagem da krigagem devido à imagem resultante ser única e, por isso, demandando uma única simulação de fluxo por mudança no variograma. Essa imagem, em si, não é representativa das heterogeneidades existentes, pois sua tendência em suavizar os valores extremos não é adequada para a natureza da variável em estudo.

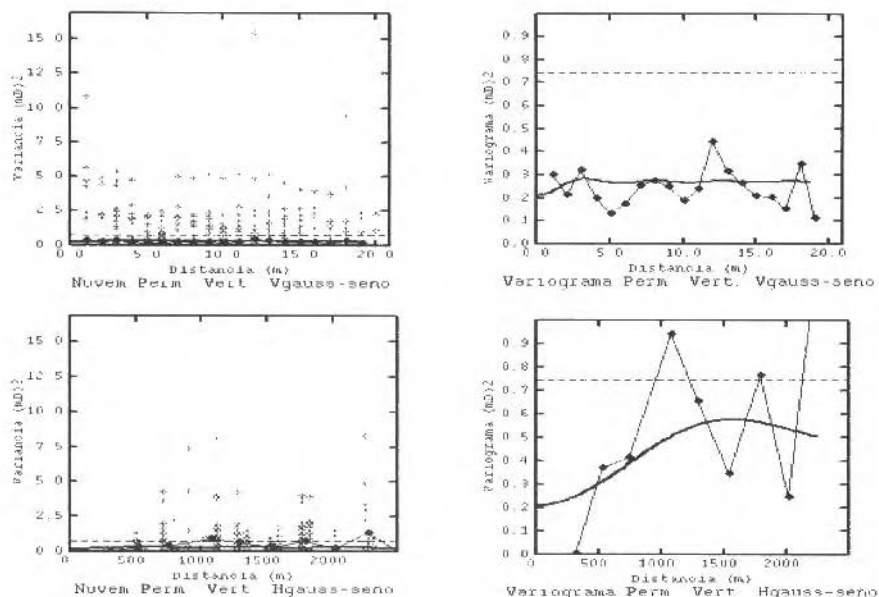


Fig. 2 Ajuste dos dados experimentais com o modelo seno-cardinal para a variável $\text{Ln}(K_v)$ nas direções vertical e horizontal. A variável é transformada em uma distribuição gaussiana antes de sua utilização na simulação estocástica.

A malha adotada para a geração de valores obtidos da krigagem é composta de 5 blocos de 250m na direção X, 5 blocos de 250m na direção Y e 10 blocos de 1m na direção Z (Fig. 3).

A vizinhança adotada para a estimativa de krigagem, em cada bloco, é a de um elipsóide, com alcance na direção horizontal de 1250m e na vertical de apenas 2m. A estimativa é considerada aceitável com valor mínimo de 1 amostra presente nos limites da vizinhança. Essa prática é adotada devido a escassez de dados.

A imagem obtida por krigagem das permeabilidades horizontal e vertical utilizando o modelo variográfico acima, é usada no simulador de fluxo apenas para efeito de comparação com as imagens da simulação estocástica.



Fig. 3 Esquema utilizado na fase de estimativa por krigagem e de simulações estocásticas, das permeabilidades horizontal e vertical na direção horizontal, na área em torno do poço TE10.

Ajuste de Histórico

Inicialmente é feito o ajuste de histórico de produção de fluidos para o modelo tradicional montado sem a presença de imagens estocásticas. A idéia é conseguir dentro de limites de tempo aceitáveis um ajuste, mesmo que grosseiro, para servir como ponto de partida para o processo usando simulações estocásticas. Faz-se, então, uma comparação entre o método tradicional e o método com geração de imagens. Essa comparação é feita sempre com o poço TE10 e, em especial, com relação a sua produção de água, tanto vazão como produção acumulada. Isto se deve ao fato que o reservatório não possui capa de gás e o mecanismo de produção é de gás em solução, sendo necessária a injeção de água como mecanismo de manutenção de pressão.

O ajuste de histórico é desenvolvido em duas fases. A primeira fase vai até a data de 2708 dias e incorpora toda a injeção de água do campo, com a conseqüente manutenção de pressão. Essa fase serve para seleção de imagens para a previsão de comportamento em uma segunda fase que se estende até 3105 dias. A segunda fase caracteriza-se por grande variação na produção real de água, sendo utilizada como uma comprovação do ajuste feito na primeira fase.

As Figuras 4 e 5 mostram o resultado final do ajuste de histórico de produção até a data de 2708 dias (primeira fase do ajuste), sem a introdução de nenhuma imagem. Nota-se que o ajuste do poço TE10 está distante do valor real.

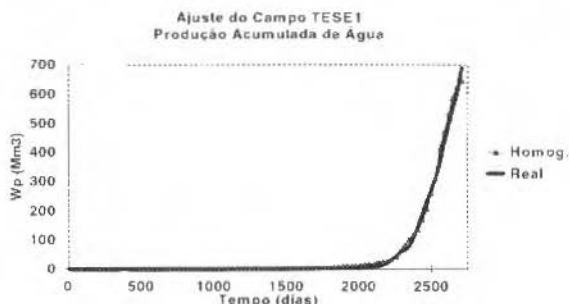


Fig. 4 Ajuste da produção acumulada de água do campo TESE1.

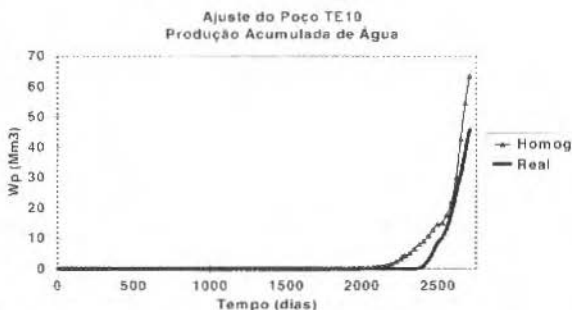


Fig. 5 Ajuste da produção acumulada de água do poço TE10.

Seleção de Imagens

CrITÉRIOS de Seleção

Alguns critérios de seleção são impostos para a aceitação ou não das imagens. O tempo de irrupção (FO1), produção acumulada de água (FO2) e a "distância" entre as curvas simulada e real de produção de água (FO3). Todas estas parcelas são avaliadas em relação aos valores reais medidos, considerando-se certos intervalos limites de aceitação. Os valores das parcelas são obtidas pela diferença entre os valores simulados e os limites do intervalo de aceitação (Tabela 1).

A parcela FO3 é a mais importante para a seleção final das imagens mas também se utilizam as parcelas FO2 e FO1, nesta ordem, como critérios de desempate na classificação geral das imagens.

O intervalo limite do tempo de irrupção é estabelecido em até 150 dias do valor obtido com os dados reais, considerando uma produção máxima de $20\text{m}^3/\text{d}$ de água. O valor 150 dias vem da necessidade de confirmação do efetivo valor produzido de água considerando as dificuldades de medição, que ocorrem nas operações de campo. Além disso, também está contabilizado o maior período entre intervalos de tempo ocorridos durante a simulação de fluxo, que foi de 30 dias em média.

A produção de água acumulada real é considerada para a seleção de imagens com uma margem de erro de 20% e é utilizada pelos problemas de medição que ocorrem no campo. Esse valor deve variar de campo para campo. As imagens, com produção acumulada de água inferiores a esse limite, são consideradas representativas do reservatório.

O outro critério de seleção é a "distância" entre as curvas simulada e real de produção de água e é medida através do somatório do módulo das diferenças entre as duas curvas.

Esses três critérios definidos anteriormente compõem as parcelas da função objetivo, que se procura minimizar, a fim de comparar as metodologias empregadas. A utilização de intervalos de aceitação de imagens ocorre, não só porque há incertezas nas medições, mas porque o ajuste de histórico depende também de outras variáveis.

Após a imagem ter passado por todos esses critérios, uma segunda análise é feita para um tempo de simulação maior. Esse tempo de simulação é caracterizado por maiores oscilações na produção de água do poço TE10. Algumas imagens utilizadas no ajuste anterior são utilizadas também nessa segunda fase para comparação. Na verdade, essa fase é utilizada para confirmar se a seleção efetuada na fase anterior foi eficiente.

Resultados

Primeira Fase

Os resultados comparativos entre as metodologias tradicional e estocástica estão representadas através da Tabela 1 e Fig. 6. A primeira parte do ajuste de histórico tenta selecionar entre as 30 imagens simuladas até 2708 dias, aquelas que melhor ajustam o histórico de produção, ou seja, que minimizam a função objetivo e, em particular, a parcela FO3. É feita também a comparação gráfica com as imagens obtidas por simulação, por krigagem e a imagem tradicional homogênea. As imagens selecionadas 12 e 19 apresentam o intervalo extremo de respostas possíveis obtidas na simulação de fluxo. As imagens da krigagem, homogênea e real são sempre plotadas para comparação. Outras imagens com diferentes classificações (parcela FO3 da Tabela 1) são também selecionadas para comparação.

Em resumo, são selecionadas quatro imagens como representativas do reservatório nessa primeira fase. As imagens, em ordem decrescente de prioridade, são as de número 30, 16, 04 e 17.

Segunda Fase

A segunda fase consiste em se averiguar o comportamento de algumas imagens selecionadas, em um segundo ajuste de histórico, até o tempo de simulação de 3105 dias. A Tabela 2 e a Fig. 7 apresentam estas imagens. A imagem 04 não consegue reproduzir a produção acumulada observada de água. Já a imagem 17, permanece consistente com a primeira fase. Isto mostra que se deve considerar com cautela resultados obtidos em um determinado período de tempo. Também reforça a necessidade de selecionar mais de uma imagem para obter um intervalo possível na previsão de produção. Nesta fase, as imagens 16, 17, 22 e 30 apresentam os melhores resultados. Pode-se notar a alteração na classificação das melhores imagens para intervalos de tempos diferentes.

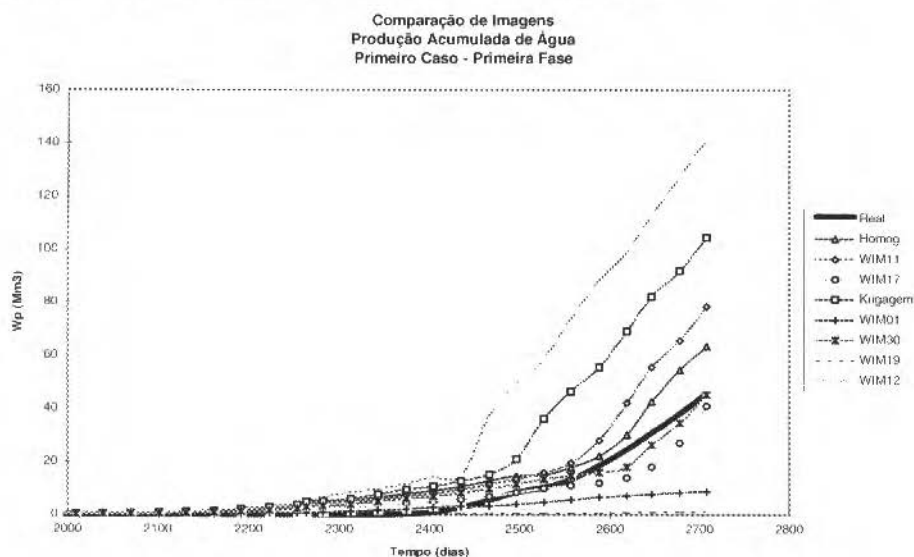


Fig. 6 Comparação de algumas imagens estocásticas, obtidas por krigagem, homogênea e real usando a produção acumulada de água do poço TE10 como variável. (Primeira Fase).

Tabela 1 Comparação entre as imagens estocásticas, obtidas por krigagem, tradicional homogênea e real usando a função objetivo FO (Primeira Fase).

Prim. caso – Prim. fase	Ti	Wp	Qw(S-R)	FO1	FO2	FO3
Tempo – 2708 dias	(Dias)	(Mm ³)	(Mm ³)	Tic	Wpc	Qw(S-R)c
Imag. Real*	2374	45.9	0	0	0	0
Imag. 01*	2313	10.7	38.3	0	25	24.4
Imag. 02	2313	44.5	43	0	0	29.1
Imag. 03	2101	105	62.8	122	50	48.9
Imag. 04*	2223	37.2	33.6	0	0	19.7
Imag. 05	2708	2.1	42.8	181	32.9	28.9
Imag. 06	2223	65.8	44.8	0	10.8	30.9
Imag. 07	2131	99	56.6	92	44	42.7
Imag. 08	2070	130	77.8	153	75	63.9
Imag. 09	2138	98.8	75.6	85	43.8	61.7
Imag. 10	2131	109.2	84.2	92	54.2	70.3
Imag. 11*	2131	78.4	52.9	92	23.4	39
Imag. 12*	2131	141.2	90.2	92	86.2	76.3
Imag. 13	2527	6.6	41	0	28.4	27.1
Imag. 14	2192	91.5	87.5	31	36.5	73.6
Imag. 15	2131	110.6	84.1	92	55.6	70.2
Imag. 16*	2192	54.9	29.4	31	0	15.5
Imag. 17*	2223	40.9	34.3	0	0	20.4
Imag. 18	2131	102	79	92	47	75.1
Imag. 19*	N.A.	1.4	44.5	N.A.	33.6	30.6
Imag. 20	2678	4.7	41.5	151	30.3	27.6
Imag. 21	2223	54.7	42.4	0	0	28.5
Imag. 22*	2223	70.4	36.2	0	15.4	22.3
Imag. 23	2192	105	36.8	31	50	22.9
Imag. 24	2162	75.2	38.7	61	20.2	69.8
Imag. 25	2162	90.5	53.1	61	35.5	39.2
Imag. 26	2138	141.3	75.6	85	86.3	61.7
Imag. 27	2070	141.3	86.7	153	86.3	72.8
Imag. 28	2313	79.4	38.3	0	24.4	24.4
Imag. 29	2138	97.7	66.9	85	42.7	53
Imag. 30*	2162	45	28.2	61	0	14.3
Imag. Da Krigagem*	2138	104.4	80	85	49.4	66.1
Imag. Homol.*	2101	63.4	45.8	122	8.4	31.9
Imag. Kri. A1	2131	92.4	79.7	92	37.5	65.8
Imag. Kri. A2	2101	140.4	78.2	122	38.4	64.3
Imag. Kri. A3	2138	105.7	81.2	85	50.7	67.3
Imag. A4	2101	115.9	77.9	122	60.9	64
Limites	22232527	35.0-55.0	0-13.9	0	0	0

- Ti - Tempo de irrupção.
Wp - Produção acumulada de água.
Qw(S-R) - Somatório do módulo da diferença entre a curva de vazão de água simulada e real.
FO1, FO2, FO3 - Parcelas da função objetivo produção de água.
Tic - Diferença entre os tempos de irrupção real (Intervalo) e simulado em dias.
Wpc - Diferença entre as produções acumuladas de água real (intervalo) e simulada em Mm3.
Qw(S-R)c - Diferença entre os Qw(S-R) real (erro de 30%) e simulado em Mm3.
N. A. - Não Atingiu.
Homog - Homogênea
Kri - Krigagem
A1 - Aumento na amplitude variográfica das permeabilidades horizontal e vertical na horizontal.
A2 - Redução da amplitude variográfica das permeabilidades horizontal e vertical na horizontal.
A3 - Aumento na amplitude variográfica da permeabilidade vertical na horizontal.
A4 - Aumento do patamar no vanograma das permeabilidades horizontal e vertical na horizontal.
Imag - Imagem
Obs.1 - O valor "0" (zero) significa que a Imag. apresenta valores dentro da faixa aceita como real.
Obs. 2 - Os itens com asterisco fazem parte dos gráficos apresentados para a primeira fase.

Tabela 2 Comparação entre as imagens estocásticas, obtidas por krigagem, tradicional homogênea e real usando a função objetivo FO (Segunda Fase).

Prim. caso - Seg. fase	Ti	Wp	Qw(S-R)	FO1	FO2	FO3
Tempo - 3105 dias	(Dias)	(Mm ³)	(Mm ³)	Tic	Wpc	Qw(S-R)c
Imag. Real*	2374	185.4	0	0	0	0
Imag. 04	2223	118	96	0	29	38.5
Imag. 11*	2131	195	113.9	92	0	57.4
Imag. 16*	2192	126	92	31	21	35.5
Imag. 17*	2223	167	94.3	0	0	37.8
Imag. 22	2223	166.2	92.1	0	0	35.6
Imag. 30	2162	138	93.9	61	9	37.4
Imag. da Krigagem*	2138	213	143.5	85	0	87
Imag. Homog.*	2101	175.4	109.37	122	0	52.8
Limites	2223- 2527	147-221	0-56.5	0	0	0

- Ti - Tempo de irrupção.
 Wp - Produção acumulada de água
 Qw(S-R) - Somatório do módulo da diferença entre a curva de vazão de água simulada e real.
 FO1, FO2, FO3 - Parcelas da função objetivo produção de água
 Tic - Diferença entre os tempos de irrupção real (intervalo) e simulado em dias.
 Wpc - Diferença entre as produções acumuladas de água real (intervalo) e simulada em Mm³.
 Qw(S-R)c - Diferença entre os Qw(S-R) real (erro de 30%) e simulado em Mm³.
 N. A. - Não Atingiu.
 Homog. - Homogênea
 Kri - Krigagem.
 Imag - Imagem
 Obs. 1 - O valor "0" (zero) significa que a Imag. apresenta valores dentro da faixa aceita como real.
 Obs. 2 - Os itens com asterisco fazem parte dos gráficos apresentados para a segunda fase.

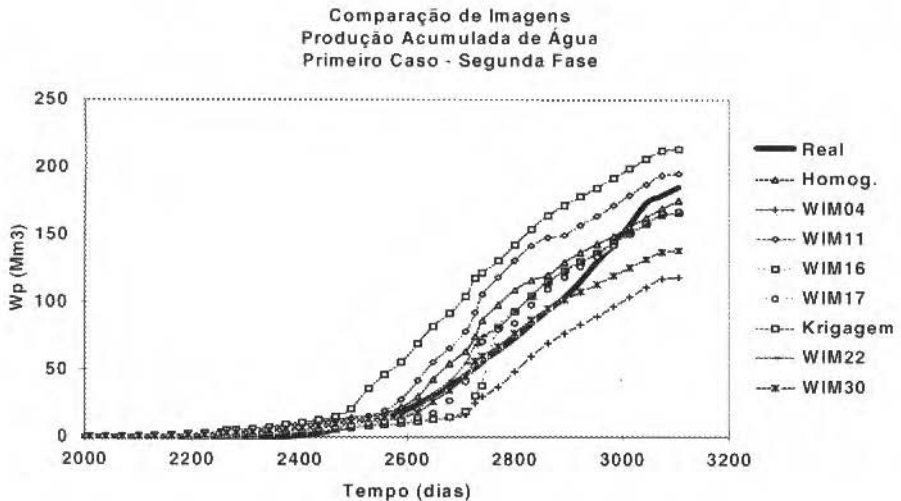


Fig. 7 Comparação de algumas imagens estocásticas, obtidas por krigagem, homogênea e real usando a produção acumulada de água do poço TE10 como variável (Segunda Fase).

Uso do MPS

Neste trabalho há redução no tempo de simulação (aproximadamente em um terço), quando se compara o uso do MPS com a melhor situação, que é rodar simulações, uma após outra, em máquinas desocupadas (sem que haja outro usuário). Esta redução deve-se ao fato de que o MPS (Módulo de

Paralelização de Simuladores), que é o software usado para a paralelização das simulações de fluxo, procura utilizar a rede de estações de forma eficiente quando o número de processos é maior que o número de máquinas (Schiozer e Souza, 1996).

Conclusões

O uso da simulação estocástica juntamente com a de fluxo, objetivando o ajuste de histórico e a previsão de produção, contribui para tornar o modelo, mais representativo e útil para o gerenciamento do reservatório.

Ao se utilizar imagens estocásticas, devem-se considerar as incertezas contidas no grupo de imagens representativas do reservatório, e selecionar mais de uma imagem para obter um intervalo possível na previsão de produção e, além disso, considerar que alterações de comportamento das imagens ocorrem para tempos de histórico distintos.

Como o número de imagens a serem simuladas é muito grande, torna-se importante utilizar a paralelização das simulações de fluxo em redes de estações para reduzir o tempo do processo.

Referências

- Deutsch, C., 1989. "Calculating Effective Absolute Permeability in Sandstone/Shale Sequences", SPE Formation Evaluation, Houston, Texas, pp. 343-348.
- Almeida, A. S. et al., 1993. "An Integrated Approach to Reservoir Studies Using Stochastic Simulation Techniques", In: Soares, A., Geostatistics Tróia '92, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ballin, P. R., 1992. "Approximation of Flow Simulation for Uncertainty Assessment", Tese de Doutorado, Stanford University.
- Campozana, F. P., 1990. "Modelagem Probabilística e Simulação de Reservatórios", Tese de Mestrado em Geoengenharia de Reservatórios, Universidade Estadual de Campinas.
- Dubrule, O., e Haldorsen, H. H., 1986. "Geostatistics For Permeability Estimation", In: Lake, L. W., e Carroll, H. B., Reservoir Characterization, New York: Academic Press, pp. 223-248.
- Guerillot, D. et al., 1994. "3D Fluid Flow Behavior in Porous Media Characterized by Geostatistical Method", In: Anais do SPE Latin American Petroleum Engineering Conference and Exhibition, Rio de Janeiro. (SPE 21081).
- Morelon, I. F. et al., 1991. "An Application of a 3D Geostatistical Imaging to Reservoir Fluid Flow Simulations", In: Anais do 6th SPE Petroleum Computer Conference, Dallas, Texas, pp. 223-231. (SPE 22312).
- Rivoirard, J., 1993. "Relations Between the Indicators Related to a Regionalised Variable", In: Soares, A., Geostatistics Tróia '92, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, V.1, pp. 273-284.
- Rodrigues, L. G., 1996. "Consideração das Incertezas na Caracterização de Reservatórios Utilizando Simulação Estocástica e Ajuste de Histórico de Produção", Tese de Mestrado em Geoengenharia de Reservatórios, Universidade Estadual de Campinas.
- Schiozer, D. J., e Souza, S.H.G., 1996. "MPS - Manual do Usuário", Relatório Interno, Campinas, Universidade Estadual de Campinas.

Análise do Comportamento de Rebolos Convencionais em Função dos Parâmetros de Usinagem e do tipo de Ligante

Analysis of the Behaviour of Conventional Grinding Wheel as a Function of the Machining Parameters and the Bond Kind

Eduardo Carlos Bianchi
Antonio Carlos Pires Dias
Rodrigo Gurian Bortoloto
Odilson Coimbra Fernandes
Carlos Elias da Silva Junior

Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Engenharia e Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

Paulo Roberto Aguiar
Departamento de Engenharia Elétrica
17033-360 Bauru, SP Brazil

Milton Vieira Junior
Universidade Metodista de Piracicaba
Rodovia Sta. Bárbara - Itacemapolis, km 01
Santa Bárbara d'Oeste, SP Brazil

Abstract

This work presents an experimental research on conventional grinding wheel sharpness (remotion ability) behaviour considering the influences of tangencial cut speed, dressing conditions, abrasive grain size, bond kind and workpiece raw material

Keywords: Bonds, Grinding Wheel Conditions, Wear.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo experimental sobre a agressividade da superfície de corte de rebolos convencionais considerando-se a influência da velocidade de corte, condições de dressagem, granulometria do grão abrasivo, tipo de ligante e tipo de material retificado.

Palavras Chave: Ligantes, condições de retificação, desgaste.

Introdução

Tradicionalmente a operação de retificação é utilizada em processos de acabamento onde a qualidade superficial do material retificado e os erros dimensionais e de forma são importantes e, conseqüentemente, devem ser controlados.

Trata-se de um processo de usinagem onde há um grande número de arestas de corte sem geometria definida, agindo simultaneamente. O desgaste destas arestas, e da superfície de corte do rebolo, é causada por fatores mecânicos e físico-químico.

Nomenclatura

A_{dc} = área de dressagem (mm^2)
 A_{dc} = constante de proporcionalidade (mm^3/N)
 a_1 = profundidade de dressagem (mm)
 a_1 = coeficiente angular da reta de regressão linear
 b_1 = largura de atuação de dressagem (mm)
 b = largura dos discos fixos utilizados nos ensaios de agressividade (mm),

F_n = força normal de retificação (N)
 F_n = força normal específica de retificação (N/mm)
 F_{nc} = força crítica específica de retificação (N/mm)
 K = agressividade da superfície de corte do rebolo ($\text{mm}^3/\text{N s}$)
 R = raio dos discos fixos utilizados nos ensaios de agressividade (mm)
 S_1 = passo de dressagem (mm/volta)

U_{d, b, S_1} = grau de recobrimento de dressagem
 V_c = velocidade de corte (m/s)
 Z_c = taxa específica de material removido (mm^3/mm)
 δ = penetração do disco fixo no rebolo (mm)

Os parâmetros de entrada deste processo de usinagem exercem uma grande influência no comportamento da agressividade da superfície de corte de rebolos, que pode ser expressa como sendo a capacidade da superfície de corte de um rebole em remover material, conforme é apresentado na Fig 1.

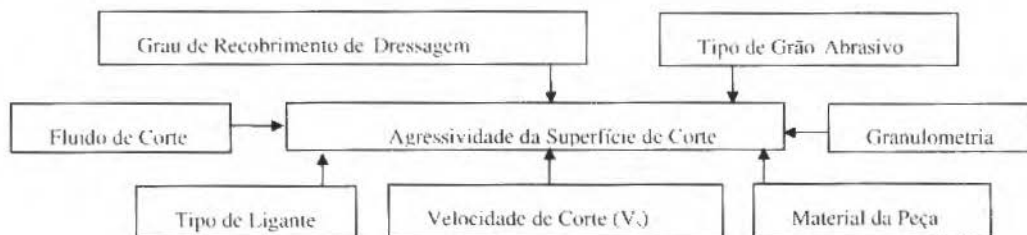


Fig. 1 Alguns parâmetros de entrada do processo de retificação que influenciam na agressividade da superfície de corte dos rebolos

A escolha adequada das condições de usinagem e das especificações do rebole podem otimizar a vida útil da superfície de corte do rebole, de modo a proporcionar uma maior capacidade de remoção de material (Bianchi, 1992).

Este trabalho tem como objetivo o estudo da agressividade da superfície de corte de rebolos convencionais, em função dos diversos parâmetros de entrada, tais como: granulometria do rebole, velocidade de corte, grau de recobrimento de dressagem, tipo de material, tipo de ligante e tipo de grão abrasivo.

Grãos Abrasivos, Ligantes e suas Propriedades

Características e Propriedades dos Grãos Abrasivos Convencionais

Abrasivos são materiais muito duros capazes de arrancar cavacos, por fricção, e que podem ser tanto naturais, como o corindón, esmeril ou diamante, quanto artificiais, como óxido de alumínio, carbureto de silício (chamados abrasivos convencionais), nitreto cúbico de boro e diamante sintético (chamados superabrasivos) (Nussbaum, 1988).

O óxido de alumínio sintético (Al_2O_3), possui uma grande importância dentre os abrasivos. A sua descoberta ocorreu em 1894 pelo químico alemão Ernst Moyat que beneficiou a bauxita, um mineral que apresenta alto teor de alumina impura. Normalmente é usado para a usinagem de aço, aço liga, ferro fundido nodular e maleável, aço rápido, bronze laminado, dentre outros.

Os tipos de grãos utilizados para a realização deste trabalho são:

Grão AA - De cor branca, chega a 99,5% de pureza. Sua forma geométrica pontiaguda o torna pouco resistente ao atrito e ao impacto. É altamente friável, sendo indicado para operações em aços temperados cementados ou duros.

Grão DR - Com coloração rosada e com propriedades semelhantes às do grão AA, porém com maior grau de friabilidade (capacidade do grão abrasivo em fratura-se, gerando novas arestas cortantes). É utilizado principalmente para pontas montadas e retificação de aços sensíveis ao calor. Também é utilizado para remoção de grandes quantidades de material.

No mercado nacional, encontra-se dois tipos de grão "rosa": o rosa comum e o rosa rubino, mais avermelhado. Este, possui a mesma friabilidade do rosa comum; porém, sua pureza é maior.

É importante frisar que as características dos grãos podem apresentar variações em função dos fabricantes, especialmente nos aspectos físico-mecânicos mesmo quando apresentam-se como abrasivos de uma mesma especificação.

Uma das formas de caracterização do rebole está relacionada a granulometria dos grãos abrasivos utilizados na confecção dos rebolos. Os grãos abrasivos, após sua fabricação, passam por peneiras que os seleciona através de um diâmetro médio que corresponde a sua granulometria, medida em mesh. Na Tabela I são apresentados os valores de granulometrias, em relação ao tipo de grão abrasivo, utilizadas na confecção de rebolos convencionais.

Tabela 1 Valores de granulometria utilizadas na confecção de rebolos convencionais

Característica do tipo do grão abrasivo	Granulometria em mesh				
	320	400	500	600	800
Extra fino	320	400	500	600	800
Muito fino	150	180	220	240	280
Fino	70	80	90	100	120
Médio	30	36	46	54	60
Grosso	14	16	20	24	---
Muito grosso	6	8	10	12	---

Neste trabalho optou-se por utilizar rebolos com duas granulometria distintas, 46 mesh (granulometria média) e 120 mesh (granulometria fina), respectivamente.

Tenacidade e Friabilidade dos Grãos Abrasivos Convencionais

O conceito de tenacidade aplicado à abrasivos, pode ser entendido como sendo a capacidade do grão abrasivo em suportar as tensões provocadas por impactos, sem fraturar-se e quebrar em pedaços.

Assim, pode-se entender tenacidade como sendo a quantidade de trabalho necessário para quebrar um grão abrasivo sob determinadas condições e esforços aplicados. Quanto maior o esforço aplicado para produzir a ruptura do grão, maior a tenacidade do mesmo.

O óxido de alumínio possui tenacidade maior do que o Carboneto de Silício (S_4C), e dureza menor. A razão corresponde às diferenças de comportamento dos dois materiais em esforços de tração versus compressão, sendo que a quebra ou ruptura acontece por tração e a dureza é geralmente baseada num esforço de compressão.

O conceito oposto a tenacidade é o de friabilidade, que corresponde à facilidade para fraturar o grão em pedaços, sob uma determinada força ou impacto. O conceito de friabilidade é muito usado para óxidos de alumínio normais e modificados (branco, rosa, rubino), enquanto que o de tenacidade é mais aplicado para óxidos de alumínio microcristalinos, modificados com zircônio e outros, aplicados em trabalhos de desbaste.

Características e Propriedades dos Ligantes Vitrificados

O termo "dureza de rebolos" está relacionado com a capacidade de retenção dos grãos abrasivos pelo ligante quando submetido a esforços. A dureza de um rebolo pode variar em função da quantidade de ligante utilizado para a fabricação do rebolo (diagrama ternário) ou ainda em função da qualidade e tipo de ligante utilizado. Assim, no presente trabalho foi dada preferência a esta influência e foram utilizados rebolos com três variações de tipos de ligantes: V40W, V10W e V11, com dois tipos de grãos abrasivos (alo branco e alo rubino). Todas as especificações referentes aos ligantes são fornecidas pela empresa Carborundum.

O ligante V40W é o mais friável dentre os três; ou seja, é mais frágil, fraturando-se com pequena absorção de energia. Desta forma, o aumento da intensidade dos impactos entre os grãos e a peça provoca a formação de trincas e microfissuras no ligante, diminuindo sua capacidade de retenção sobre o grão abrasivo. Assim, com a liberação dos grãos abrasivos ainda em condições de utilização o rebolo passa a ter um comportamento tipicamente mole. Neste caso, o ligante está sujeito a fratura frágil que ocorre devido a propagação de trincas, na ausência de ductilidade significativa (medida como alongamento ou redução de área da seção transversal do espécime tracionado).

O ligante V10W é menos friável que o V40W. Desta forma, a resistência para absorver impactos (capacidade do ligante em absorver energia quando ele é elasticamente deformado) é maior. O ligante retém por mais tempo o grão abrasivo na superfície de corte do rebolo, apresentando um comportamento tipicamente mais duro.

A dilatação térmica alternante (expansão causada pelo aumento das vibrações atômicas devido ao aumento da energia térmica) também deteriora o ligante no contorno do grão abrasivo.

No ligante V10W, como os grãos abrasivos permanecem mais tempo na superfície de corte do rebolo, estes (grãos e ligante) ficam submetidos a ação da temperatura e ao trabalho mecânico (conformação através do uso de esforços mecânicos) por mais tempo. Desta forma, estão mais expostos a fadiga térmica (variações sucessivas de temperatura) e a fadiga mecânica (tendência à fratura sob sollicitações cíclicas).

O tipo de fratura a que o ligante V10W está sujeito é a fratura dúctil, que ocorre acompanhada por deformação plástica e, conseqüentemente, por absorção de energia.

De modo similar ao ligante V10W, o ligante V11 é também menos friável. Entretanto, apresenta maior tenacidade (medida da energia necessária para a fratura) do que o ligante V10W. Assim, absorve

mais os impactos e retém mais os grãos, possibilitando um maior aproveitamento dos grãos abrasivos. Como sua tenacidade é maior, a sua friabilidade diminui; ou seja, o ligante fratura menos e deforma mais (absorve melhor os impactos), com relação aos ligantes V40W e V10W.

Alguns Parâmetros que Influenciam a Agressividade dos Rebolos

Para possibilitar a análise dos resultados obtidos neste trabalho, é apresentada uma análise sobre alguns parâmetros que influenciam o comportamento da agressividade da superfície de corte dos rebolos convencionais.

Dressagem da Superfície de Corte do Rebolo

O mecanismo cinemático para a operação de dressagem consiste no deslocamento do dressador transversalmente ao rebolo em movimento de rotação. O dressador penetra no rebolo a uma certa profundidade de dressagem (a_d), a qual implica numa largura de atuação de dressagem (b_d). Desta forma, ao deslocar-se o dressador com um determinado passo de dressagem (S_d), o rebolo será dressado removendo-se partículas de grãos abrasivos equivalentes à área de dressagem (A_{sd}) (Bianchi, 1990).

A operação de dressagem modifica as características topográficas dos rebolos convencionais pela geração do macro e microefeito de dressagem. O macroefeito corresponde à rosca gerada na superfície de corte do rebolo e o microefeito ao estado de afiação de cada grão abrasivo. Quando um rebolo é dressado com grau de recobrimento de dressagem ($U_d = b_d/S_d$) próximo à unidade, os fenômenos do macro e microefeito de dressagem são máximos.

A Figura 2 apresenta esquematicamente a operação de dressagem de rebolos convencionais com dressador do tipo ponta única.

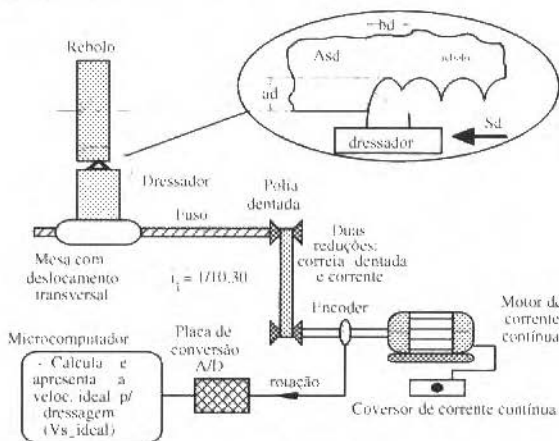


Fig. 2 Forma esquemática da operação de dressagem de rebolos convencionais com dressador do tipo ponta única

Durante a operação de dressagem os grãos com pouca ancoragem soltam-se, e os que estão bem aderidos na superfície de corte do rebolo são fraturados. O ligante também sofre as consequências da operação de dressagem, fraturando-se proporcionalmente a sua tenacidade. Se a tenacidade do ligante for pequena, a tendência é liberar grãos da superfície de corte do rebolo com maior intensidade do que no caso onde o ligante possui maior tenacidade.

Velocidade de Corte

A velocidade de corte (V_s) afeta diretamente a geometria do cavaco arrancado. Aumentando-se a velocidade de corte, o volume dos cavacos arrancados por grão abrasivo é menor. Assim o rebolo fica mais agressivo uma vez que os grãos são menos solicitados; ou seja, o rebolo permanece removendo material por mais tempo antes de uma nova dressagem. O rebolo apresenta uma aparente elevação da sua dureza (chamada dureza dinâmica) por tratar-se de uma característica inerente à fabricação do rebolo, pelo aumento da agressividade do rebolo.

Agressividade da Superfície de Corte do Rebolo

Para a determinação da agressividade da superfície de corte em rebolos convencionais, foi reproduzido o método do disco retificado desenvolvido por Coelho em 1991.

Neste método, a modelagem matemática para a determinação da agressividade, considera o comportamento das forças de corte durante a remoção de resina.

A força de corte, segundo Hahn e Lindsay (1971 a,b,c), é definida como a somatória das forças exercidas por atrito, riscamento e formação de cavacos.

Baseados nestas definições, propuseram uma relação entre a força de corte e o volume específico do material removido em um tempo determinado pela equação:

$$Z'_w = A_w (F_n' - F_{no}') \quad [mm^3/mm] \quad (1)$$

onde A_w é uma constante de proporcionalidade, Z'_w a taxa específica de material removido, F_n' a força normal específica de retificação e F_{no}' a força crítica específica de retificação.

Para materiais do tipo ETG (de fácil usinagem), a força F_{no}' pode ser considerada nula, pois é muito pequena. Portanto, para as condições de ensaio tem-se, desta forma, a força crítica de corte F_{no}' , e a parcela de atrito e riscamento podem ser desconsideradas, pois são muito pequenas.

Realizando-se as operações matemáticas pertinentes ao desenvolvimento desta modelagem, Coelho obteve a seguinte equação para a determinação do valor da agressividade:

$$k = \frac{2b\sqrt{8r}}{3F_n} (a_1)^{2/3} \quad [mm^3/N.s] \quad (2)$$

Desta forma, pode-se calcular a agressividade utilizando todos os pontos adquiridos no experimento, tornando o resultado mais significativo.

Nesta equação, (k) representa a agressividade da superfície de corte de um rebole em função do material que se deseja ensaiar, F_n a força normal de retificação necessária para efetuar-se a remoção de material num determinado tempo, (b) a largura do disco fixo, (r) o raio do disco e (a₁) o coeficiente angular da reta de regressão linear.

Este método consiste em manter um disco fixo, confeccionado com o mesmo material da peça a ser retificada, pressionado contra o rebole com uma força normal constante, conforme é apresentado na Fig. 3.

O valor do deslocamento do disco fixo contra o rebole (δ), é registrado ponto a ponto em função do tempo. Com esses dados é construída uma curva de deslocamento em função do tempo. Posteriormente, uma outra curva é "plotada" onde no eixo vertical são registrados os valores da derivada do deslocamento em relação ao tempo, e no eixo horizontal a relação entre a força normal e a área de contato entre o disco e o rebole, no instante da medição do deslocamento. A tangente desta curva representa numericamente a agressividade da superfície de corte do rebole.

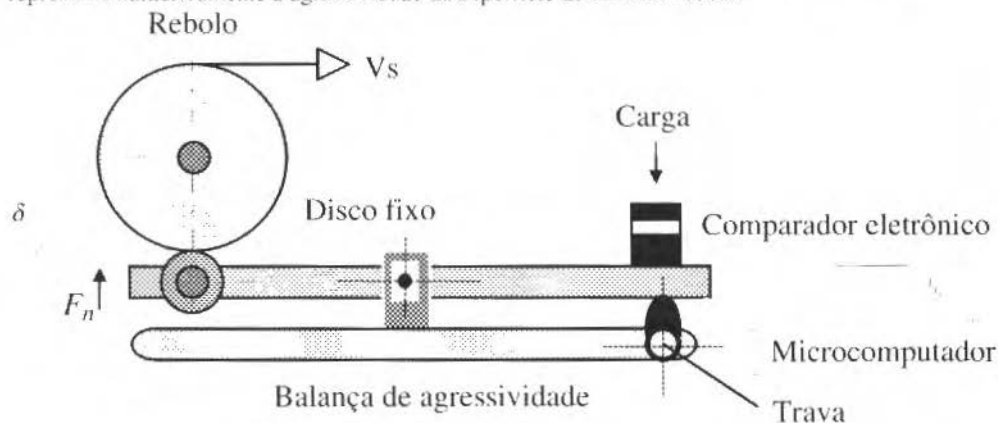


Fig. 3 Desenho esquemático da balança que mede a agressividade de rebolos

Dureza do Rebolo

A dureza de um rebolo é determinada, entre outros fatores, pelo tipo e volume de ligante com que um rebolo é fabricado.

Rebolos duros tendem a reter os grãos abrasivos por mais tempo na sua superfície de corte. Assim, a perda da agressividade está relacionada com o desgaste dos grãos. A força tangencial de corte tende a elevar-se até chegar a um nível máximo, que corresponde ao fim da vida útil do rebolo. Neste caso, o rebolo já não remove material de forma adequada, pela perda do macro e microefeito de dressagem. Consequentemente, o rebolo perde sua agressividade. Torna-se necessário uma nova operação de dressagem para que o rebolo volte a ser agressivo novamente.

Rebolos macios (menor dureza) tendem a sofrer "auto-afiação", que ocorre quando a força tangencial de corte é maior que a força de retenção do ligante sobre o grão. Assim, com a constante renovação de grãos, na superfície de corte do rebolo, este permanece agressivo; ou seja, com capacidade de remover material.

Características do Material

As características do material também são de grande relevância no estudo da agressividade dos rebolos. Materiais dúcteis tendem a gerar cavacos alongados e materiais frágeis geram cavacos quebradiços.

Desta forma, a usinagem de materiais dúcteis "entope" com maior facilidade as porosidades do rebolo fazendo com que este perca sua agressividade (chamado "wheel loading ou "empastamento"). Neste caso o rebolo deve ser dressado novamente para recuperar sua capacidade de remoção de material. A perda da agressividade do rebolo, na retificação de materiais frágeis, ocorre pela perda do macro e microefeito de dressagem. O rebolo perde sua capacidade de corte, devendo ser dressado novamente.

Procedimentos Experimentais

Os procedimentos dos ensaios foram realizados da seguinte forma: Inicialmente o rebolo é dressado com o grau de recobrimento de dressagem (U_d) desejado. Posiciona-se a balança de agressividade sobre a mesa da máquina retificadora do tipo tangencial plana, de forma que o centro do disco fique na mesma direção do centro do rebolo. O braço da balança de agressividade deve ficar na posição horizontal. O apalpador do comparador eletrônico é fixado num suporte rígido e acoplado ao microcomputador. A velocidade de corte desejada, para um determinado ensaio, é controlada por um inversor de frequência ligado ao motor de acionamento do eixo árvore que suporta o rebolo. Um "software" faz a aquisição dos valores de deslocamento do comparador eletrônico em função do tempo.

O ensaio tem o seu início com a liberação de uma trava que mantém a balança de agressividade na posição horizontal. A partir deste momento, o rebolo começa a usinar o disco fixo. A medida que ocorre o desgaste do disco fixo e da superfície de corte do rebolo, o eixo horizontal da balança sofre um deslocamento, que representa a penetração do rebolo no disco fixo em tempo real.

Os ensaios de agressividade são de curta duração (60 segundos no máximo) e os resultados representam o estado de afiação da superfície de corte do rebolo.

Condições de Ensaio

Os ensaios foram realizados em duas etapas. Na primeira foram utilizadas duas condições de dressagem, dois tipos de rebolos (médio e fino), três valores de velocidade de corte e dois tipos de aço (ABNT 1020 e ABNT 1045 com tempera e sem tempera), a fim de verificar-se a influência destas variáveis na agressividade dos rebolos.

Na segunda etapa a agressividade foi estudada mantendo-se constante a velocidade de corte e a condição de dressagem. Foram variados o tipo de grão abrasivo, o ligante do rebolo e o material a ser retificado.

Nas duas etapas, onde pretendia-se analisar as características topográficas iniciais da superfície de corte dos rebolos, não foi utilizado fluido de corte considerando-se que haveria a formação de uma película de fluido na região de corte que iria interferir na medição do deslocamento da balança que mede a agressividade dos rebolos.

Resultados e Discussões

Resultados da influência da velocidade de corte, grau de recobrimento de dressagem, tipo de material e granulometria do rebolo, na agressividade de rebolos

A agressividade de um rebolo é muito sensível às características topográficas da superfície de corte, condições de usinagem e características do material, dentre outros.

As Figuras 4, 5 e 6 apresentam as curvas de agressividade em função da velocidade de corte, grau de recobrimento de dressagem e granulometria do rebolo para material dúctil, material frágil e de média dureza (com relação aos outros dois).

Nestas curvas pode-se observar que no início os valores de agressividade são baixos, e tendem a crescer com o aumento da velocidade de corte. A agressividade dos rebolos sempre aumenta com a elevação da velocidade de corte; porém de forma diferenciada, dependendo do material, da granulometria do rebolo, da condição de dressagem e da velocidade de corte.

O rebolo médio dressado com $U_d = 1,5$ é sempre mais agressivo que o rebolo fino (para as mesmas condições de usinagem), ou mesmo em relação ao rebolo médio com $U_d = 5,0$.

Observa-se dos gráficos que para valores menores de graus de recobrimento, a agressividade é sempre maior, independentemente do tipo de rebolo ou material.

O rebolo fino dressado com $U_d = 5,0$, possui sempre menor agressividade independentemente do tipo de material ensaiado ou da velocidade de corte.

Nos ensaios com rebolo médio e $U_d = 5,0$, a agressividade do rebolo foi em geral baixa, ficando maior apenas que os resultados obtidos com rebolo fino e $U_d = 5,0$. As duas exceções ocorreram quando foi utilizado aço dúctil (ABNT 1020), com velocidades de corte de 12,5 m/s e 19 m/s e rebolo médio. Nestes casos, a agressividade do rebolo foi maior que nos ensaios com os rebolos médio e fino para $U_d = 1,5$. Isto ocorre porque o volume de material removido do disco pelo rebolo é pequeno. Por tratar-se de um material dúctil e de fácil remoção pelo rebolo, este permanece agressivo durante todo o ensaio pela baixa velocidade de corte (12,5 m/s e 19 m/s). Assim, não há tempo suficiente para o entupimento das porosidades do rebolo, mesmo sendo a espessura teórica do cavaco maior. O final dos ensaios de agressividade é determinado pelo tempo (60 segundos), e não pelo desgaste do disco.

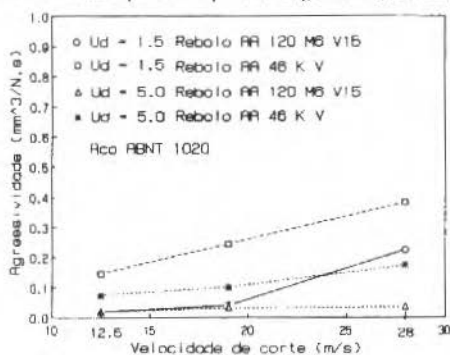


Fig. 4 Resultados de agressividade obtidos com o aço ABNT 1020 (material dúctil)

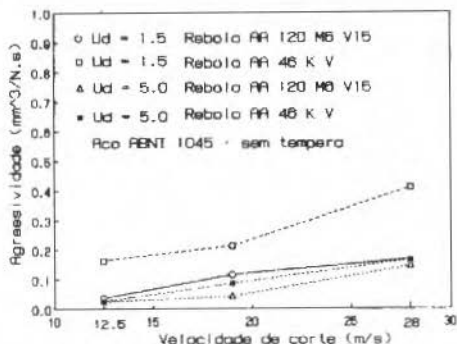


Fig. 5 Resultados de agressividade obtidos com o aço ABNT 1045 (média dureza)

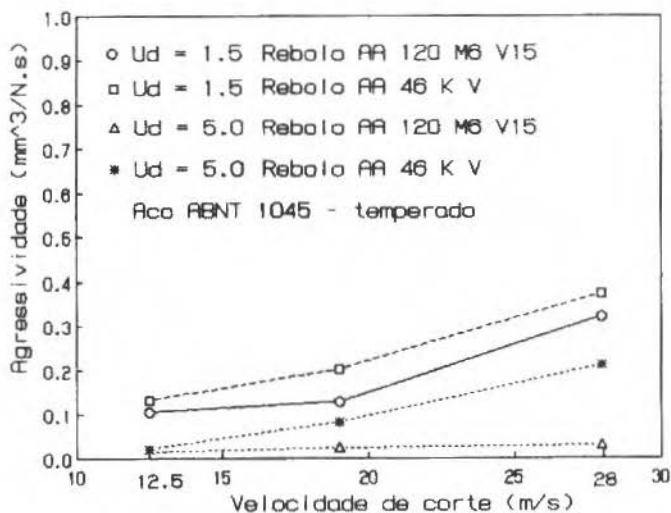


Fig. 6 Resultados de agressividade obtidos com o aço ABNT 1045 temperado (material frágil)

A agressividade sempre aumentou com a elevação da velocidade de corte. Aumentando-se a velocidade de corte, o número de grãos ativos por unidade de tempo aumenta. Assim, o número de cavacos gerados por unidade de tempo é maior, porém com espessura teórica menor. Os esforços de corte são melhor distribuídos entre os grãos abrasivos, de forma que a força de corte que cada grão exerce é menor. Porém, há elevação das energias dissipativas em forma de calor, ruído, deformações plásticas, etc., fazendo com que o somatório de todas estas perdas eleve as forças de corte.

Resultados da Influência do tipo de Ligante e Grão Abrasivo na Agressividade

Após estes resultados, optou-se por utilizar as melhores condições de usinagem possível ($V_s = 30$ m/s, que corresponde a máxima rotação possível do eixo árvore da máquina), de dressagem ($U_d = 1$) e a granulometria do rebolo, variando-se apenas o tipo de ligante. Isto foi realizado, buscando-se as condições de máxima agressividade do rebolo. Assim, com condições fixas para os parâmetros de entrada, pode-se verificar a influência do tipo de ligante na agressividade dos rebolos para aços dúcteis e frágeis.

Foram realizados 12 ensaios de agressividade pesquisando-se 3 tipos de ligante, duas granulometrias e dois tipos de materiais (ABNT 1020 e ABNT 1045 - temperado).

Nas Figuras 7 e 8 são apresentados os resultados de agressividade obtidos com os 6 rebolos e os aços ABNT 1020 e ABNT 1045.

Pode-se notar que para ambos os materiais o comportamento das curvas foi idêntico. A maior agressividade foi obtida com os rebolos de ligante V10W. De acordo com os resultados de agressividade obtidos, este tipo de ligante é mais tenaz (absorve menos energia antes de fraturar-se), ou seja, apresenta maior capacidade de fraturar-se que os ligantes V40W e V11.

Desta forma, as operações de usinagem e/ou de dressagem acabam provocando trincas superficiais no ligante, principalmente na raiz do grão abrasivo, diminuindo a capacidade de retenção do grão pelo ligante.

Isto ocorre porque sendo o ligante V10W menos friável, portanto com menor tendência à fratura, há uma maior retenção do grão abrasivo pelo ligante. Assim, quando o dressador choca-se com os grãos abrasivos (durante a operação de dressagem), tem-se uma maior formação do microefeito de dressagem, tornando o rebolo mais agressivo. Esta maior retenção do ligante faz com que os grãos abrasivos, na operação de dressagem, feita antes de cada ensaio de agressividade, sofram fraturas apenas em sua porção superior, possibilitando a formação de novas arestas cortantes. Estas novas arestas permitem a manutenção da agressividade do rebolo durante todo o ensaio. Em outras palavras, o rebolo com o ligante V10W, após a operação de dressagem, resulta mais "afiado" (com um maior número de arestas cortantes) do que os rebolos com os outros dois ligantes.

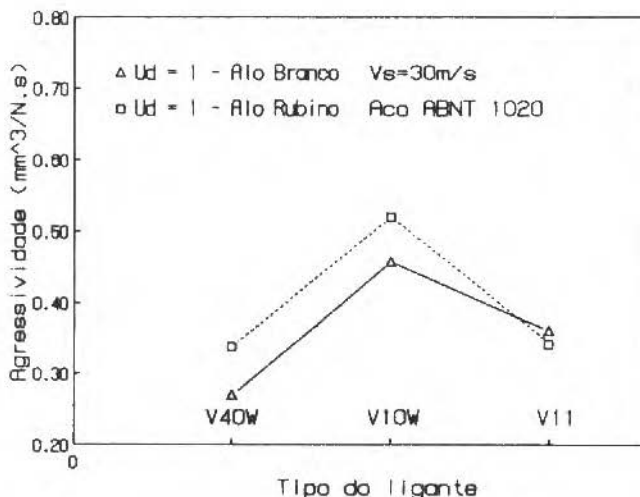


Fig. 7 Resultados de agressividade obtidos com os 6 rebolos e o aço ABNT 1020

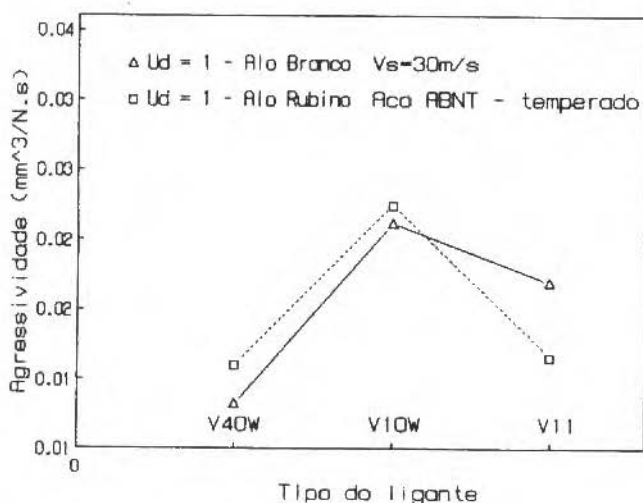


Fig. 8 Resultados de agressividade obtidos com os 6 rebolos e o aço ABNT 1045

O ligante V11 também é menos friável. Como sua tenacidade é maior, quando o dressador choca-se contra os grãos abrasivos, o ligante deforma-se mais (absorve melhor os impactos), dificultando a formação de novas arestas de corte no topo dos grãos abrasivos (microefeito de dressagem). Assim, a agressividade do rebolo, resultante da operação de dressagem, é menor com relação ao ligante V10W.

Com relação ao ligante V40W, nota-se que sua agressividade resultou menor. Isto porque este ligante é mais friável. Assim, apresenta maior facilidade para fraturar-se, com a conseqüente diminuição da capacidade de retenção do grão. Desta forma, o rebolo apresenta-se pouco agressivo após a dressagem. Devido à menor retenção dos grãos pelo ligante, os impactos do dressador provocam a liberação dos mesmos, resultando num menor número de arestas cortantes no topo dos grãos abrasivos.

O tipo de grão abrasivo utilizado modifica o comportamento da agressividade. Nas Figuras 7 e 8, pode-se verificar que o grão abrasivo do tipo aló rubino apresentou, na maioria dos casos, maior agressividade com relação ao aló branco.

Conclusões

Este trabalho ficou dividido em uma primeira parte que corresponde aos ensaios onde foi verificada a influência da velocidade de corte, condições de dressagem, granulometria do rebolo e tipo de material, na agressividade de rebolos. Na segunda parte foram mantidas fixas as condições de usinagem e dressagem, que permitissem a máxima agressividade do rebolo, variando-se o tipo de ligante, grão abrasivo e material retificado.

Com relação aos aspectos experimentais, pode-se concluir que o método utilizado para a medição da agressividade de rebolos convencionais é rápido e simples de ser utilizado. Os resultados representam as características topográficas iniciais (logo após a dressagem) da superfície de corte do rebolo.

A operação de dressagem é um fator determinante na agressividade do rebolo e o parâmetro grau de recobrimento de dressagem (U_d) caracteriza o estado de afiação de um rebolo, modificando sua agressividade. Com valores maiores de grau de recobrimento de dressagem, a densidade de grãos ativos na região de contato é maior. A agressividade do rebolo diminui com o aumento do grau de recobrimento de dressagem.

O rebolo médio dressado com $U_d = 1,5$ é sempre mais agressivo que o rebolo fino ou mesmo em relação ao rebolo médio com $U_d = 5,0$, mantendo-se as mesmas condições de usinagem. Para valores menores de graus de recobrimento de dressagem, a agressividade é sempre maior, independentemente do tipo de rebolo ou material.

A agressividade apresenta a tendência de crescer com o aumento da velocidade de corte indicando a ação da dureza dinâmica do rebolo, que alterou a geometria do cavaco arrancado.

Com relação aos ligantes, a maior agressividade foi obtida com os rebolos de ligante V10W. Isto ocorre porque este ligante é menos friável; portanto, com menor tendência à fratura, há uma maior retenção do grão abrasivo pelo ligante. No ligante V11, como sua tenacidade é maior, quando o dressador choca-se com os grãos abrasivos, o ligante deforma-se mais, dificultando a formação de novas arestas de corte no topo dos grãos abrasivos (microefeito de dressagem). Assim, a agressividade do rebolo, resultante da operação de dressagem, é menor com relação ao ligante V10W. Quanto ao ligante V40W, nota-se que sua agressividade resultou menor. Isto porque este ligante é mais friável, ou seja, apresenta maior facilidade para fraturar-se, com a conseqüente diminuição da capacidade de retenção do grão.

Com relação ao tipo de grão utilizado, os resultados mostram que quando utiliza-se os ligantes V40W e V10W a agressividade é maior para o rebolo confeccionado com alo rubino. Para o ligante V11, o maior valor da agressividade foi obtido com o rebolo de alo branco.

dos doze ensaios realizados existe uma tendência da agressividade ser maior quando utiliza-se alo rubino.

Agradecimentos

Manifestamos nossos agradecimentos ao CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento), a FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e às empresas, Carborundum, Sivat e Kohlbach, pelo apoio material e técnico gentilmente cedido para este trabalho.

Referências

- Bianchi, E. C., 1990. "Ação das condições de dressagem na retificação de precisão". São Carlos: EESC. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica.
- Bianchi, E.C., 1992, "Ação da geometria teórica do cavaco no desgaste de rebolos de CBN com ligante resmóide". São Carlos: EESC. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica.
- Coelho, R. C., 1991, "Estudo experimental da propriedade de dressagem de rebolos na retificação de precisão usando método do disco retificado". São Carlos: EESC. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica.
- Nussbaum, G. Ch., 1988, "Rebolos e Abrasivos - Tecnologia Básica. São Paulo: Ícone.
- Hahn, R.S.; Lidsay, R.P.; 1971a. "Relationship in precision grinding". Principles of grinding. Machinery: parte I, p.55-62, july.
- Hahn, R.S.; Lidsay, R.P.; 1971b, "The metal removal parameter". Principles of grinding. Machinery: parte II, p.33-39, aug.
- Hahn, R.S.; Lidsay, R.P.; 1971c. "The wheel removal parameter". Principles of grinding. Machinery: parte III, p.33-39, sept.

Manipulando Informações de Dependências para Apoio a Sistemas CAD 3D - Modelagem de Sólidos - Utilizando ATMS

Manipulating Information of Dependencies to Support CAD 3D Systems – Solids Modeling – by Application of ATMS

Marcos de Sales Guerra Tsuzuki

Fabio Kawaoka Takase

Universidade de São Paulo

Escola Politécnica

Departamento de Engenharia Mecânica/Mecatrônica

05508-900 São Paulo, SP Brazil

mtsuzuki@usp.br

Abstract

In this work, the need of CAD systems of making available to the user means of manipulating the created solid models in a more flexible way is emphasised, showing the historical evolution of these systems and the growing need of models capable to represent a larger volume of information and of manipulating them consistently. The parametric and variational methodologies come as a good option for the consistent and automatic manipulation of changes imposed by the designer, supporting this way the interactive nature of the process of development of a product. The importance of the sequence of operations adopted by the designer when defining the computational model is stood out and two functions, UNDO and REDO, were identified as necessary for a satisfactory manipulation of solid models in CAD systems based on the history of execution of operations. For a consistent support to these functions the need of information of dependencies was verified among the executed operations. The ATMS (Assumption-based Truth Maintenance System) is used as structure to store the information of necessary dependencies. Basic concepts on Solid Modeling will be presented. The proposal of this work is to present a representation of the dependencies among operations of CAD systems that support Boolean Operations. For this two important concepts will be used: Base Solid and Relative Dimensions. A prototype was developed and experimental results are presented.

Keywords: CAD, Parametric CAD, Dimension Driven Design, Solid Model Maintenance, ATMS.

Resumo

Neste trabalho, a necessidade dos sistemas CAD de disponibilizar ao usuário meios de manipular de maneira mais flexível os modelos sólidos criados é enfatizada, mostrando a evolução histórica destes sistemas e a necessidade crescente de modelos capazes de representar um volume maior de informações e de manipulá-las consistentemente. As metodologias paramétrica e variacional se apresentam como uma boa opção para a manipulação consistente e automática de mudanças impostas pelo projetista, suportando desta forma a natureza interativa do processo de desenvolvimento de um produto. A importância da seqüência de operações adotada pelo projetista ao definir o modelo computacional é ressaltada e duas funções, UNDO e REDO, foram identificadas como necessárias para uma manipulação satisfatória de modelos sólidos em sistemas CAD baseados na história de execução de operações. Para um suporte consistente a estas funções foi verificada a necessidade de informações de dependências entre as operações executadas. O sistema ATMS (Assumption-based Truth Maintenance System) é utilizado como estrutura para armazenar as informações de dependências necessárias. Conceitos básicos sobre Modelagem de Sólidos serão apresentados. A proposta deste trabalho é apresentar uma representação das dependências entre operações de sistemas CAD que suportam Operações Booleanas. Para isto serão utilizados dois conceitos importantes: Sólido Base e Dimensões Relativas. Um protótipo foi desenvolvido e resultados experimentais são apresentados.

Palavras chave: CAD, CAD paramétrico, projeto dirigido por dimensões, manutenção do modelo sólido, ATMS.

Introdução

As técnicas de Modelagem de Sólidos tornaram-se muito sofisticadas durante os últimos 20 anos, incorporando um número crescente de informações em respeito à forma física que representam. Os sistemas CAD evoluíram da simples "informatização" da atividade de desenho para sistemas que suportam a natureza interativa da atividade de desenvolvimento de novos produtos.

Evolução Histórica dos Sistemas CAD

A observação da evolução histórica dos sistemas CAD permite a verificação das diferentes ênfases dadas às diversas dificuldades encontradas no desenvolvimento de sistemas deste tipo. Do ponto de vista de representação computacional das informações de um produto, os sistemas CAD podem ser historicamente agrupados em quatro gerações (Suzuki, 1994; Cugini, 1989): Desenho Técnico, Modelagem Geométrica, Modelagem de Produto e Sistemas Integrados.

A primeira geração de sistemas CAD, Desenho Técnico (Computer Aided Drafting), largamente difundida nas indústrias nos anos 70, caracteriza-se por informatizar o processo de documentação do produto. Como uma primeira abordagem, estes sistemas procuraram informatizar aspectos visíveis da concepção e transferência de informações de projeto de um produto, ou seja, informatizaram o desenho. O resultado obtido consiste ainda em um conjunto de linhas, pontos e entidades geométricas que precisam ser interpretados para terem algum significado.

A segunda geração de sistemas CAD, Modelagem Geométrica (Geometric Modeling), tem por característica principal a criação de Modelos Sólidos computacionais capazes de classificar qualquer ponto do espaço tridimensional como sendo interno, externo ou sobre o contorno do sólido. Estes sistemas inovaram ao permitirem a criação de protótipos computacionais, isto é, uma representação computacional capaz de descrever um objeto real, e de fornecerem informações que anteriormente eram obtidas pela construção de protótipos.

A terceira geração de sistemas CAD, Modelagem de Produto (Product Modeling), surgiu da necessidade de uma melhor utilização do conhecimento e da informação. O modelo computacional do produto precisou ser capaz de descrever além das informações geométricas, as propriedades físicas e informações de engenharia, tais como propriedades de materiais, dimensões, tolerâncias e representações de montagem. Para este modelo atribuiu-se o nome Modelo de Produto (Product Model) (Kimura et al. 1987). O processo de desenvolvimento de um produto passa a ser visto como consistindo de diversos processos de modelagem, e os sistemas CAD passam a ter a função de auxiliar em todas as fases deste processo. Wingård (1991) observou que projetistas que trabalham sobre um mesmo produto, possuem interpretações diferentes com relação às diversas fases do processo de desenvolvimento do produto. Um Modelo de Produto (Product Model) consiste de três tipos de modelos, cada um com um propósito especial (Suzuki et al. 1984): Modelo Dimensional; Modelo de Tolerâncias e Modelo por Features.

- Na Modelagem de Dimensões (Dimension Modeling), as dimensões definem tamanhos e posições de partes de um produto em um desenho. Uma característica importante abordada pelo modelo dimensional é a possibilidade de modificação da forma do produto pela alteração de parâmetros. Esta característica é chamada por Projeto Dirigido por Dimensões (Dimension-Driven Design) e as técnicas que suportam esta característica são designadas por Projeto Paramétrico (Parametric Design) e Projeto Variacional (Variational Design).
- Na Modelagem de Tolerâncias é ressaltada a importância da consideração das relações entre as variações das dimensões em relação aos seus valores nominais e seus efeitos na funcionalidade do produto, e na possível utilização destas peças em outros produtos (intercambialidade) (Suzuki et al. 1995) durante o processo de desenvolvimento de um produto.
- Na Modelagem por Features o objetivo é permitir que o modelo seja definido por meio de vocabulários diferentes, isto é, de diferentes pontos de vista segundo pessoas das diversas áreas que participam do seu desenvolvimento. Segundo Wingård (1991) esta modelagem permitirá uma eficiente integração entre sistemas CAD e CAM, duas áreas intrinsecamente integradas no processo de design e que no entanto possuem vocabulários muito diferentes.

Na quarta geração de sistemas CAD, Knowledge Intensive CAD / Sistemas Integrados, a importância de informações gerais, tais como dados de manufatura, montagem, custos, materiais, formas, dimensões e tolerâncias passa a ser enfocada. Os fatores alavancadores desta geração são: o suporte a produtos de alta qualidade, o suporte ao ciclo de vida completo do produto, compartilhamento

e reutilização de conhecimento relacionado ao processo de desenvolvimento e por fim, suporte à engenharia simultânea (Suzuki, 1994).

Importância da História de Execução de Operações em Sistemas CAD e a Dependência entre elas

Uma das dificuldades existentes no processo de design é em como criar um modelo computacional capaz de mapear as idéias do projetista, suas intenções. E também permitir uma fácil e rápida criação e manutenção do modelo, uma vez que o projetista, principalmente nas fases preliminares do projeto, ainda não possui uma idéia bem definida de como deve ser o produto. O modelo utilizado deve ser de fácil manutenção, para permitir mudanças geométricas e dimensionais que por ventura sejam necessárias e além disto, permitir a reutilização de projetos anteriores, uma vez que o processo de desenvolvimento de produtos complexos pode representar um grande investimento considerando o tempo necessário para realizá-lo.

Os modelos paramétricos e variacionais foram desenvolvidos para satisfazer estas necessidades. Os significados destes dois termos se confundem muito, tanto em contextos técnicos como, principalmente, em contextos comerciais; pois do ponto de vista do usuário final, os dois sistemas praticamente não possuem diferenças, uma vez que ambos fornecem suportes semelhantes ao processo de desenvolvimento de produtos (Shah e Mäntylä, 1995). Modelos Paramétricos e Variacionais trazem como grande contribuição aos sistemas CAD a automatização das alterações, isto é, para um dado conjunto de alterações no modelo, uma nova instância é gerada automaticamente. Para um processo interativo como o projeto de produtos, esta capacidade é fundamental.

O projeto de um novo produto pode ocorrer de duas maneiras, na primeira, o projetista não faz idéia de como o novo produto deve ser como um todo e tem em mãos apenas as restrições funcionais; e na segunda, o projetista já possui um modelo mental do produto com um conjunto suficiente de detalhes para criá-lo utilizando-se de operações de modelagem em um sistema CAD. No segundo caso a história de execução de operações se apresenta como uma forma de mapear as intenções do projetista, em outras palavras, através da seqüência de operações o projetista pode converter o seu modelo mental em um modelo computacional. Cugini (1989) ressalta a importância desta característica em sua hipótese: "o procedimento de trabalho adotado pelo projetista experiente não é casual e não objetiva apenas a produção de desenhos, mas indiretamente reflete as conexões funcionais entre as partes representadas no desenho".

Outras características desejáveis em um sistema CAD são apresentadas por Inui e Kimura (1993): o suporte consistente à função UNDO (desfazer uma operação) e REDO (alteração de uma operação já executada), como uma forma de se conseguir uma manutenção consistente do modelo. Baseando-se na história de execução de operações sobre o Modelo Paramétrico, a manutenção do modelo pode ser obtida pela re-execução (REDO) ou anulação (UNDO) de todas as operações que foram executadas após a operação que foi alterada (REDO) ou desfeita (UNDO) pelo usuário. Entretanto, para suportar um UNDO/REDO consistente, as informações de história de execução não são suficientes, pois a alteração de uma operação irá provocar a anulação/re-execução de todas as outras operações que foram executadas posteriormente. Isto pode ser evitado se informações sobre as dependências entre as operações estiverem disponíveis para o sistema.

A Fig. 1 mostra um exemplo de relações de dependência entre operações para uma dada seqüência histórica de operações. Neste exemplo, verificamos que se a Operação 1 for alterada ou desfeita, todas as outras precisarão ser re-executadas ou desfeitas. Mas caso a Operação 2 seja desfeita ou alterada, como apenas a Operação 3 depende dos resultados dela, somente a Operação 3 deverá ser desfeita ou re-executada, permanecendo a Operação 4 inalterada. Note que se fossem utilizadas apenas informações de história de execução (vide Fig. 1.a), a Operação 4 também seria desfeita ou re-executada. A seqüência histórica de operações além de permitir a definição das possíveis operações que dependem daquela que foi modificada, garante que uma operação já realizada não venha a depender de uma operação realizada posteriormente.

A importância da manutenção da dependência entre as operações reside no fato de que as operações executadas na criação de um sólido em CAD são executadas geralmente de forma mutuamente independente. É comum o modelo sólido de uma peça mecânica ser realizado por centenas de operações em seqüência: realiza-se furos, rasgos, suavização de cantos dentre outras. Como estas operações modificam uma região localizada do sólido, a sua execução não afeta as operações seguintes que estejam atuando sobre outra parte do sólido.

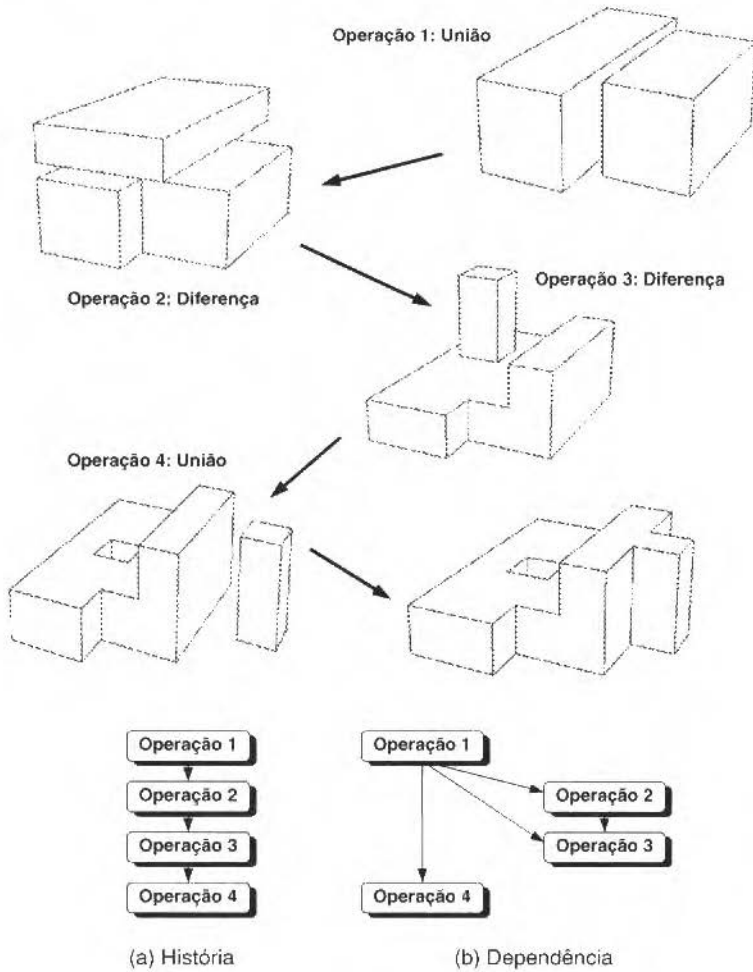


Fig. 1 História e dependência entre operações.

Conceitos Básicos sobre Modelagem de Sólidos

A modelagem de sólidos é um ramo da modelagem geométrica que tem como objetivo a obtenção de um modelo geométrico que possa ser utilizado para diversas aplicações sem a intervenção do usuário, isto é, um modelo cuja representação seja "completa" ¹ em informações geométricas (Mäntylä, 1988).

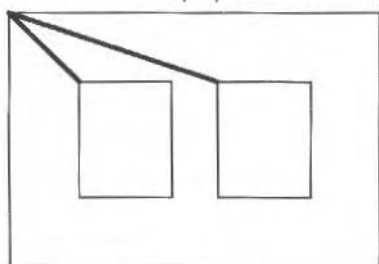
Várias técnicas de modelagem de sólidos foram propostas na literatura, sendo que segundo Zeid (1991) as mais significativas são: a representação B-Rep (Boundary Representation) e a representação CSG (Constructive Solid Geometry). A representação CSG (Zeid, 1991) descreve um sólido pela combinação de sólidos simples. Estes sólidos simples são chamados primitivos. Um sólido é representado segundo uma árvore binária onde as suas folhas são os primitivos e os nós internos são operadores booleanos que relacionam os dois nós inferiores. A representação B-Rep (Mäntylä, 1988)

¹ O termo "completa" foi intencionalmente ressaltado, pois a completude um modelo depende da aplicação a que ele se destina

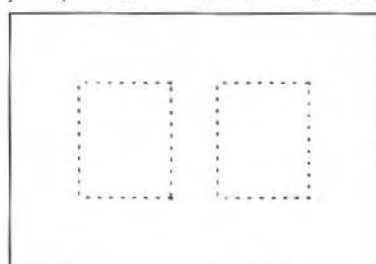
descreve um sólido definindo um conjunto de faces que o limitam, que constituem as suas fronteiras, classificando assim os pontos do espaço em internos ao sólido, externos ao sólido, ou sobre o contorno do sólido. Cada face do sólido é limitada por um conjunto de arestas, e as arestas por sua vez são limitadas por vértices. A representação B-Rep necessita armazenar detalhes de como as faces, arestas e vértices se unem para representar um sólido. Um sistema CAD que modela um sólido segundo a representação B-Rep deve possuir, por exemplo, a habilidade de descrever como cada face está conectada as suas faces adjacentes, de maneira que um volume totalmente fechado seja definido. A adjacência das faces pode ser derivada por técnicas numéricas que analisam as proximidades geométricas de seus componentes; entretanto, estas técnicas, geralmente, envolvem um custo computacional considerável e apresentam problemas de precisão numérica. Em uma representação B-Rep, entretanto, esta informação está disponível explicitamente. A informação de adjacência é, geralmente, referenciada informalmente como topologia do sólido modelado (Weiler, 1985). A descrição da geometria da superfície, a descrição da geometria das curvas e a localização dos pontos são, geralmente, referenciadas como geometria do sólido. As informações topológicas criam um vigeamento no qual as informações geométricas são posicionadas.

Existem várias propostas de estruturas computacionais na literatura, aqui apenas citaremos três propostas que possuem a aresta como elemento de referência: estrutura winged-edge (Baumgart, 1975), estrutura half-edge (Weiler, 1985) e estrutura unificada (Kalay, 1989).

Vários autores propuseram a possibilidade de que uma face pudesse ter furos internos. Para isto, nas propostas iniciais, faces com múltiplos contornos (i.e., faces com furos internos) foram representadas pela utilização de uma aresta-ponte. A aresta-ponte possui uma face adjacente em ambas as laterais (vide Fig. 2) (Yamaguchi e Tokieda, 1984). Entretanto, a técnica aresta-ponte não é muito eficiente, pois faz-se necessário determinar como os contornos devem ser conectados pelas arestas-ponte o que criará a necessidade de algoritmos complexos para implementar operações de modelagem. Uma técnica alternativa mais aceita, propõe acrescentar o elemento anel que representa os vários contornos da face.



Face com múltiplos furos conectados por meio de arestas-ponte.



Face com múltiplos furos representados por meio de anéis.

Fig. 2 Faces com múltiplos contornos (i.e., faces com furos internos) e as duas propostas de representação encontradas na literatura: aresta-ponte e anéis.

Operadores de Euler

Uma das barreiras para a disseminação da representação B-Rep foi a sua complexidade, principalmente no sentido de manter a consistência das informações topológicas e geométricas durante a manipulação da forma do sólido. Os Operadores de Euler, difundidos por Mäntylä (1988), permitiram que esta barreira fosse transposta. Os Operadores de Euler tornaram possível a construção incremental de sólidos em uma, duas ou três dimensões de maneira semelhante a desenhar linha a linha. Vários autores demonstraram que cinco operadores são suficientes para construir todos os sólidos. Segundo Mäntylä (1988) os cinco operadores podem ser escolhidos de várias maneiras; entretanto, considerações de modularidade e independência criaram apenas pequenas variações na coleção encontrada na literatura. O conjunto de Operadores de Euler consagrado pela literatura é detalhado abaixo (Mäntylä, 1988):

- Operador *mvsl* (Make Vertex Solid Face): cria um sólido inicial consistindo apenas de uma face e um vértice;

- Operador mef (Make Edge Vertex): adiciona uma nova aresta e um novo vértice conectando um vértice existente a este novo vértice;

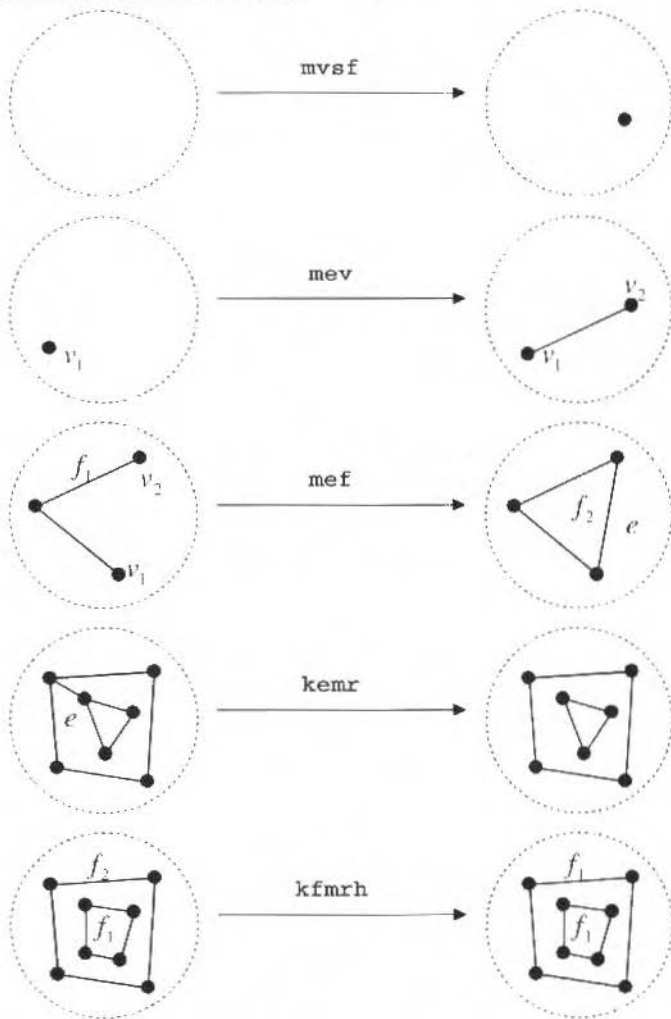


Fig. 3 Operadores de Euler.

- Operador mef (Make Edge Face): divide uma face criando uma nova aresta conectando dois vértices desta face, criando uma nova face;
- Operador $kemr$ (Kill Edge Make Ring): divide o contorno de uma face em dois laços pela remoção de uma aresta-ponte;
- Operador $kfmrh$ (Kill Face Make Ring Hole): une duas faces de maneira que o laço da primeira face se torne o anel da segunda face.

Para representarmos graficamente os efeitos dos Operadores de Euler é possível imaginá-los operando sobre um grafo plano (vide Fig. 3). Nesta analogia, os nós, os arcos e as áreas do grafo possuem uma correspondência com os vértices, as arestas e as faces do sólido. Os sólidos criados pela utilização dos Operadores de Euler satisfazem a equação de Euler-Poincaré, quanto ao seu número de vértices v , número de arestas e , número de faces f , número de anéis r e número de furos h , conforme a equação abaixo:

$$v - e + f = 2 - 2 \cdot h + r$$

Os operadores introduzidos até agora são construtivos no sentido de que eles acrescentam elementos ao sólido. Entretanto, cada operador construtivo possui um correspondente destrutivo, cujos nomes e significados informais são:

- Operador *kill sf* (Kill Vertex Solid Face): remove um sólido idêntico ao criado por *mv sf*;
- Operador *kev* (Kill Edge Vertex): remove uma aresta e um vértice;
- Operador *kef* (Kill Edge Face): une duas faces pela eliminação de uma aresta;
- Operador *mekr* (Make Edge Kill Ring): une dois laços pela adição de uma aresta-ponte entre os laços;
- Operador *mfkrh* (Make Face Kill Ring Hole): transforma o anel de uma face em uma nova face.

Durante a construção de sólidos com Operadores de Euler, a topologia é mantida válida segundo a equação de Euler-Poincaré. Ao final de uma seqüência de Operadores de Euler assume-se que a geometria do sólido está correta, mas durante estágios intermediários não há como manter a topologia e a geometria consistentes devido à presença de faces não planares, que, freqüentemente, não são possíveis de serem representadas por nenhuma forma matemática. Logo, os Operadores de Euler não são operadores seguros por si, mas devem ser colecionados em seqüências que forneçam um significado.

O usuário, ao acionar um comando específico, estará executando uma seqüência de Operadores de Euler. Para esta seqüência de Operadores de Euler, é possível determinar uma seqüência complementar que anulará a execução do comando retornando o sistema ao estado anterior ao momento da execução do comando. Esta é a capacidade dos Operadores de Euler de representar a Operação de UNDO descrita por Mäntylä (1987).

Níveis de Abstração

Os Sistemas de Modelagem de Sólidos desenvolvidos segundo os conceitos discutidos nesta seção, suportam três níveis de abstração:

- o usuário está presente no nível mais alto, ele interage com o sistema através de comandos que atuam sobre o sólido modificando a sua forma. Neste nível é que ocorre o mapeamento do modelo mental do projetista para o modelo computacional;
- há um nível intermediário que permite a implementação dos comandos existentes no nível superior, em nosso trabalho este nível é representado pelo conjunto de Operadores de Euler;
- o nível inferior é representado pela estrutura de dados utilizada pelo sistema. Neste nível o sólido é explicitamente representado.

A seqüência de comandos realizada pelo usuário, bem como a seqüência de Operadores de Euler que implementa esta seqüência de comandos, são formas implícitas de representação do sólido. E a estrutura de dados é uma forma de representação explícita.

Sistemas de Manutenção da Verdade (ATMS - Assumption Truth Maintenance Systems)

Doyle (1979) define sistema de manutenção da verdade (TMS - Truth Maintenance Systems) como um subsistema de resolução de problemas que permite que um programa possa assumir algumas hipóteses iniciais e revisá-las mais tarde quando descobertas posteriores vierem a contradizer as hipóteses iniciais. Isto é obtido pelo armazenamento e manutenção das razões para cada hipótese. Estas razões armazenadas são utilizadas ainda na construção de explicações para as ações realizadas. O que diferencia o TMS de outros sistemas de raciocínio é sua abordagem não monotônica para verificação dos estados das hipóteses.

Os sistemas ATMS diferenciam-se do TMS de Doyle por não manipularem apenas as justificativas, mas por manipularem também os conjuntos de suposições (assumptions) (De Kleer, 1986). Há diversas vantagens na utilização de sistemas ATMS para sistemas de busca de soluções, tais como possibilidade de trabalhar de modo consistente e eficiente com informações inconsistentes, a não restrição do espaço de busca, permitindo a mudança fácil de contexto, sem a necessidade de retroceder na seqüência de inferências e como consequência, poder explorar todo o espaço de busca e encontrar múltiplas soluções.

O ATMS permite o armazenamento de informações de dependências entre predicados. Estes predicados podem ser de dois tipos: suposições (assumptions) ou relações derivadas (derived relations). As suposições caracterizam-se por não dependerem de nenhum outro predicado, podendo ser utilizadas para representar escolhas ou decisões. As relações derivadas dependem de outros predicados e em última instância de um conjunto de suposições.

O ATMS monta uma rede de dependências cujo elemento básico é o nó. O nó possui três propriedades: descrição (datum), rótulo (label) e justificativa (justification). A descrição de um nó contém informações descritivas do nó. O rótulo armazena os conjuntos de suposições do qual o nó depende, cada conjunto de suposições a partir do qual o nó pode ser derivado é chamado de ambiente (environment). A justificativa armazena o conjunto de nós dos quais o nó é diretamente derivado, podendo ser suposições ou relações derivadas. A representação de um nó é dada por:

Nome do nó: <descrição, rótulo, justificativa>

Além dos nós suposições e derivados, no ATMS existe ainda um terceiro tipo de nó, chamado de inconsistente (nogood). A descrição deste tipo de nó expressa textualmente o problema, seu rótulo contém os conjuntos de suposições que se contradizem e sua justificativa indica os nós dos quais o nó deriva diretamente.

Na Fig. 4 temos a representação gráfica da rede ATMS para as relações expressas pelas equações em (1), adotando a notação de AN_i (Assumption Node) para o i -ésimo nó suposição, DN_i (Derived Node) para o i -ésimo nó derivado e FALSO para os nós contradição.

Observando as relações de (1), verificamos facilmente que A, B, D e G são suposições, e que C, E e F são derivados de outros nós.

$$\begin{aligned} A \wedge B &\rightarrow C \\ B \wedge D &\rightarrow E \\ C \vee E &\rightarrow F \\ G \wedge E &\rightarrow \text{inconsistente} \end{aligned} \quad (1)$$

Uma propriedade importante dos nós derivados é a possibilidade da verificação de sua validade utilizando apenas as informações constantes em seu rótulo e o conjunto de suposições que são consideradas válidas em um dado instante. Este conjunto de suposições é chamado de contexto (Context). Os nós do tipo FALSO permitem realizar a exclusão de determinadas combinações de suposições, diminuindo o número de contextos válidos para a busca de soluções.

Para uma melhor compreensão da nomenclatura utilizada na Fig. 4, o nó DN_3 será detalhado. Observamos que sua descrição (datum) contém a descrição do nó, no caso F. Sua justificativa contém dois conjuntos de nós dos quais ele depende diretamente. No caso, ele depende de DN_1 ou de DN_2 , por isto contém dois conjuntos de nós. O seu rótulo contém dois conjuntos de suposições, dos quais o nó depende. Observamos que estes conjuntos de suposições são os mesmos dos quais os nós DN_1 e DN_2 também dependem.

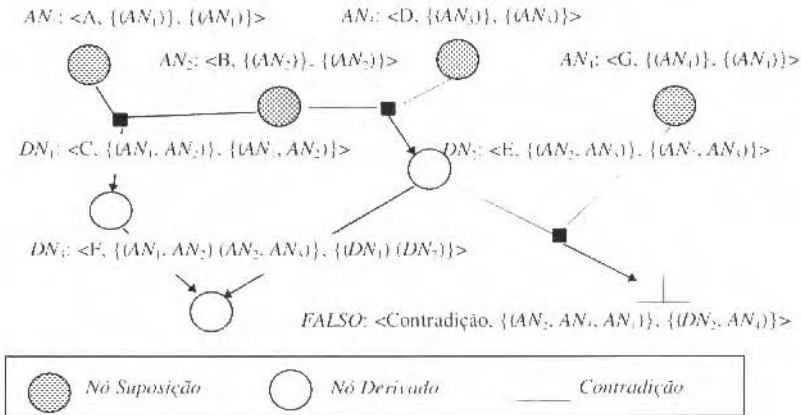


Fig. 4 Exemplo de uma rede ATMS.

No ATMS, o contexto é definido como um conjunto de nós suposições que não incluem ambientes inconsistentes. Quando um contexto é fornecido, um nó é reconhecido como sendo válido neste

contexto se ele pode ser derivado pelas suposições que qualificam este contexto. Um nó armazena as suposições das quais ele depende na forma de ambientes no rótulo. Portanto, se um nó possui um subconjunto do contexto como seu ambiente, tal nó é considerado válido neste contexto.

Proposta de Representação das Dependências no Processo de Modelagem

Modelagem das Operações

A Fig. 1 representa as operações realizadas por um sistema que suporta Operações Booleanas (união, intersecção e diferença) e transformações geométricas. Estas operações podem ser descritas naturalmente por três componentes (MORRIS e NADO, 1986): as pré-condições, a lista de remoção e a lista de criação. As pré-condições expressam as condições que necessitam estar válidas para que a operação possa ser realizada. As pré-condições podem ser definidas como um conjunto de predicados condicionais. A lista de remoção representa um conjunto de predicados que devem ser removidos do modelo; e de forma semelhante, a lista de criação é a lista de predicados que devem ser acrescentados ao modelo.

Se os sólidos $?x$ e $?y$ existem, a operação $\text{Union}(?x, ?y, ?z)$ pode ser aplicada criando um novo sólido $?z$. As operações de intersecção e diferença podem ser definidas de forma semelhante, e isto pode ser descrito como segue:

$\text{Union}(?x, ?y, ?z)$

pré-condições: $\text{Existe}(?x) \wedge \text{Existe}(?y)$

lista de remoção: $\text{Existe}(?x), \text{Existe}(?y)$

lista de criação: $\text{Existe}(?z)$

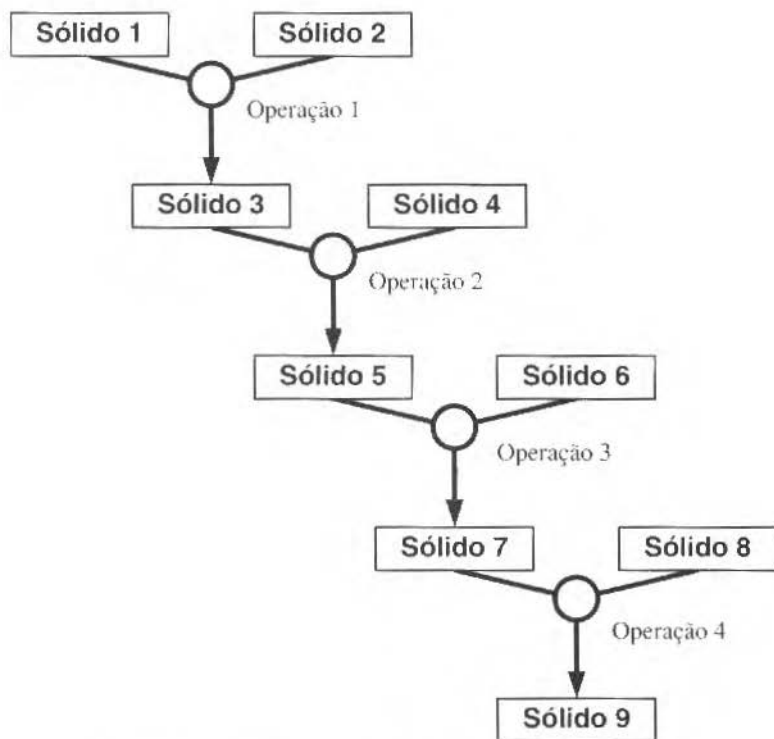


Fig. 5. Árvore CSG associada ao modelo representado na Fig. 1.

A Figura 5 exibe a árvore CSG associada à criação do modelo ilustrado na Fig. 1. Ao nível de Operações Booleanas a rede de dependência será equivalente à árvore CSG. Entretanto, esta proposta é

muito restritiva, pois não há diferença entre ela e o modelo temporal. Por exemplo, considere que foi realizado o UNDO da operação 2, conseqüentemente o sólido 5 não será criado bem como tudo aquilo que dele depende. Entretanto, ao nível de elementos primitivos (faces, arestas e vértices), visivelmente, existe uma independência entre as Operações Booleanas realizadas neste exemplo (vide Fig. 1). Caso seja realizado o UNDO da operação 2, então devemos realizar o UNDO da operação 3, e apenas isto.

Modelagem das Operações Utilizando Operadores de Euler

Conforme veremos, os Operadores de Euler permitirão representar as dependências entre as operações ao nível de elementos primitivos. Os comandos realizados pelo usuário correspondem a uma seqüência de Operadores de Euler (vide Fig. 6); assim, a dependência entre as operações realizadas pelo usuário pode ser definida de forma indireta por uma análise das seqüências de Operadores de Euler associadas a elas. Cada Operador de Euler corresponde a uma operação do nível intermediário de abstração e também possui pré-condições, lista de remoção e lista de criação. A definição das pré-condições e das listas estão associadas à específica implementação de cada sistema. Abaixo ilustramos o Operador *mev* definido no sistema *GWB* (M. Mäntylä, 1988).

mev(?s, ?v1, ?v2, ?v3)

pré-condições: Existe(?s) \wedge Existe(?v1) \wedge Existe(?v2)

lista de remoção:

lista de criação: Existe(?v3)

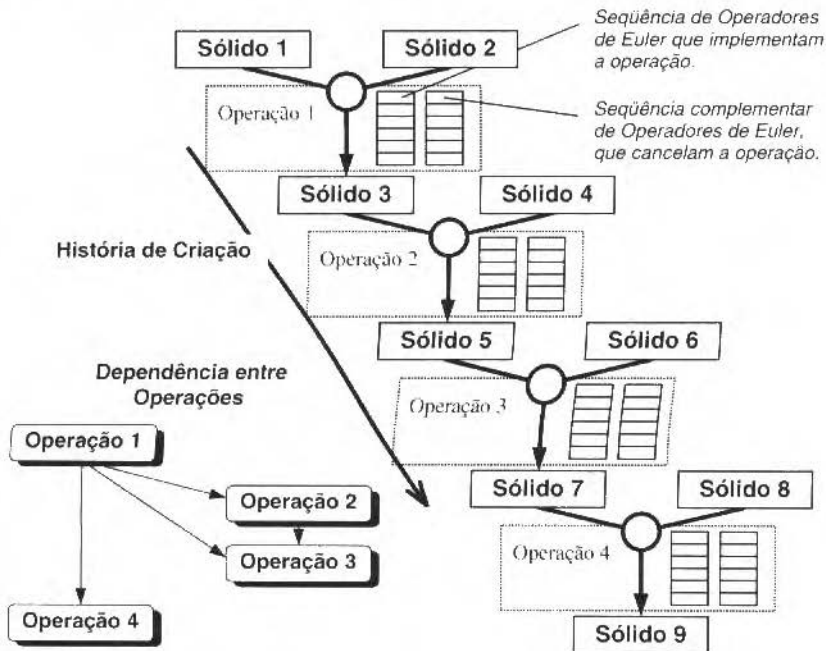


Fig. 6 Árvore CSG associada ao modelo representado na Fig. 1 com as seqüências de Operadores de Euler associadas a cada operação.

As pré-condições associadas a uma operação serão consideradas como sendo o conjunto das pré-condições de todos os Operadores de Euler que implementam esta operação. Para as listas de remoção e criação, uma consideração semelhante será realizada. É possível que em uma mesma operação, um elemento primitivo seja criado por um Operador de Euler para ser removido, logo a seguir, por outro Operador de Euler. Neste caso, realizamos uma simplificação, eliminando este elemento primitivo de ambas as listas.

Os Operadores de Euler solucionam o problema de dependência temporal eliminando a referência a sólidos específicos. Entretanto, devemos considerar que dois sólidos, antes de serem combinados por alguma operação booleana, devem estar corretamente posicionados, e para isto é necessário aplicarmos

uma transformação geométrica que, por sua vez, referenciará um sólido específico. Portanto, o problema de referenciamento de sólidos ainda não está totalmente eliminado.

Utilizando os Conceitos de Sólido Base e Dimensões Relativas

Para suportarmos uma consistência entre as transformações geométricas e os Operadores de Euler definiremos os conceitos de Sólido Base e Dimensões Relativas:

- As Dimensões Relativas são utilizadas para parametrizar as transformações. Elas relacionam pares de elementos primitivos (faces, arestas ou vértices) de sólidos distintos, ficando a cargo do sistema paramétrico encontrar uma transformação geométrica que satisfaça todas as restrições impostas pelas Dimensões Relativas (vide Fig. 7) (Tsuzuki et al., 1995).

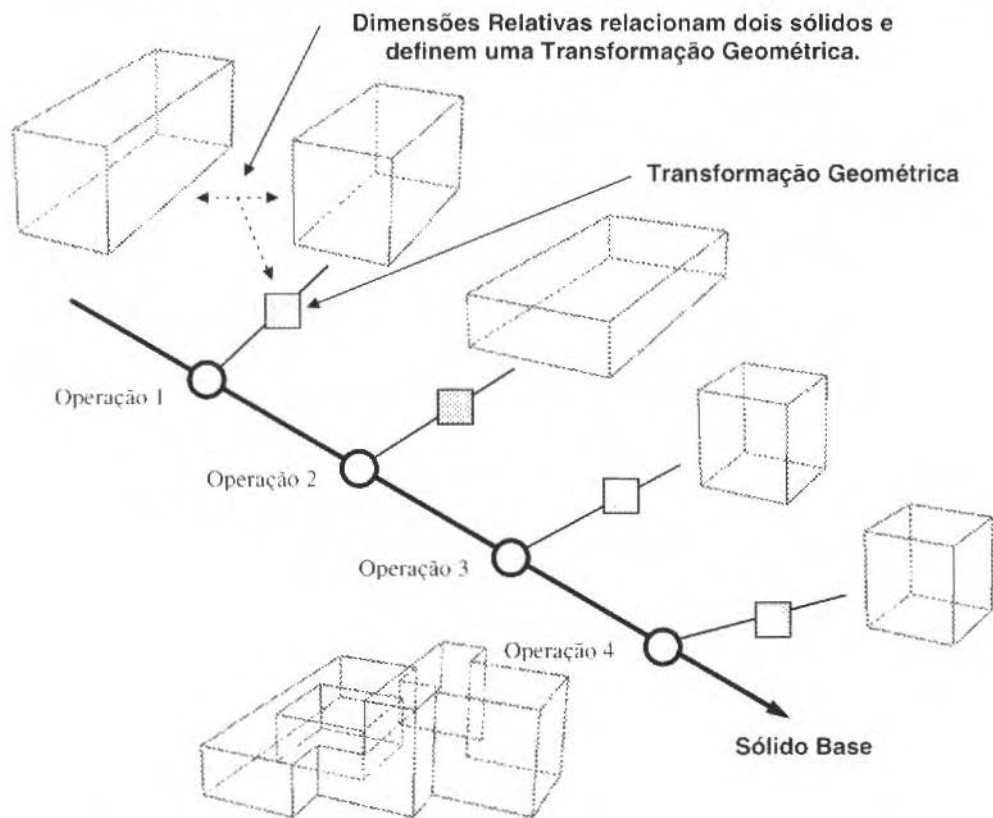


Fig. 7 Representando o exemplo da Fig. 1 através de Sólido Base e Dimensões Relativas.

- Sólido Base é um sólido que ao ser combinado por meio de uma Operação Booleana com um segundo sólido que denominaremos por sólido auxiliar, produzirá como resultado o próprio sólido base modificado (vide Fig. 7). Cada Sólido Base possui a sua própria rede de dependências.

Assim, estamos considerando um tipo especial de Operação Booleana em que podemos transformar geometricamente apenas o ramo da esquerda. Em outras palavras, ao realizarmos uma Operação Booleana, durante o ato de posicionar o sólido auxiliar relativamente ao Sólido Base, o Sólido Base é mantido fixo e movimentamos apenas o sólido auxiliar. Assim, ao alterarmos o valor de alguma Dimensão Relativa, saberemos que apenas o respectivo sólido auxiliar é que deve ser re-transformado. Isto pode ser resumido pela equação abaixo:

$$\langle \text{sólido base} \rangle = \langle \text{sólido base} \rangle \text{ op. t.} \langle \text{sólido auxiliar} \rangle$$

<sólido base inicial> (2)

onde, <op. t.> corresponde a uma Operação Booleana que transforma geometricamente apenas o ramo da esquerda. Assim, um Sólido Base é representado pela criação de um Sólido Base Inicial ou pela combinação de um Sólido Base com um sólido auxiliar.

Como cada Sólido Base possui a sua própria rede de dependência, é possível que um sólido auxiliar do processo de modelagem atual já tenha sido um Sólido Base em alguma outra etapa do processo de modelagem, conforme o processo ilustrado na Fig. 8.

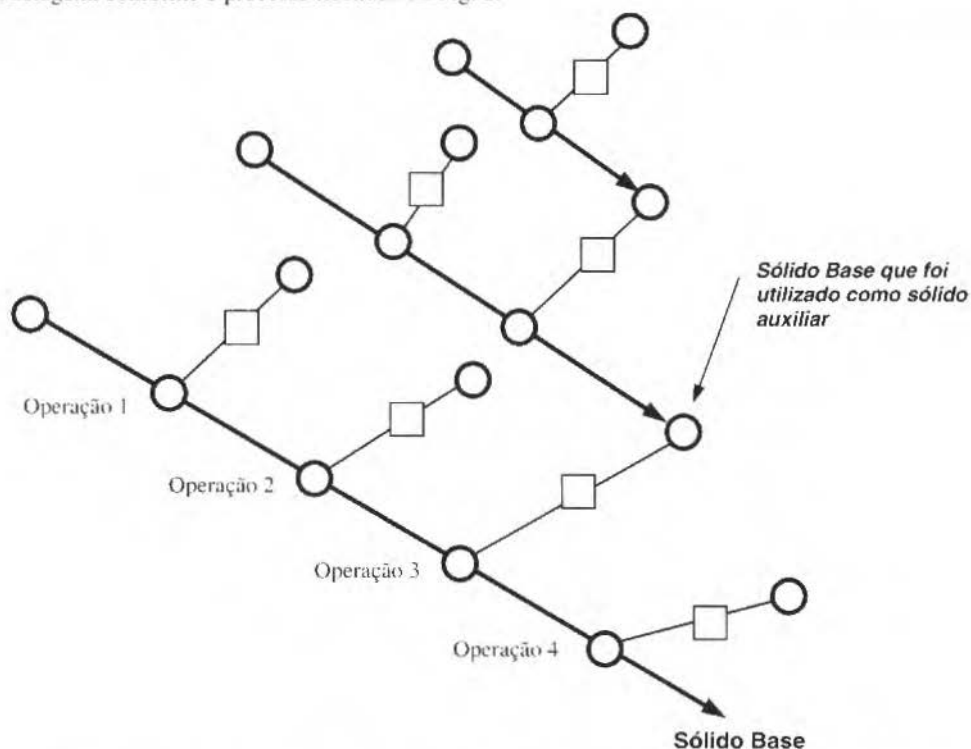


Fig. 8 Utilização de um Sólido Base como sólido auxiliar para definir um segundo Sólido Base.

Utilizando o ATMS para Representar as Dependências entre Operações

Segundo a proposta apresentada na sessão anterior, e representada pela Eq. (2), possuímos dois tipos de operações:

- Operações para definição do Sólido Base Inicial;
- Operações Booleanas que combinam o Sólido Base a um sólido auxiliar²

Para armazenarmos e manipularmos informações de dependência entre operações de modelagem executadas pelo usuário, uma estrutura ATMS foi implementada. A Figura 9 ilustra a modelagem no ATMS das duas primeiras operações da seqüência de comandos ilustrada na Fig. 7.

² O sólido auxiliar, em outra etapa do processo de design, foi também um Sólido Base.

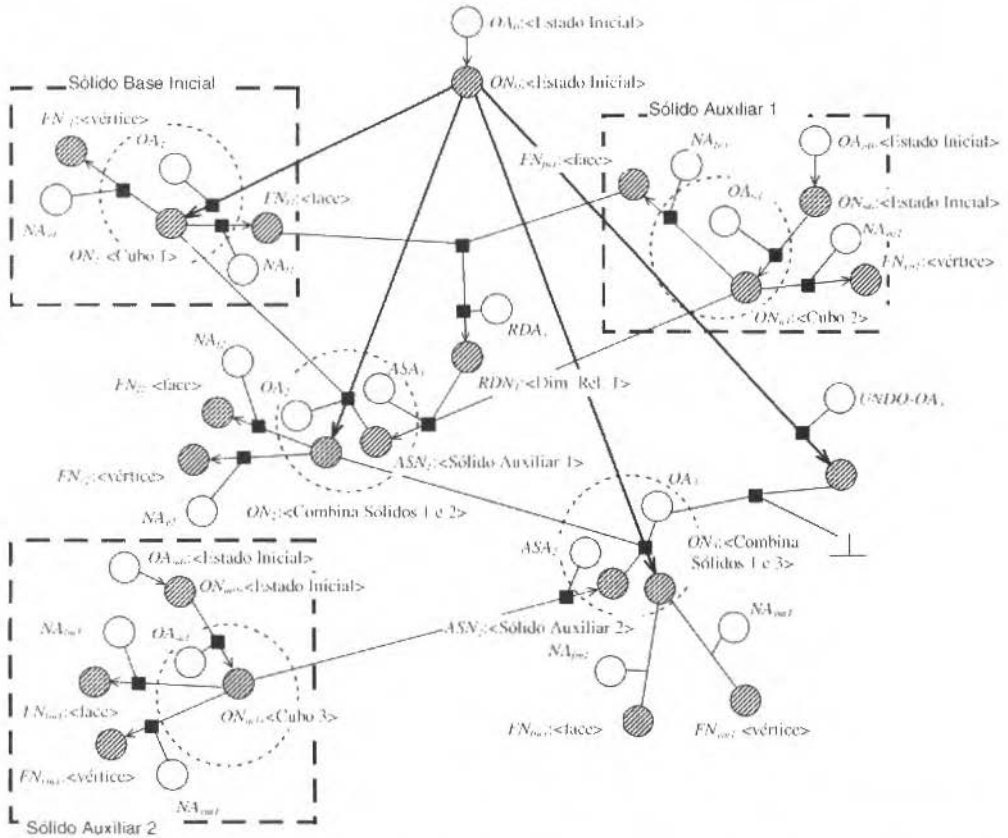


Fig. 9 Exemplo de representação de dependência utilizando o ATMS das duas primeiras operações de modelagem para criar o sólido ilustrado na Fig. 1.

O nó operação ON_n (Operation Node) e sua suposição OA_n (Operation Assumption) representam o estado inicial do Sólido Base representando um sólido sem vértices ou faces. A criação do Sólido Base inicial está associada ao nó ON_1 e sua suposição OA_1 , esta operação insere ao modelo seis faces e oito vértices. A inserção da face f_1 ao modelo, por exemplo, é representada pela inserção de um nó tipo FN_1 (Fact Node) e de um nó NA_1 (Non Deletion Assumption), sendo que a justificativa do nó FN_1 deve conter o nó NA_1 e o nó ON_1 , e sua descrição é *Face*. A mesma operação é realizada para as demais faces e vértices.

A primeira Operação Booleana é representada pelo nó operação ON_2 e sua suposição OA_2 . O sólido auxiliar possui associado a si o nó sólido auxiliar ASN_1 (Auxiliary Solid Node) e sua suposição ASA_1 (Auxiliary Solid Assumption). A posição relativa do sólido auxiliar é definida por Dimensões Relativas que possuem associadas a si o nó Dimensão Relativa RDN_1 (Relative Dimension Node) e sua suposição RDA_1 (Relative Dimension Assumption). Os demais sólidos auxiliares são combinados ao Sólido Base de forma semelhante.

O nó associado ao sólido auxiliar permite representar a dependência com relação às Dimensões Relativas, assim se o valor de alguma das Dimensões Relativas for alterado a transformação a ser aplicada ao sólido auxiliar será recalculada. Existe também a possibilidade de que um dos elementos primitivos (face, aresta ou vértice) associado à Dimensão Relativa sofra alguma alteração, e neste caso, a transformação também será recalculada.

A representação de uma operação de UNDO é realizada pela inserção de mais uma operação, definindo um nó tipo FALSE cuja justificativa contém o nó operação inserido e o nó suposição da operação anulada.

Resultados e Discussão

Na Figura 10, podemos observar uma seqüência de treze operações de modelagem e o resultado da realização do UNDO da operação 5, criação de um bloco de dimensões 2x5x5, que posteriormente através de uma Operação Booleana de subtração gera um furo passante quadrado em uma posição adequada do objeto (operações 6 e 7).

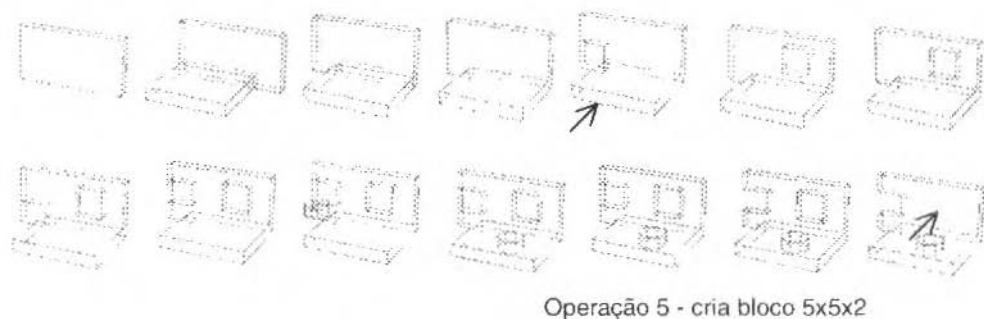


Fig. 10 UNDO da operação 5 - caso A.

Verificamos que o ATMS foi capaz de informar corretamente ao modelador de sólidos B-Rep sobre quais operações retrair e quais manter, mantendo intactas as operações sobre o sólido que não possuem relação de dependência com as operações anuladas. Neste exemplo, executamos a seqüência complementar de Operadores de Euler que cancelam as operações 5, 6 e 7.

Para a realização do REDO da operação 5, com outros parâmetros dimensionais, verificamos que o ATMS foi capaz de identificar as operações que deveriam ser re-executadas por possuírem algum tipo de dependência com a operação alterada, e o sólido obtido foi o ilustrado na Fig. 11. Neste exemplo, a mesma seqüência complementar foi executada, e as operações 5, 6 e 7 com novos parâmetros foi executada.

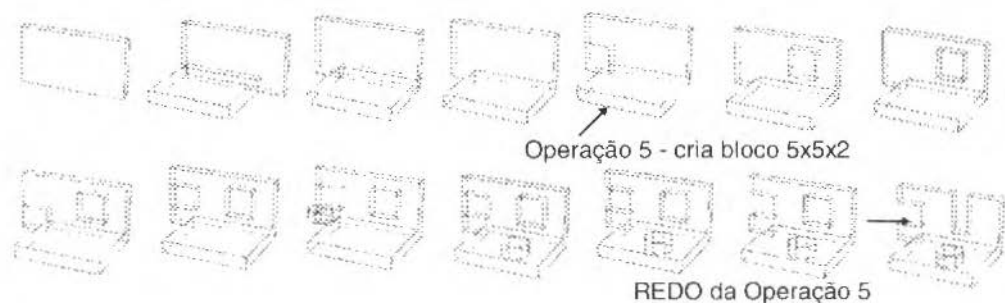


Fig. 11 REDO da operação 5 - caso A.

A Figura 12 ilustra a realização do UNDO da operação que cria o cilindro que posteriormente gera o furo passante na peça (Fig. 12, operação 5), provocando a retração das operações 6 e 7 (translação e operação booleana que envolvem o cilindro que deixou de existir) e da operação 12 (subtração de um bloco). A operação 12 foi retraída, pois utiliza faces, arestas e vértices que foram gerados pela operação booleana 7. Assim, verificamos a existência do bloco gerado na operação 10, após realizarmos o UNDO da operação 5.

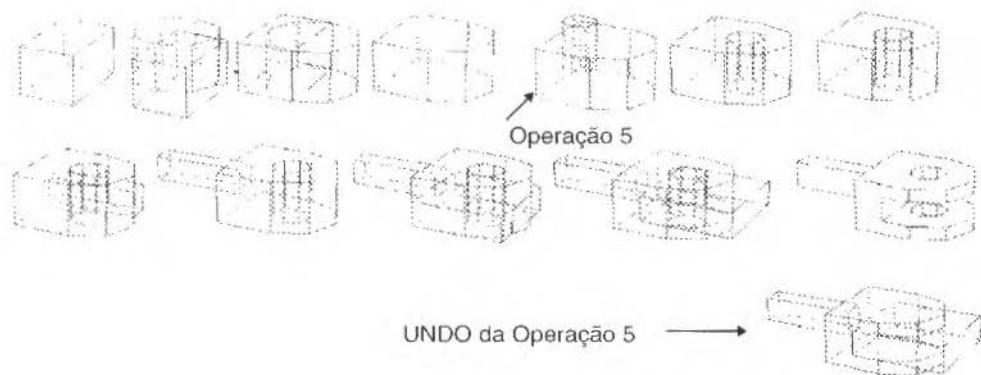


Fig. 12 UNDO da operação 5 - caso B.

Conclusões

O ATMS implementado provou ser capaz de fornecer um suporte consistente a funções de UNDO e REDO. Em nosso protótipo, a integração com o sistema de modelagem ocorreu de maneira suave, e independente dos algoritmos de cálculo geométrico do modelador. O algoritmo atual está em fase de testes.

Utilizamos uma proposta mista para representarmos a dependência das operações realizadas pelo usuário, associando a cada operação o conjunto de operações que a implementam. Os conceitos de Sólido Base e Dimensões Relativas permitiram definir uma representação consistente para as transformações geométricas.

A escolha pela utilização do ATMS como estrutura para armazenar informações de dependências provou ser acertada, principalmente pela necessidade de se verificar constantemente o estado válido ou inválido de cada operação, além de permitir a possibilidade de trabalhar em diferentes contextos e de verificar a validade de cada contexto. Uma vantagem significativa é que os contextos não precisaram ser gerados combinatorialmente, pois hipóteses iniciais foram assumidas, e outras foram sendo acrescentadas, testando se não introduziam alguma incoerência. Esta conferência no ATMS é uma tarefa simples, pois basta realizar a comparação com os conjuntos denominados por contradição. Por armazenar informações sobre o conjunto de asserções do qual cada nó depende, a verificação da validade dos nós para cada contexto no ATMS também é uma comparação simples de conjuntos.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente suportado pelo CNPq e pela CAPES.

Referências

- Baumgart, B.G., 1975. "A Polyhedron Representation for Computer Vision". AFIPS Proc., v.44, p.589 - 596, AFIP Press, Arlington.
- Cugini, U., 1989. "Capturing Context Dependent Rules from Interaction Sequences: An Example for Mechanical Design". In: SATA, T., ed. Organization of Engineering Knowledge for Product Modelling in Computer Integrated Manufacturing, p.385-410. Elsevier, Amsterdam.
- De Kleer, J., 1986. "An Assumption-Based TMS". Artificial Intelligence, v.28, n.2, p.127-162.
- Doyle, J., 1979. "A Truth Maintenance System. Artificial Intelligence", v.12, n.3, p.231-272.
- Inui, M., Kimura, F., 1993. "Using a Truth-Maintenance System to Assist Product-Model Construction for Design and Process Planning". Computer Aided Design, v.5, n.1, p.59-70.
- Kalay, Y.E., 1989. "The Hybrid Edge: A Topological Data Structure for Vertically Integrated Geometric Modeling". Computer Aided Design, v. 21, n. 3, p.130-140.

- Kimura, F. Suzuki, H. Wingård L. A., 1987, "Uniform Approach to Dimensioning and Tolerancing in Product Modeling". In: K. Bo et al. eds. *Computer Aided Production Engineering*, p.165-178, Amsterdam, North Holland.
- Mäntylä, M., 1987, "UNDO Support in Hutdesign". In K. Bo et al. eds. *Computer Aided Production Engineering*, p.525-534, Amsterdam, North Holland.
- Mäntylä, M., 1988, *An Introduction to Solid Modeling*. Maryland, Computer Science Press.
- Morris, P.H. Nado, R.A., 1986, "Representing Actions with an Assumption-Based Truth Maintenance System". Proc. 5th National Conference Artificial Intelligence, p.13-17, Philadelphia, PA, USA.
- Shah, J.J., Mäntylä, M., 1995, "Parametric and Feature-Based CAD/CAM: Concepts, Techniques and Applications", John Wiley & Sons.
- Suzuki, H. Kimura, F. Sata, T., 1984, "Treatment of Dimensions on Product Modeling Concept". International Symposium on Design and Synthesis, p.619-624, Tokyo, Jul. 11-13.
- Suzuki, H., 1994, "On Representing Product Information in CAD - Present Status and Future Directions". Proc. of the 6th ICEEGDG, Tokyo.
- Suzuki, H. Kase, K. Kimura, F., 1995, "Physically Based Modelling for Evaluating Shape Variations". Proceedings of the 4th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, p.173 - 180, University of Tokyo, Tokyo, Japan, Abr.5-6.
- Tsuzuki, M.S.G., Miyagi, P.E., Moscato, L.A., 1995, "Representing Dimensions and Features in a Product Model". In: Q. Sun et al. eds. *Computer Aided Production Engineering*, p.52-61, Cornwall, Chapman & Hall.
- Weiler, K., 1985, "Edge-Based Data Structures for Solid Modeling in Curved-Surface Environments". IEEE Computer Graphics & Applications, v.1,n.5, p.21-39.
- Wingård, L., 1991, "Introducing Form Features in Product Models: a Step Towards CAD/CAM with Engineering Terminology". Stockholm, 87p. Licentiate Thesis - The Royal Institute of Technology.
- Yamaguchi, F. Tokieda, T.A., 1984, "Unified Algorithm for Boolean Shape Operations", IEEE Computer Graphics & Applications, v. 4, n. 6, p.24-37.
- Zeid, I., 1991, "CAD/CAM Theory and Practice, Singapore", McGraw-Hill.

flexible robot. Balas (1978) and Meirovitch et al. (1983) elaborated a theory to control large flexible structures based on distributed parameters. Pfeiffer and Gebler (1988) introduced a multi-stage control concept. This study involved the construction of a prototype with relative success. De Luca (1988) established theoretical models with adaptive control and the payload was not known *a priori*. Adaptive Control has been used in quite a number of recent publications, involving Model Identification. Good examples can be found in Tzes and Yurkovich (1990), Yurkovich et al. (1989) and Cetinkunt and Wu (1991). One of the most promising lines of research is, undoubtedly, the Theory of Variable Structure Control (VSC) that was created by Vadim I. Utkin. Yeung and Chen (1988), Young (1978) and Nathan and Singh (1991) developed some advances with theoretical implications. There are a few records of implementation for the Sliding Modes Technique which derives from the VSC Theory. More recently, a conclusion was reached that if two or more robots worked together over the same piece there would be a violent increase in productivity. With the actual robots this would generate accidents because their control systems would oppose each other. Therefore robots with high compliance would be created to avoid these accidents. Luecke and Gardner (1993) and Khorrami and Jain (1993) are good examples of this type of work.

Dynamic Models for Flexible Robots

In the dynamic modelling of flexible robots one needs to proceed in a modular and gradual form. It is not possible to obtain the complete model at once. It is necessary to model the actuators first with the manipulators link rigid. Once this first step is executed, the flexibility of the joints is then introduced and after that link flexibility is included in this order. However, it could be possible to obtain the model at once using dynamic principles of hybrid bodies (rigid and flexible). Due to the complexity of this process it was not used here.

Dynamic Model with Rigid Link

In this model we start by characterizing the actuator of an industrial robot and its gear train composed by a DC-servomotor and a Harmonic Drive. This is the standard configuration and for this reason it is the adopted one for modeling. The parameters that compose the model are illustrated in the figure below.

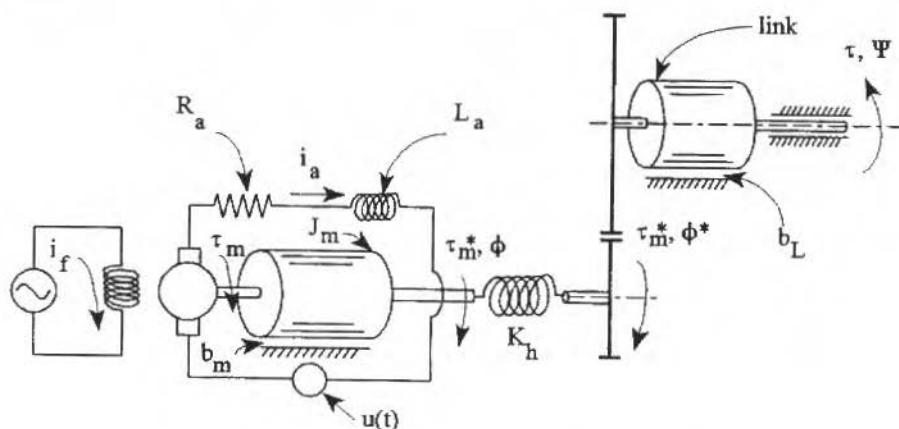


Fig. 1 Schematic drawing of the actuator and its gear train.

In this model three basic equations are utilized: (a) Application of Kirchhoff's Law to the circuit in the figure above; (b) Dynamic equilibrium equation between rotating parts and applied torque by the motor; (c) Velocity transformation equation between gear train reducer input and output. Therefore one obtains for each joint of the robot the following relationships:

Flexible Robot Dynamics

Alcy Rodolfo dos Santos Carrara

State Univ. Santa Catarina
Faculty of Engineering of Joinville
Electrical Engineering Department
89223-100 Joinville, SC, Brazil
dee2arsc@dcc.lej.udesc.br

Abstract

There has been a formidable number of papers in the area of structurally flexible robots. It is very hard to model and to simulate the models that result when the dynamic model is finally obtained. Flexibility increases the number of degrees of freedom and therefore complicates the system of equations that are ill-conditioned in general. The approach used here is to consider the nonlinear equations that result from the links and joints of the robot as noise introduced in the system. An adaptive algorithm is used to integrate the equations of motion that are obtained using Newmark's Method. To validate the dynamic model of the robot a test rig was designed and built.

Keywords: Flexible Robot, Nonlinear Analysis, Harmonic Drives, Variable Step Algorithm, Newmark's Method.

Introduction

The subject Flexible Robots has gained a formidable popularity among researchers worldwide. Perhaps because it is a topic of great importance and, at the same time, a big challenge. This challenge needs to be confronted for it reduces the weight of the robot. On the other hand, the structure becomes lighter but flexible. It is a future trend. In the last few years emphasis has been given to Finite Element Modeling. In this line of research the computational models that are generated are cumbersome because they cannot be computed in real-time. However, the model can be reduced to another that is still complex but that can be computed by parallel processing using the modern *transputers*. There are two lines of research in this area: (i) Dynamics - where the main objective is to predict position, velocity and acceleration of the end-effector as a function of the input forces and/or torques to the joints of the robot; (ii) Control - in this part control strategies are developed to assure that the manipulator will execute the desired task and the existence of a dynamic model for the system is assumed. At this point it is adequate to move into a review of the state-of-the-art for an adequate perspective of what is going to be presented.

Luh et al (1980) and Carrara (1989) have used a Newton-Euler formulation to obtain efficient simulation models for rigid robots. Maizza-Neto (1974), Book et al. (1976) and Hurty (1965) utilized Transfer Matrices and Component Mode Synthesis to derive the dynamic models. Bathe and Bolourchi (1979) and (1984), Mattiasson et al. (1986), Berkkan (1988) and Low (1988) emphasized the need of an adequate kinematic description to be able to compute large displacements that occur in flexible robot dynamics. Hsiao et al. (1991 and 1994) and Sunada and Dubowsky (1980, 1983 and 1981) showed that Hurty's method can be adapted to reduce degrees of freedom of the model and, therefore, reduce computational costs. Dado and Soni (1988) and Naganathan and Soni (1987 and 1986) developed complicated Finite Elements to account for actuator dynamics due to the fact that they introduce important nonlinearities in the general model. Alves et al. (1989) performed computations of Finite Elements using parallel processors (*transputers*) and their results showed a significative improvement. Singer and Seering (1987) presented a simulation of the Space Shuttle including its flexible manipulator with 22 degrees of freedom that proved to be consistent with the real model. Matsuno and Sakawa (1990) wrote an outstanding article where they actually built a flexible robot with a parallel mechanism controlled by a reference model that employed Perturbation Methods. This prototype was tested and built, showing design achievements. Many authors have concentrated themselves in the biggest industrial interest in this area: the nonlinearity introduced by the harmonic drives. This phenomenon has been causing problems to industrial robots and because of that it is a big source of research investment. Some industries want to be part of space research contracts and, in this case, invest in research on flexible link robots together with flexible joints. Among the authors that write about harmonic drives we can mention: Marlier and Richard (1989), Cetinkunt and Book (1989), Nikolic (1988), Yang and Donath (1988), Hewit (1989), Nicosia and Tomei (1993), Tomei (1991), Good et al. (1985) and De Luca (1988). From their results, one can conclude that structurally flexible robots are inherently nonlinear systems. In the control part Nicosia and Tomei (1993) applied the traditional theory of PD controllers. Lin et al. (1991) investigated the possibility of applying simple controllers in a six-links

$$\begin{aligned}
 (R_a + L_a s) I_a(s) + K_b s \phi(s) &= U(s) \\
 (J_m s^2 + b_m s) \phi(s) + \tau_m^+(s) &= K_m I_a(s) \\
 N \tau_m^+(s) - b_l s \Psi(s) &= \tau(s)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Where:

- τ_m = Torque applied to the inertia J_m .
- J_m = Moment of inertia of the rotor around its rotating axis.
- K_1, K_2, K_m = Constant coefficients with $K_m = K_1 \phi_f = K_1 K_2 i_f$
- i_a, i_f = Armature and field current, respectively and i_f being constant.
- ϕ_f = Magnetic field in the space between armature and rotor = $K_2 i_f$
- t = Time.
- R_a, L_a = Armature resistance and inductance..
- $u(t)$ = Input voltage to the DC motor.
- v_b = Back electromagnetic force.
- K_b = Back electromagnetic force constant.
- ϕ = Shaft Output angular displacement of the motor before reducer.
- b_m = Damping coefficient of motor.
- τ_m^+ = Net torque delivered to motor's shaft before harmonic reducer.
- θ = Angular displacement of output shaft after occurrence of flexibility in harmonic reducer.
- Ψ = Angular displacement of robot arm after harmonic reducer.
- b_l = Damping coefficient in the robot arm side.
- τ = Torque delivered to robot arm minus joint friction.

With the purpose of simplifying the sistem of equations above the following procedure undertaken is to represent this model in block diagrams and proceed to simplifications. In this case the nonlinear part of the equations is considered as noise in the control loop. To illustrate this modeling option of the system, its block diagram is depicted in Fig.2. The term L_a can be neglected due to its very small value in henrys. After the combination of Eqs.(1) based on the block diagram at Fig.2 one obtains for each joint the following equation:

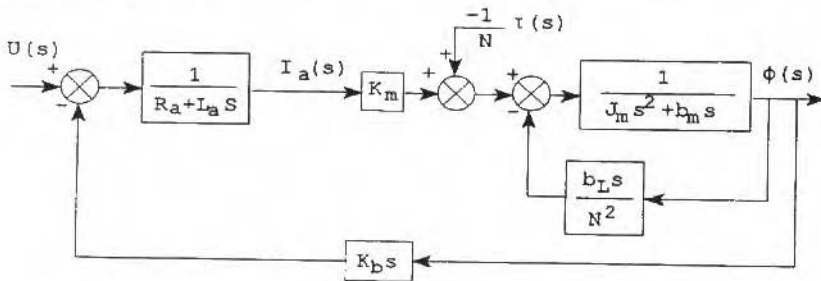


Fig. 2 Dynamics of manipulator links as noise introduced in the system.

$$(N_i J_{m,i}) \ddot{\Psi}_i + N_i (b_{m,i} + \frac{b_{l,i}}{N_i^2} + \frac{K_{b,i} K_{m,i}}{R_{a,i}}) \dot{\Psi}_i = (\frac{K_{m,i}}{R_{a,i}}) u_i(t) - (\frac{1}{N_i}) T_i(t)
 \tag{2}$$

For a more general result and better convergence, the equation above must be rendered dimensionless in the following form:

Dimensionless Time:

$$T = \omega_0 t$$

where:

$$\omega_1 = \text{Time scale coefficient} = \sqrt{g/a_l}$$

a_l = Length of forearm.

Therefore the general joint equation is transformed into the expression below:

$$\Psi_i'' + \alpha_i \Psi_i' = \beta_i u_i^* (T) \cdot \gamma_i \tau_i^* (T) \quad (3)$$

where:

τ_i^* = Dimensionless torque applied to i 'th manipulator link.

$$= \tau_i / (m_i a_i g)$$

m_i, a_i = Mass and length of link.

g = Gravitational acceleration.

u_i^* = Dimensionless control signal = u_i / E_0

E_0 = Reference voltage = 100 V

$$\alpha_i = \left[b_{m,i} + \frac{b_{L,i}}{N_i^2} + \frac{K_{b,i} K_{m,i}}{R_{a,i}} \right] / \left[\omega_0 J_{m,i} \right]$$

$$\beta_i = \left[\frac{E_0 K_{m,i}}{R_{a,i}} \right] / \left[N_i \omega_0^2 J_{m,i} \right] \quad (4)$$

$$\gamma_i = \left[m_i g a_i \right] / \left[N_i^2 \omega_0^2 J_{m,i} \right]$$

Up to this point only the actuator model was developed. It is left to develop the part of manipulator links and joints.

Dynamic Model with Flexible Joints

In the case of joint flexibility for the manipulator the transmission ratio for the harmonic drive becomes:

$$\tau_m^* = K_b (\phi - N \Psi) \quad (5)$$

where:

K_b = Torsional rigidity of the Harmonic Drive.

The Eqs.(1) can be combined to yield:

$$\tau_m = \frac{K_m}{R_a} (u - K_b \phi) \quad (6)$$

Using Eq.(5) and combining former results one obtains:

$$J_m \ddot{\phi} + b_m \dot{\phi} + K_b (\phi - N \Psi) = \tau_m \quad (7)$$

Replacing Eq.(6) into Eq.(7) provides the total expression of a DC-actuator with a simple inertia which is given by:

$$J_m \ddot{\phi} + \left(b_m + \frac{K_m K_b}{R_a} \right) \dot{\phi} + K_b \phi - (K_b N) \Psi = \frac{K_m}{R_a} u \quad (8)$$

The equation above needs to be transformed into a dimensionless form, resulting in the expression:

$$\phi_i'' + \alpha_i^0 \phi_i' + \beta_i^0 \phi_i - \gamma_i^0 \Psi_i = \mu_i^0 u_i \quad (9)$$

where:

$$\begin{aligned} \alpha_i^0 &= \left[b_{m,i} + \frac{K_{b,i} K_{m,i}}{R_{a,i}} \right] / [J_{m,i} \dot{\omega}] \\ \beta_i^0 &= K_{b,i} [J_{m,i} \dot{\omega}_0^2] \\ \gamma_i^0 &= [K_{b,i} N_i] / [J_{m,i} \dot{\omega}_0^2] \\ \mu_i^0 &= \left(\frac{K_{m,i} E \theta}{R_{a,i}} \right) / [J_{m,i} \dot{\omega}_0^2] \end{aligned} \quad (10)$$

The equations above represent the DC-servomotor with a harmonic drive and a simple inertia attached to it. All the terms are rendered dimensionless. At this point what is missing is to add the inertia of the links and its dynamic couplings. This can be done using Lagrange's Equations. This procedure is found in several books on Robotics and as a source we can mention Spong and Vidyasagar (1989). The model obtained in this form is given by:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m1 a_{c1}^2 + m2 a_1^2 + I1 & m2 a1 ac2 c2l \\ m2 a1 ac2 c2l & m2 a_{c2}^2 + I2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Psi}_1 \\ \ddot{\Psi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -m2 a1 ac2 s2l \dot{\Psi}_2 \\ m2 a1 ac2 s2l \dot{\Psi}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Psi}_1 \\ \dot{\Psi}_2 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{Bmatrix} (m1 a_{c1} + m2 a1) g c1 \\ m2 ac2 g c2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

The parameters of this model are represented at Fig.3 together with the remotely driven forearm.

Equation (11) has to be added of actuator's model and also rendered in dimensionless form. The actuators model is added by comparison with Eq.(3). The dimensionless form is obtained in the same way as before and results in:

$$\begin{aligned} \Psi_1'' + a11 \Psi_1' + a12 c2l \Psi_2'' - a12 s2l (\Psi_2')^2 + a13 c1 &= \mu 1 u_1 \\ \Psi_2'' + a21 \Psi_2' + a22 c2l \Psi_1'' - a22 s2l (\Psi_1')^2 + a23 c2 &= \mu 2 u_2 \end{aligned} \quad (12)$$

where:

$$\begin{aligned} a11 &= \frac{\alpha_1 \dot{\gamma}_1}{\gamma_1 + \dot{\gamma}_1} & ; a12 &= \frac{\alpha_1 \dot{\gamma}_1}{\gamma_1 + \dot{\gamma}_1} \\ a13 &= \frac{\beta_1 \dot{\gamma}_1}{\gamma_1 + \dot{\gamma}_1} & ; \dot{\gamma}_1 &= \frac{\beta_1 \dot{\gamma}_1}{(\gamma_1 + \dot{\gamma}_1) N1} \\ a21 &= \frac{\alpha_2 \dot{\gamma}_2}{\gamma_2 + \dot{\gamma}_2} & ; a22 &= \frac{\alpha_2 \dot{\gamma}_2}{\gamma_2 + \dot{\gamma}_2} \\ a23 &= \frac{\beta_2 \dot{\gamma}_2}{\gamma_2 + \dot{\gamma}_2} & ; \dot{\gamma}_2 &= \frac{\beta_2 \dot{\gamma}_2}{(\gamma_2 + \dot{\gamma}_2) N2} \end{aligned} \quad (13)$$

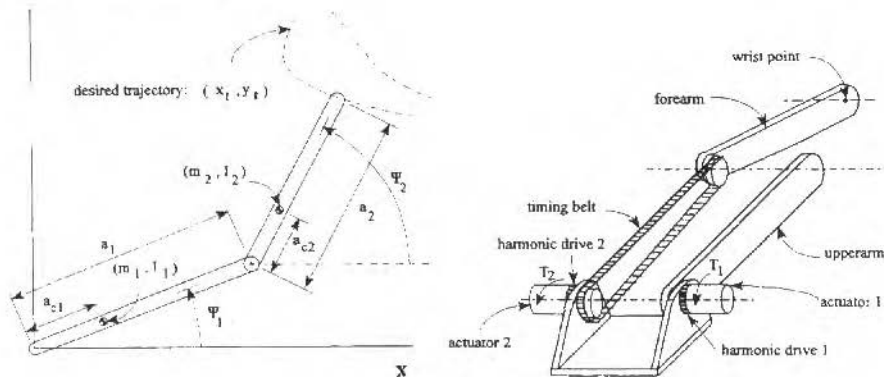


Fig. 3 Components of Flexible Robot's dynamic model.

$$\begin{aligned}
 \alpha_1^* &= \frac{m_2 a_1 a c_2}{m_1 a_{c1}^2 + m_2 a_1^2 + I_1} & \alpha_2^- &= \frac{m_2 a_1 a c_2}{m_2 a_{c2}^2 + I_2} \\
 \beta_1^* &= \frac{(m_1 a c_1 + m_2 a_1) g}{(m_1 a_{c1}^2 + m_2 a_1^2 + I_1) \omega_0^2} & \beta_2^- &= \frac{m_2 a c_2 g}{(m_2 a_{c2}^2 + I_2) \omega_0^2} \\
 \gamma_1^* &= \frac{m_1 g a_1}{(m_1 a_{c1}^2 + m_2 a_1^2 + I_1) \omega_0^2} & \gamma_2^* &= \frac{m_2 g a_2}{(m_2 a_{c2}^2 + I_2) \omega_0^2}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Equations (12), (13) and (14) constitute the dynamic model of a rigid robot with actuators composed of DC-servomotors and gear trains with harmonic drives. Although in reality harmonic drives have a nonlinear behaviour due to a hardening spring, for engineering purposes it is supposed that they operate in a linear region. Therefore, using Eqs. (9), (12), (13) and (14) we obtain the flexible Joint Dynamic Model given by:

$$\begin{aligned}
 \phi_1'' + b_{11} \phi_1' + \omega_1^2 \phi_1 - b_{12} \Psi_1 &= \mu_1^0 u_1^* \\
 \Psi_1'' + b_{21} \Psi_1' + \omega_2^2 \Psi_1 + b_{22} c_{21} \Psi_2'' - b_{22} s_{21} (\Psi_2')^2 - b_{23} \phi_1 + b_{24} c_1 &= 0 \\
 \phi_2'' + b_{31} \phi_2' + \omega_3^2 \phi_2 - b_{32} \Psi_2 &= \mu_2^0 u_2^* \\
 \Psi_2'' + b_{41} \Psi_2' + \omega_4^2 \Psi_2 + b_{42} c_{21} \Psi_1'' - b_{42} s_{21} (\Psi_1')^2 - b_{43} \phi_2 + b_{44} c_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

where:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= \alpha_1^0 & \omega_1^2 &= \beta_1^0 & b_{12} &= \gamma_1^0 \\
 b_{21} &= \alpha_1^+ \gamma_1^* & \omega_1^2 &= \gamma_1^+ \gamma_1^* & b_{22} &= \alpha_1^+ \\
 b_{23} &= \beta_1^+ \gamma_1^* & b_{24} &= \beta_1^* & \alpha_i^- &= \frac{b_{L,i} \omega \omega}{m_i g a_i} ; \beta_i^+ = \frac{K_{h,i} N_i}{m_i g a_i} ; \gamma_i^* = \frac{K_{h,i} N_i^2}{m_i g a_i} \\
 b_{31} &= \alpha_2^0 & \omega_3^2 &= \beta_2^0 & b_{32} &= \gamma_2^0 \\
 b_{41} &= \alpha_2^+ \gamma_2^* & \omega_4^2 &= \gamma_2^+ \gamma_2^* & b_{42} &= \alpha_2^+ \\
 b_{43} &= \beta_2^+ \gamma_2^* & b_{44} &= \beta_2^*
 \end{aligned}$$

It would be straightforward to go expanding the model to include flexible arms. This is done dividing the arms in Finite Elements and integrating its equations in the general model. This will not be done here because a lack of space. As references in this type of procedure one can mention: Book et al.

(1975), Chang et al. (1991) and Carrara (1995). The motivation to simulate joint flexibility is stronger than the one to simulate joints and links flexible and coupled because the latter are experimental robots in its majority or space arms of restricted application. In industrial robotics flexible joints are of special interest because for certain payloads the oscillations are meaningful and can generate imprecision. For a complete study of industrial motivations Good et al. (1985) is a good reference.

Dynamic Simulation of Flexible Robots

To simulate the above equations we need nonlinear numerical methods. Thus, an algorithm based in the Newmark's method a variable method was used which has step. Therefore, the strong oscillations that occur in nonlinear systems dynamics can be accomodated without loss of convergence. In order to verify this model an experimental rig was designed and built composed of an elbow arm with flexible joints and a flexible forearm with two degrees of freedom. Parameters of the model were adjusted with this manipulator as a reference for position, velocity and acceleration.

To access the stability of the robot with flexible joints a step torque was applied to both joints. Thus, the motion equations were integrated using the algorithm of Newmark (found in Bathe, 1984), nonlinear and variable step described by the following flowchart:

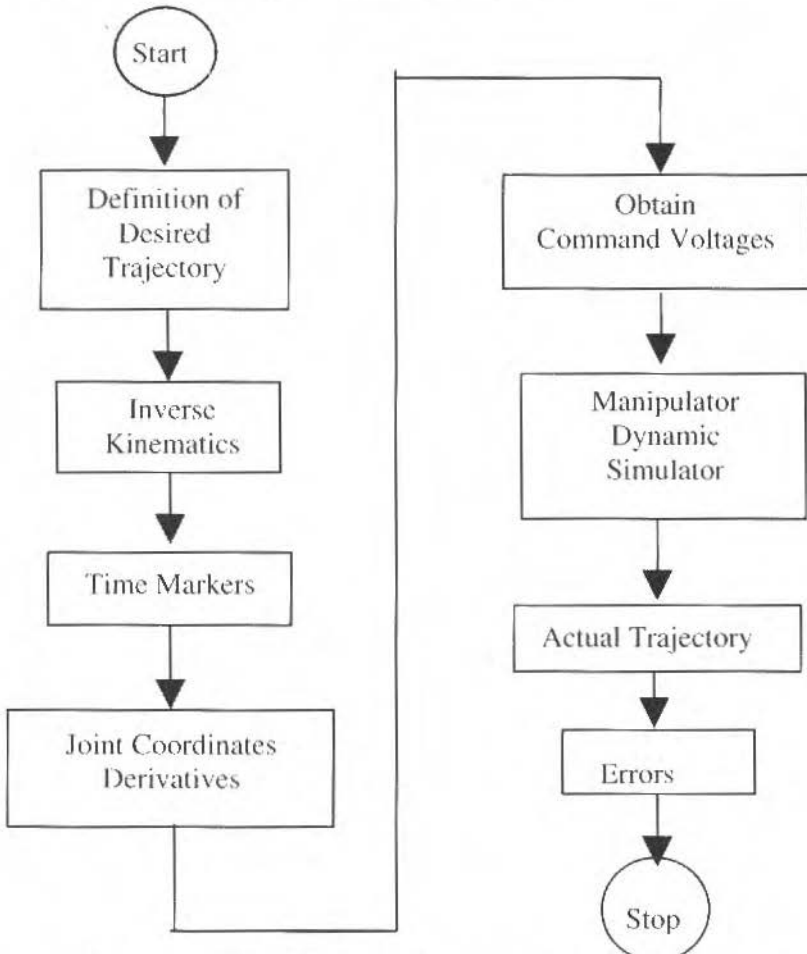


Fig. 4 Flowchart for Simulation of the Dynamic Model of Flexible Robot.

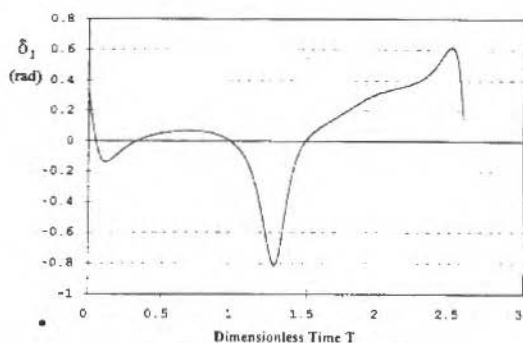
At Figure 5 the deflections of the rigid arms with flexible joints are shown together with the performance index calculated in tracking an ellipse in space. The performance index ϵ is defined by:

$$r = |(\text{distance from desired to actual points}) / (\text{Distance from origin to desired point})| \times 100 \quad (16)$$

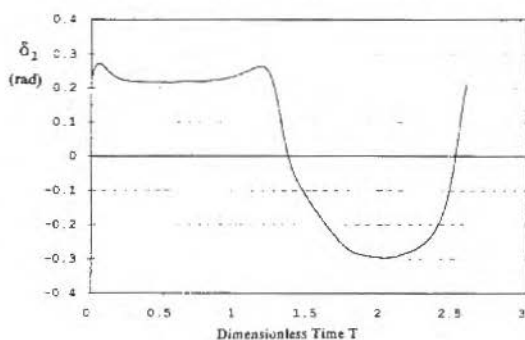
which is essentially a measure of the deviation of the actual trajectory from the desired.

According to results that were obtained at Fig.5 one can evaluate that the nonlinear integration is working good.

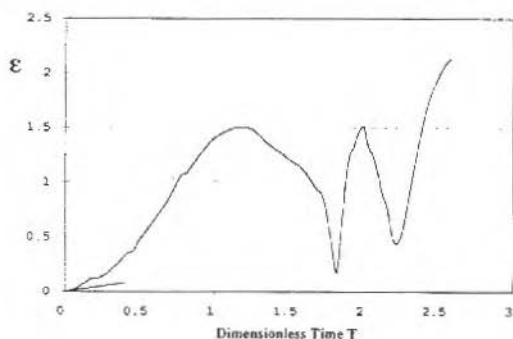
Another analysis that it will be necessary is to test the stability of this algorithm. In order to do that one shall proceed to a step torque test in spite of a complicated mathematical analysis using Lyapunov or Poincaré stability criteria. This method of mathematical analysis is very interesting but it would not



(a) Deflection of harmonic drive 1.



(b) Deflection of harmonic drive 2.



(c) Performance index.

Fig. 5 Simulation Results for the Flexible Joints Dynamic Model.

be very effective because of the nonlinear equations involved. Also, using this numerical simulation to verify stability will provide a theoretical basis to compare with an experiment conducted in a test rig built specially for this purpose. The dynamic parameters which were used are listed at Table 1. These parameters were acquired from experiments and compared with data given by the manufacturers.

Table 1 Dynamic parameters (obtained from experiments)

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	
$a_1 = a_2 = 0.305 \text{ m}$	$a_{c1} = a_{c2} = 0.145 \text{ m}$
$m_1 = m_2 = 4.803 \text{ kg}$	$I_1 = I_2 = 0.025 \text{ kg.m}^2$
$A_1 = A_2 = 0.001 \text{ m}^2$	$I_1^* = I_2^* = 0.4996 \times 10^{-7} \text{ m}^4$
$E = 0.68 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
$N_1 = N_2 = 100$	$K_{h1} = K_{h2} = 209.8 \text{ N.m/rad}$
$J_{m1} = J_{m2} = 0.9532 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	
$b_{m1} = b_{L1} = 0.687 \text{ N.m/rad/s}$	$b_{m2} = b_{L2} = 0.687 \text{ N.m/rad/s}$
$K_{m1} = K_{m2} = 0.142 \text{ N.m/A}$	$K_{b1} = K_{b2} = 0.3952 \text{ V/rad/s}$
$R_{a1} = R_{a2} = 0.84 \Omega$	$E_0 = 100 \text{ V}$

Experimental Test Rig

In the area of flexible robots there is a need to build experiments that allow the assessment of their dynamical and control behaviour. Therefore, while this research was conducted, a test rig was designed and built at McMaster University, Ontario, Canada with technical support of CRS Robotics, Inc. The following pictures illustrate the facilities and equipment used.

At Figure 6 one can see, from left to right, the following pieces of equipment: 1. an strain gage signal amplifier; 2. an accelerometer signal amplifier; 3. Flexible manipulator (all installed in a seismic base); 4. Flexible robot transputerized controller; 5. microcomputer 486 DX2.

At Figure 7 there is a close view of the shoulder of the flexible manipulator to show some design results that represent the lightweight structure of the robot and the remotely driven forearm mechanism.

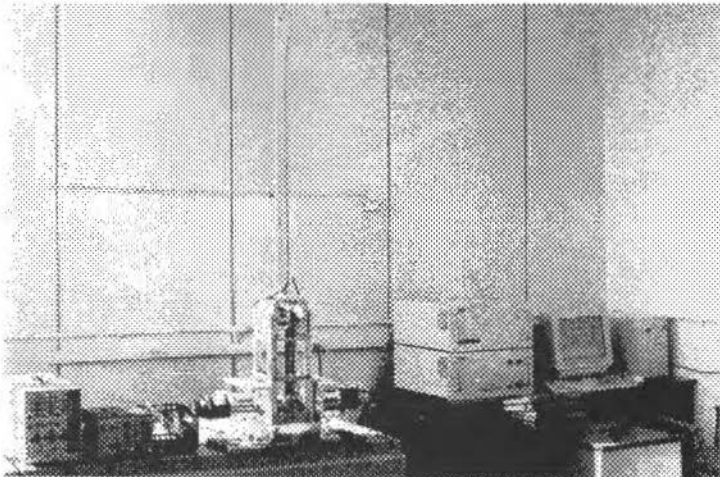


Fig. 6 Flexible robot test rig.

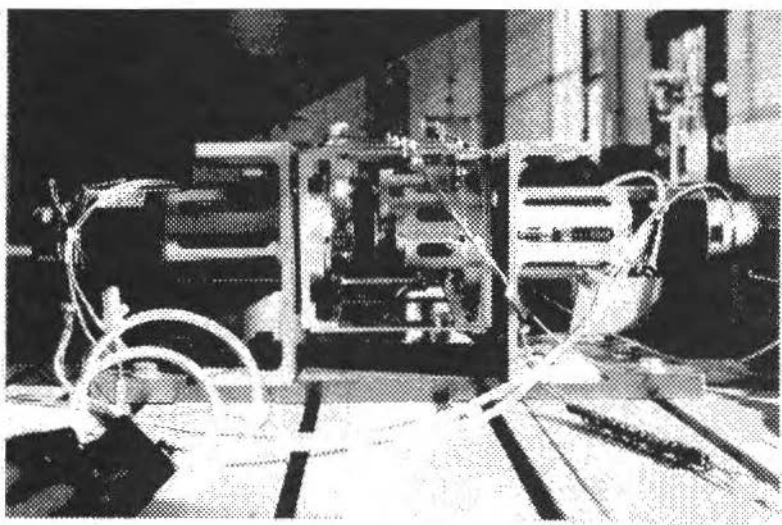


Fig. 7 Structural aspects and actuators of the Flexible Robot.

Final Validation of Flexible Dynamic Model

The model that was presented in previous sections is, so far, a compact and computationally efficient one. However, due to the fact that it is a nonlinear, flexible and multi-degree-of-freedom model it is mandatory to validate it experimentally.

Model validation was done using as flexibility sensors a three-axis accelerometer (B & K piezoelectric) and three quarter-bridge strain gages installed on the forearm of the robot. Also the position and velocity signals given by the encoders of the manipulator arm are used to sense variables of the model. All these signals are fed into the transputerized controller and then transformed using Denavit-Hartenberg matrices as mentioned in Carrara, (1995). Fig.8 illustrates the flexible robot with its sensors. The trajectory of the robot's tip was reproduced applying the same boundary conditions of theoretical model simulation (step torque). The trajectory of the experimental robot should be somehow different because it has a flexible forearm that the theoretical model does not have. However if the trajectories are close enough it could tell about the quality of the models. In this aspect it is necessary to perform a number of tests that allow a close evaluation of all these flexibility effects.

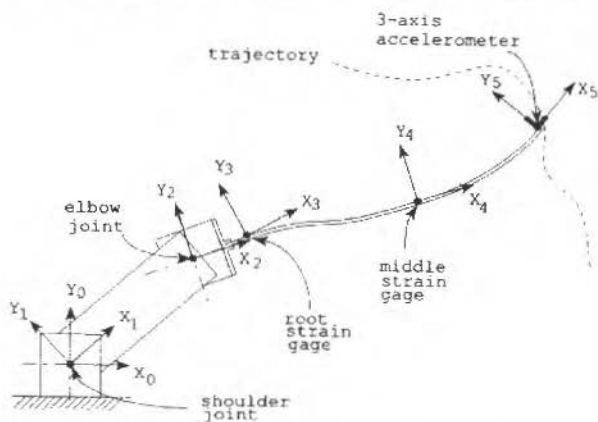


Fig. 8 Flexible manipulator arm and its sensors.

A first is conducted, simulating the flexible joints robot theoretically and comparing with collected data from the experimental robot using transputers. They are represented with different final positions for clarity. A first plot of this test is depicted at Fig.9 and the sources of flexibility are explained in the same figure. In this plot a window is done (Fig. 10) and the flexibility of the forearm is exposed by the "lobes" caused by large axial displacements.

The final positions are shown in two windows from the brake test. In Figure 11 the brakes are applied in the experimental robot and at Fig. 12, the analytical model has the same boundary conditions applied. One can see that the curves are close but there are some discrepancies. The differences in the plots Fig.11 and Fig.12 are due to two factors:

- Uncertainty in the theoretical model parameters: parameters of the theoretical model are arguable because no model parameter identification was done. The values were tuned using partial results from the experiment.
- Flexibility in the forearm: this source of flexibility causes significant axial and transversal displacement on top of joint flexibility ones.

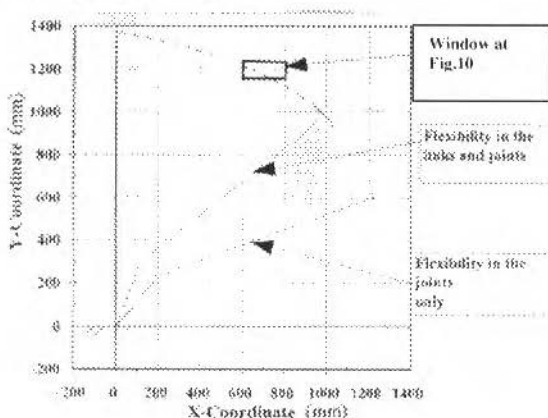


Fig. 9 Comparison between analytical and experimental results.

Nonetheless, it is evident that the theoretical model is appropriate, judging by the results that were shown in Figs.9 to 12.

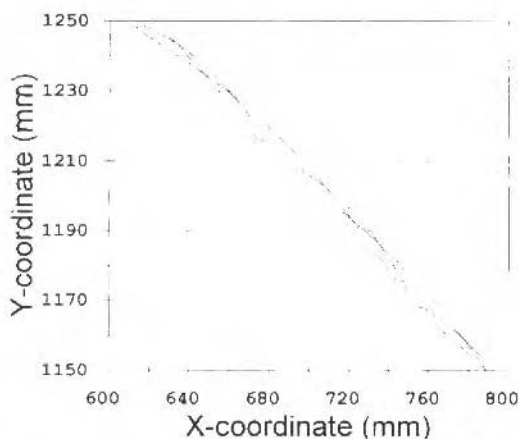


Fig. 10 Flexibility of forearm: large transversal and axial displacement.

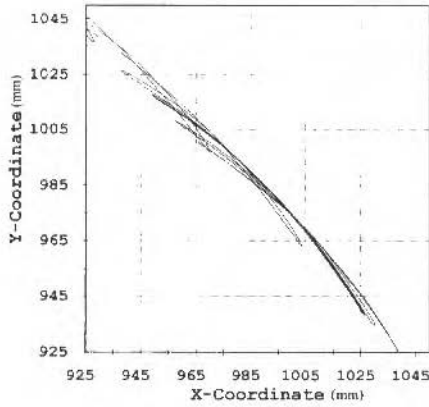


Fig. 11 Tip trajectories after applying the brakes (experimental).

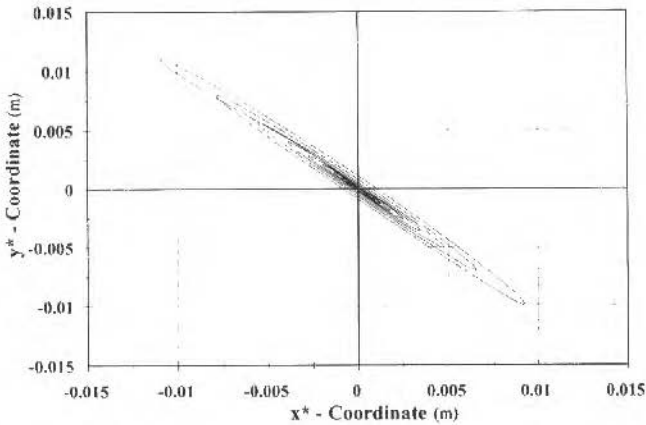


Fig. 12 Tip trajectories window after boundary conditions are applied (analytical).

Conclusion

Nowadays, building flexible robots has been a target of formidable interest. In order to control a robot of this type first it is necessary to simulate in order to evaluate its performance and stability. The results and modeling that were shown here prove that it is possible to do it but there is a lot to improve the processing speed of the current controllers. In particular, the novelty brought by parallel processors brings hope to many researchers. Secondly, a test rig is needed to conduct model validation tests. The control of the experimental rig mentioned here was accomplished by a network of parallel processors. Therefore, it is a perfect evidence that this is the way to process more complex models in the future. There is also some new aspects of design that were shown in the device that give confidence that lightweight structures will provide good positional accuracy within the precision limits that are possible in current and advanced industrial robotics.

Comparison results between theoretical and experimental models show that the modeling is appropriate. The increase in complexity of the control code when the flexible model is added to the

experimental robot is significant. Flexible joints theoretical model was coded in 810 lines of a QUICKBASIC computer program. Flexible forearm inverse model is coded in a C computer program that contains 378 lines. Although this additional job can be handled by a parallel network it can result in a prohibitive control cycle for the robot. In this case an additional transputer could be added to the network. Therefore a control cycle within the bounds of miliseconds is obtained. Research progresses in this direction both at McMaster University and also at the Federal University of Rio Grande do Sul in Brazil.

Acknowledgement

The author thanks the Department of Mechanical Engineering at McMaster University, the Brazilian Research Council (CNPq), CRS Robotics and the Federal University of Rio Grande do Sul for financial support that made this research possible.

References

- Alves, D.S.R.; Kasper, K.; Michell, G.P.; Owen, D.R.J.: 1989, "A Multi-Processor Implementation for Elasto-plastic Finite Element Calculations". In: *Proceedings 2nd International Conference On Computational Plasticity*, pp. 199-212, Pineridge Press, Swansea.
- Balas, M.J.: 1978, "Feedback Control of Flexible Systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC, 23, no. 4, pp. 673-679.
- Bathe, K. J., 1984. "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Englewood Cliffs, N.J.; Prentice-Hall.
- Bathe, K.-J.; Bolourchi, S.: 1979. "Large Displacement Analysis of Three-Dimensional Beam Structures", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, pp. 961-986.
- Berkkan, K.: 1988, "A Solution Method for Nonlinear Contact Problems, Ph.D Thesis, McMaster University, Dept. Mech. Eng.
- Book, W.J.; Maizza-Neto, O.; Whitney, D.E.: 1975, "Feedback Control of a Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility", *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 424-431.
- Carrara, A.R.S.: 1995. "Dynamics, Control and Simulation of Flexible Robotic Systems". Ph.D. Thesis, McMaster University, Mechanical Engineering Department, Ontario, Canada.
- Carrara, A.R.S.: 1989, "Design of a Servo-Driven Pointing Mechanism to move a Sun Simulator", in Portuguese. M.Sc. Thesis, Brazilian Institute for Space Research (INPE), Sao José dos Campos, SP, Brazil.
- Cetinkunt, S.; Book, W.J.: 1989, "Symbolic Modeling and Dynamic Simulation of Robotic Manipulators with Compliant Links and Joints", *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 5, no. 4, pp. 301-310.
- Cetinkunt, S.; Wu, S.: 1991, "Tip Position Control of a Flexible One-Arm Robot with Predictive Adaptive Output Feedback Implemented with Lattice Filter Parameter Identifier", *Computers & Structures*, vol. 36, no. 10, October.
- Chang, L.; Hamilton, J.F.: 1991, "Dynamics of Robotic Manipulators With Flexible Links", *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 113, pp.54-59, March.
- Dado, M.H.; Soni, A.H.: 1988, "A Dynamic Analysis Tool for Flexible Robotic Manipulators" *Proceedings of the USA-Japan Symposium on Flexible Automation*, Minneapolis, Minnesota, pp. 399-405.
- De Luca A.: 1988, "Dynamic Control of a Robot with Joint Elasticity", In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, PA.
- Good, M.C.; Sweet, L.M.; Strobel, K.L.: 1985, "Dynamic Model for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems", *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, vol. 107, pp. 53-59.
- Hewit, J.R.: 1989, "Twin Active Force Control for Robots with Flexible Transmissions", *Robotics & Computer - Integrated Manufacturing*, vol. 5, no. 2/3, pp. 119-122.
- Hsiao, K.M.; Jang, J.-Y.: 1991, "Dynamic Analysis of Planar Flexible Mechanisms by CoRotational Formulation", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 87, pp. 1-14.
- Hsiao, K.M.; Yang, R.T.; Lee, A.C.: 1994, "A Consistent Finite Element Formulation for Non-Linear Dynamic Analysis of Planar Beam", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 37, pp. 75-89.
- Hurty, W.C.: 1965, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes", *AIAA Journal*, vol. 3, no. 4, pp. 678-685.
- Khorrami, F.; Jain S.: 1993, "Nonlinear Control with End-Point Acceleration Feedback for a Two-Link Flexible Manipulator: Experimental Results", *Journal of Robotic Systems* 10(4), pp. 505-530.

- Low, K.H., 1988, "Formulation and Computer Simulation of the Dynamic Equations of Flexible Robots", In: Proceedings Of The Second International Symposium On Robotic And Manufacturing: Research Education and Applications.
- Lin, S.-H.; Tosunoglu, S.; Tesar, D., 1991, "Control of a Six-Degree-of-Freedom Flexible Industrial Manipulator", IEEE Control Systems Magazine, pp. 24-30, April.
- Luecke, G.R. and Gardner, J.F., 1993, "Local Joint Control in Cooperating Manipulator Systems - Force Distribution and Global Stability", *Robotica*, vol. 11, pp. 111-118.
- Luh, J.Y.S., Walker, M.W.; Paul, R.P.C., 1980, "On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators", Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, vol. 102, pp. 69-76.
- Maizza-Neto, O.M., 1974, "Model Analysis and Control of Flexible Manipulators Arms", Ph.D. Thesis, Mech. Eng. Dept. MIT.
- Marlier, T.; Richard, J.A., 1989, "Non-Linear Mechanic and Electric Behaviour of a Robot Axis with a Harmonic-Drive Gear", *Robotics & Computer Integrated Manufacturing*, vol. 5, no. 2/3, pp. 129-136.
- Matsuno, F.; Sakawa, Y., 1990, "A Simple Model of Flexible Manipulators with Six Axes and Vibration Control by Using Accelerometers", *Journal of Robotics Systems*, 7(4), pp. 575-597.
- Mattiasson, K.; Bengtsson, A.; Samuelsson, A., 1986, "On the Accuracy and Efficiency of Numerical Algorithms for Geometrically Nonlinear Structural Analysis", In: Finite Element Methods for Nonlinear Problems Symposium, Trondheim, Norway, proceedings.
- Meirovitch, L.; Baruh, H.; Oz, H., 1983, "A Comparison of Control Techniques for Large Flexible Systems", *Journal of Guidance*, vol. 6, no. 4, pp. 302-310.
- Naganathan, G.; Soni, A.H., 1987, "Coupling Effect of Kinematics and Flexibility in Manipulators", *The International Journal of Robotics Research*, vol. 6, no. 1, pp. 75-84.
- Naganathan, G.; Soni, A.H., 1986, "Non-Linear Flexibility Studies for Spatial Manipulators", In: IEEE International Conference on Robotic and Automation, San Francisco, CA, pp. 373-378.
- Nathan, P.J.; Singh, S.N., 1991, "Sliding Mode Control and Elastic Mode Stabilization of a Robotic Arm with Flexible Links", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 113, pp. 669-676.
- Nicosia, S.; Tomei, P., 1993, "Design of Global Tracking Controllers for Flexible-Joint Robots", *Journal of Robotic Systems* 10(6), pp. 835-846.
- Nikolic, Ilija, 1988, "Determination of Elastodynamic Errors in Joints of Industrial Robots", *Robotics*, vol. 6, pp. 213-219.
- Pfeiffer, F.; Gebler, B., 1988, "A Multistage Approach to the Dynamics and Control of Elastic Robots", Proceedings of the IEEE International Conference On Robotics And Automation, Philadelphia, PA, pp. 2-8.
- Singer, N.C.; Seering, W.P., 1987, "Controlling Vibrations in Remote Manipulators" In: ASME Design Technology Conferences - The Design Automation Conference, vol. 2, pp. 11-15.
- Spong, M.W.; Vidyasagar, M., 1989, "Robots Dynamics and Control", John Wiley & Sons.
- Sunada, W.H., 1980, "Finite Element Dynamic Analysis of Flexible Spatial Mechanisms and Manipulators", Ph.D. Thesis, School of Engineering and Applied Science, University of California, Los Angeles, CA.
- Sunada, W.H.; Dubowsky, S., 1983, "On the Dynamic Analysis and Behaviour of Industrial Robotic Manipulators with Elastic Members", Transactions of the ASME, Journal of Mechanics, Transmissions and Automation in Design, vol- 105, pp. 42-51.
- Sunada, W.H.; Dubowsky, S., 1981, "The Application of Finite Element Methods of the Dynamic Analysis of Flexible Spatial and Co-Planar Linkage Systems", Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, vol. 103, pp. 643-651.
- Tomei, P., 1991, "A Simple PD Controller for Robot with Elastic Joints" Transactions of the IEEE, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no. 10.
- Tzes, A.P.; Yurkovich, S., 1990, "A Frequency Domain Identification Scheme for Flexible Structure Control", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, vol. 112, pp. 427-434.
- Yang, G.-B.; Donath, M., 1988, "Dynamic Model of a One-Link Robot Manipulator with Both Structural and Joint Flexibility", In: Proceedings of 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, PA.
- Yeung, K.S.; Chen, Y.P., 1988, "A New Controller Design for Manipulators Using the Theory of Variable Structure Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, vol 33, no.2.
- Young, K.-K.D., 1978, "Controller Design for Manipulator Using the Theory of Variable Structure Systems", Transactions of the IEEE, IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics, vol. SMC-8, no.2, pp.101-109.
- Yurkovich S., Pacheco, F.E.; Tzes, A.P., 1989, "On-line Frequency Domain Information for Control of a Flexible-Link Robot with Varying Payload", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 34, no. 12, pp. 1300-1304.

Design and Control Criteria for a New Type of Surgical Robot

A. Cuschieri

T. Frank

Ninewells Hospital
Department of Surgery
Dundee, Scotland DD1 9SY U.K.

J. R. Hewitt

A. P. Slade

University of Dundee
Department of Applied Physics, Electronic and Mechanical Engineering
Dundee, Scotland DD1 4HN U.K.

Abstract

Minimal Access Surgery (MAS), including thoroscopy (chest surgery), laparoscopy (abdominal surgery) and interventional flexible endoscopy, is revolutionising surgery and has been established as a major complement to conventional open surgery. It's growing popularity in recent years is due to the numerous advantages it offers over conventional open surgical procedures especially, the reduction of the trauma to the patient, accelerated recovery and improved cosmesis, but these must be balanced by the increase in the complexity and actual time the operations now take and the need for greater surgeon training to be able to perform MAS successfully.

For any proposed improvement in MAS to prove successful it must be viewed from the standpoint of a complete system which includes the operating theatre, surgical equipment used and the interface system with the surgeon.

In this paper we describe the design philosophy and preliminary implementation of both an improved laparoscopic manipulator, together with human interfaces which will allow the surgeon greater dexterity and control, and an operating theatre specifically designed for MAS.

Keywords: *Telemanipulator; Endoscope; Minimal Access Surgery.*

Introduction

A Brief Overview of Open and Closed Surgical Procedures

Surgical operations on internal organs and structures of the body require the creation of access wounds to expose the relevant anatomy necessary for the execution of specific procedures. During conventional 'open' surgery, these wounds have to be large enough to give surgeons sufficient use of their hands for manipulation and tactile examination and enable direct visual exposure of the operative field. The size of the wound also depends upon the anatomical accessibility of the structures concerned, and for some deeply placed organs, the size of the access wound has to be disproportionately large with respect to the nature of the operation. In addition, forcible retraction of the surrounding tissues and organs is always needed to enable the creation of sufficient 'operating space'.

Whilst efforts to minimise access wound trauma have always been made, technological developments during the last forty years have led to material advances in this direction. As a result, new techniques (known as minimal access surgery or MAS) are now established in surgical practice across the various specialities. (MAS is described by alternative or closely related terms such as keyhole surgery, minimally invasive surgery and endoscopic surgery.) When confined to the abdomen, MAS is most commonly referred to as laparoscopic surgery from the Greek *laparos* meaning flank incision. From a technical standpoint the big difference is that the surgery is now done within a closed system, such that the surgeon does not have his or her hands inside the operative field and the manipulations are carried out externally and transmitted to the operative site by long slender instruments.

Laparoscopic Surgical Procedures - Problems and Benefits

In laparoscopic surgery, operations are carried out through small access incisions into which are inserted access ports known as cannulae. The basic system uses special telescopes and video cameras to display the internal anatomy of the patient on a video monitor and enables operations to be conducted by means of long narrow instruments introduced through the cannulae as shown in Fig. 1. During the

actual operation the light level in the theatre is reduced to make it easier to see the image on the video monitors. This, combined with the loss of tactile feedback, restricted manipulation, difficulties inherent to operating from a displayed image on a video screen, dissociation of the visual from the motor axis, specimen extraction and the limitations of instrument design stemming from the use of 5 mm or 10 mm access ports is in itself very tiring. The camera/laparoscope operator, who is often a skilled surgeon, may also have difficulty in interpreting the wishes of the surgeon and this can lead to further induced stress. Another problem inherent in laparoscopic surgery is the unavoidable interaction between the surgeon and the camera/laparoscope operator as is evident in Figure 1. This interaction also causes problems as it is very difficult for the camera/laparoscope operator to maintain a steady picture for the surgeon to operate by.

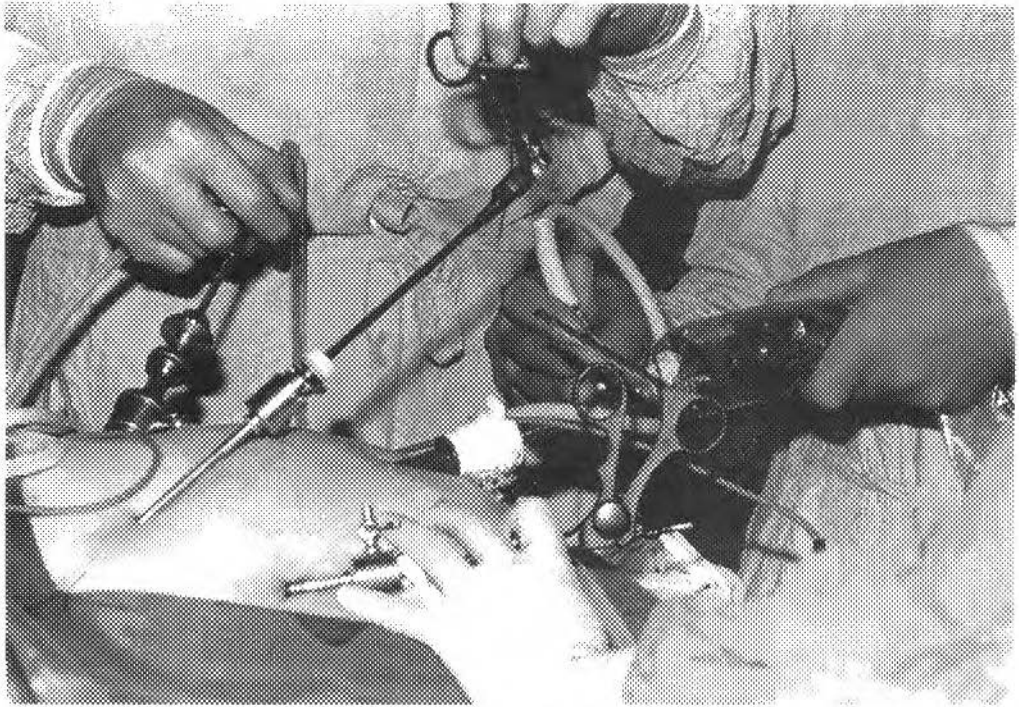


Fig. 1 Method of insertion of the surgical tools into the abdomen.

When carried out by fully trained surgeons, MAS offers considerable benefits - virtually no scars, less time in hospital and much faster recovery. However, with the present technology, the surgery is difficult and very tiring for the surgeon, which accounts for the increased complication rates. The difficulties are the direct result of operating from a video image and using cumbersome instruments with restricted movement and very little tactile sensory feedback. Thus, only a limited number of surgical procedures are suitable for the MAS approach at present. While there are major cost savings from reduced hospital stay, there are penalties in the form of equipment costs and the requirement for even the most experienced of surgeons to undergo special training in endoscopic surgical techniques. However, the field of MAS remains rich in the potential for improvement and expansion.

Outline of the Research at Dundee

The particular theme addressed below concerns the design criteria for endoscopic telemanipulation. However, this is presented as an element of the operating theatre of the future. This approach is imperative because of the increasing complexity of the equipment utilised in operating theatres, not just the endoscopic equipment but also the support systems involved as well. It is these support systems which potentially have the greatest impact on surgery as they are nearly always individual systems from different manufacturers which have no common input/output interface.

The Design of the MAS Operating Theatre

Why a Special Theatre is Needed

There is room for a great deal of improvement in the layout of current operating theatres when used for MAS. Undoubtedly a major problem is the lack of space around the patient caused by the enforced fixed locations of the surgeons and the ever increasing number of support systems being deployed, and considerable effort is required to optimise the present in-theatre arrangements, not only in the deployment of the instrumentation and staff employed but also in the actual design of the operating theatre itself.

A typical situation in theatre might involve the principal surgeon, second surgeon, an assistant surgeon (who normally acts as the camera/laparoscope operator) and a scrub nurse, all positioned around the patient's torso. The equipment used by the anaesthetist is arranged at the head of the patient. There are also the video monitors used by the surgeons and, if the operation is to be used as part of a teaching/training regime, the video recording equipment. A typical view of an operating theatre using a state-of-the-art MAS system for laparoscopy is shown in Figure 2.

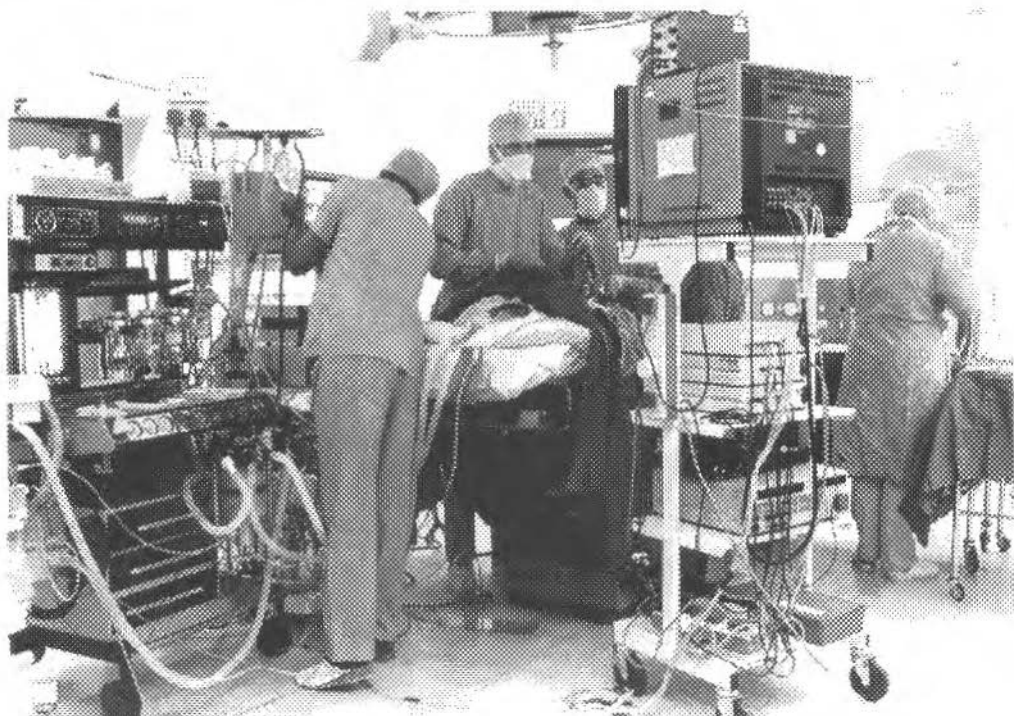


Fig. 2 A typical view of an operating theatre using a state-of-the-art MAS system for laparoscopy.

It is necessary that efforts should be made to carefully examine the role of each member of the surgical team to discover just what is the optimum level of personnel required for any particular type of MAS operation and to determine and develop the technical backup to ensure that MAS may be fully exploited both safely and economically. The work in this project, and another one on orthopaedic surgery, has led the authors to evaluate the problems associated with laparoscopic surgery, and they are now carrying out a feasibility study into the design of a totally integrated purpose built operating theatre for laparoscopic surgery. This would include not only the design of the operating theatre and all the equipment contained therein but also the instrumentation used and ways of improving the personal comfort of the staff, thus reducing the stress levels they suffer.

A simple example of a requirement in theatre is that with nearly every piece of equipment if a dangerous situation is imminent, a button is pressed in error or a fault occurs, then the equipment

merely 'beeps', and as all single beeps sound the same this means that the surgeon and theatre staff have to potentially check every piece of equipment to see which one requires attention. It would clearly be better if all the beeps were different (indicating different levels of status), and better still if the equipment could 'talk' to the surgeon and theatre staff.

MAS Operating Theatre Requirements

At present there are usually only two methods used to control the support equipment in theatre, front panel controls and foot switches, and both of these are distracting to the MAS surgeon. Equipment with front panel controls requires that either the surgeon has to release the instruments he/she is working with and then change the control setting or ask an assistant to change the settings, hopefully to the surgeons requirements, and wait until it is done. Neither option lends itself to a smooth flow to the operation. The situation with control via foot switches has potential for causing even more disruption to the flow of the operation as if more than one foot pedal is in use (often with more than one control on each) the surgeon has to remember where each one is and then shuffle around trying not to disconnect any of the controls until he/she finds the appropriate control and then operate it. As the surgeon is standing up this means that he/she is then balancing on one leg whilst trying to carry out a possible complicated controlled movement with the other. If any of the controls have been accidentally moved out of reach of the surgeons foot, then the only options are for the surgeon to wait until an assistant puts it back into place or to let go of any instruments and step back and look to see where the controls are. Both very disruptive and can lead to further stress in the surgical team.

What is required is an integrated control structure whereby the surgeon, or an assistant, can control the equipment whilst still carrying on with the operation. The authors have taken the Mechatronics design philosophy that the system has to be viewed as a totality "a priori". Only by doing so can true synergy be achieved. This has led to truly innovative solutions in the area of command and control. The authors are seeking to expand on this principle and provide a Theatre Area Network (TAN) whereby all the theatre equipment is linked into this network and the network controller would then provide meaningful audio information to the surgeon and theatre staff.

This work is seen as central to the total integration of the operating theatre into the hospital and eventually the complete health care system.

Command and Control Interface

The primary command method is VOICE CONTROL. A system has been implemented whereby the surgeon can communicate with the robot arm controller using a specific set of command words (right, left, zoom *etc.*) which can be increased as necessary. The system is trained to recognize individual surgeons' voice patterns so that the system will only respond to one surgeon (or voice pattern) at any one time. Different surgeons may be added to the database of users at any time. This method of command is 'hands-free' and is hence particularly suited to endoscopic surgery. Using the TAN it is envisaged that all the support equipment available to the surgeon will be linked into this control method so providing a natural command interface.

It is essential that the system will only respond to one operator during an operation and it is intended that the individual surgeons voice data be stored on PCMCIA cards or similar types of ROM card which will be activated by a password. In this way it will be possible for the system to be truly user independent without requiring large amounts of data to be stored in the main processor's memory. This method of voice data storage has the added bonus that it maintains the integrity of the individual voice data files should there be a major system failure resulting from outside influences. A further safeguard that is used is that once a surgeons 'voice card' has been inserted and accepted by one machine, then that surgeon is not allowed to operate another machine until he/she has logged off from the first machine. This prevents copy or 'clone' cards being used by unauthorised personnel.

Of course, for fail-safe operations, any command/control system must avoid ambiguity. The voice command system is implemented in parallel with a unique fingertip actuation system invented by the authors. This is the so-called Finger Mouse. Using this, the surgeon can control the system instruments without letting go of the handles of the operating instruments. Figure 3 shows a schematic diagram of the Fingermouse concept. A further fail-safe feature is common to many endoscopic surgery support systems. This is a Screen Pointer. A unique feature of the Dundee system however, is the use of a head-mounted pointing device to point at and interrogate the monitor screen viewed by the surgeon. This has been shown to be far more effective than devices which rely on gross head movement, joystick manipulation or other obtrusive gestures and movements.

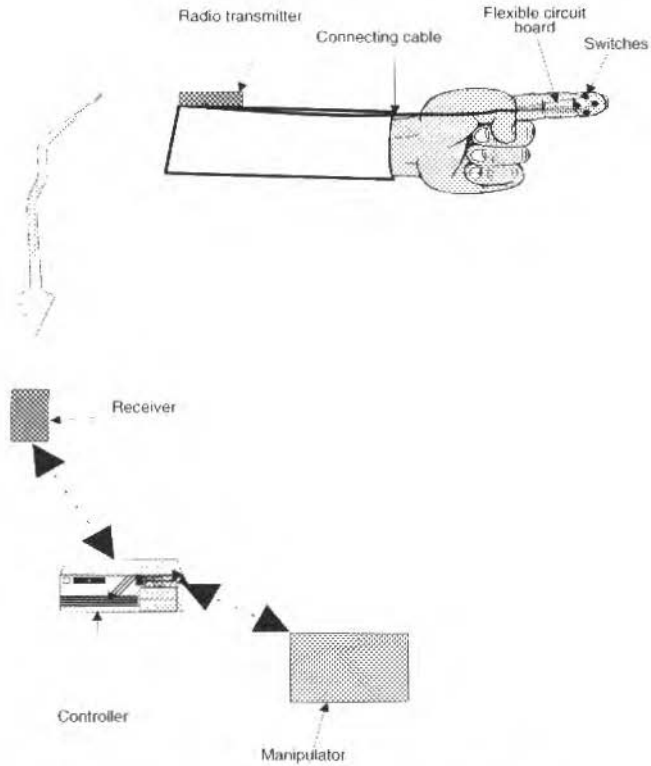


Fig. 3 Schematic diagram of the Fingermouse concept.

Design Parameters of the Telemanipulator

Mechanical structure

A major problem facing the endoscopic surgeon is caused by the fixed rigid configuration of the endoscope which allows the surgeon to see only what is within the fixed field-of-view, and this field-of-view cannot be altered relative to the endoscope axis. To change the field of view various different endoscopes are needed, one to view straight ahead and others to view at different angles to this. Ideally all these viewing angles should be accommodated in a single endoscope, this may be achieved by placing a distal camera on a two d-o-f steerable platform. If a robot arm were to be used to hold and move the endoscope and to provide the further four d-o-f then it would be possible to release a skilled surgeon from this task. Furthermore, the endoscope is now held firmly and can be moved smoothly so that the picture presented to the surgeon is not jerky and does not induce nausea.

Unfortunately it is often assumed that "robotics" implies "industrial robotics" which are not suitable for surgical applications. Industrial robots have been designed and developed following three basic simple criteria; namely:

1. They must be highly flexible (be capable of performing many different tasks);
2. They must have a high power to weight ratio to manipulate a useful payload at high speed, and
3. They must have a high degree of accuracy and repeatability.

Safety is not a primary concern as humans should be excluded from the working envelope of an industrial robot.

The design criteria for a surgical robot are very different:

1. Safety is the prime concern so as not to harm the patient, surgeon or theatre staff;
2. The arm must not be capable of sudden or rapid movements, and
3. It does not require such a high power to weight ratio, as the loads are much smaller.

Thus, the intrinsic safety of the surgical manipulator is paramount in the design, as is keeping its operating envelope as small as possible so as to minimize interactions (intentional or otherwise) between the surgeon and theatre staff and the manipulator.

The Dundee system

In the design stages of the new type of laparoscopic manipulator, full account was taken of the problems experienced by all the operating theatre staff and careful evaluation of their requirements and needs were balanced with what can be achieved while still utilizing the current operating theatre design and equipment. One of the prime aims of the project was to increase the movement space available to the principle surgeon and to decrease the stress levels experienced by him/her.

What has been done at Dundee, is to adopt a design philosophy in which safety is the critical design constraint. This has led to the design of a very small, compact, semi-autonomous powered manipulator which still offers a full six degrees of freedom, a four axis manipulator and a two axis endoscope. This is coupled to a totally integrated, unobtrusive and natural multi input command system which is not limited in its expansion capabilities, therefore lending itself to other uses in theatre or in other fields requiring a natural, integrated command input.

A further feature unique to the Dundee system is that it has been designed from the start to issue meaningful unambiguous audio information to the surgeon, instead of the usual 'beeps' or 'buzzes' normally associated with electronic equipment. Essentially the system is designed to 'talk' to the surgeon by way of a library of standard phrases which will convey meaningful messages to the surgeon and other theatre staff without causing them to look at a message a monitor. This ensures the smooth flow of the operation by keeping all of the theatre staff fully aware of the current status of the controller. A specific part of this communication interface is to warn the surgeon if a requested movement is unattainable and to suggest possible alternative actions. Figure 4 shows the various items described above, arranged as a support structure around the surgeon.

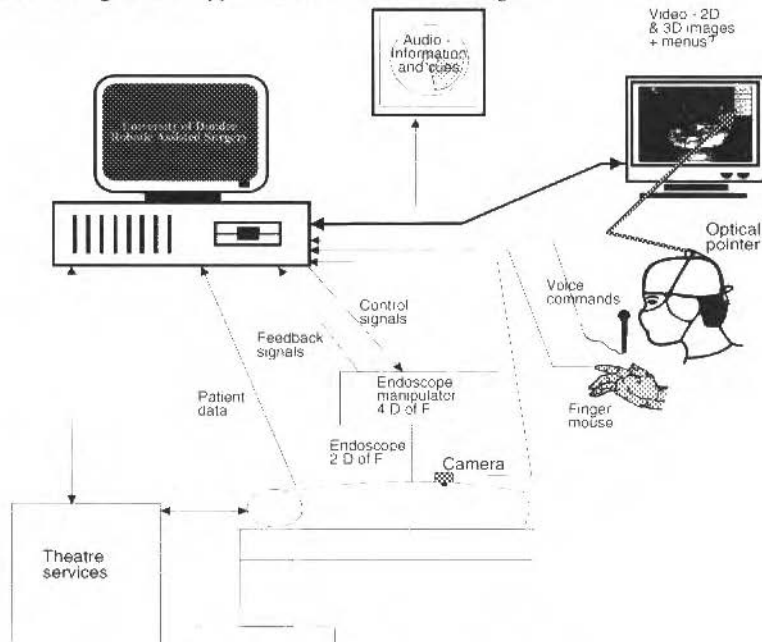


Fig. 4 The support structure around the surgeon.

During an operation, the surgeon might find it convenient to be able to move the camera in such a way that the image of the operative field moves (relative to the screen) in a useful way. For example, if the surgeon were using the traditional mouse, it would be possible to arrange that he/she could 'drag' the operating field across the screen just as the PC-user can 'drag' parts of images. This would give the surgeon the feeling that he/she could move the patient under the monitor. A high-level robotic co-ordination system responds to such a command by moving all, or as many as required, of the axes together to produce a smooth motion. This is an 'inverse world' co-ordinate system in which the robot moves in such a way so as to cause the 'world' to move relative to the monitor. The Dundee System responds to a command such as "*drag left*", which can be generated by any of the command input devices, by moving the axes of the manipulator in such a way that the image on the monitor moves left at a pre-set rate while maintaining the orientation of the camera perpendicular to the site of interest throughout.

Conclusions

This paper describes a new type of semi-autonomous surgical assist robot system which has been designed with the operator in mind and by applying technology in an appropriate way for the task to be solved, rather than what appears to be the more normal way; "We have a technological answer - allow us to solve your problem."

This has resulted in a special purpose manipulator with a configuration and controller specifically suited to the safety critical environment of an operating theatre. It incorporates a total of six degrees of freedom, a four axis manipulator and a two axis endoscope, integrated into a fully co-ordinated robotic assist system. It is light, unobtrusive to the surgeon and is inherently safe in that it is physically impossible for any movement of the mechanism to violate the constraints imposed by the access port and the predetermined working envelope.

These developments will place the surgeon in an integrated self-checking environment much like the cockpit of a modern airliner. They will also remove the present ergonomic chaos found in operating theatres conducting MAS. The result will be greatly beneficial to the surgeon and the patient.

The authors wish to acknowledge the support given to the project by the U.K. Medical Research Council and the help of Robert Smith, the technician associated with the project.

On the Statistical/Harmonic Modelling of Mechanical Manipulators

Felipe M. Silva

Modern University - Portugal
Department of Control and Automation
fpsilva@fe.up.pt

José António Tenreiro Machado

University of Porto - Portugal
Faculty of Engineering
Department of Electrical and Computer Engineering
jtm@fe.up.pt

Abstract

A new approach to the analysis and design of robot manipulators is presented. The novel feature resides on a non-standard formulation to the modelling problem. Usually, system descriptions are based on a set of differential equations which, in general, require laborious computations and may be difficult to analyze. These facts motivate the need of alternative models based on different mathematical concepts. The proposed statistical approach to the Fourier modelling gives clear guidelines towards the optimization of the robot kinematics and point out structural characteristics of the trajectory planning algorithms.

Keywords: Modelling, Robots, Kinematics, Fourier Analysis, Statistics.

Introduction

Mechanical manipulators are developed according to engineering and scientific principles which are based on fundamental concepts such as those arising from mathematics and physics. Based on these formulations, the first step on the study of a physical phenomena is the development of an adequate model. Usually the fundamental concepts are the differential and matrix calculus and the classical newtonian physics, while the model consists on a set of differential equations. Nevertheless, several phenomena, such as quantum physics and thermodynamics, may be studied through different mathematical tools, namely using statistical methods. These facts suggest that, for a given problem, we may adopt different mathematical models, each with its own merits and drawbacks. The second step on the study of the physical phenomena is the analysis of the properties revealed by the model. For a model consisting on a set of linear differential equations we can adopt simple strategies (e.g. the Fourier analysis) but, for a non-linear model these tools are not adequate and the analysis becomes complex and difficult to generalize. In fact, experience demonstrates that for a large number of cases, such as the kinematic and dynamic models arising in robotics, efficient tools capable of rendering clear results are still lacking.

This paper presents a framework where it is developed a new modelling formalism based on the embedding of statistical and Fourier transform concepts. These concepts are then illustrated on several experiments. The examples reveal not only the capabilities of the new method but also the limitations of standard robot structures and path planning algorithms. Consequently, in order to develop the new formalism the paper is organized as follows. Next section starts by presenting the fundamental modelling concepts. Based on the new concepts, the following section illustrates its application on the kinematic and trajectory planning analysis of mechanical manipulators. Finally, the last section outlines the main conclusions.

Embedding Statistics and Fourier Transform Towards the Modelling of Robot Manipulators

For a robot having n degrees of freedom (*dof*) the classical direct kinematic model is described by a set of equations $\mathbf{p} = \psi(\mathbf{q})$ relating the operational and the joint spaces, where $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_n]^T$ and $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$ are the $n \times 1$ vectors of position in the operational and joint spaces, respectively. Based on these equations considerable research has been done on issues such as the optimization of the manipulator structure (Tsai et al., 1981; Yoshikawa, 1985) and the development of efficient path planning algorithms (Sahar et al., 1986; Scheinman et al., 1984). However, the kinematic equations usually are non-linear and reveal a plethora of variables and parameters that give rise to a cumbersome

work, both in the analysis and design stages. Therefore, in order to overcome these problems alternative concepts are required. Statistics is a mathematical tool well adapted to handle a large volume of data that has already been used in some restricted classes of robotic problems (Mooring et al., 1987; Singh et al., 1992; Galhano et al., 1990). Nevertheless, for the kinematic modelling, statistics is not capable of dealing with time-dependent relations. Therefore, to overcome the limitations of statistics (Galhano et al., 1990; 1991; Machado et al., 1993), the new method (Machado et al., 1997) will also take advantage of the Fourier transform by embedding both tools in a broader formalism. In this line of thought, the first stage of the new modelling formalism starts by comprising:

- A set of input variables (*ivs*), that is, variables that are free to change independently;
- A set of output variables (*ovs*), that is, variables that depend on the *ivs*, and
- A set of parameters which are to be optimized in the design stage.

As usually, in the direct kinematics the *ivs* and *ovs* are established by the relation $\psi : \{q, \dot{q}, \ddot{q}\} \rightarrow \{p, \dot{p}, \ddot{p}\}$, while for the inverse kinematics we get the reverse relation $\psi^{-1} : \{p, \dot{p}, \ddot{p}\} \rightarrow \{q, \dot{q}, \ddot{q}\}$. In both cases, the set of parameters depend on the manipulator structure and the time/space evolution of the trajectories.

The second stage of the formalism consists on the embedding of the statistical analysis into the Fourier transform through the algorithm:

- i) A statistical sample for the variables is obtained by driving the manipulator through a large number of trajectories (generated according with adequate statistics) having appropriate time/space evolutions. All the variables (*i.e.* the *ivs* and the *ovs*) are calculated, sampled in the time domain, and the resulting numerical values are stored in arrays.
- ii) For each of the previous arrays, the Fourier transform is computed (numerically) and the corresponding frequency spectrum is stored in a second class of arrays.
- iii) After concluding the statistical sample of trajectories, for all the variables and for each frequency within the spectrum range under study, several statistical indices (*e.g.* percentiles) of the amplitudes and/or phases of the arrays obtained in *ii*) are calculated. The statistics of the frequency spectrum is stored in a third class of arrays.
- iv) For all the variables and for each frequency, the values of the statistical indices calculated in *iii*) are collected on a 'composite' frequency spectrum and stored in a fourth class of arrays.
- v) The procedure *i*) to *iv*) is repeated for different numerical values of the link lengths. The numerical results for the fourth class of arrays obtained in *iv*) are compared and analytical expressions, that fit the numerical data, are extrapolated.
- vi) The algorithm *i*) to *v*) is repeated for different time/space trajectories.
- vii) The algorithm *i*) to *vi*) is repeated for different robot structures.
- viii) The partial conclusions drawn by the analytical expressions obtained in *v*), *vi*) and *vii*) are integrated and final conclusions are drawn.

In order to illustrate the new method in the next section we analyze the kinematics of planar manipulators and we compare the results with the classical direct and inverse kinematic equations.

A New Model for the Kinematics of Planar Robots

The application of the formalism defined in the previous section requires the development of numerical calculations for the statistics. Therefore, before proceeding, we need to establish the different experiments according with the following guidelines:

- i) Modelling case:
 - $IK = \{\text{Inverse Kinematics}\}$,
 - $DK = \{\text{Direct Kinematics}\}$
- ii) Type of trajectory
 - ii.1) Time acceleration profile:
 - $O = \{\text{On/Off acceleration}\}$,
 - $T = \{\text{Triangular acceleration}\}$,
 - $P = \{\text{Parabolic acceleration}\}$,
 - $S = \{\text{Sinusoidal acceleration}\}$

ii.2) Total time definition:

MAL = {Maximum Acceleration Limitation},

MVL = {Maximum Velocity Limitation},

RAL = {Random Acceleration Limitation}

ii.3) Space evolution:

SL = {Straight Line},

DP = {Direct Parabolic},

IP = {Inverse Parabolic}

iii) Type of robot mechanical structure:

RR = {joint 1 Rotational, joint 2 Rotational},

RP = {joint 1 Rotational, joint 2 Prismatic}

The type of "time acceleration profile" leads to different formulae for the "total time definition" according with:

Acceleration $O \propto MAL$:

$$t_{max} = 2\sqrt{dist/A_{max}}; MVL: t_{max} = 2 dist/V_{max}; RAL: t_{max} = 2\sqrt{dist/random(A_{max})}$$

Acceleration $T \propto MAL$:

$$t_{max} = \sqrt{8dist/A_{max}}; MVL: t_{max} = 2 dist/V_{max}; RAL: t_{max} = \sqrt{8 dist/random(A_{max})}$$

Acceleration $P \propto MAL$:

$$t_{max} = \sqrt{8dist/A_{max}}; MVL: t_{max} = 2 dist/V_{max}; RAL: t_{max} = \sqrt{8 dist/random(A_{max})}$$

Acceleration $S \propto MAL$:

$$t_{max} = \sqrt{2\pi dist/A_{max}}; MVL: t_{max} = dist/V_{max}; RAL: t_{max} = \sqrt{2\pi dist/random(A_{max})}$$

where $0 \leq random(A_{max}) \leq A_{max}$, $dist$ is the total distance along the trajectory, t_{max} is the total time of duration of the movement and A_{max} and V_{max} are the maximum allowed values for the acceleration and the velocity, respectively. For example, Figs. 1 and 2 show the Statistics of the Harmonic Content (SHC) of ix 's and ox 's for a sample of 500 trajectories and the experiment $\{IK-RR, O, MAL, SL\}$.

Applying a frequency-domain identification algorithm (Santos *et al.*, 1990) to estimate the SHC 's of the results we get numerical data of the gain and poles/zeros for the different experiments. Integrating heuristically these numerical values into analytical expressions (*i.e.* defining parametric formulae that fit in the numerical results) we get the results depicted on Table 1 and we conclude the properties:

Table 1 Poles and Gain of the 50%- SHC for the Kinematics of Planar Manipulators

Experiment	$F\{p_1\}, F\{p_2\}$	$F\{z_1\}$	$F\{z_2\}$	
$IK-RR$ O, MAL, SL	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} (0.492 \pm j1.042)$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.644}{\sqrt{ l_1 l_2 }} \pm j \frac{1.396}{\sqrt{ l_1^2 l_2 }} \right)$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} (0.545 \pm j1.827)$	Poles
	$0.738 \sqrt{ l_1 l_2 }$	$1.421 - 0.202 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2}, 1.071 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	0.678	Gain
$IK-RR$ S, MAL, SL	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} (0.401 \pm j1.502)$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.408}{\sqrt{ l_1 l_2 }} \pm j \frac{2.169}{\sqrt{ l_1^2 l_2 }} \right)$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} (0.392 \pm j2.367)$	Poles
	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} 0.564$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1^2 l_2 }} 0.695$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{ l_1 l_2 }} 1.231$	

(Continuation)

Experiment	$F\{\hat{p}_1, j\}, F\{\hat{p}_2, j\}$	$F\{\hat{q}_1, j\}$	$F\{\hat{q}_2, j\}$	
	$0.888\sqrt{l_1 l_2}$	$1.623 - 0.287 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} - 1.158 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	0.758	Gain
IK-RR T, MAL, SL	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.445 \pm j1.660)$ $\frac{\sqrt{A_{min}}}{\sqrt{l_1 l_2}} 0.583$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.469}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{2.001}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$ $\frac{\sqrt{A_{min}}}{\sqrt{l_1 l_2}} 0.794$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.419 - j2.149)$ $\frac{\sqrt{A_{min}}}{\sqrt{l_1 l_2}} 1.261$	Poles
	$0.883\sqrt{l_1 l_2}$	$1.611 - 0.290 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} - 1.154 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	0.759	Gain
IK-RR P, MAL, SL	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.566 \pm j0.824)$ $\frac{\sqrt{A_{min}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.938 \pm j3.176)$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.612}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{1.072}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$ $\sqrt{A_{min}} \left(\frac{1.069}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{4.133}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.575 + j1.406)$ $\frac{\sqrt{A_{min}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (1.194 \pm j3.941)$	Poles
	$0.806\sqrt{l_1 l_2}$	$1.456 - 0.237 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} - 1.068 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	0.691	Gain
IK-RR O, MVL, SL	$\frac{V_{max}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.525 \pm j0.843)$ $0.795\sqrt{l_1 l_2}$	$V_{max} \left(\frac{0.614}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{1.061}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$ $1.465 - 0.221 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} - 1.082 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	$\frac{V_{max}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.522 \pm j1.431)$ 0.709	Poles Gain
IK-RR O, RAL, SL	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.338 \pm j0.600)$ $0.741\sqrt{l_1 l_2}$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.472}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{0.855}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$ $1.444 - 0.244 \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} - 1.062 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.441 + j1.161)$ 0.713	Poles Gain
DK-RR O, MAL, SL	$\sqrt{A_{max}} (0.388 - j1.459)$ $\sqrt{l_1 l_2} \left(0.924 + 2.093 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right \right)^t$	$\sqrt{A_{max}} (0.353 + j0.841)$ 1.665	$\sqrt{A_{max}} (0.337 + j0.830)$ 0.827	Poles Gain
IK-RR O, MAL, DP	$\hat{p}_1 - \frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.495 \pm j0.884)$ $\hat{p}_2 - \frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.348 \pm j1.373)$ $\hat{p}_1 - 2.24\sqrt{l_1 l_2}$ $\hat{p}_2 - 1.373\sqrt{l_1 l_2}$	$\sqrt{A_{max}} \left(\frac{0.632}{\sqrt{l_1 l_2}} + j \frac{1.147}{\sqrt{l_1^2 l_2}} \right)$ $2.469 - 1.586 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt{l_1 l_2}} (0.479 \pm j2.065)$ 0.749	Poles Gain

(Continuation)

Experiment	$F\{\hat{p}_1\}, F\{\hat{p}_2\}$	$F\{\hat{q}_1\}$	$F\{\hat{q}_2\}$	
<i>IK-RR</i> <i>O. MAL, IP</i>	$\hat{p}_1 \sim \frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.348 \pm j1.373)$ $\hat{p}_2 \sim \frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.495 + j0.884)$ $\hat{p}_1 \sim 1.373 \sqrt[4]{l_1 l_2}$ $\hat{p}_2 \sim 2.24 \sqrt[4]{l_1 l_2}$	$\sqrt{\frac{A_{max}}{l_1 l_2}} \left(\frac{0.632}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} \pm j \frac{1.147}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} \right)$ $2.469 - 1.886 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.479 \pm j2.065)$	Poles Gain 0.749
<i>IK-RP</i> <i>O. MAL, SL</i>	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.510 \pm j1.028)$ $0.772 \sqrt[4]{l_1 l_2}$	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.580 \pm j1.188)$ $1.441 - 1.289 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right $	$\frac{\sqrt{A_{max}}}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} (0.464 \pm j1.800)$ $\frac{1}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} \left(0.470 - 0.343 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right \right)$	Poles Gain
<i>DK-RP</i> <i>O. MAL, SL</i>	$\sqrt{A_{max}} (0.447 \pm j1.535)$ $\sqrt[4]{l_1 l_2} \left(0.704 + 2.502 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right \right)$	$\sqrt{A_{max}} (0.457 \pm j0.948)$ 1.671	$\sqrt{A_{max}} (0.378 \pm j0.883)$ $\frac{1}{\sqrt[4]{l_1 l_2}} \left(0.521 - 0.435 \left \frac{l_1 - l_2}{l_1 + l_2} \right \right)$	Poles Gain

Note: For the *RP* robot $l_{max} = l_1 + l_2$ and $l_{min} = |l_1 - l_2|$ where l_{max} and l_{min} are the maximum and minimum lengths of the workspace, respectively. For the *RR* robot l_1 and l_2 are the lengths of the first and second links, respectively.

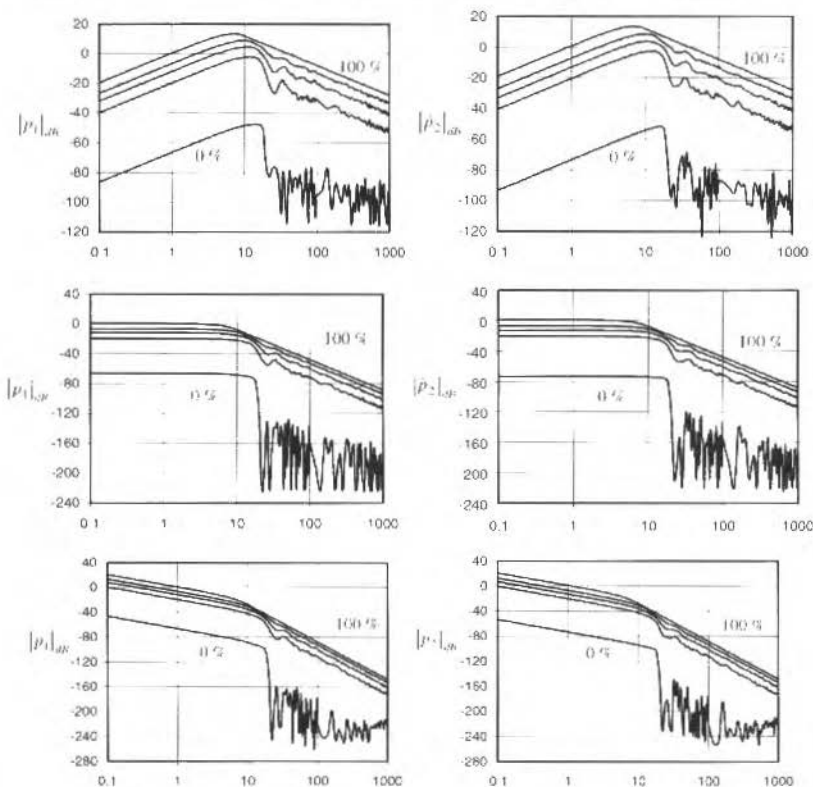


Fig. 1 Percentiles of the SHC of the *ivs* in the experiment (*IK-RR, O. MAL, SL*) with $l_1 = 1, l_2 = 0.1, A = 10$.

- Numerical convergence - After repeating a large number of numerical experiments the charts with the *SHC* of the variables do not change significantly.
- Derivative/integral sensitivity - Although being composite curves, the *SHC* still obey the 'standard' $j\omega$ operator for variables that are related by the derivative operator in the time domain.
- Analytical coherence - The numerical data that results from the experiments 'fits' the analytical expressions that lead to clear conclusions. For example, the *DK*, that calculates the trajectories in the joint space, leads to expressions for the poles that do not depend on the length of the workspace, while the *JK*, that calculates the trajectories in the operational space, leads to poles that are sensitive to the length of the workspace. Therefore, trajectory planning algorithms on the joint space are more 'robust', that is, lead to a constant bandwidth.

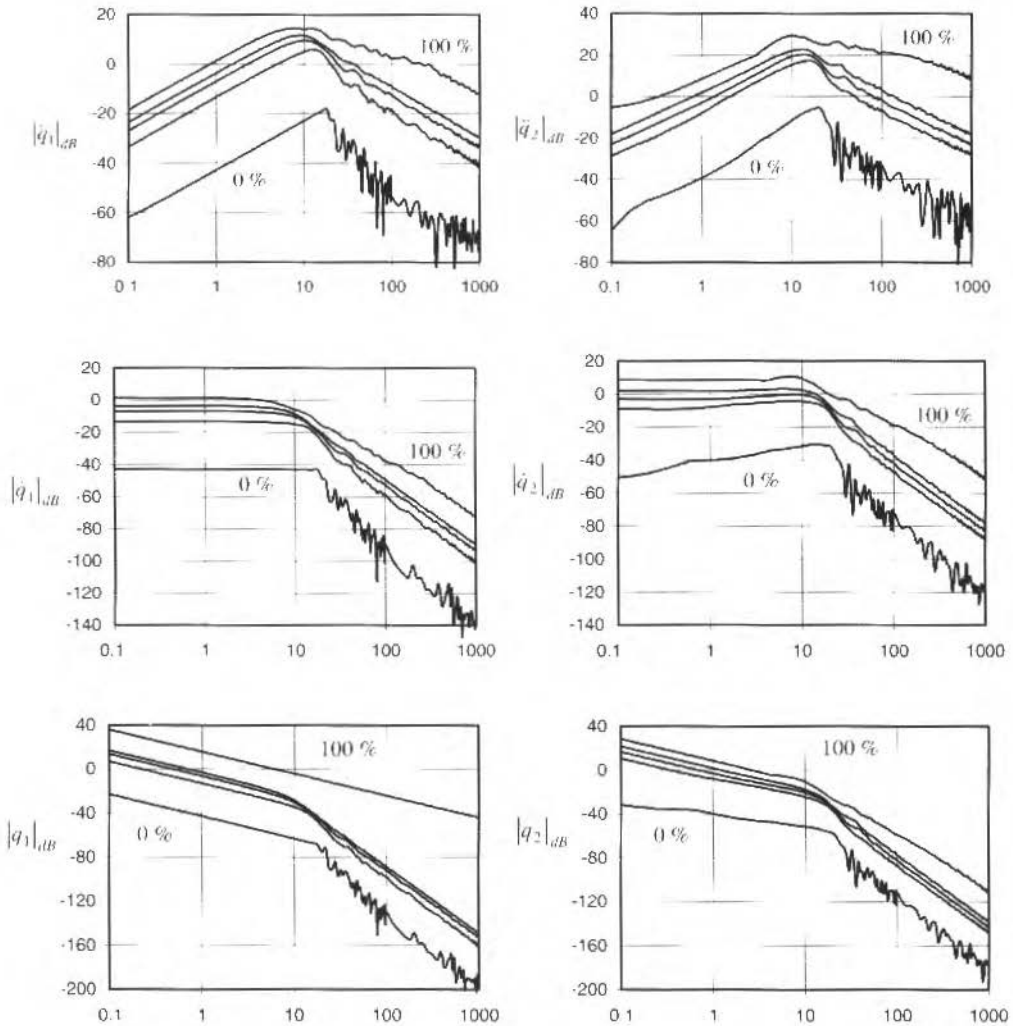


Fig. 2 Percentiles of the *SHC* of the ovs in the experiment (*JK-RR, O, MAL, SL*) with $l_1 = 1$, $l_2 = 0.1$, $A = 10$.

- **Generality** - While for the classical deterministic models we can not find clear relations between different robot structures, with the *SHC* general characteristics are highlighted. For example, joint 1 of the *RR* robot reveals a *SHC* that follows closely the *SHC* of joint 1 of the *RP* structure which reflects that, in both cases, we have a rotational joint. On the other hand, for joint 2, we have different mechanical articulations in the two cases and, therefore, the experiments lead to distinct results (see Fig. 3).
- **Compatibility** - The conclusions based on the analysis of the *SHC* are coherent with the results of previous studies using different mathematical tools (Tsai *et al.*, 1981; Yoshikawa, 1985; Machado *et al.*, 1993). For example, if $l_1 + l_2 = \text{constant}$ we verify that the maximum gain and bandwidth of the *SHC* occurs for $l_1 = l_2$. Also, the lower and upper elbow solutions for the *IK* where analyzed revealing, as expected, similar properties in both cases.

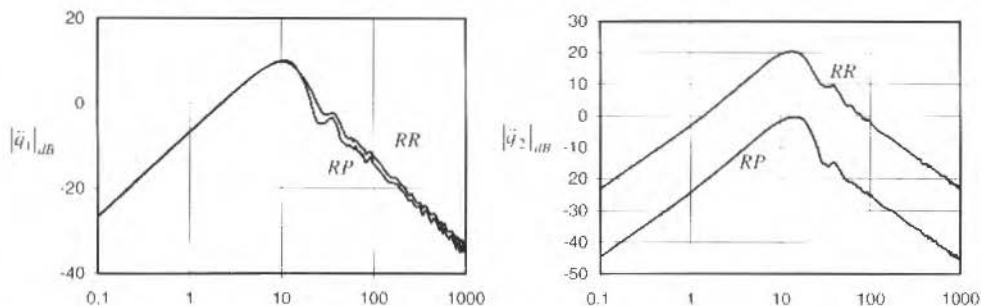


Fig. 3 Comparison of the 50%-percentiles of the *SHC* of the *ovs* in the experiments $\{IK-RR, O, MAL, SL\}$ with $l_1 = l_2 = 0.1, A = 10$ and $\{IK-RP, O, MAL, SL\}$ with $l_{max} = 1.1, l_{min} = 0.9, A = 10$.

Another aspects of interest is that the *SHC* of *ovs* depends, not only on the system, but also on the excitations that, for the kinematics, is related with the type of trajectory planning algorithm. For example, Fig. 4 shows that the *SHC* of the *ivs* are identical for the *SL* trajectories while the symmetry is not preserved for the *DP* experiment. Moreover, the *SL* trajectories "avoid" the singular points near the boundary of the robot workspace in contrast with the *DP* case where we may get very high amplitudes for the *ovs*, as can be observed in the 100% percentile in Fig. 5.

The aforementioned experiments were performed with the kinematics of planar robots. Therefore, two possible developments are the study of the dynamics and the application of the new method to robots with more *dofs*. In both cases, the major point to be further investigated consists on the complexity of the heuristic equations of the *SHC*. On the other hand, the analysis of the histogram for each *iv* or *ov* remains almost immediate.

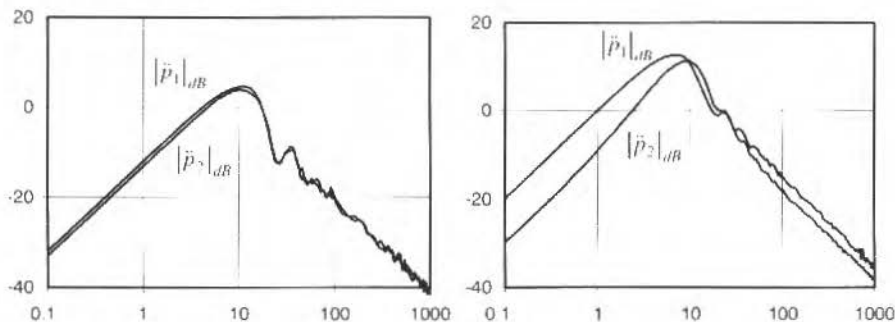


Fig. 4 Comparison of the 50%-percentiles of the *SHC* of the *ivs* in the experiments $\{IK-RR, O, MAL, SL\}$ and $\{IK-RR, O, MAL, DP\}$ with $l_1 = 1, l_2 = 0.1, A = 10$.

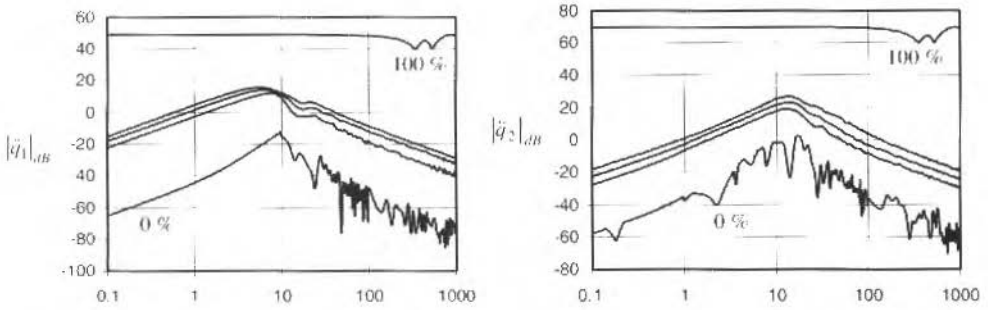


Fig. 5 Percentiles of the SHC of the ovs in the experiment $\{IK-RR, O, MAL, DP\}$ with $l_1 = l_2 = 0.1$, $A = 10$.

Conclusions

A new method to the analysis and design of robot manipulators was announced. The novel feature resides on a non standard approach to the modelling problem. Usually, system descriptions are based on a set of differential equations which can be very complex and hard to tackle. This motivates the need of models based on alternative concepts having distinct characteristics. The proposed method, by embedding the statistical analysis into the Fourier transform, provides a framework giving clear guidelines towards the optimization both of the path planning algorithm and the robot structure and a deeper understanding of the actuator requirements.

References

- Galhano, A. F., de Carvalho, J. M. and Machado, J. T., 1990, "The Statistical Study of Robot Manipulators". Proceedings of the IEEE Int. Symp. on Intelligent Control, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 424-429.
- Galhano, A. F., de Carvalho, J. M. and Machado, J. T., 1991, "On the Statistical Modelling of Mechanical Manipulators". Proceedings of the IFAC Symp. on Robot Control SYROCO'91, Vienna, Austria, 15-20.
- Machado, J. T. and Galhano, A. F., 1993, "Statistical Modelling of Robotic Manipulators". J. Systems Analysis-Modelling-Simulation, vol. 12, 101-123.
- Machado, J. T. and Galhano, A. F., 1997, "A Statistical and Harmonic Model for Robot Manipulators". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, New Mexico, USA.
- Mooring, B. W. and Pack, T. J., 1987, "Aspects of Robot Repeatability". Robotica, vol. 5, 223-230.
- Sahar, G. and Hollerbach, J.M., 1986, "Planning of Minimum-Time Trajectories for Robot Arms". The Int. J. Robotics Research, vol. 5, 90-100.
- Santos, P. L. and Carvalho, J. M., 1990, "Automatic Transfer Function Synthesis from a Bode Plot". Proceedings of the 29th IEEE Conf. On Decision and Control, Honolulu, Hawaii, USA.
- Scheinman, V. and Roth, B., 1984, "On the Optimal Selection and Placement of Manipulators. Proceedings RoManSy'84: The Fifth CISM-IFTOMM Symposium, Udine, Italy, 39-45.
- Singh, J. R., Rastegar, J. and Snee, S., 1992, "Determination of Manipulator Kinematic Characteristics: A Probabilistic Approach". Int. Journal of Robotics and Automation, vol. 7, no. 4, 161-170.
- Tsai, Y.C. and Soni, A.H., 1981, "Accessible Region and Synthesis of Robot Arms. ASME J. Mech. Design, vol. 103, 803-811.
- Yoshikawa, T., 1985, "Manipulability of Robotic Mechanisms". The Int. J. Robotics Research, vol. 4, 3-9.

Formulation of the Direct and Inverse Geometric Model of the Fully Parallel Cartesian Structure

Carlos André Dias Bezerra

Universidade Federal do Ceará
Departamento de Engenharia Mecânica
60455-760 Fortaleza, CE Brasil
cadb@ufc.br

João Carlos Mendes Carvalho

Universidade Federal de Uberlândia
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica
38400-902 Uberlândia, MG Brazil
jcmendes@ufu.br

Abstract

Parallel robotic structures are an alternative to traditional serial type robots. This paper deals with the direct (DGM) and inverse (IGM) geometric model of the parallel cartesian robotic structure using the coordinate transformation method, considering generic frames. The system of non-linear equations obtained was simplified by a judicious selection of location of the reference frames. The system consists in a set of quadratic equations, which has a maximum of 64 solutions for the IGM and 4096 solutions for the DGM. A prototype was built to allow the visualization of the results.

Keywords : Parallel Structure, Robotics, Geometric Model, Manipulators.

Introduction

The structure of industrial robots is based on serial type architecture where the members (links and joints) are connected sequentially, having many studies about its mathematical modelling, applications and limitations. Notwithstanding these studies, the serial structures have many problems, such as high inertia and poor precision.

New alternatives to solve or to avoid the problems of the serial structures are studied. One of these consists in using the parallel structures. They are rigid and the errors in the joints are not additive; they have remote inertia and great precision; they are light and capable of yielding high speeds. Despite the advantages over serial types structures, parallel robots have not found wide industrial application due to their restricted workspace and the complexity of the direct position kinematic problem (Fichter, 1986; Inoue, 1985 and Stewart, 1965).

In this paper we establish a formulation of the direct and inverse geometric model of the fully parallel cartesian robotic structure. It has 6 d.o.f.. The actuators are fixed at the base reducing dead loads. The links may be constructed by light and resistant materials that make it rigid and with low inertia. It is modular and does not have singularities in the workspace (Jacquet et al., 1992), Fig. 1.

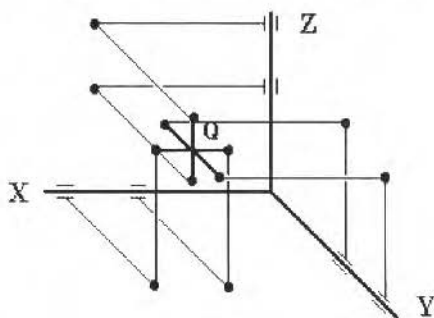


Fig. 1 Fully parallel cartesian structure

This structure has a base and a platform connected by six RS-SS segments, where the R-joint is on the cartesian axes, two joints by axis. This cartesian system is the base of the structure. The S-joints on the other extremity of the segments are connected at the end effector, consisting in a virtual cube where the S-joints are tied on the center of its faces, having then, three crossed segments.

In the structure studied in this paper, the RS-segment and the SS-segment have the same length and $|b_1 b_2| = |b_3 b_4| = |b_5 b_6| = |p_1 p_2| = |p_3 p_4| = |p_5 p_6|$, (Fig. 2).

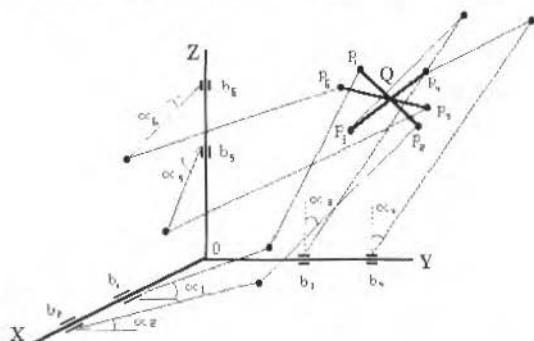


Fig. 2 Parameters used to model the fully parallel cartesian structure

Kinematic Equations

Kinematic equations for the fully parallel cartesian structure relate the generalized coordinates α_i ($i=1$ to 6) of the R-joints with the coordinates that define the position and orientation of the mobile platform.

To obtain the kinematic model, first we consider a generic coordinate system fixed at the base and another at the platform. After this, we select a proper reference frame that simplifies the equation system.

Figure 2 presents the parameters used to model, where:

α_i - generalized co-ordinates, $i=1$ to 6;

b_i - position of the R-joint at the base, $i=1$ to 6;

p_i - position of the S-joint at the platform, $i=1$ to 6, and

Q - central point of the platform.

Consider a generic coordinate system $(0_F, x_F, y_F, z_F)$ fixed at the base and $(0_M, x_M, y_M, z_M)$ at the platform, Fig. 3.

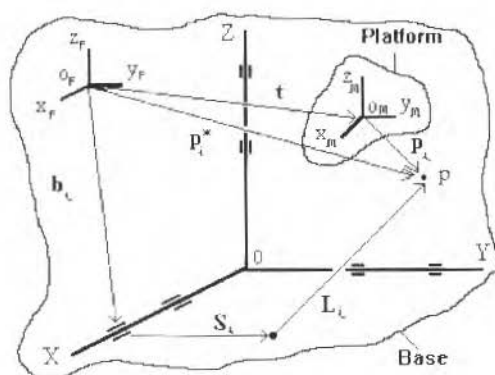


Fig. 3 Vectors used in kinematic model

where \mathbf{b}_i is the position vector of the base points b_i (position of the R-joint in the base), \mathbf{S}_i and \mathbf{L}_i the arm and the fore-arm vectors, all referred to the base reference frame, and S_i and L_i their lengths; \mathbf{p}_i the position vector of the platform points p_i (position of the S-joint in the end effector), referred to the mobile reference frame (Fig. 2):

$$\mathbf{b}_i = \{b_{ix} \quad b_{iy} \quad b_{iz}\} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (1)$$

$$\mathbf{p}_i = \{p_{ix} \quad p_{iy} \quad p_{iz}\} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_i = \{S_{ix} \quad S_{iy} \quad S_{iz}\} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (3)$$

$$\mathbf{L}_i = \{l_{ix} \quad l_{iy} \quad l_{iz}\} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (4)$$

$$S_i = |\mathbf{S}_i| = (S_{ix}^2 + S_{iy}^2 + S_{iz}^2)^{1/2} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (5)$$

$$L_i = |\mathbf{L}_i| = (l_{ix}^2 + l_{iy}^2 + l_{iz}^2)^{1/2} \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (6)$$

Using the co-ordinate transformation

$$\mathbf{p}_i^* = [\mathbf{R}]\mathbf{p}_i + \mathbf{t} \quad (7)$$

where \mathbf{t} is the translation vector of the platform related to the base and $[\mathbf{R}]$ the rotational matrix:

$$[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

the components of the vectors \mathbf{n} , \mathbf{o} and \mathbf{a} have the following relations:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} &= n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1 \\ \mathbf{o} \cdot \mathbf{o} &= o_x^2 + o_y^2 + o_z^2 = 1 \\ \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} &= a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{o} = n_x o_x + n_y o_y + n_z o_z = 0$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{a} = n_x a_x + n_y a_y + n_z a_z = 0$$

$$\mathbf{o} \cdot \mathbf{a} = o_x a_x + o_y a_y + o_z a_z = 0$$

Vector \mathbf{L}_i can be obtained by:

$$L_i = p_i^a \cdot b_i - S_i \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (10)$$

Substituting Eq. 7, we obtain:

$$L_i = [R]p_i + t - b_i - S_i \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (11)$$

Only the length of the vector L_i is known, Then, we can use Eqs. 6 and 11 to obtain:

$$L_i^2 = ([R]p_i + t - b_i - S_i)^2 \quad \text{for } i=1 \text{ to } 6 \quad (12)$$

Developing Eq. 12, we have:

$$\begin{aligned} & 2p_{iX} \left[(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{iX} - n_y S_{iY} - n_z S_{iZ}) \right] \\ & + 2p_{iY} \left[(o_x t_x + o_y t_y + o_z t_z - o_x S_{iX} - o_y S_{iY} - o_z S_{iZ}) \right] \\ & + 2p_{iZ} \left[(a_x t_x + a_y t_y + a_z t_z - a_x S_{iX} - a_y S_{iY} - a_z S_{iZ}) \right] \\ & + 2b_{iX} \left[(S_{iX} + t_x + n_x p_{iX} - o_x p_{iY} - a_x p_{iZ}) \right] \\ & + 2b_{iY} \left[(S_{iY} + t_y + n_y p_{iY} - o_y p_{iX} - a_y p_{iZ}) \right] \\ & + 2b_{iZ} \left[(S_{iZ} + t_z + n_z p_{iZ} - o_z p_{iX} - a_z p_{iY}) \right] \\ & + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + p_i^2 + S_i^2 + b_i^2 - 2(t_x S_{iX} + t_y S_{iY} + t_z S_{iZ}) - L_i^2 = 0 \end{aligned} \quad \text{For } i=1 \text{ to } 6 \quad (13)$$

Choosing proper reference frames, Eqs. 13 can be simplified. For the parallel cartesian structure, these reference frames are: (X_b, Y_b, Z_b) at the base, where the origin coincides with the point b_1 , and the axes along the axes of the base; (X_p, Y_p, Z_p) at the platform, where the origin coincides with the point p_1 , and the X_p axis along the segment $p_1 p_2$ and Y_p axis parallel to $p_3 p_4$ segment. These reference frames are represented in Fig. 4.

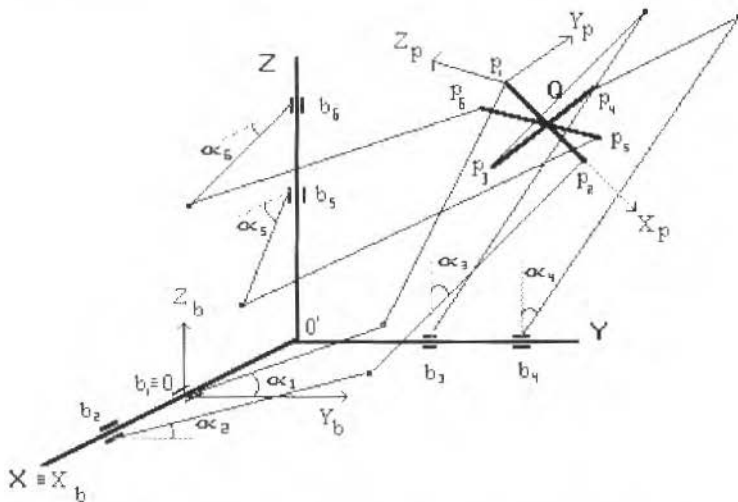


Fig. 4 Generic configuration of the structure with its proper reference frames

For these locations, vectors \mathbf{p}_i , \mathbf{b}_i and \mathbf{S}_i are given by:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{b}_1 &= \{0 \quad 0 \quad 0\}^T & \mathbf{p}_1 &= \{0 \quad 0 \quad 0\}^T & \mathbf{S}_1 &= \{0 \quad l \cos a_1 \quad l \sin a_1\}^T \\
 \mathbf{b}_2 &= \{b_{2x} \quad 0 \quad 0\}^T & \mathbf{p}_2 &= \{p_{2x} \quad 0 \quad 0\}^T & \mathbf{S}_2 &= \{0 \quad l \cos a_2 \quad l \sin a_2\}^T \\
 \mathbf{b}_3 &= \{b_{3x} \quad b_{3y} \quad 0\}^T & \mathbf{p}_3 &= \{p_{3x} \quad p_{3y} \quad 0\}^T & \mathbf{S}_3 &= \{l \sin a_3 \quad 0 \quad l \cos a_3\}^T \\
 \mathbf{b}_4 &= \{b_{4x} \quad b_{4y} \quad 0\}^T & \mathbf{p}_4 &= \{p_{4x} \quad p_{4y} \quad 0\}^T & \mathbf{S}_4 &= \{l \sin a_4 \quad 0 \quad l \cos a_4\}^T \\
 \mathbf{b}_5 &= \{b_{5x} \quad 0 \quad b_{5z}\}^T & \mathbf{p}_5 &= \{p_{5x} \quad 0 \quad p_{5z}\}^T & \mathbf{S}_5 &= \{l \cos a_5 \quad l \sin a_5 \quad 0\}^T \\
 \mathbf{b}_6 &= \{b_{6x} \quad 0 \quad b_{6z}\}^T & \mathbf{p}_6 &= \{p_{6x} \quad 0 \quad p_{6z}\}^T & \mathbf{S}_6 &= \{l \cos a_6 \quad l \sin a_6 \quad 0\}^T
 \end{aligned}$$

Substituting these values in Eq. 13 we obtain one simplified system that is used to solve the direct and the inverse geometric model, given by:

For $i = 1$:

$$(t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) - 2(t_x S_{1x} + t_y S_{1y} + t_z S_{1z}) + S_1^2 - L_1^2 = 0 \quad (14)$$

For $i = 2$:

$$\begin{aligned}
 &2p_{2x}(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{2x} - n_y S_{2y} - n_z S_{2z}) - 2(t_x S_{2x} + t_y S_{2y} + t_z S_{2z}) \\
 &+ 2b_{2x}(S_{2x} - t_x - n_x p_{2x}) + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + S_2^2 + b_2^2 + p_2^2 - L_2^2 = 0 \quad (15)
 \end{aligned}$$

For $i = 3$:

$$\begin{aligned}
 &2p_{3x}(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{3x} - n_y S_{3y} - n_z S_{3z}) + 2p_{3y}(o_x t_x + o_y t_y + o_z t_z - o_x S_{3x} \\
 &- o_y S_{3y} - o_z S_{3z}) - 2(t_x S_{3x} + t_y S_{3y} + t_z S_{3z}) - 2b_{3x}(n_x p_{3x} + t_x - S_{3x} + o_x p_{3y}) \\
 &- 2b_{3y}(n_y p_{3y} + t_y - S_{3y} + o_y p_{3y}) + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + S_3^2 + b_3^2 + p_3^2 - L_3^2 = 0 \quad (16)
 \end{aligned}$$

For $i = 4$:

$$\begin{aligned}
 &2p_{4x}(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{4x} - n_y S_{4y} - n_z S_{4z}) \\
 &+ 2p_{4y}(o_x t_x + o_y t_y + o_z t_z - o_x S_{4x} - o_y S_{4y} \\
 &- o_z S_{4z}) - 2(t_x S_{4x} + t_y S_{4y} + t_z S_{4z}) \\
 &- 2b_{4x}(n_x p_{4x} + t_x - S_{4x} + o_x p_{4y}) - \\
 &- 2b_{4y}(n_y p_{4y} + t_y - S_{4y} + o_y p_{4y}) + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + S_4^2 + b_4^2 + p_4^2 - L_4^2 = 0 \quad (17)
 \end{aligned}$$

For $i = 5$:

$$\begin{aligned}
 & 2p_{5x}(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{5x} - n_y S_{5y} - n_z S_{5z}) \\
 & + 2p_{5z}(a_x t_x + a_y t_y + a_z t_z - a_x S_{5x} - a_y S_{5y} - a_z S_{5z}) \\
 & - 2(t_x S_{5x} + t_y S_{5y} + t_z S_{5z}) - 2b_{5x}(n_x p_{5x} + t_x - S_{5x} - a_x p_{5z}) - \\
 & - 2b_{5z}(n_z p_{5x} + t_z - S_{5z} + a_z p_{5z}) \\
 & + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + S_5^2 + b_5^2 + p_5^2 - L_5^2 = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

For $i = 6$:

$$\begin{aligned}
 & 2p_{6x}(n_x t_x + n_y t_y + n_z t_z - n_x S_{6x} - n_y S_{6y} - n_z S_{6z}) \\
 & + 2p_{6z}(a_x t_x + a_y t_y + a_z t_z \\
 & - 2b_{6z}(n_z p_{6x} + t_z - S_{6z} + a_z p_{6z}) \\
 & + (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2) + S_6^2 + b_6^2 + p_6^2 - L_6^2 = 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

The Inverse Geometric Model

The inverse geometric model of the parallel cartesian structure obtains the coordinates α_i ($i=1$ to 6) when the position and orientation of the platform are known.

Equations 14 to 19 constitute a system with six variables: α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , α_5 and α_6 , representing the inverse geometric model of the parallel cartesian structure.

In this system, vectors \mathbf{p}_i , \mathbf{b}_i and \mathbf{t} , the matrix $[R]$ and lengths of \mathbf{S}_i and \mathbf{L}_i vectors are known. Only the generalized coordinates α_i ($i=1$ to 6) are unknown.

This system has 64 solutions in general. Thus, the system has repeated roots and configurations not possible to attain, having then only one set of roots α_i ($i=1$ to 6) valid.

Using numeric methods the system can be solved.

Numerical Examples of the Inverse Geometric Model

To solve the inverse geometric model we used the MAPLE program (Char et al., 1991).

A prototype was built to verify the model results. Its parameters are:

$$\overline{p_1 p_2} = \overline{p_3 p_4} = \overline{p_5 p_6} = 100 \text{ mm}$$

$$\overline{b_1 b_2} = \overline{b_3 b_4} = \overline{b_5 b_6} = 100 \text{ mm}$$

$$S_i = L_i = l = 250 \text{ mm}$$

Example 1 - Structure at the initial configuration

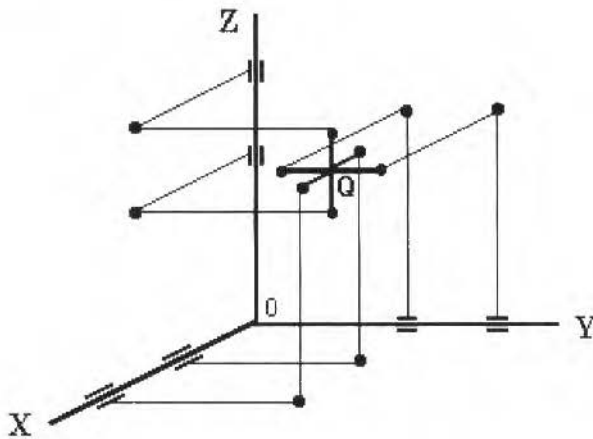


Fig. 5 The fully parallel cartesian structure at the initial configuration

At the initial configuration (Fig. 5), the $[R]$ matrix and the \mathbf{t} vector are given by:

$$[R] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{t} = \{t_x \quad t_y \quad t_z\} = \{0 \quad 250 \quad 250\}$$

The obtained generalized coordinates α_i ($i = 1$ a 6) are:

$$\alpha_1 = 0^\circ$$

$$\alpha_2 = 0^\circ$$

$$\alpha_3 = 0^\circ$$

$$\alpha_4 = 0^\circ$$

$$\alpha_5 = 0^\circ$$

$$\alpha_6 = 0^\circ$$

Example 2 - Structure at one generic configuration

In this example it was taken one generic configuration in the workspace of the constructed prototype. The $[R]$ matrix and the position vector \mathbf{t} of the center of the platform are:

$$[R] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .9774 & -.1200 & .1736 \\ .1364 & .9869 & -.0858 \\ -.1610 & .1075 & .9810 \end{bmatrix}$$

$$t = \{t_x \quad t_y \quad t_z\} = \{50 \quad 260 \quad 270\}^T$$

The generalized coordinates α_i , ($i=1$ to 6) obtained are:

$$\alpha_1 = 5^\circ 48' 39''$$

$$\alpha_2 = 2^\circ 12' 47''$$

$$\alpha_3 = 12^\circ 54' 5''$$

$$\alpha_4 = 10^\circ 12' 28''$$

$$\alpha_5 = 5^\circ 43' 4''$$

$$\alpha_6 = 4^\circ 30' 53''$$

Example 3 - Translation of the platform

In this case we simulate a translation of the platform, Fig. 6.

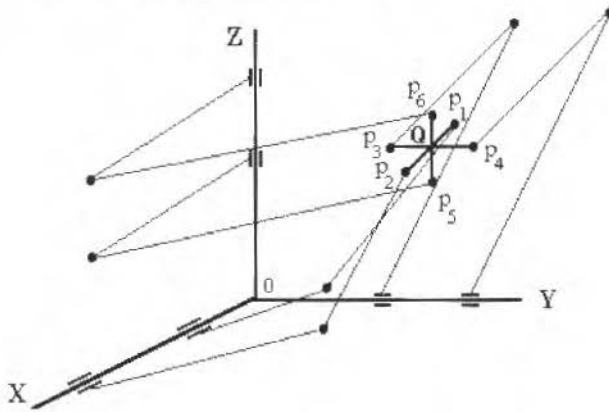


Fig. 6 An example of translation of the platform of the fully parallel cartesian structure

The $[R]$ matrix and the t vector are:

$$[R] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t = \{t_x \quad t_y \quad t_z\} = \{60 \quad 260 \quad 270\}^T$$

The result obtained for the generalized coordinates are:

$$\alpha_1 = 6^\circ 20' 2''$$

$$\alpha_2 = 6^\circ 20' 2''$$

$$\alpha_3 = 14^\circ 17' 56''$$

$$\alpha_4 = 14^\circ 17' 56''$$

$$\alpha_3 = 4^\circ 11' 51''$$

$$\alpha_6 = 4^\circ 11' 51''$$

The Direct Geometric Model

Equations defining the direct geometric model are the six relations (9), of \mathbf{n} , \mathbf{o} and \mathbf{a} vectors, and the six Eqs. 14 to 19, where the 12 variables are the components of the rotation matrix [R] and the components of the position vector \mathbf{t} .

These 12 non-linear equations give 4096 set of solutions. The complexity of this system did not allow to solve it with the MAPLE and the MATHEMATICA softwares. The system could be solved if three of the variables were furnished.

Conclusions

In this paper it was obtained the geometric model of the parallel cartesian structure using the classic co-ordinate transformation. For this, it generic reference frames at the base and at the platform were considered. The equation system obtained can be simplified by a judicious choice of the reference frames. To solve the inverse geometric model, it was used the MAPLE V R3 software, having good results.

The system of the direct geometric model has 12 non-linear equations, giving 4096 solutions, so that the system could not be solved directly. However, when three variables are furnished, the system can be solved. Results show that, although not for the serial robotic structures, for the parallel structures the inverse geometric model is easily obtained and solved, but the direct one is too hard to solve. This problem was encountered by some authors such as Dasgupta and Mruthunjaya (1984), Griffs and Duffy (1989) and Innocenti and Parenti-Castelli (1990), for other types of parallel structure.

To verify the validity of the models, it was built a prototype.

References

- Char, B.W, Leong, B.L., Gonnett, G.H., Geddes, K. and Monagan, N.B., 1991. "MAPLE Language Reference Manual". Waterloo MAPLE Publishing.
- Dasgupta, B., Mruthunjaya, T. S., 1994. "A Canonical Formulation of the Direct Position Kinematics Problem for a General 6 - 6 Stewart Platform". Mechanism Machine Theory, Vol. 29, No. 6, pp 819 - 827.
- Fichter, E.F., 1986. "A Stewart Platform-Based Manipulator: General theory and Practical Construction" . International Journal of Robotics Research, Vol. 5, No. 2, pp 157-182.
- Griffis, M., Duffy, J., 1989. "A Forward Displacement Analysis of a Class Stewart Platform", Journal of Robotics Systems, John Wiley, 6(6), pp. 703-720.
- Inoue, H. et al. 1985. "Parallel Manipulator", 3th International Symposium on Robotics Research, Gouyieux, France.
- Innocenti, C., Parenti-Castelli, V., 1990. "Direct Position Analysis of the Stewart Platform Mechanism". Mechanism and Machine Theory, vol. 25, n. 6, pp. 611-622
- Jacquet, P., Danescu, G., Carvalho, J.C.M., Dahan, M., 1992. "A Spatial Fully Parallel Manipulator", Proc. 9th CISM - IFToMM, Udine, Italy, 1-4 Sept.
- Stewart, D., 1965. "A Platform with Six Degrees of Freedom" , Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 180(5), 371-378.

Active Control of Partially Filled, Elastically Mounted Centrifuges

Heinz Ulbrich
Guido Ahaus

University of Essen
Institute of Mechanics
Department of Mechanical Engineering
D-45117 Essen, Germany
ulbrich@uni-essen.de
<http://www.uni-essen.de/lfm>

Abstract

Partially filled centrifuges turn unstable in a wide range of rotational speed. This paper provides a compact low order mathematical model to determine the location and the range of these instability regions, allowing investigations in frequency domain as well as in time domain. The numerical results are verified by various experiments and several proposals for controlling the system are made. It is shown that the supplied control strategies lead to asymptotical stability for previously unstable configurations.

Keywords: Centrifuges, Active Control, Instability Regions

Introduction

Industrial centrifuges and separators often work with only partially filled tanks. Hence, there are couplings between the motions of the rotor and the motions of the rotating fluid. These couplings lead to a flow of energy into the rotor's bending motions, thereby absorbing rotational energy provided by the motor, which in turn causes under certain operating conditions unstable oscillations of the rotor with violently increasing amplitudes.

There have been several investigations dealing with this phenomenon both theoretically and experimentally (Brandl, 1986; Lichtenberg, 1982; Riedel 1992). They differ concerning the modelling of the boundary conditions of the rotor, the tank's shape and the consideration or neglecting of damping and viscosity. The major result common to all investigations is the detection of unstable oscillations within a certain range of speed which cannot be removed by applying external and passive damping.

There are only a few papers dealing with active control to stabilize a rotor partially or completely filled with liquid (Hendricks, 1984; Matsushita, 1988) Hendricks theoretically investigates linear control techniques to avoid such instabilities: Matsushita considers a rotor completely filled with liquid.

Almost all of the previous examinations are restricted to the calculation of the regions of instability whereas in this investigation, the equations of motion of the rotor-fluid-system are derived with respect to an easy, subsequent application of control techniques. Furthermore, the unstable oscillations of the centrifuge shall be removed using active control.

Modelling and Equations of Motion

Rotor

Figure 1 shows a model of the centrifuge. It consists of a shaft (elasticity c) running in isotropic self-aligning ball bearings (stiffness c_1, c_2). The casing, which is assumed to be rigid, has a cylindrical tank and is mounted on top of the shaft in overhung position. Gravitational forces are neglected.

The casing's displacements in linear approximation can be completely described by the displacement of the centre of gravity and the angular deflections. Thus, the vector q , containing the generalized co-ordinates of the casing, can be written as

$$q = [x \quad y \quad \alpha \quad \beta]^T \quad (1)$$

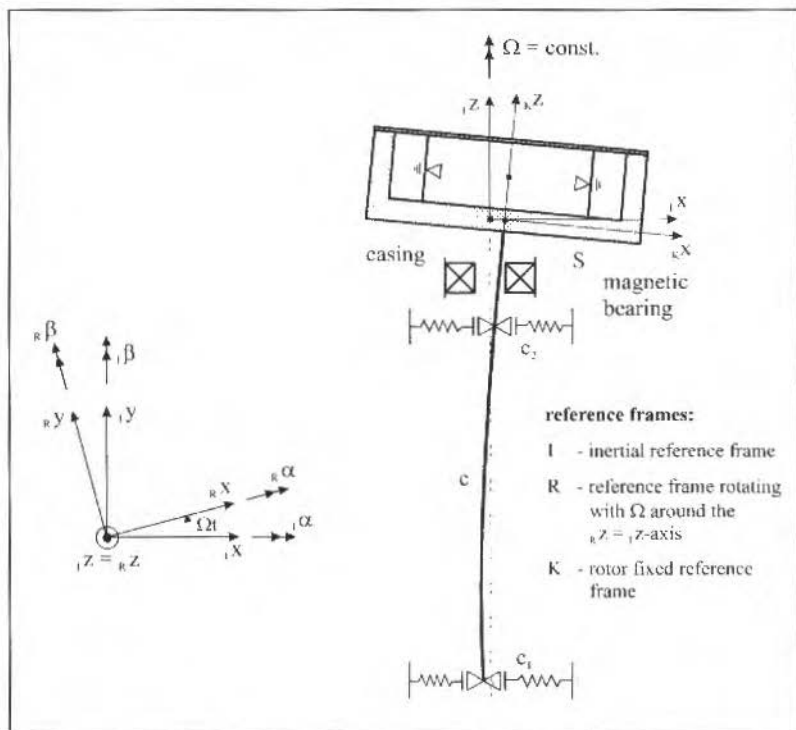


Fig. 1 Model of the centrifuge

The equations of motion may be developed by applying D'Alembert's principle. With respect to the section on modelling of the liquid, they are described using a reference system of coordinates (R) which rotates with the rotor's angular velocity Ω (see Fig. 1):

$$M_R \ddot{q} + P_R \dot{q} + Q_R q = {}_R F_u + {}_R F_l \quad (2)$$

${}_R F_u$ represents the vector of forces caused by a small, static unbalance ε and ${}_R F_l = [F_{1x} \ F_{1y} \ M_{1x} \ M_{1y}]^T$ contains the resulting forces and moments caused by the motions of the liquid.

Liquid

The liquid is supposed to be incompressible and homogeneous. Viscosity is neglected, i.e., the forces resulting from shearing tension on the case's surface are small compared to the forces resulting from liquid pressure. In dynamic equilibrium, the liquid has a cylindrical free surface and is rotating with the tank's angular velocity Ω .

Using Euler's hydrodynamic equations, the equations of motion in casing-fixed cylindrical coordinates (Z) can be written as

$${}_Z \ddot{r} + 2 {}_Z \dot{r} (\mathbf{W} \times \dot{r}) + {}_Z \dot{\mathbf{W}} \times {}_Z r + {}_Z \mathbf{W} \times {}_Z (\mathbf{W} \times r) + A_{ZI} {}_I \ddot{r}_s = \left[-grad \left(\frac{p - p_0}{\rho_F} \right) \right]_Z \quad (3)$$

where ${}_Z r = [r \ \varphi \ z]^T$, ${}_I r_s$ contains the acceleration of the centre of gravity calculated in coordinates of the inertial reference frame, and A_{ZI} represents the transformation matrix from inertial coordinates to cylindrical coordinates. Furthermore, the equation of continuity

$$\operatorname{div}({}_Z v) = \frac{1}{Z} \left\{ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} = 0 \quad (4)$$

has to be satisfied.

The liquid is bounded by the case's surface. Hence, the normal velocities of the liquid disappear at the casing's surface. This leads to the following boundary conditions:

- curved boundary : ${}_Z v_r = 0$ (5.1)

- plane boundary (top) : ${}_Z v_z = 0$ (5.2)

- plane boundary (bottom): : ${}_Z v_z = 0$ (5.3)

The radial deflection of the free surface of the liquid is supposed to be

$${}_Z r = b + \eta(\varphi, z, t) \quad (6)$$

where b is the radius of the free surface in equilibrium (see Fig. 2) and η describes the small deviations from equilibrium. This leads to the kinematical boundary condition

$${}_Z v_r = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (7)$$

Furthermore, the pressure on the free boundary equals the ambient pressure (index 0 : free surface):

$$p({}_Z r_0, t) - p_0 = 0 \quad (8)$$

(7) and (8) can be comprised to only one boundary condition for the free surface, thus eliminating the unknown function $\eta(\varphi, z, t)$.

To get the complete set of equations of motion, it is required to interpret the equation of Euler (determination of the kinematical relations). The forces F_{F_r} and F_{F_z} in Eq. (2) result from the integration of the fluid pressure with respect to the inner tank surface, thus summing up the differential forces perpendicular to the surface of the tank:

$${}_Z \{ F_{F_r} \quad F_{F_\varphi} \quad F_{F_z} \}^T = \left\{ \int_A n p dA \right\} \quad (9)$$

where n is the normal vector onto the considered element of the wetted surface of the tank (using cylindrical co-ordinates). Analogously, the moments resulting from the motions of the liquid are determined by

$${}_Z \{ M_{F_r} \quad M_{F_\varphi} \quad M_{F_z} \}^T = \left\{ \int_A (r \times n) p dA \right\} \quad (10)$$

where r represents the vector from the origin of the cylindrical system of coordinates to the considered element of the tank's surface.

Finally, the complete set of equations of motion consists of

- 4 equations concerning the rotor (2).
- hydrodynamic equations of Euler (3) in interpreted form,
- 4 boundary conditions.

It contains ordinary differential equations as well as partial differential equations.

The solution of the equations of motion requires the elimination of time by assuming that all variables are proportional $e^{\lambda t}$. After some algebra, one gets a partial differential equation for a transformed pressure $Q(r, \varphi, z)$. Separating its variables and solving the three obtained differential equations yields the solution Q .

Substituting $Q(r, \varphi, z)$ into the integrand of (9) and (10) (calculation of fluid forces and moments) and regarding the relationship between the orthogonal sine and cosine function, it can be shown that as far as the horizontal motions of the fluid are concerned, only the first eigenmotion has a resulting effect on the dynamics of the rotor. This fact already has been shown by Schmidt (1958). Thus, the function Q can be written as

$$Q = Q_0 + \sum_{i=1}^{\infty} Q_i \quad (11)$$

The term Q_0 describes the horizontal motions of the liquid (in radial and circumference direction), while the Q_i arise from the flow in axial direction. Several researches have shown that the influence of Q_i to the regions of instability is infinitely small and, so it will be neglected for further considerations.

The function Q_0 can be written as

$$Q_0 = \left(K_1 r + K_2 \frac{I}{r} \right) K_3 \cos \varphi + K_4 \sin \varphi \quad (12)$$

the coefficients K_1 , K_2 , K_3 and K_4 have to be fitted to the boundary conditions. The K_i have no constant values, but they depend on λ and thus on the actual state of motion:

$$K_i = K_i(\lambda) = \frac{Z_i(\lambda)}{N(\lambda)} \quad (13)$$

This clearly shows that the function Q_0 is frequency-dependent. Substitution of (13) into (12) allows to calculate the pressure $p(\lambda)$ from $Q_0(\lambda)$ and thus the frequency-depending fluid forces and moments, using (9) and (10), respectively. After changing from frequency domain to time domain, one finally obtains the ordinary differential equation (ODE) for calculating the forces and moments, using co-ordinates of the rotating R-system:

$$\ddot{F}_F + A_F \dot{F}_F + B_F F_F = {}_4 q^{(4)} + {}_3 \ddot{q} + \dots + {}_0 q \quad (14)$$

The (4x4)-matrices A_F , B_F , C_F , ..., C_D depend on the filling ratio f , the angular velocity Ω , the mass m_F of the completely filled tank, the tank's diameter and the distance s between the tank's centre and the centre of mass S (see Fig. 2).

Complete System

In order to study the stability of the equilibrium position of the liquid-containing centrifuge, the roots of the equations describing the whole system have to be determined. Positive real parts of the roots indicate instabilities, i.e., bounded perturbations lead to unbounded amplitudes.

Prior to calculating the roots of the system equations, the equations of the rotor and the liquid have to be combined and formulated as one set of state equations. Using (2), the fluid forces and moments can be written as

$$F_F = M \ddot{q} + P \dot{q} + Q q - F_u \quad (15)$$

Substituting (15) into (14) and considering that F_u is constant in rotating coordinates, the combined equations can be written as

$$D_4 q^{(4)} + D_3 \ddot{q} + D_2 \ddot{q} + D_1 \dot{q} + D_0 q = B_F F_u \quad (16)$$

where

$$\left. \begin{aligned} D_4 &= M - C_4 \\ D_3 &= P + A_F M - P_3 \\ D_2 &= Q + A_1 P + B_F M - C_2 \\ D_1 &= A_F Q + B_F P - C_1 \\ D_0 &= B_F Q - C_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Using

$$\dot{q} = q_1 : \dot{q}_1 = q_2 : \dot{q}_2 = q_3 \quad (18)$$

and introducing the vector

$$z = [q^T \quad q_1^T \quad q_2^T \quad q_3^T]^T \quad (19)$$

one obtains the equations of motion of the complete, partially liquid-filled centrifuge:

$$\dot{z} = Az + h_u \quad (20)$$

where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E \\ -D_4^{-1} D_0 & -D_4^{-1} D_1 & -D_4^{-1} D_2 & -D_4^{-1} D_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

and

$$h_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_4^{-1} B_F F_u \end{bmatrix} \quad (22)$$

This state space representation allows an easy application of familiar methods for numerical evaluation. Thus, it is suitable for the determination of the regions of instability as well as for the application of control techniques. Furthermore, the vector $z(t)$ can be evaluated. Use of (14) allows to calculate the forces and moments depending on the motions of the liquid.

Alternatively, the differential equations of the rotor (2) and the fluid (14) may be evaluated separately, regarding the interactions between the two subsystems in every integration step. The advantage of this procedure consists in the easy, modular incorporation of the fluid forces and moments into already existing rotor simulation software with underlying more complex (hybrid) rotor models. The drawback consists in the difficulties in calculating the eigenvalues of the coupled system.

Reducing the degrees of freedom

Very often, the stiffness of the shaft is significantly higher than the stiffness of the bearings or the suspension. In this case, the system's motions may be described by a reduced set of degrees of freedom (DOF). In all the simulations below, the shaft is supposed to be rigid and considered hinged at the bottom and connected with an adjustable elasticity at the top; hence, the reduced set of DOF is represented by $q^r = (x \ y)^T$. The equations of motion are transformed according to

$$q = J^r q^r \quad ; \quad J^r = \frac{\partial q}{\partial q^r} \quad ; \quad (23)$$

afterwards, they are premultiplied by $(J^r)^T$. The equations of motion are now half the order; they are used for all numerical investigations below.

Simulations

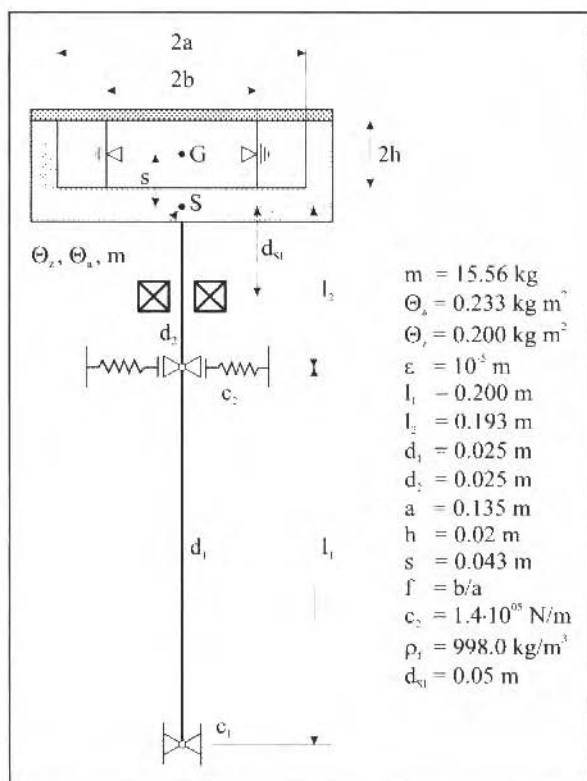


Fig. 2 Data for simulation

For the use of partially filled centrifuges, it is crucial to know the location of the instability regions. Consequently, the eigenvalues λ_i of the system are calculated from

$$\det(A - \lambda E) = 0 \quad ; \quad (24)$$

using (21). The filling ratio f varies from 0 to 1, the rotational speed Ω from 60 1/s to 140 1/s. The maximum of the real parts of eigenvalues is assigned to the corresponding pair of parameters $(\Omega, 1-f^2)$. The result is shown in Fig. 3.

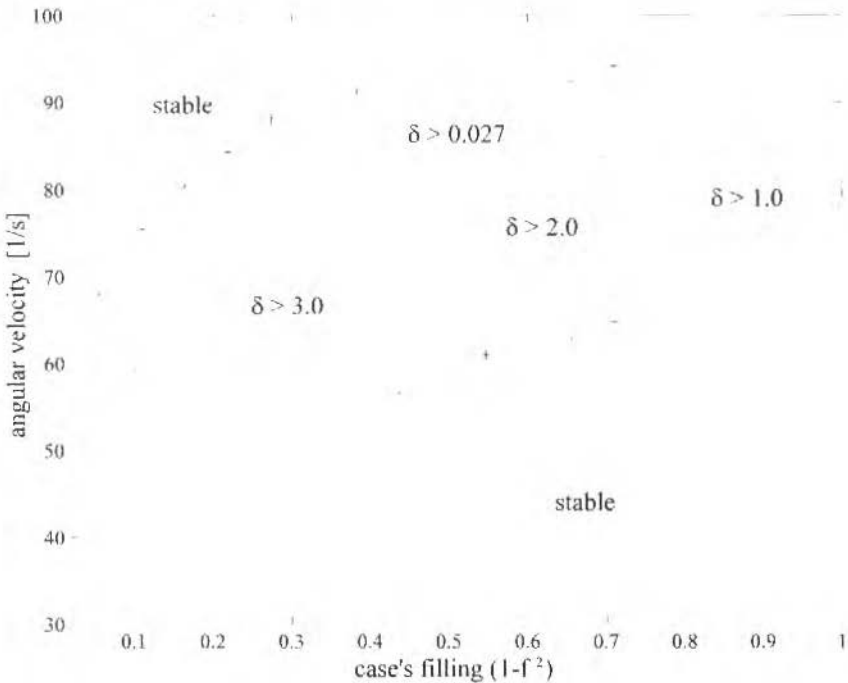


Fig. 3 Stability chart: numerical simulation (contour plot), measured points (*)

There exists a wide speed-range containing eigenvalues with positive real part, i.e., a wide range of parameters causing instabilities. For the given configuration, the worst parameter combination is found to be

$$\Omega = 65.7 \text{ 1/s}$$

$$1-f^2 = 0.258,$$

showing the maximum real part of all eigenvalues,

$$\delta = +3.39 \text{ 1/s}.$$

Choosing these parameters, the amplitude increases by factor 5.5 within 0.5s (i.e. after 5 revolutions). This example not only shows the danger arising from the instabilities, but also reveals the necessity to take action against them using active control.

Experiment

In order to verify the theory and different control concepts, a test rig has been designed (see Fig. 4).

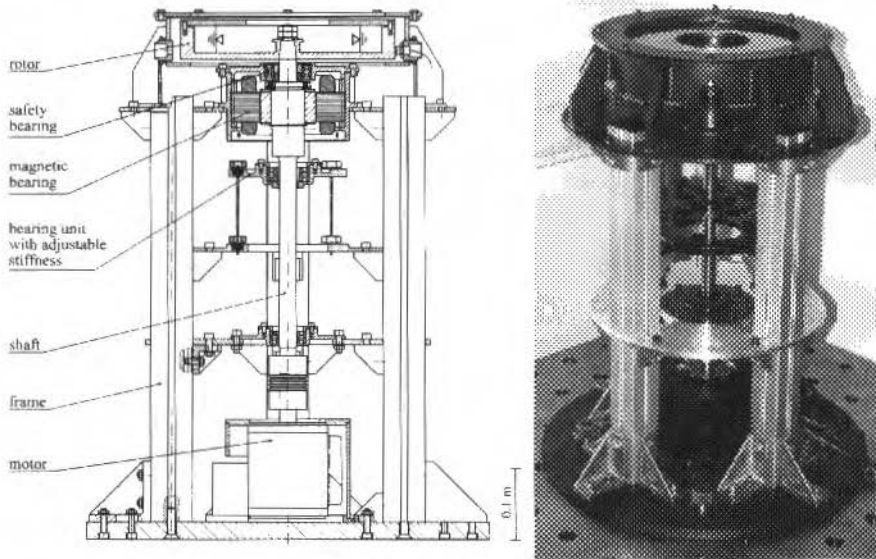


Fig. 4 Schematic and picture of the test rig

The rotor is mounted on a shaft and driven by a motor which is speed-controlled in order to maintain a constant rotor speed. The shaft is supported by two roller bearings one of which has an adjustable stiffness. To limit the shaft deflection in case of a controller failure, a safety bearing is located near the top of the shaft. For the application of control forces, an active magnetic bearing is placed below the rotor near the point of largest shaft deflection. The whole assembly is mounted in a frame in order to allow easy access.

The described (passive) centrifuge has been used for a series of experiments in order to determine the location and the size of the unstable operating regions. Using water as test fluid, the filling ratio varied from 0.54 ... 0.97 and the rotational speed from 0 ... 50 Hz. The measured data are shown in Fig. 3. An operating point of the centrifuge was considered unstable after the rotor had run into the safety bearing. The agreement between measurements and calculation is excellent.

Active Control

The realisation of an efficient control will be decisively influenced by the choice of the actuator- and sensor-systems and their positioning within the whole system as well as the choice of the control concept including the optimisation of the controller. In order to check the limits of active control, a state feedback controller (Riccati controller) will be introduced first, knowing that the expense for realisation will not be justifiable.

State feedback controller with observer

The state feedback controller is designed based upon the equation of motion (20), neglecting the vector of unbalance h_U :

$$\dot{z} = Az + Bu \quad ; \quad u = -Kz \quad , \quad (25)$$

with the control matrix B (depending on the location of the actuator), control vector $u = (F_{M1}, F_{M2})^T$ (magnetic bearing forces) and feedback gain matrix K . K is found optimizing the quadratic integral criterion

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Q z + u^T R u) dt \quad (26)$$

with weighing matrices $Q = Q^T > 0$ and $R = R^T > 0$ which can be chosen freely with respect to the control objective (e.g., small deflections, small controller forces).

Due to gyroscopic effects, the rotor's dynamics change significantly depending on the rotational speed, such that the system cannot be stabilized by the same feedback matrix K for the whole operating range. Therefore, the considered range of the rotational speed is divided into subsections $\Delta\Omega_i$. The feedback matrices $K = K(\Omega) = K(n \Delta\Omega_i)$, $n=1,2, \dots$ which have to be determined from (26), are stored in a table and used by the controller depending on the actual rotational speed.

For the reconstruction of the states, an observer is developed. Introducing the output vector y ,

$$y = C \cdot x \quad (27)$$

and the vector r containing the unknown quantities, equation (25) can be rewritten as

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \cdot u$$

The vector r is estimated using

$$\hat{r} = \rho + L \cdot y$$

and

$$\dot{\rho} = (A_{22} - L \cdot A_{12})\rho + (B_2 - L \cdot B_1)u + \{ (A_{22} - L \cdot A_{12})L + A_{21} - L \cdot A_{11} \} y$$

where L represents the observermatrix, determined by an objective function analog to (26) (Föllinger (1992)).

The responses of the controlled system with state feedback control and state feedback control with observer, respectively, are shown in Fig 5. Starting from zero initial condition, the amplitude of the uncontrolled system rapidly increases, unveiling the system's instability. At time $t = 0.5$ s, the controllers are initiated and subsequently, asymptotical stability is imposed. It can be seen that the deterioration of the state feedback controller with observer is hardly perceptible compared to the ideal state feedback. A more practicable control concept will be introduced next: a combined feedforward and feedback controller.

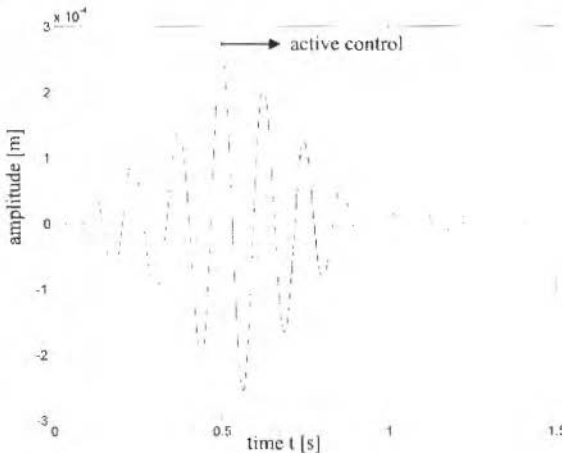


Fig. 5 Comparison between state feedback control (solid line) and state feedback control with observer (dashed line)

Combined feedforward and feedback controller

The basic idea of this concept consists in compensating the destabilizing effect of the fluid forces and providing a sufficient stability margin.

The fluid forces can be determined from the measured output vector by means of (15) and are compensated for by

$$F_V = -F_f .$$

An additional, stabilizing controller is designed for the rotor. Disregarding both the fluid and the unbalance forces, one obtains the following state space representation:

$$\dot{x} = A_R x + B u \quad ; \quad u = -K x \quad ; \quad x = (q \dot{q} \ddot{q}^T)^T , \quad (28)$$

where $q = (xy)^T$. Again, the gyroscopic effects of the rotor change the system's dynamics dramatically. Instead of using tabulated feedback coefficients as before, a controller with feedback coefficients $k_{ij}(\Omega)$, depending on the rotational speed Ω , is introduced here. The k_{ij} are tuned to compensate the Ω -dependent terms of A_R , thus eliminating the gyroscopic effects. Additionally, a controller for the rotational speed $\Omega = 0$ is designed in order to increase the damping in the whole speed range. The design of this part of the controller may be done by optimizing the quadratic integral criterion (26). Finally, the controller coefficients can be written as

$$K = K_1(\Omega) + K_2(\Omega = 0) , \quad (29)$$

where K_1 renders the system dynamics invariant over the whole speed range and K_2 provides sufficient damping. The stabilizing effect of the described controller design is shown in Fig. 6; the controlled system is obviously well-damped.

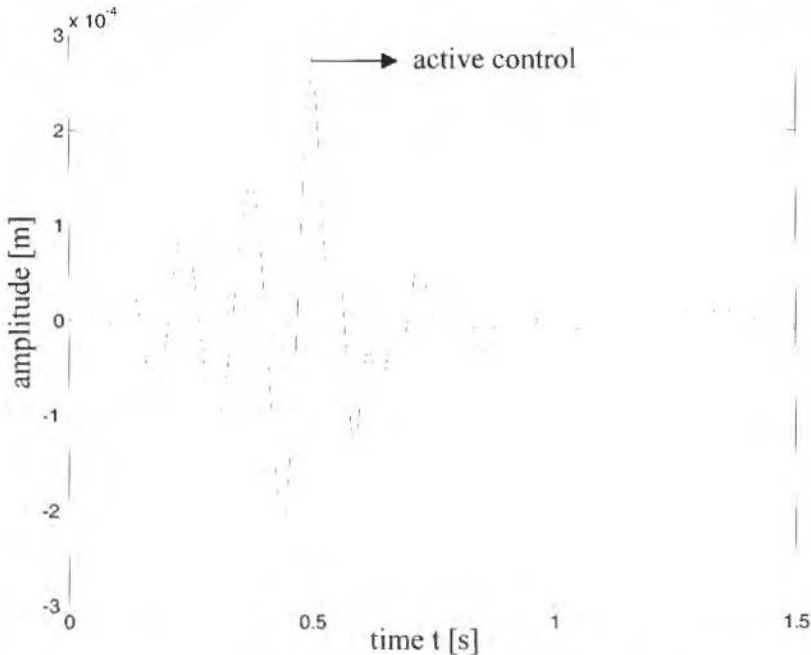


Fig. 6 Deflection x , using combined feedforward and feedback controller

Summary

A low order mathematical model has been developed for the dynamics of a partially filled centrifuge. It considers the main interactions between the involved subsystems (rotor and fluid) in the interesting frequency range in a compact form. This allows to employ wellknown numerical procedures as well as to apply standard control techniques. Experimental investigations coincide very well with numerically obtained results.

Introducing active control, it has been shown that significant improvements can be obtained providing asymptotical stability for formerly unstable parameter combinations. Nevertheless, the realization of the described concepts still requires several extensions, such as:

- The development of a more complex, hybrid rotor model to check the feasibility of the control strategies.
- Including the dynamics of the peripheral components (i.e. actuators).
- The transition to digital control concepts.
- The look for more simple control concepts with regard to the expense for realisation.

References

- Brandl, H., 1986, "Schwingungs- und Stabilitätsanalyse für flüssigkeitsgefüllte Kreisel." VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 11: Schwingungstechnik Nr. 82, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.
- Föllinger, O., 1992, "Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung, 7." Auflage, Heidelberg, Hüthig 1992.
- Hendricks, S. L.; Klauber, R. D., 1984, "Optimal Control of a Rotor Partially Filled with a Inviscid Incompressible Fluid." Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 51, No. 4, pp. 863-868.
- Lichtenberg, G., 1982, "Vibrations of an Elastically Mounted Spinning Rotor Partially Filled with Liquid. ASME." J. of Mechanical Design, Vol. 104, No. 2, pp. 389 - 396.
- Matsushita, O., 1988, "Stabilisation by Cross Stiffness Control of Electromagnetic Damper for Contained Liquid Rotor Unstable Vibration." Proc. IMechE 4th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Heriot-Watt, 13-15 Sept., Paper No. C320/88, pp. 77-85.
- Riedel, U., 1992, "Laufstabilität flüssigkeitsgefüllter Zentrifugen." VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 11: Schwingungstechnik Nr. 174, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.
- Schmidt, E., 1958, "Das Gleichgewicht eines Wasserringes mit freier Oberfläche in einem Rotierenden Hohlkörper; ZAMP." Vol. 1xb, pp. 622-627.

A Review on Special Metal Transfer Modes in Gas Metal Arc Welding

Américo Scotti

Universidade Federal de Uberlândia
Departamento de Engenharia Mecânica
38400-902 Uberlândia, MG Brazil

Abstract

In this work is presented a bibliographic review of the factors governing the abnormal metal transfer phenomena that occur in Gas Metal Arc Welding for specific parameter combinations. The focus was on the transition from Globular to Axial-spray transfer modes. Streaming, Rotational, and Repelled transfers. Further developments of this process are expected from this analysis of the available information.

Keywords: *Welding, Metal Transfer, Gas Metal Arc Welding, Physics of Arc.*

Introduction

During Gas Metal Arc Welding (GMAW) procedure, the welder deals with a great number of situations in which very important phenomena arise. Typical example of these phenomena are the special metal transfer modes, such as streaming and rotational spray transfers, the transition from globular to spray transfer and the repelled transfer. They take place when some small variation in the welding conditions is imposed. Instinctively or by repeating successfully experimented actions, the operator gets over the consequences of these events and in most cases the welding task is accomplished.

There are some situations, however, in which the welder skills cannot overcome the consequent problems. Furthermore, development of more modern welding techniques relies on the knowledge and control of the mentioned events, rather than on totally empirical solutions. Many researchers have identified and explained these phenomena for long time. The main modes of metal transfer that take place in the GMAW process (short-circuiting, globular and spray transfer) are nowadays well established and widely accepted. There are even deterministic models to explain the physical mechanisms. However, there are still some gaps to be fulfilled. Therefore, this review work intends to summarize the findings on the special cases of GMAW metal transfer, with the expectation that a broader insight of the subject can help users and developers in the pursuit of more productive and safe welds.

The Metal Transfer Phenomenon

Metal transfer in GMAW happens through droplets that detach from the electrode tip. According to the nomenclature adopted by the International Institute of Welding (Lancaster, 1986), metal transfer related to this process can be classified into two main groups: free flight transfer and bridging transfer. In free-flight mode, metal transfer can still be sub-classified into drop, repelled, projected, streaming, and rotating. Ushio et al. (1995) described another subdivision for rotating-spray with current increasing towards very high values, denominated oscillating-spray and swirling-spray. However, in most of welding literature, metal transfers are described only by the simplified terms of short-circuiting, globular, and spray modes. Considering the ample literature available on describing these transfer modes, and on the forces governing these transfers, this work will concentrate focus on the abnormalities and on the transfer phenomena occurring during the transition between the distinctive modes of transfer.

Droplets have velocity and acceleration when they detach, and are further accelerated in their passage across the arc (Lancaster, 1984). The initial velocity of a droplet as it leaves the wire can be accounted for the wire velocity and both the stored surface tension energy and the imparted momentum created by static forces at the electrode tip. (Clark et al., 1989, in Johnson et al., 1991). The droplet presents a non-equilibrium (imbalance of surface tension energy) "teardrop" shape just before the detachment. After detaching, this shape changes into quasi-spherical shape, within the interval of 0.2 to 0.4 ms. The energies that maintain the elongated shape are transformed into kinetic energy, accelerating the droplet into the arc column. Droplet acceleration after detachment (through the arc column) has been ascribed to aerodynamic drag within the plasma (Jones et al., 1995). Acceleration from 110 to 200 m/s² and droplet speed from 0.7 to 2 m/s were observed in Clark et al.'s experiments.

Droplets not only have momentum but also carry approximately 47% of the total heat which is transferred by the process to the weld pool (Clark et al., 1989, and Watkins et al., 1992). As a result, droplets promote fluid motion in the weld pool. Therefore, droplet size and detachment frequencies are key factors in the welding process performance. Kim and Na (1995) verified that when molten electrode droplets were included in their bead shape modeling, the depth of predicted penetrations was considerably increased and the results matched closer the practical ones. However, the same authors observed only a small change of the weld pool shape when radial variation was imposed in the droplets velocity distribution.

The droplet size and detachment frequencies vary according to the transfer mode and other environmental variables. Short circuiting transfer rate ranges from as few as 20 to more than 200 s^{-1} (Liu et al., 1989). Kim et al. (1991) comment about other worker's results, where frequency rates of 15 s^{-1} and of 300 s^{-1} are typical for globular and spray transfer, respectively, in 1.6 mm mild steel electrode. Rates as high as 2000 droplets per second were also mentioned. Kim himself observed frequencies ranging from about 3 to 450 Hz. Reutzel et al. (1995) measured the globular-spray transition current for a 1.32 mm AWS ER70S-6 electrode shielded with an Ar-15%CO₂ mixture. Frequencies of droplets of less than 30 Hz and higher than 500-3000 Hz for globular and streaming-spray modes, respectively, are reported

Haïdar and Lowke (1996) used a theoretical model to predict transfer mode for a mild steel electrode (1.6 mm) with Ar shielding. They found globular transfer at 275 A with an average frequency of only 7.5 Hz, average droplet formation time of 138 ms and average diameter of droplets of 3.8 mm. At 325 A, they found spray transfer with an average rate of 225 Hz, and average diameter of droplets of 1.2 mm. At 300 A, a mixed mode transfer was predicted, with small droplets of 0.8-mm averaged diameter (average droplet formation time of 5 ms) and with large droplets greater than the electrode diameter (average droplet formation time of from 30 to 140 ms).

As seen, droplet sizes and transfer frequencies vary from source to source. There are a large number of variables to account for. Shielding gas is one of the environmental variables affecting the droplet size. Figure 1 shows how the gradient of the droplet radius r_d against welding current I curves for steel electrodes is dependent of shielding gas (Kim et al., 1991). Whereas a steel electrode shielded by an Ar-2%O₂ mixture shows a significant variation of droplet sizes as current increases, the same electrode does not present an expressive variation with Helium shielding, or presents an even more inexpressive one with CO₂ shielding.

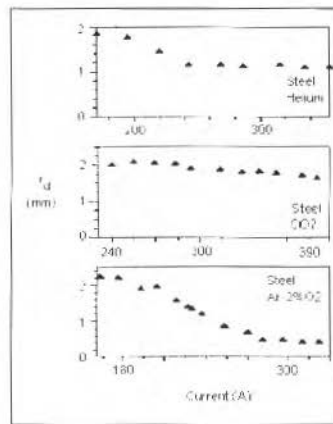


Fig. 1 Effect of shielding gas on droplet sizes of steel electrodes

Nomenclature

Ar = Argon gas;
 AWS = American Welding Society
 CO₂ = Carbon Dioxide gas
 CTWD = Contact Tip to Work Distance;
 F_{max} = Maximum pressure;

GMAW = Gas Metal Arc Welding process;
 He = Helium gas;
 I = average welding current
 L = Electrical inductance;
 O₂ = Diatomic Oxygen gas
 PIT = Pinch Instability Theory
 R = Electrical resistance,

r_d = droplet radius
 SFBT = Static Force Balance Theory;
 Tc = the circuit time constant of a short-circuit waveform;
 T_{max} = Maximum Temperature.
 WFR = wire feed rate;

Contact tip to work distance (CTWD) is another variable. It is well defined that the increase of arc length for a given condition expands the distribution of heat, current flow and arc pressure profiles. It is also well known that variation of CTWD in GMAW may lead to variation in arc length, regardless the arc length control employed (either self-regulation, as in constant voltage power supply, or voltage feedback regulation, as in constant current power supply). With high-electrical-conductivity electrode materials, such as aluminum and copper alloys, the voltage drop along the electrode extension can be considered negligible, and the arc length control is more efficient. For ferrous electrode, however, the Joule heat affects the melting phenomenon and a residual arc length variation persists after the arc length control action. Kim and Na's (1995) experimental work and calculation results revealed that CTWD exerts a considerable influence on the formation of the weld bead by affecting the arc length and welding current (constant voltage power supply).

However, researchers have sometimes neglected these correlated parameters, and little information on their effect is published. In one of the few exceptions, Clark et al. (1989) reported that the increase of the CTWD in GMAW (196 A with Ar-2%O₂ shielding gas and 0.89 mm size plain steel electrode) appears slightly increase both the initial velocity of the droplets and their accelerations, although there is no obvious effect on the droplet size. Rhee and Kannatey-Asibu Jr.'s (1991b) found that the transition current is reduced as the electrode extension increases. This is because the increase of the electrode extension is accompanied by an increase in Joule heating that weakens the boundary between the liquid drop and the solid tip. It was observed that this effect is small for globular transfer (the drop frequency does not change at the same current), but it is dominant in the transition current region.

On the other hand, it can be inferred from Heald et al.'s (1994) practical results that an increase of CTWD leads to a reduction in the droplet sizes, if compared at the same current, and to an enlargement of the droplets, if compared at the same wire feed rate (WFR). It is important to point out that to compare results at the same current, one has to account for the variation in the WFR, and a variation in current must be in mind when the comparison is made at the same WFR, even considering a compensation in the arc voltage for arc length variations.

The effect of the welding power supply dynamic response on metal transfer is also sometimes reported. In Liu et al.'s (1989) paper introduction, a sound weld can be achieved if T_c is set within the range of 5 to 15 ms. T_c is the circuit time constant of a short-circuit waveform, which is equal to the ratio between the total circuit inductance and the resistance (L/R). A proper power supply should provide a peak short-circuit current not less than 2.5 times the average welding current for smooth metal transfer. Clark et al. (1989) (also in Johnson et al., 1991) found intermittent variations in the spray droplet transfer rate at a frequency of approximately 60 Hz, when using a conventional 3- ϕ transformer-rectifier. The power supply ripple was approximately 18 A, something less than 10% of the welding current. However, no correlation of this ripple with droplet detachment events was found and the apparent 60 Hz variation in droplet frequency was credited to other undetermined factors. Clark et al. (1989) also observed that a transistor power supply appears to produce somewhat lower initial droplet detachment velocities and lower accelerations, as compared with a transformer-rectifier power source, at identical measured operating conditions.

The Transition Between Globular and Spray Transfer Modes

The use of globular transfer mode is greatly limited in production applications, because this mode operates at low current and demands an arc long enough to ensure detachment of the drop before it contacts the weld pool. The consequent low input energy and arc configuration are likely to be unacceptable because of lack of fusion, insufficient penetration and excessive reinforcement. High level of spattering is also expected. Spray transfer, on the other hand, operates at a higher current and shorter arcs are possible. Due to a smooth arc and a high deposition rate, this transfer mode is preferably used in practical jobs instead of the globular mode. Therefore, the transition between globular and spray modes becomes an important issue since it delimits a practical condition from an unworkable one.

Most of the work on metal transfer in GMAW conducts to a classical belief that the transition between globular to spray is abrupt, almost discontinuous. Rhee and Kannatey-Asibu Jr.'s (1991b) observed an abruptly increase of drop frequency at the transition current for Ar and Ar-mixture shielding, as seen in Fig. 2 (they worked with a constant current power supply, mild steel wire with a 1.6-mm diameter and contact tip to work distance equal to 14 mm). The arc was reported to be often stable and the drop transfer regular, in these regions.

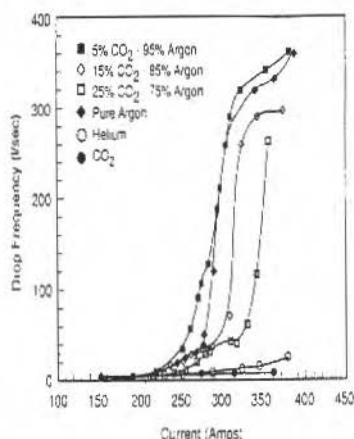


Fig. 2 Abrupt changes on drop frequency for different shielding gases

Lancaster (1986) cited some references that present evidences and others without evidences of the existence of a discontinuity in both the burn-off rate/current and droplet rate/current curves at a transition current. Other authors, in contrast, have found that the rate of droplet transfer decreases continuously as welding current decreases, as commented by Liu et al. (1989). Kim et al. (1991) confirmed in their results a continuous transition from globular to spray transfer, but they also found a discontinuity in the burn-off rate/current curve at a current related to the change of transfer mode. Ushio et al. (1995), in a comprehensive work (practical and theoretical) about the effect of shielding gas composition on metal transfer, identified transition zones between globular and axial-spray transfers and between oscillated-spray and swirling-spray modes. However, they did not notice transition between axial-spray to oscillating-spray.

Eagar (1989) compared some of Kim's experimental data with his theoretical results based on the Pinch Instability Theory (PIT). As seen in Fig. 3, the theory also shows a smooth transition (yet in a lower gradient), but Eagar refused the PIT. First because there is no liquid cylinder in electrode melting condition, apart from in the advanced stages of a type of transfer referred to as streaming-spray. Second, when one puts values into the pinch instability equation for droplet size, the predicted droplet radius does not match with practical results. Finally, when one includes the effect of a uniform current distribution in the electrode on the pinch instability solution, which produces a radial pressure gradient in the liquid cylinder, one finds that droplets will not form. In addition, Haider and Lowke (1996) commented that the PIT does not take into account the wire heating by the arc connection or by ohmic heat and it is unable to predict the influence of wire feed rate and shielding gas composition.

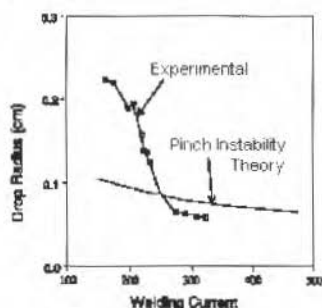


Fig. 3 Comparison of experimentally measured GMAW droplet predicted by the pinch instability theory; 1.6 mm diameter steel electrodes, 26-mm CTWD and Ar as shielding gas

² In the Pinch Instability Theory, the electromagnetic pinch force in a current conducting liquid cylinder perturbs the cylinder such that it breaks up into spherical drops (Eagar, 1989).

Watkins et al. (1992) presented comments about another theory. According to them, the Static Force Balance Theory (SFBT)² gives good correlation between experimental and predicted values, specifically for droplet size in the globular transfer, in which the droplet is released with a diameter greater than the electrode diameter, at a regular rate. The droplet size is reduced as current is increased. This finding agrees with Rhee and Kannatey-Asibu Jr.'s (1991a), for whom pinch instability theory is applicable in higher current ranges, whereas the static force balance method is more useful in lower current ranges. Furthermore, incorporating the arc pressure effect results in better correlation of the pinch instability theory with experiments.

However, during nominally globular transfer, Clark et al. (1989) observed periodical occurrences of large droplets followed by a stream of much smaller drops, typical of high current spray transfer. This mixed mode suggests that the dynamics of the mode changes are complex and that the change from globular to spray transfer occurs episodically rather than continuously. This same finding was obtained by Johnson et al. (1992); instead of a sharp transition, small droplets gradually become more prominent and the percentage of larger droplets decreases as the electrode speed and current increase through the transition region. Johnson et al. (1992) also observed a range of the detachment times for a given electrode feed speed. They did not find a precise linear relationship between the measured droplet size and these detachment times: smaller droplets lying below the line and larger droplets were above the line. However, they denoted that: a) small droplets detach in less time than the expected average (related to the electrode speed); b) when droplets detach, the electrode gets shorter; and c) the arc length increases as each small droplet detaches (inverse tendency for larger droplets).

Watkins et al. (1992) proposed the development of a model that predicts droplet size and transfer frequencies in the globular and spray transfer modes, as well as in the transition region. In the transition zone, droplet detachment bifurcates between larger droplet sizes of globular transfer and the smaller droplet sizes of spray transfer modes. Their model was based on a Shaw's model for water droplet growth and detachment. Shaw had observed that droplets flowing from a faucet detached at periodic intervals for low flow rates. As the flow rate increases, the flow rate changes from periodic and predictable to an aperiodic quasi-random pattern of behavior. Watkins et al.'s model was further extended and calibrated (Reutzel et al., 1995) and a more accurate simulation of the streaming-spray transfer mode was achieved. Haidar and Lowke (1996) also used a theoretical approach for the prediction of droplet formation. A two-dimensional time-dependent model, accounting for the effects of surface tension, gravity, inertia and magnetic pinch forces in the droplet, was used. The wire feed and gas flow rates were also incorporated into the predictions. The varying shape of the molten droplet is calculated using the fractional volume of fluid technique. They also predicted the presence of both small and large droplets (alternately) at the transition zone between globular and spray modes, in agreement with the above-mentioned work.

The same droplet flow characteristics obtained by the above mentioned models were experimentally detected by Clark et al. (1989) and Johnson et al. (1992) in similar conditions (GMAW, Ar-2%O₂, 0.89 mm electrode). Johnson et al. (1992) observed an electrode extension increase during the detachment of the large droplets, justified by a slower than expected melting rate. After a series of small droplet detachments, the electrode extension decreases, since these small droplets melt off faster than the average. This cycle sometimes repeated itself several times, with one or two large droplets followed by a series of small droplets, followed by another one or two large droplets, and so on. Madigan et al. (1992) also observed electrode extension changes during metal transfer. Working in drop-spray condition, with a constant current, they observed an electrode extension increase (arc length decrease) just before droplet detachment (they considered electrode extension the sum of the solid cylinder and the droplet lengths), as seen in Fig. 4. It is not clear in Johnson et al.'s (1992) work if the same criterion for electrode length measurement was employed.

Theoretical calculations by Ushio et al. (1995) indicated that the length of molten wire governs changes in the metal transfer modes. If the portion of molten wire is short, transfer by large droplets and axial-spray transfer become predominant because of instability in the form of radial pinching. On the other hand, if the length of molten wire is longer, oscillating-spray and swirling-spray transfers emerge predominantly because of instability in form of twisting. They believe that Ar+He mixtures favor greater length of molten wire (large field of oscillating and swirling transfers). Oxygen into this mixture reduces this effect (increases the range of axial spray transfer at the expense of the oscillating spray).

² Static force balance theory is the equilibrium among the detaching and retaining forces (gravitational, electromagnetic, aerodynamic drag and surface tension) acting on a drop. If the equilibrium is broken, the drop detaches.

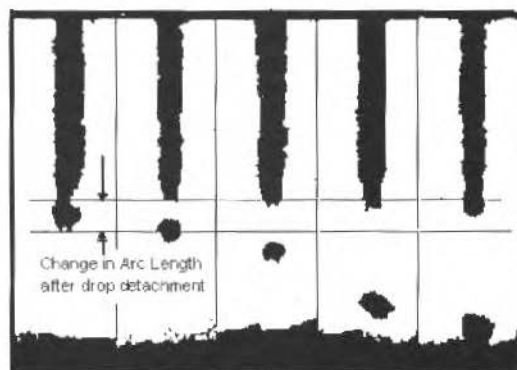


Fig. 4 Sequence of video images showing origin of change in arc length during droplet detachment

The Role of the Shielding Gas Properties on the Transfer Phenomenon

The shielding gas composition is a critical process variable that influences the operation of GMAW. In general, the shielding gas protects the electrode and the workpiece from contaminants in the atmosphere, acts as a medium in which a current can flow, sustaining the arc, and affect the shape of the weld bead and the resulting mechanical properties of the weldment (Jönsson et al., 1995b). The shielding gas composition also affects the metal transfer.

For stainless steel welding, Ar is the most popular shielding gas, followed by He, which is in commercial disadvantage due to its higher cost. He, however, is still used in the industry for high conductivity materials due to its ability to produce welds at higher speeds. In general, He produces a more concentrated arc and smaller cathode spot, resulting in greater penetration. Ar demands lower voltage for the same arc length and current, presenting a shallower weld penetration and undercutting. Though they are both inert gases, most of their other properties are markedly dissimilar.

One of the important characteristics of a shielding gas is its ionization potential. The first ionization potentials (energy associated with the loss of the first electron) for Ar and He are 15,755 and 24,580 V, respectively. The density of Ar is considerably higher than that of He (6.4 times higher at 15000 K). The molecular viscosity for He is larger than for Ar at temperatures above about 9000 K and roughly the same at the lower temperatures. The specific heat of He is higher than that of Ar (at its peak or around 22000 K, it is 16.7 times higher). The specific heat increases with temperature during ionization because a change in temperature requires energy for the ionization process. Therefore, Ar has two peaks due to first (about 14500 K) and second (about 25000) ionization (Jönsson et al., 1995b) levels.

Glickstein (1981) stated that in GTAW the main features of Ar and He as shielding gas are:

- The peak temperature for the Ar and He arcs are nearly the same (a little higher for He);
- The He arc, due to its high thermal conductivity, is much broader;
- Despite the broad temperature distribution for He, the current density distributions are similar for both the He and Ar arcs. This is because the electrical conductivity of He is significantly smaller than that of Ar for the same arc temperature;
- The energy source for establishing the broad temperature distribution for He (as compared with Ar) results from a large voltage field;
- Metal vapor addition to the welding arc can significantly affect the arc configuration. The low ionization potential of the metal vapor alters the electrical conductivity of the He gas by orders of magnitude. This is reflected by changes in the current density distribution within the arc. For instance, with an increasing aluminum vapor content, the arc temperature become lower, the current density distribution get broader and the arc get broader for a small amount of (He/Al)=10³) and narrower for a greater amount of aluminum (He/Al)=10¹).

Eagar (1989) does not accept the assumption that a welding arc is fully ionized. Using the fact that the electron mobility in an atmospheric pressure welding arc is roughly 100 times as great as the ion mobility, the degree of ionization of the welding arc would need only to be, by estimation, 5 to 30% in

order to conduct the welding current. The arc will seek the lowest possible temperature for which sufficient electrons are available to carry the welding current. This reasoning sustains the above first Glickstein's statement.

Accepting the idea that the arc present similar temperatures, Jönsson et al (1995b), based on Fig. 5, showed that it is impossible to a He arc to be sustained, since the He electrical conductivity is very low in a range of temperature from 8000-9000 K. However, they believe that the iron vapor (from electrode and workpiece) existing in the arc environment is the reason for achievable welds with pure He. In Fig. 6 they show how the electrical conductivity is increased as iron contents increases. They believe that the influence of metal vapor on the properties of He shielding gas refutes the traditional explanation that the ionization potential of He is what increases the heat transfer to the workpiece. Helium is not even generally ionized in the welding arc, according to Eagar's (1989) theory. Jönsson et al (1995b) understand that it is the higher thermal conductivity of He that increases the heat transfer to the workpiece. As seen in Fig. 7 the thermal conductivity is not changed when iron vapor is added to He.

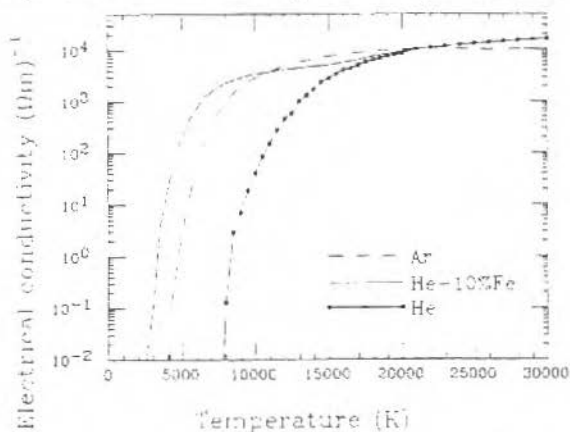


Fig. 5 Electrical conductivity as a function of temperature, for pure argon, pure helium, and a helium-10% iron vapor mixture

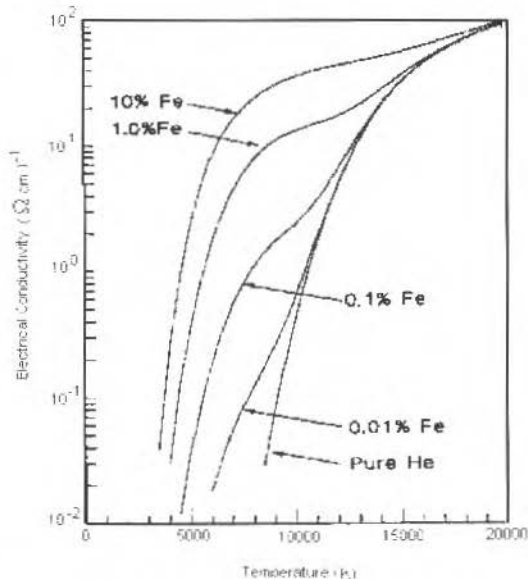


Fig. 6 Electrical conductivity as a function of temperature and helium-iron vapor mixture composition

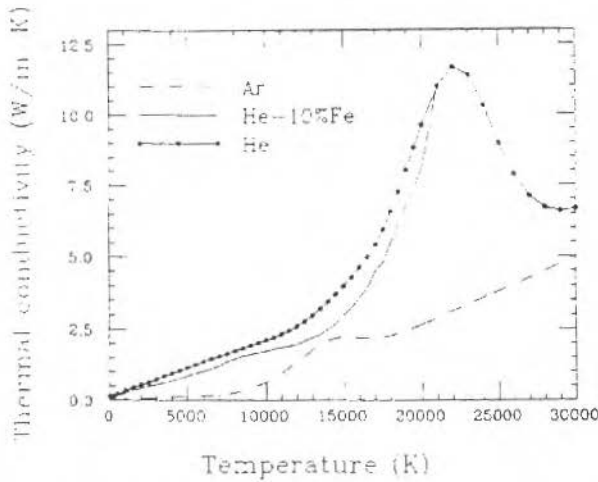


Fig. 7 Thermal conductivity data as a function of temperature for pure argon, pure helium, and a pure helium-10% iron vapor mixture

Monatomic gases such as He and Ar have the thermal conductivity controlled by the mass diffusivity of the atoms, which, according to the kinetic theory of gases, is proportional to the inverse square root of the mass of the atom. Thus, with an atomic weight ten times as great as He, Ar has a thermal conductivity only 30% as large as He (Eagar, 1989). According to Jönsson et al.'s (1995b) work, the He thermal conductivity values are higher than those for Ar, especially at temperatures above 15000 K, as seen in Fig. 7. The values for He increase up to a temperature of about 21000 K, after which the thermal conductivity decreases. The authors cite that this occurs because the thermal conductivity is mainly determined by the diffusion of ionization energy; above 21000 K the gas is near to be completely ionized. A similar effect, but of smaller magnitude, is seen for Ar at a temperature of approximately 14500 K.

Jönsson et al.'s (1995b) figures have some agreement with Glickstein's (1981) ones (in Glickstein's it is clear that the figures refer to GTAW, but there is no evidence of the process behind the figures after Jönsson et al.). The presence of metal vapor increases the electrical conductivity in both cases, but Glickstein shows that the arc width (according to him, linked to thermal conductivity) changes (shrinks or enlarges) on the dependence of the amount of the metal vapor.

Assuming that the theory that He provides a more efficient heat transfer than Ar due to thermal conductivity, rather than ionization potential, is right, one could ask why a mixture of Ar with only 5% H_2 presents a remarkably increase in thermal efficiency if compared with pure Ar. Eagar's (1989) explanation is based on a third mechanism of heat conduction into the material. In addition to the flow of the electron current and the thermal conductivity across the gas boundary layer, diatomic gases, such as hydrogen, also have an enhanced thermal conductivity due to dissociation of the gas in the plasma and recombination in the gas boundary layer. This thermal conductivity enhancement of polyatomic gas plasma is known as the reactive thermal conductivity.

Despite the facts that Ar is readily ionized and the role of metal vapors is essential in He arcs and much less critical for argon (Jönsson et al., 1995b), small additions of oxygen to argon shielding gas have shown to affect the general operation of steel GMAW (Jönsson et al., 1995a). It is commonly believed that oxygen reduces the surface tension of the metal and improves the arc stability and arc root behavior. However, there is no information regarding the real effect of oxygen additions on the arc column characteristics.

Modenesi and Nixon (1994) found that low oxidizing potential helium and argon rich mixtures (up to 2% O_2 or CO_2) produce unstable arcs during the first seconds of welding. These arcs operate with strong fluctuation in the arc length and current level. At the same time, metal transfer changed from repulsive globular to spray transfer, until the stable operation is reached. A longer arc and a higher oxygen content in the shielding gas favor the most stable (spray transfer) arc mode. The occurrence of different modes of operation was linked to arc rooting problems and to the operation of distinct mechanism of electron emission from the cathode.

Jönsson et al. (1995b) developed a two-dimensional steady-state mathematical model to predict electric potential, temperature and velocity distribution in an arc. As shown in Fig. 8, the plotted

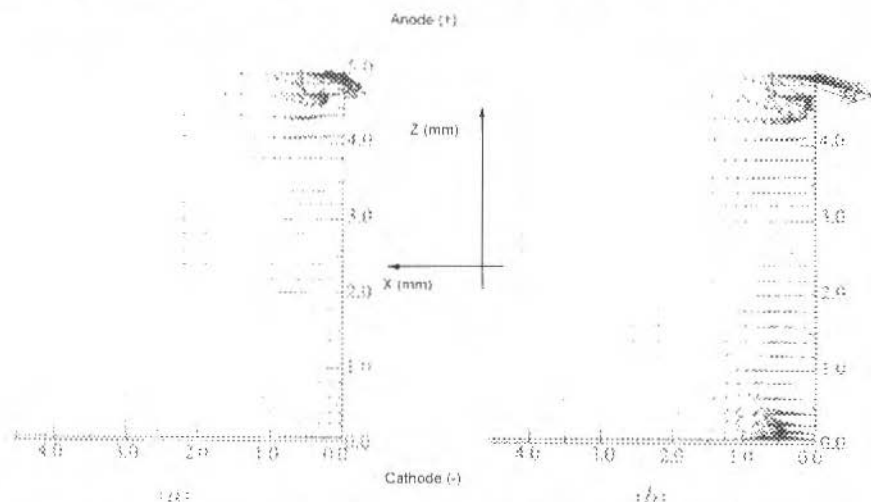


Fig. 8 Vector plots of the Lorentz force for (a) argon and (b) helium at a 200 A welding current.³

values of electromagnetic forces (radial and axial Lorentz forces) are high near the anode for both Ar and He gases and high near the cathode for He. As known, a gradient of forces drives the flow of mass. The authors represented this aspect in Fig. 9 by the mass-flow vector. In the Ar arc, gas is entrained

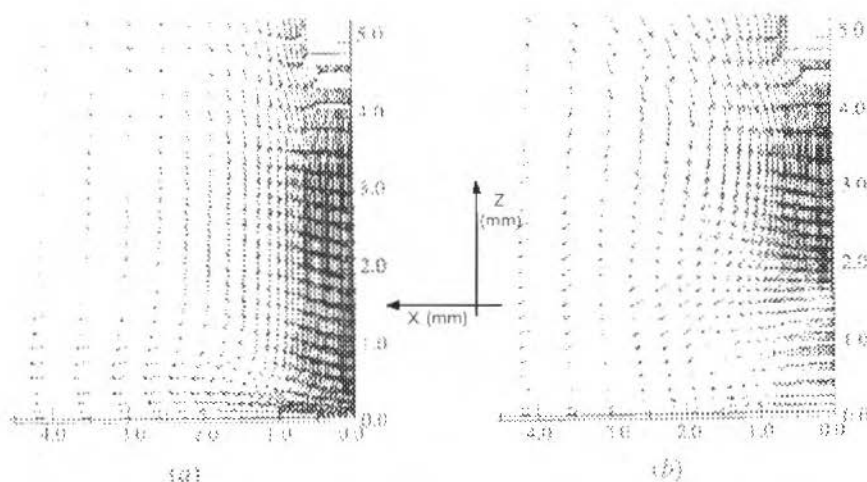


Fig. 9 Mass flow vector plots for (a) argon and (b) helium at a 200 A welding current.³

³ The Z axis represents the centerline of the arc and X axis the arc radius. The origin is on the plate (cathode) and the electrode (anode) is 5 mm away.

along the side of the electrode due to the Lorentz forces and accelerated from the electrode towards the work piece, where it impinges and is directed towards the fringes of the system. In the He arc, the gas is also entrained along the side of the electrode and accelerated towards the work piece. However, the helium mass flow is counteracted by an opposite mass flow caused by the Lorentz forces at the cathode.

Jönsson et al's model also predicted the distribution of temperature in the arcs (Fig. 10). One can observe the narrower cathodic spot for the He arc as a result of the cold gas brought into the center of

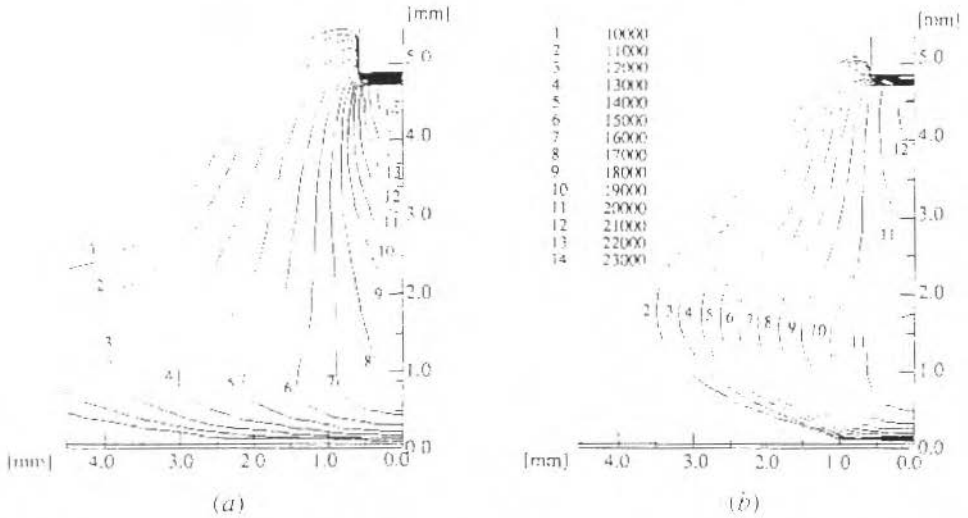


Fig. 10 Temperature contours for (a) argon ($T_{max} = 23970$ K) and (b) helium ($T_{max} = 21260$ K) at a 200 A welding current

the arc by the electromagnetic force near the cathode. The workers demonstrated that for increasing currents the Lorentz forces at the anode increase more than at the cathode (Fig. 11) and, then, the counteracting mass flow at the cathode exerts less influence on the flow pattern. Therefore, the mass flow and temperature distribution patterns of a high current He arc pass to resemble those of the Ar gas.

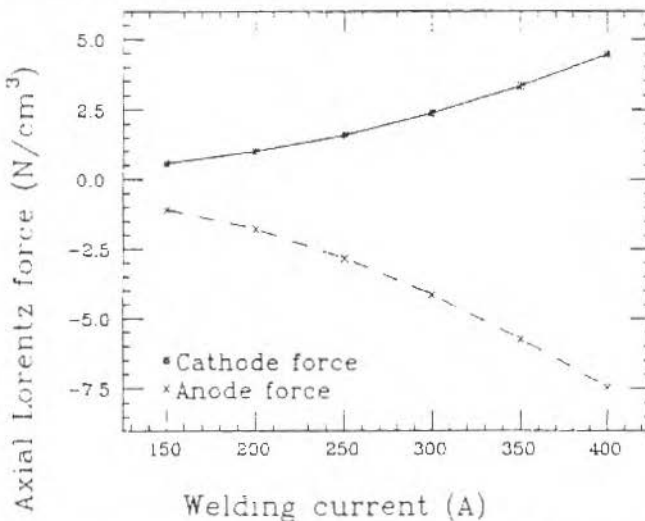


Fig. 11 The predicted maximum axial anode and cathode Lorentz forces at a function of welding current for helium

The above mentioned thermophysical properties of the shielding gases certainly affect the metal transfer mode, directly or indirectly. Short circuiting transfer, for instance, can be optimized by mixing 20 to 25% CO_2 with Ar (AWS, 1987). Active gases such as carbon dioxide and nitrogen are much like He in their effect on the arc. Spray transfer cannot be achieved without treatment of the wire surface. To offset the harsh globular transfer and non-steady spray associated with CO_2 shielding gas, argon may be added to stabilize the arc and improve metal transfer characteristic (AWS, 1987).

Although inert, Helium is unlike argon for weld shielding, because it does not usually produce an axial spray transfer. Instead, the transfer is globular at all current levels. Spray transfer is produced in He by mixing Ar (20-25%) (AWS, 1987). However, a further increase of Ar in the mixture does not make the spray transition easier (no changes in current transition, according to Ushio et al., 1995). For welding steel, small amount of oxygen (2 to 5%) or carbon dioxide (5-10%) is added to argon to stabilize the arc, alter the spray transition current and improve wetting and bead shape (AWS, 1987). According to Liu et al. (1989), only argon-rich shielding gas will promote spray transfer, because argon has the plasma properties, such as thermal conductivity, electrical conductivity, gas mobility, and ionization potential, that promote the vectorial magnetic force fields conducive to axial spray transfer.

Streaming-Spray Transfer - The Tapering Effect

It has been observed in GMAW of steel and aluminum using Ar-based shielding gas that the electrode becomes tapered as current increases beyond a certain value within the spray transfer mode. The molten metal at the tip of the electrode streams off of the electrode, forming a column of liquid, which then breaks up into droplets (streaming-spray transfer). According to Jones et al. (1995), the magnetic forces due to the current flowing through this liquid aid the breakup of this column into droplets. However, even without magnetic forces acting, the breakup of a liquid column occurs due to mechanical disturbances in the curvature of the surface of the column. The occurrence of this phenomenon sets an upper limit on productivity of the GMAW (Kim and Eagar, 1989).

These latter researchers reported that the two main heat sources for melting of the electrode in GMAW are Joule heat and electron condensation (anode surface). When there is no heat due to condensation on the lateral surface of the electrode, the temperature reaches approximately 500° C due to the Joule effect only. If for some reason the arc climbs the cylindrical surface of the electrode, the surface reaches the melting point of the material. Kim et al. (1991) and Kim and Eagar (1989) suggested that the tapering is caused by condensation of electrons on the side of the electrode. These electrons generate heat, which in turn causes melting. The melted film (about 0.1 mm) is transported to the tip of the electrode by Lorentz force (dominant), plasma drag force and/or gravitational force (the least important due to the volume of the film).

To discuss why tapering is more likely to occur with argon than with helium shielding gas (no tapering was observed in Kim et al.'s, 1991, experiments with shielding by He or CO_2), Jönsson et al. (1995b) used a mathematical modeling approach. With Ar arcs, the overall temperature is much higher in the vicinity of the anode side (consumable electrode) and hence electrons can condense on the vertical wall of the feed wire. They showed that the percentage of condensing electrons in the Ar atmosphere is, by calculation, 25 to 50% larger than for He gas. The radial current density for both He and Ar arcs are plotted in Fig. 12. This figure indicates how far up on the electrode side the electrons condense, and therefore gives an indication of the extent to which the anode spot prolongs on the side of the electrode.

Rhee and Kannatey-Asibu Jr.'s (1991b) observed that the breakup length (length of the tapering column before droplet detachment) becomes shorter as the carbon dioxide content increases from 0 to 25% in an Ar mixture. The droplet frequency decreases accordingly, because the droplet size increases with the carbon dioxide content.

Rotational-Spray Transfer

Assuming the density of the fluid spatially uniform, gravity acts uniformly in the vertical direction on the molten electrode tip. Jones et al. (1995) state that, in contrast, the magnetic forces do not act uniformly and there is a rotational component of force acting on the fluid. If the welding current reaches a certain value, this odd magnetic force leads the molten end of the electrode to the appearance of rotating streams of metals, namely rotational spray transfer. At very high currents, the magnetic forces are rather significant, compared to the inertial forces in the column. Slight asymmetries in the column cause asymmetric radial magnetic forces, which in turn move the column away from its straight line of

flow. Jones et al. (1995) assume that such a bend in the current path also results in azimuthal components of the magnetic forces. The combination of asymmetric radial forces and azimuthal forces results in the spiraling motion of the column.

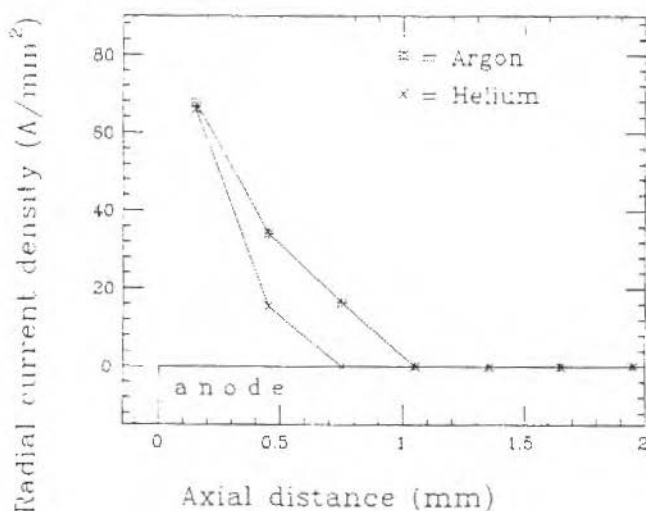


Fig. 12 The radial current density as a function of the axial distance from the tip of the electrode.⁴

Repelled Transfer

It is well known that the phenomenon of repelled globular transfer occurs in GMAW of steel with negative polarity and/or using a He shielding gas. In the case of negative polarity, the repelling phenomenon has been connected to a reaction force generated by the mobile cathode spot on the molten tip (Lancaster, 1986, p. 206). Concerning He arcs, Jönsson et al. (1995b) have observed that, divergently from an Ar arc, the droplets formed at the electrode tip are irregular in shape. These misshapen droplets would arise from an upward directed mass flow (repelling forces) acting on them. This counteracting flow may be caused by the electromagnetic force generated close to the cathode surface (see Fig. 9), which in turn is due to a marked convergence of the current in the vicinity of the weld pool surface (very small cathode spot). When the droplets are detached, they are not all transferred to the workpiece area directly, but instead a great amount of them is dispersed randomly to the area surrounding the weld pool.

The tendency for repelled globular transfer is expected to decrease with an increasing current, since the absolute value of the anode force increases more rapidly with higher currents than the absolute value of the cathode force does (see Fig. 11). There is, however, no data available to prove this hypothesis.

Repelled transfer has also been observed under shielding gases different from He and in other transfer modes besides globular (Ushio et al., 1995). In a study on GMAW with a 1.2-mm mild steel electrode, the authors observed only regular globular and spray transfers in their respective operational ranges, when a 0 to 10%CO₂-Ar mixture was used. The transfer changed into predominately repelled (deflected) in both globular and spray modes when the content of CO₂ exceeded 10%. They also observed that with a He content of 0 to 70% in a He-Ar binary mixture, large and regular droplet predominated in the range of the globular transfer and repelled and streaming transfers predominated in the spray range. On the other range, when the He content exceeded 70%, repelled transfer predominated again in both transfer ranges. Rhee and Kannatey-Asibu Jr.'s (1991b) reported repelled droplets in

⁴ The welding current is 250 A. The data are taken at a radial location 0.025 mm from the side of the electrode

100%CO₂ shielding arc associated to the electromagnetic and fume force effect. The metal transfer for the He gas was observed to be similar to that for CO₂, with a droplet frequency slightly higher.

Ushio et al. (1995) also observed an increasing transition current (globular-axial spray zone and oscillating spray-swirling spray zone) when the CO₂ content in an Ar mixture goes beyond 5%. Their reasoning for that is since the tip of the molten wire is held back by arc force (repelled transfer), the effective length of the wire is reduced in proportion as the CO₂ content increases. Consequently, the transfer mode associated with a short length of molten wire (globular and axial spray modes) becomes predominant. This reasoning cannot explain, however, the reason for the predominance of globular over axial spray transfer with the CO₂ content increase, since both globular and axial spray are related, according to Ushio et al., to short length of molten wire.

Conclusions

From the above review, the following statements can be taken to describe the special metal transfer modes in GMAW:

1. There is no a generic model to explain the influence of welding parameters on metal transfer, since the number of variables is too high and inter-correlated;
2. The transition from globular to spray modes occur in an episodically manner. Periodical occurrence of large droplets are followed by a stream of fine droplets. As current increases in the transition range, the small droplets become gradually prominent. The droplet detachment is accompanied by a variation in the electrode length, with the longest electrode at the moment of large drop formation and detachment, turning into progressively shorter electrode as each small droplet forms and detach;
3. In contrast to the conventional belief, the high thermal conductivity of Helium, rather than its high ionization potential, is what explain the higher efficiency in heat transference to the plate in comparison with Argon. Small addition of Hydrogen in Argon accomplish a similar effect. Hydrogen causes an enhancement of the thermal conductivity due to its dissociation and recombination reactions in the gas boundary layer;
4. Stream-spray transfer is caused by condensation of electrons on the side of the electrode. This effect is more pronounced in Ar than in He because its higher overall temperature in the vicinity of the anode side;
5. Rotational-spray transfer happens due to a combination of asymmetric radial forces and azimuthal forces. At very high currents, the magnetic forces are significantly higher than the inertial forces in the liquid column (molten metal end), moving the column away from the straight line of flow;
6. Repelled Transfer in Helium shielding arises from an upward mass flow acting on the drops. This counteracting flow is caused by the electromagnetic force generated close to the Helium cathode surface, which in turn is due to a marked convergence of the current in the vicinity of the weld pool surface.

References

- Aws (1987). *Welding Handbook - Volume 1: Welding Technology*. American Welding Society, USA, ISBN 0-87171-281 4, Chap 2, pp. 50-53
- Clark, D.E.; Buhrmaster, C.L. and SMARTT, H.B., 1989, Drop Transfer Mechanisms in GMAW, 2nd Int. Conf. on Recent Trends in Welding Science and Technology, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 14-18 May, pp. 371-375
- Eagar, T.W., 1989, An Iconoclast's View of the Physics of Welding - Rethinking Old Ideas, 2nd Int. Conf. on Recent Trends in Welding Science and Technology, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 14-18 May, pp.341-346
- Glickstein, S.S., 1981, Basic Studies of the Arc Welding Process, Conf. On Trends in Welding Research in The United States, ASM, New Orleans, Louisiana, USA, 16-18 Nov, pp. 3-51.
- Haidar, J. and Lowke, J.J., 1996, Predictions of metal Droplet Formation in Arc Welding, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 29, pp. 2951-2960
- Heald, P.R.; Madigan, R.B., Siewert, T.A., LIU, S., 1994, Mapping the Droplet Transfer Modes for an ER100S-1 GMAW Electrode, *Welding Journal*, AWS, Feb, pp. 38s-44s
- Johnson, J.A.; Carson, N.M. Smart, H.B. and CLARK, D.E., 1991., Process Control of GMAW: Sensing of Metal Transfer Mode, *Welding Journal*, Apr, AWS, pp. 91s-99s.

- Johnson, J.A.; Smart, H.B.; Carson, N.M. and WADDOLPS, M., 1992., Dynamics of droplet Detachment in GMAW, 3rd Int. Conf. on Trends in Welding Research, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 1-5 Jun, pp. 987-991
- Jones, L.A., Eagar, T.W. and Lang, J.H., 1995, The Temporal Nature of Force Acting on Metal Drops in Gas Metal Arc Welding, 4th Int. Conf. on Trends in Welding Research, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 5-8 Jun, pp. 365-370
- Jönsson, P.G., Murphy, A.B. and Szekely, J., 1995a, The Influence of Oxygen Additions on Argon-Shielded Gas Metal Arc Welding Processes, *Welding Journal*, Feb, pp. 488-588
- Jönsson, P.G.; Eagar, T.W. and Szekely, J., 1995b, Heat and Metal Transfer in Gas Metal Arc welding Using Argon and Helium, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v 26B, Apr, pp. 383-395
- Kim, J.W. and NA, S.-J., 1995, A Study on the Effect of Contact Tube-to-Workpiece Distance on Weld Pool Shape in Gas Metal Arc Welding, *Welding Journal*, May, AWS, pp. 1418-1528
- Kim, Y.S., MCELIGOT, D.M. and Eagar, T.W., 1991, Analyses of Electrode Heat Transfer in Gas Metal Arc Welding, *Welding Journal*, 70 (1), Jan, pp. 208-318
- Kim, Y.S. and Eagar, T.W., 1989, Temperature Distribution and Energy Balance in the Electrode During GMAW, 2nd Int. Conf. on Recent Trends in Welding Science and Technology, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 14-18 May, pp. 13-18
- Lancaster, J.F., 1984, *The Physics of Welding*, Chapter 7, 1st Ed., Pergamon Press, 1986, ISBN 0-08-030554-7.
- Liu, S.; Siewert, T.A. and Lan, H., 1989, Metal Transfer Mode in Gas Metal Arc Welding, 2nd Int. Conf. on Recent Trends in Welding Science and Technology, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 14-18 May, pp. 475-479
- Madigan, R.B.; Quinn, T.P. and Siewert, T.A., 1992, Sensing Droplet Detachment and Electrode Extension for Control of Gas Metal Arc Welding, 3rd Int. Conf. on Trends in Welding Research, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 1-5 Jun, pp. 999-1002
- Modenesi, P.J. and Nixon, J.H., 1994, Arc Instability Phenomena in GMA Welding, *Welding Journal*, Sep, AWS, pp. 2198-2248.
- Reutzel, E.W.; Einerson, C.J.; Johnson, J.A.; Smart, H.B.; Harmer, T. and Moore, K.L., 1995, Derivation and Calibration of a GMAW Dynamic Droplet Model, 4th Int. Conf. On Trends in Welding Research, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 5-8 Jun, pp. 377-384.
- Rhee, S. and Kannatey-Asibu Jr., E., 1991a, Analysis of Arc Pressure Effect on Metal Transfer in Gas Metal Arc Welding, Conf. on Welding and Joining Processes, ASME, Atlanta, Georgia, Dec, pp. 1-16.
- Rhee, S. and Kannatey-Asibu Jr., E., 1991b, Observation of Metal Transfer During Gas Metal Arc Welding, Conf. on Welding and Joining Processes, ASME, Atlanta, Georgia, Dec, pp. 203-213.
- Ushio, M., Ikeuchi, K., Tanaka, M. and Seto, T., 1995, Effects of Shielding Gas on Metal Transfer, *Welding International*, 9 (6), pp. 36-40
- Watkins, A.D.; Smart, H.B. and Johnson, J.A., 1992, A Dynamic Model of Droplet Growth and Detachment in GMAW, 3rd Int. Conf. on Trends in Welding Research, ASM, Gatlinburg, Tennessee, USA, 1-5 Jun, pp. 993-997.

Abstract

Biage, M., "Study on the Transition of a Gas-Liquid Counter-Current Flow to a Concurrent Flow on a Vertical Flat Plate", J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 301-324.

This paper presents the evolution of the flooding phenomenon, with emphasis on its description. An analysis was made from the observation on the gas liquid interface of counter-current film flow. Some statistical properties, such as the spectral density, may be characterized as criteria to determine the flow transition point in flooding numerical simulations. Global values, such as the flooding point of a counter-current film flow are also presented, considering the effect of channel length and pressure at the duct inlet. Finally, the behavior of empirical correlations and theoretical models used to predict the flooding point, is checked.

Keywords: Two-phase Flow, Flooding, Instability, Modeling, Perturbation Method.

Mazza, R. A. and Rosa, E. S., "Non-Linear Analysis of a Pulse - Duplicator Flow Device", J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 325-339 (In Portuguese).

A hydrodynamic analysis of a pulse duplicator flow device is developed. The numerical model is based on the conservation equations of mass, momentum and energy written in the integral form. The geometric and dynamic parameters, used to define the system, are obtained by means of the dimensionless form of the conservation equations. The perturbation theory is employed to derive an approximate analytic solution as a second order truncate series. A system parametric analysis is performed disclosing operational regions with non-linear behavior.

Keywords: Biomechanics, Cardiovascular Simulator, Numerical Model, Non-Linear Analysis.

Marchi, C. H.; Maliska, C. R. and Souza, S. M. A. G. U., "Evaluation of Some Interpolation Schemes for Fluid Flow Calculations Using Finite Volumes", J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 340-352 (In Portuguese).

The evaluation of some interpolation schemes frequently used in the solution of convective-dominant flow is performed. The schemes are assessed solving 1D and 2D linear and non-linear problems in steady and transient states. The finite volumes method is employed and the FCT (Flux-Corrected Transport) strategy is used in conjunction with some higher order schemes aiming to avoid numerical oscillations. It is proposed a methodology for clearly comparing the performance of several interpolation schemes.

Keywords: Numerical Methods, Numerical Diffusion, Wiggles, Numerical Schemes.

Maciel, E. S. G. and Azevedo, J. L. F., "Comparison of Implicit Approximate Factorization Algorithms in the Solution of the Navier-Stokes Equations" , J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 353-380 (In Portuguese).

The Navier-Stokes equations, written in conservative form, are applied to simulate the flowfield in a two-dimensional convergent-divergent transonic nozzle. A finite difference formulation is used to perform the spatial discretization in a generalized coordinate system. The march in pseudo-time is performed by the implicit Euler method to obtain steady state solutions. Three implicit, approximately factored, difference schemes are described and tested in the present work. These include the standard Beam and Warming algorithm, Chaussee and Pulliam's diagonal version of it, and the Steger and Warming flux vector splitting scheme. Different artificial dissipation models are tested with the first algorithm, and their results are analyzed in detail in the text. Several options for spatial discretization of the split fluxes are studied in connection with the Steger and Warming scheme. A spatially variable time step is used to accelerate convergence to steady state. The use of explicit boundary conditions at nozzle entrance and exit based on one-dimensional characteristic relations is described, together with the conditions adopted at the nozzle wall and centerline. The main objectives of the present work are to perform a comparative study of the different algorithms and to assess their cost/accuracy performance characteristics.

Keywords: Navier-Stokes Equations, Nozzle Flow, Implicit Schemes, Central Difference Schemes, Flux Vector Splitting.

Rodrigues, L. G.; Schiozer, D. J. and Remacre, A. Z., "Reduction of Uncertainties in Characterization of Reservoirs Using Stochastic Simulation and Production History Adjustment", J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 381-389 (In Portuguese).

The integrated analysis between geology and engineering is achieved by the methodology used in this work which applies stochastic and flow simulation to improve reservoir characterization. Horizontal and vertical permeability are considered by kriging and stochastic simulation. Generated images are selected using production obtained from

flow simulation during history matching. Production forecast uncertainties are also obtained. Parallelization is used to reduce the total time of the process.

Keywords: Stochastic Simulation, History Matching, Simulations Parallelization.

Bianchi, E. C.; Dias, A. C. P.; Bortoloto, R. G. Silva Jr, C. E.; Aguiar, P. R. and Vieira Jr, M. "Analysis of the Behaviour of Conventional Grinding Wheel as a Function of the Machining Parameters and the Bond Kind", *J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, Vol. 20 No. 3, pp. 390-399 (In Portuguese).

This work presents an experimental research on conventional grinding wheel sharpness (remotion ability) behaviour considering the influences of tangential cut speed, dressing conditions, abrasive grain size, bond kind and workpiece raw material.

Keywords: Bonds, Grinding Wheel Conditions, Wear.

Tsuzuki, M. S. G. and Takase, F. K., "Manipulating Information of Dependencies to Support CAD 3D Systems – Solids Modeling – by Application of ATMS", *J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, Vol. 20 No. 3, pp. 400-415 (In Portuguese).

In this work, the need of the CAD systems of making available to the user means of manipulating the created solid models in a more flexible way is emphasised, showing the historical evolution of these systems and the growing need of models capable to represent a larger volume of information and of manipulating them consistently. The parametric and variational methodologies come as a good option for the consistent and automatic manipulation of changes imposed by the designer, supporting this way the interactive nature of the process of development of a product. The importance of the sequence of operations adopted by the designer when defining the computational model is stood out and two functions, UNDO and REDO, were identified as necessary for a satisfactory manipulation of solid models in CAD systems based on the history of execution of operations. For a consistent support to these functions the need of information of dependencies was verified among the executed operations. The ATMS (Assumption-based Truth Maintenance System) is used as structure to store the information of necessary dependencies. Basic concepts on Solid Modeling will be presented. The proposal of this work is to present a representation of the dependences among operations of CAD systems that support Boolean Operations. For this two important concepts will be used: Base Solid and Relative Dimensions. A prototype was developed and experimental results are presented.

Keywords: CAD, Parametric CAD, Dimension Driven Design, Solid Model Maintenance, ATMS.

Carrara, A. R. S., "Flexible Robot Dynamics", *J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, Vol. 20 No. 3, pp. 416-429.

There has been a formidable number of papers in the area of structurally flexible robots. It is very hard to model and to simulate the models that result when the dynamic model is finally obtained. Flexibility increases the number of degrees of freedom and therefore complicates the system of equations that are ill-conditioned in general. The approach used here is to consider the nonlinear equations that result from the links and joints of the robot as noise introduced in the system. An adaptive algorithm is used to integrate the equations of motion that are obtained using Newmark's Method. To validate the dynamic model of the robot a test rig was designed and built.

Keywords: Flexible Robot, Nonlinear Analysis, Harmonic Drives, Variable Step Algorithm, Newmark's Method.

Cuschieri, A.; Frank, T.; Hewit, J. R. and Slade, A. P., "Design and Control Criteria for a New Type of Surgical Robot", *J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, Vol. 20 No. 3, pp. 430-436.

Minimal Access Surgery (MAS), including thoracoscopy (chest surgery), laparoscopy (abdominal surgery) and interventional flexible endoscopy, is revolutionising surgery and has been established as a major complement to conventional open surgery. It's growing popularity in recent years is due to the numerous advantages it offers over conventional open surgical procedures especially, the reduction of the trauma to the patient, accelerated recovery and improved cosmesis, but these must be balanced by the increase in the complexity and actual time the operations now take and the need for greater surgeon training to be able to perform MAS successfully.

For any proposed improvement in MAS to prove successful it must be viewed from the standpoint of a complete system which includes the operating theatre, surgical equipment used and the interface system with the surgeon.

In this paper we describe the design philosophy and preliminary implementation of both an improved laparoscopic manipulator, together with human interfaces which will allow the surgeon greater dexterity and control, and an operating theatre specifically designed for MAS.

Keywords: Telemanipulator; Endoscope; Minimal Access Surgery

Silva, F. M. and Machado, J. A. T., "On the Statistical/Harmonic Modelling of Mechanical Manipulators" , J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 437-444.

A new approach to the analysis and design of robot manipulators is presented. The novel feature resides on a non-standard formulation to the modelling problem. Usually, system descriptions are based on a set of differential equations which, in general, require laborious computations and may be difficult to analyze. These facts motivate the need of alternative models based on different mathematical concepts. The proposed statistical approach to the Fourier modelling gives clear guidelines towards the optimization of the robot kinematics and point out structural characteristics of the trajectory planning algorithms.

Keywords: Modelling, Robots, Kinematics, Fourier Analysis, Statistics.

Bezzerra, C. A. D. and Carvalho, J. C. M., "Formulation of the Direct and Inverse Geometric Model of the Fully Parallel Cartesian Structure", J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 445-453.

Parallel robotic structures are an alternative to traditional serial type robots. This paper deals with the direct (DGM) and inverse (IGM) geometric model of the parallel cartesian robotic structure using the coordinate transformation method, considering generic frames. The system of non-linear equations obtained was simplified by a judicious selection of location of the reference frames. The system consists in a set of quadratic equations, which has a maximum of 64 solutions for the IGM and 4096 solutions for the DGM. A prototype was built to allow the visualization of the results.

Keywords : Parallel Structure, Robotics, Geometric Model, Manipulators.

Ulbrich, H. and Ahaus, G., "Active Control of Partially Filled, Elastically Mounted Centrifuges" , J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 454-464.

Partially filled centrifuges turn unstable in a wide range of rotational speed. This paper provides a compact low order mathematical model to determine the location and the range of these instability regions, allowing investigations in frequency domain as well as in time domain. The numerical results are verified by various experiments and several proposals for controlling the system are made. It is shown that the supplied control strategies lead to asymptotical stability for previously unstable configurations.

Keywords: Centrifuges, Active Control, Instability Regions

Scotti, A., "A Review on Special Metal Transfer Modes in Gas Metal Arc Welding" J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol. 20 No. 3, pp. 465-478.

In this work is presented a bibliographic review of the factors governing the abnormal metal transfer phenomena that occur in Gas Metal Arc Welding for specific parameter combinations. The focus was on the transition from Globular to Axial-spray transfer modes, Streaming, Rotational, and Repelled transfers. Further developments of this process are expected from this analysis of the available information.

Keywords: Welding, Metal Transfer, Gas Metal Arc Welding, Physics of Arc.

Information for Authors

- SCOPE AND POLICY**
- The purpose of the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences is to publish papers of permanent interest dealing with research, development and design related to science and technology in Mechanical Engineering, encompassing interfaces with Civil, Electrical, Chemical, Naval, Nuclear, Materials, Aerospace, Petroleum, System Engineering, Food, Agriculture, etc., as well as with Physics and Applied Mathematics.
 - The Journal publishes Full Length Papers, Review Papers, Book Reviews and Letters to the Editor. Authors must agree not to publish elsewhere a paper submitted and accepted by the Journal. Papers previously published in proceedings of conferences can also be considered for publication; this event should be cited as a footnote on the title page. Copies of the conference referees' reviews should be included. Review articles should constitute a critical appraisal of the published information.
 - The decision of acceptance for publication lies with the Editors and is based on the recommendations of at least two ad hoc reviewers, and of the Editorial Board, if necessary.
- SUBMISSION**
- Manuscripts and correspondence should be sent to the Editor or, alternatively, to the nearest Associate Editor.
 - Five (5) copies of the paper are required. The Author should retain the manuscript disk until the end of the review process.
 - Manuscripts should be submitted only in **English**.
 - A manuscript submitted for publication should be accompanied by a cover page containing the full name of the Author(s), the Author for contact, institution address, phone number, e-mail address and, if the Authors so wish, the names of up to five (5) possible referees, with respective addresses.
- FORMAT**
- Manuscripts should begin with the title, followed by an Abstract and from three to five Keywords. The manuscript should not contain the Authors' names. The Abstract should state the objectives, methodology used and main conclusions, in no more than 200 words.
 - In research papers sufficient information should be provided in the text, or by referring to papers in generally available Journals, to permit the work to be repeated.
 - The paper must begin with an Introduction that is written for the general reader of the Journal, not for the specialist. This section should describe the problem statement, its relevance, significant results and conclusions from prior work, and objectives of the present work.
 - Uncertainties should be specified for experimental and numerical results.
 - Manuscripts should be typed double-spaced, on one side of the page, using A4 sized paper, with 2 cm margins. The pages should be numbered and not to exceed 24, including tables and figures. Avoid footnotes.
 - All symbols should be defined in the text. A separate nomenclature section should list, in alphabetical order, the symbols used and their definitions. The Greek symbols follow the English symbols, and are followed by the subscripts and superscripts. Each dimensional symbol must have SI (metric) units mentioned; in addition, English units may be included parenthetically. Dimensionless groups and coefficients must be so defined and indicated.
- MATHEMATICAL EQUATIONS**
- All mathematical expressions should be typewritten using only letters and symbols available on the keyboard.
 - Equations that extend beyond the text width should be restated to go in two or more lines, as necessary to fit within the page width.
 - Fractional powers should be used instead of root signs.
 - A solidus (/) should be used instead of an horizontal line for fractions, whenever possible; for example, use $2/3$ for two-thirds.

- Mathematical expressions should not be introduced along the text itself, as part of a sentence line, but typed on individual lines.
- Numbers that identify mathematical expressions should be enclosed in parenthesis. Refer to equations in the text as "Eq.(1)" or, if at the beginning of a sentence, as "Equation (1)".
- Vectors should be typed **boldface**. Do not use arrows, wavy-line underscoring, etc.

FIGURES AND TABLES

- Figures and Tables should be referred in consecutive Arabic numerals. They should have a caption and be placed as close as possible to their first reference in the text. Refer to figures in the text with the abbreviation "Fig. 1", except at the beginning of a sentence, where "Figure 1" should be used.
- The figures presenting technical data/results should have a boundary on all four sides, with scale indicators (tick marks) on all sides.
- The legend for the data symbols should be put inside the figure, as well as the labels for each curve. Lettering should be large enough to be clearly legible (1.5-2.0 mm).
- Laser print output line drawings are preferred. Drawings prepared on tracing paper or vellum, using black india ink, are acceptable.
- Photographs must be glossy prints.

REFERENCES

- References should be cited in the text by giving the last name of the author(s) and the year of publication. Either use "Recent work (Smith and Farias, 1997) or "Recently Smith and Farias (1997). With four (4) or more names, use the form " Smith et al. (1997)". If two or more references would have the same identification, distinguish them by appending "a", "b", etc., to the year of publication.
- Acceptable references include journal articles, numbered papers, dissertations, thesis, published conference proceedings, preprints from conferences, books, submitted articles, if the journal is identified, and private communications.
- References should be listed in alphabetical order, according to the last name of the first author, at the end of the paper. Some sample references follow:
- Soviero, P.A.O. and Lavagna, L.G.M.,1997, "A Numerical Model for Thin Airfoils in Unsteady Motion", RBCM- J. of the Brazilian Soc. Mechanical Sciences, Vol.19, No. 3, pp. 332-340.
- Bordalo, S.N., Ferziger,J.H. and Kline, S.J.,1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol.1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 41-44.
- Sparrow, E.M., 1980a, "Forced Convection Heat Transfer in a Duct Having Spanwise-Periodic Rectangular Protuberances", Numerical Heat Transfer, Vol.3, pp. 149-167.
- Sparrow, E.M., 1980b, "Fluid-to-Fluid Conjugate Heat Transfer for a Vertical Pipe-Internal and External Natural Convection", ASME Journal of Heat Transfer, Vol.102, pp. 402-407.
- Silva, L.H.M.,1988, "New Integral Formulation for Problems in Mechanics" (In Portuguese), Ph.D. Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, S.C., Brazil, 223 p.
- Coimbra, A.L., 1978, "Lessons of Continuum Mechanics", Ed. Edgard Blücher, S.Paulo, Brazil, 428 p.
- Clark, J.A.,1986, Private Communication, University of Michigan, Ann Harbor.
- Upon notification of acceptance, Authors should submit two copies of the final version and the manuscript disk, in Windows or Macintosh, Word or WordPerfect , thus avoiding retyping, with subsequent reduction of errors.

FINAL VERSION OF THE MANUSCRIPT

(Contents Continued)

System Dynamics

- Active Control of Partially Filled,
Elastically Mounted Centrifuges Heinz Ulbrich and
Guido Ahaus 454

Welding

- A Review on Special Transfer Modes
in Gas Metal Arc Welding Américo Scotti 465

Abstracts- Vol. 20-No. 3- September 1998 479

Information for Authors 482

VOL. XX - No. 3 - SEPTEMBER 1998

Two-Phase Flow

- Study on the Transition of a Gas-Liquid Countercurrent Flow to a Concurrent Flow in a Vertical Flat Plate Milton Biage 301

Biomechanics

- Non-Linear Analysis of a Pulse-Duplicator Flow Device (In Portuguese) Ricardo Augusto Mazza and Eugênio Spanó Rosa 325

Numerical Methods

- Evaluation of Some Interpolation Schemes for Fluid Flow Calculations Using Finite Volumes (In Portuguese) Carlos Henrique Marchi, Clovis Raimundo Maliska and Selene Maria de Arruda Guelli Ulson de Souza 340
- Comparison of Implicit Approximate Factorization Algorithms in the Solution of the Navier-Stokes Equations (In Portuguese) Edisson Sávio de Góes Maciel and João Luiz Filgueiras de Azevedo 353

Reservoir Simulation

- Reduction of Uncertainties in Characterization of Reservoirs Using Stochastic Simulation and Production History Adjustment (In Portuguese) Luis Glauber Rodrigues, Denis José Schiozer and Armando Zaupa Remacre 381

Machining

- Analysis of the Behaviour of Conventional Grinding Wheel as a Function of the Machining Parameters and the Kind of Bond (In Portuguese) Eduardo Carlos Bianchi, Antonio Carlos Pires Dias, Rodrigo Gurian Bortoloto, Odilson Coimbra Fernandes and Carlos Elias da Silva Junior 390

CAD

- Manipulating Information of Dependencies to Support CAD 3D Systems - Solids Modeling - by Application of ATMS (In Portuguese) Marcos de Sales Guerra Tsuzuki and Fabio Kawaoka Takase 400

Robotics

- Flexible Robot Dynamics Alcy Rodolfo dos Santos Carrara 416
- Design and Control Criteria for a New Type of Surgical Robot A. Cushman, T. Frank, J. R. Hewitt and A. P. Slade 430
- On the Statistical/ Harmonic Modeling of Mechanical Manipulators Felipe M. Silva and José Antônio Tenreiro Machado 437
- Formulation of the Direct and Inverse Geometric Model of the Fully Parallel Cartesian Structure Carlos André Dias Bezerra and João Carlos Mendes Carvalho 445

(Continued on Inside Back Cover)